

近两千年以来行星会合指数与行星系日心经度变化及频谱分析

孙威^{1,2,3}, 王建^{1,3*}, 陈金如^{1,3}, 王颖⁴, 刘复刚⁵, 余光明²

1. 南京师范大学数学科学学院/地理科学学院, 南京 210023;
2. 安庆师范大学资源环境学院, 安庆 246133;
3. 江苏省地理信息资源开发与利用协同创新中心, 南京 210023;
4. 南京大学天文与空间科学学院, 南京 210093;
5. 齐齐哈尔大学理学院地理系, 齐齐哈尔 161006

* 联系人, E-mail: jwang169@vip.sina.com

2016-04-05 收稿, 2016-09-07 修回, 2016-09-09 接受, 2017-01-11 网络版发表

江苏省高校优势学科建设工程项目(164320H116)和安徽省教育厅项目(AQKJ2015B021, SK2016A0544)资助

摘要 根据太阳系各行星运动参数构建行星系日心经度, 利用行星系日心经度探讨行星系统运动的周期性规律. 通过对行星会合指数和行星系日心经度进行数值模拟, 获得近两千年以来的行星会合指数和行星系日心经度基础数据; 对行星会合指数和行星系日心经度进行频谱分析发现, 近两千年以来行星会合指数具有较明显的约35.958, 19.873, 13.768和12.807 a的周期性变化规律, 以19.873 a周期最为显著; 行星系日心经度存在较明显的约162.602, 29.446, 11.865, 8.457, 7.421和5.936 a的周期性变化规律, 以11.865 a周期最为显著. 行星会合指数表征行星系质心绕太阳质心的运动规律, 进而表征太阳质心绕太阳系质心的运动规律, 行星系日心经度表征行星系质心所处太阳质心的准确方位的变化规律, 进而表征太阳系质心所处太阳质心的准确方位的变化规律. 这为进一步探讨太阳运动与太阳活动两者的关系提供一种有效的方法.

关键词 日心经度, N 体积分, 行星系质心, 行星会合指数, 数值模拟

目前太阳活动与太阳运动以及行星系统相互运动之间关系的研究颇为丰富. Charvátová和Střešitk^[1], Charvátová和Hejda^[2]在太阳运动与太阳活动之间关系的研究方面已取得了丰硕的成果, 刘复刚等人^[3,4]也试图在行星运动对太阳活动产生的影响方面做出一定的贡献. 众多研究表明, 太阳活动具有周期性变化规律^[5,6]; 其中以太阳黑子约11 a的周期^[7,8]和太阳磁场极性约22 a的周期性^[9]变化最为显著. 赵明宇等人^[10]、杨若文等人^[11]对太阳黑子与太阳活动之间的关系进行了深入的研究, Haigh^[12], Friis-Christensen和Lassen^[13]、赵新华和冯学尚^[14]、刘立波等人^[15]、赵

平等^[16]在太阳活动对全球气候及地表环境的影响取得了可喜的成果; 太阳活动的周期性变化导致了地球表层环境和全球气候也具有类似的周期性变化规律^[17]. 多年来关于太阳活动的周期性韵律产生的机制^[18,19]逐渐产生多种不同的形成理论, 其中以太阳质心绕太阳系质心的周期性运动与太阳活动具有一定的同步性成为当前学者关注的焦点^[20~23]. 由于行星系质心和太阳共同绕太阳系质心做二体运动, 因此行星系质心的运动与太阳运动具有相似的周期性规律; 刘复刚和王建^[24]在研究行星系运动规律时提出行星会合指数, 行星会合指数的提出在诠释太

引用格式: 孙威, 王建, 陈金如, 等. 近两千年以来行星会合指数与行星系日心经度变化及频谱分析. 科学通报, 2017, 62: 407–419

Sun W, Wang J, Chen J R, et al. Variations of the planet juncture index and heliocentric longitude with spectral analysis for approximately 2000 years (in Chinese). Chin Sci Bull, 2017, 62: 407–419, doi: 10.1360/N972016-00447

阳活动、全球气候变化的周期性韵律方面开辟了新的研究途径和方法.

前期的研究成果多采用近似方法研究行星会合对太阳活动的影响^[25~27], 对于少量行星而言具有一定效果, 但对于较多行星而言计算十分困难; 刘复刚等人^[28,29]为解决准确反映行星会合与背离的程度及形态特征与变化过程这一难题, 构建了行星会合指数. 行星会合指数在研究行星系质心运动的周期性规律方面发挥了重要作用, 却很难准确表征行星系质心的准确方位, 即日心经度或太阳系质心经度. 为弥补行星会合指数在表征行星系质心准确方位的不足, 本文将构建行星系质心日心经度运动指标. 通过构建行星系质心日心经度的运动指标, 利用行星系日心经度研究行星系质心的准确方位和日心经度的周期性变化规律; 对行星会合指数和行星系日心经度进行数值模拟, 获得近两千年以来的行星会合指数基础数据和行星系日心经度基础数据, 分别通过频谱分析研究近两千年以来行星系统之间相互运动所存在的周期性变化规律. 为后期进行深入研究行星运动与太阳活动的周期性规律提供基础数据和理论指导, 为研究太阳活动开辟了新的途径和思路.

1 行星系日心经度的构建

1.1 太阳系行星系统质心的确定

太阳系中所有行星的轨道平面与不变平面之间的夹角都很小, 其中以水星的轨道倾角最大也仅有 $6^{\circ}17'$, 而木星、土星以及海王星的倾角都小于 6° ; 因此有学者^[24]将太阳系各行星的轨道平面视为一个不动平面进行研究^[30]. 以太阳坐标为原点, 以不动平面作为行星系统的平均轨道平面(垂直于太阳系各天体的角动量矢量和的平面). 这种研究方式忽略了所有行星的轨道倾角和偏心率以及行星之间的相互引力作用, 从严格的角度来说带来了很大的近似; 本文将从空间角度充分考虑行星各轨道参数和八大行星之间相互引力作用下, 采用N体数值积分(7(8)RKF积分方法)的方式确定行星系统质心.

如图1所示, 把太阳系中所有行星视为质点进行研究; 各行星质量权重位矢末端分别位于 $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$, 其质量分别为 $m_1, m_2, m_3, \dots, m_n$, 其相对于太阳质心的位矢半径分别为 $r_1, r_2, r_3, \dots, r_n$, 其中 $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \dots, \varphi_n$ 为太阳系各行星的日心经度, φ 为行星系

质心的日心经度; 则行星系质心 P 相对于太阳质心 S 的位矢 r_s 满足关系^[31]:

$$r_s = SP = \sum_{i=1}^n m_i r_i / \sum_{i=1}^n m_i. \quad (1)$$

式(1)即为太阳质心到行星系质心的位矢方程, r_s 是行星系质心相对于太阳质心的位矢, 通过对各行星的质量与其位矢的乘积求和, 再除以行星系统的总质量获得; 位矢的始端即为太阳质心, 末端即为行星系质心. 在计算行星系日心经度和会合指数时, 常利用式(1)将太阳系各行星的平均轨道半径 $\bar{r}_i$ 转换为质量权重半径 r_i , 如表1所示. 通过行星系质心方程计算, 行星系质心距太阳质心的位矢主要由各行星距太阳质心的位矢与质量共同决定(即权重半径); 由表1获知, 木星、土星、天王星、海王星的权重半径相对于其他行星较大, 对行星系质心的确定具有主要贡献; 而其他行星的权重半径较小, 对行星系质心的影响也较小.

1.2 行星系质心绕日会合指数的建立

通过行星系质心方程不难发现, 行星系质心是各行星以质量为权重距太阳质心的权重半径的矢量和; 根据这一原理, 刘复刚和王建^[24]把太阳系所有行星绕日运动轨道的权重半径矢量和的模定义为行星系质心的会合指数, 由此给出太阳系行星会合指数(K)的表达式:

$$K = \sqrt{\left[\sum_{i=1}^n r_i \sin(\varphi_i + \omega_i t) \right]^2 + \left[\sum_{i=1}^n r_i \cos(\varphi_i + \omega_i t) \right]^2}, \quad (2)$$

式中, K 为行星会合指数; r_i 为行星的轨道权重半径; φ_i 为行星初始日心经度; ω_i 为平均角速度; t 为时间. 若太阳系各行星高度会合时(即所有行星的日心经度近似相等时), 行星会合指数 K 将达到极大值; 若太阳系各行星高度背离时(即木星的日心经度与其他行星的日心经度相差约 180° 时), 行星会合指数 K 将达到极小值. 因此, 利用行星会合指数可以表征行星系质心距太阳质心距离的大小, 甚至在一定程度上可以表征太阳质心距太阳系质心距离的大小; 同时, 也可以表征太阳系行星会合与背离的程度.

根据美国航天航空局(National Aeronautics and Space Administration, NASA)提供的2000年1月1日太阳系各行星日心经度(φ_i)(表2)和表1中八大行星的质量权重半径以及各行星运动轨道角速度值; 利用行星会合指数表达式即可获得行星系统的会合指数图

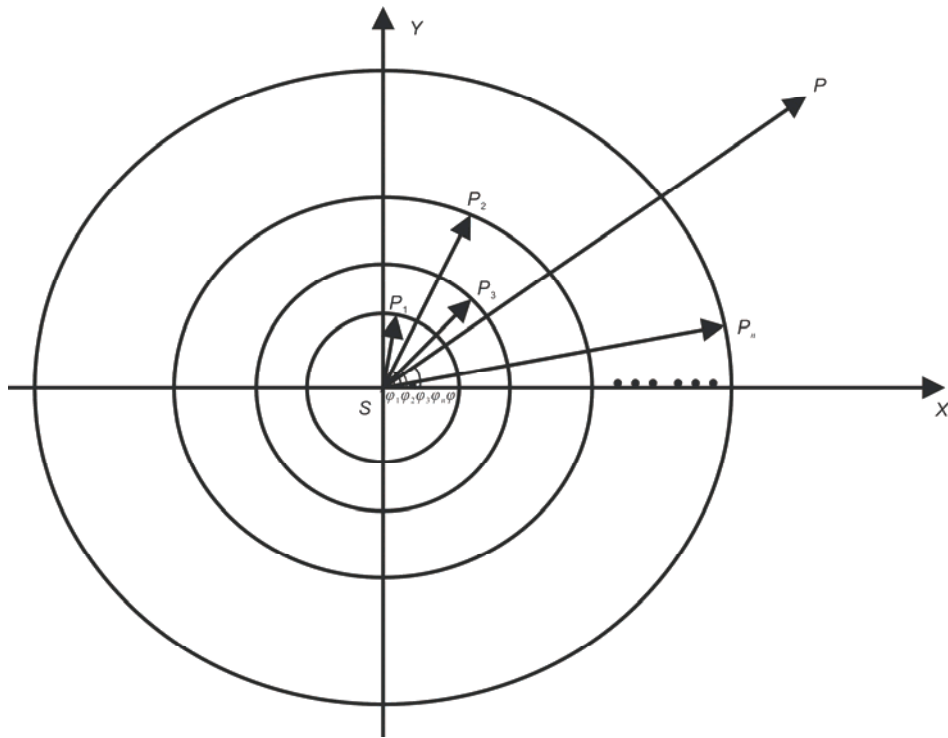


图1 行星会合示意图

Figure 1 The sketch map of planetary rendezvous

表1 太阳系行星轨道有关天文参数^{a)}

Table 1 The astronomical data of the planetary orbits in the solar system

名称	周期(d)	轨道半长径(km)	轨道平均半径(km)	天文单位(AU)	权重半径	角速度
水星	87.969	57.91×10^6	56672443.84	0.38709893	4.69091×10^{-5}	26.08840762
金星	224.701	108.21×10^6	108207517.8	0.72333199	0.001320004	10.21344422
地球	365.256	149.6×10^6	149579112	1.00000011	0.002238882	6.2831853
火星	686.98	227.92×10^6	226923421.8	1.52366231	0.000363432	3.340666584
木星	4332.587	778.57×10^6	777657818.7	5.20336301	3.699505551	0.529699953
土星	10759.22	1433.53×10^6	1431426696	9.53707032	2.038821640	0.213302742
天王星	30685.4	2872.46×10^6	2869262907	19.1912393	0.624274378	0.074790328
海王星	60189.0	4495.06×10^6	4494894315	30.48168677	1.153633570	0.038129411

a) 基础数据引自NASA

(图2(a)和(c)). 图2(a)和(c)为在不动平面上利用行星会合指数表达式所获得(1900~2000AD)和(1000~2000AD)的100和1000 a期间的行星会合指数图.

利用式(2)所获得的行星会合指数 K , 由于将行星系统简单化, 默认行星轨道共面性和同心圆性, 而没有充分考虑行星轨道的不共面性(即轨道倾角)以及太阳对行星系统的引力和行星系统之间的引力作用; 因此所获得的行星会合指数带来了一定的近似, 人为增加了行星会合指数的计算误差. 为避免把行

星系统简单化所带来的计算误差, 本文将在立体空间的基础上充分考虑行星轨道的不共面、椭圆轨道等特征和太阳与八大行星的引力作用下, 利用行星的轨道参数(表3)通过 N 体数值积分, 获得较精确的行星会合指数; 进而通过行星会合指数研究行星系日心经度和行星系统运动的周期性变化规律和运动特征. 图2(b)和(d)是在考虑行星轨道不共面、椭圆、相互有摄动的情况下, 利用行星轨道根数(表3)所获得的(1900~2000AD), (1000~2000AD)的100和1000 a期

表2 2000年1月1日12:00时八大行星的日心经度(ϕ)(J2000 历年, 世界时)^{a)}

名称	日心经度	转化为角度	转化为弧度
水星	252.25084°	252°15'3.024"	4.40260769389070
金星	181.97973°	181°58'47.028"	3.176145456761025
地球	100.46435°	100°27'51.66"	1.753433686372375
火星	355.45332°	355°27'11.952"	6.20383076405610
木星	34.404038°	34°24'15.768"	0.60046970742115
土星	49.94432°	49°56'39.552"	0.87169282567360
天王星	313.23218°	313°13'55.848"	5.46693285795265
海王星	304.8803°	304°52'49.08"	5.32116505338775

a) 基础数据引自NASA

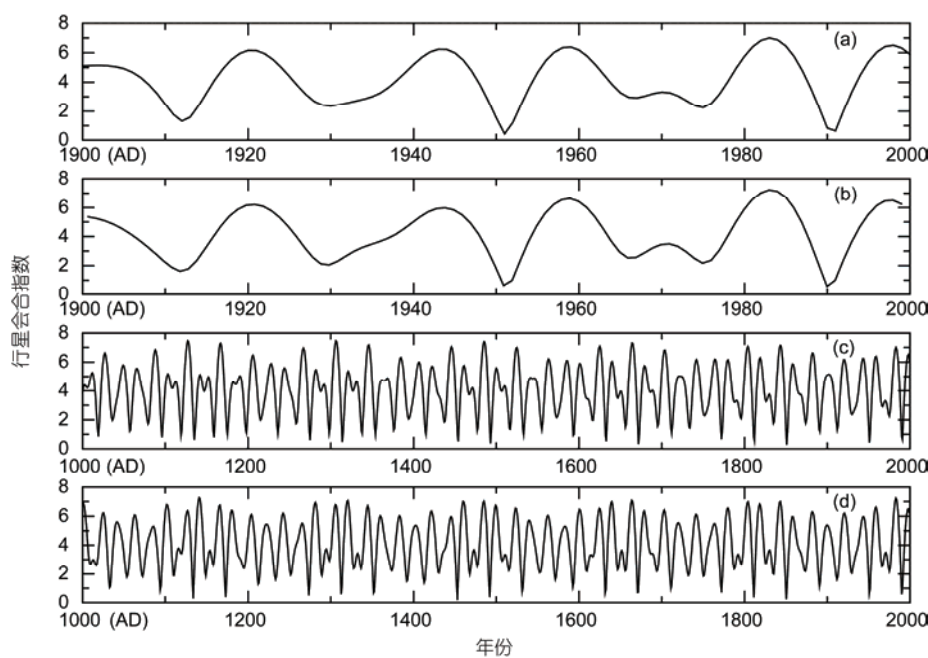


图2 行星会合指数对比图. (a), (b) 1900~2000AD期间的行星会合指数图; (c), (d) 1000~2000AD期间的行星会合指数图. (a), (c) 利用行星会合指数表达式获得; (b), (d) 利用行星轨道根数进行N体数值积分获得

Figure 2 The comparison chart of the planet juncture index. (a), (b) Data of the planet juncture index from 1900 to 2000AD; (c), (d) data of the planet juncture index from 1000 to 2000AD. (a), (c) Using the planet juncture index equation; (b), (d) using orbital parameters by N-body integration

间的行星会合指数图.

理论上, 当太阳系所有行星在太阳同一侧高度会合(即具有相同日心经度)时, 其行星会合指数达到最大值 $K_{\max}=7.520204$; 然而, 所有行星往往很难同时具有相等的日心经度, 因此行星会合指数的极大值常常略小于最大值. 图2为行星系统质心P绕日S的行星会合指数对比图, 其中图2(a)和(c)是通过式(2)得到的行星会合指数图, 图2(b)和(d)是利用行星轨道根数, 考虑了行星相互摄动情况下进行N体数值积分而获得的行星会合指数图; 对比图2(a)和(b)以

及图2(c)和(d)发现, 利用共面圆型无摄动的行星运动和考虑行星轨道根数获得的行星会合指数在定量上存在一些差异; 同时, 两种方法在定性上变化不大, 表现出相同的变化特征和周期性规律, 这主要是由于忽略的轨道倾角、偏心率以及相互摄动的影响在会合指数定量上变化不大; 因此共面圆型无摄动的行星运动在一定程度上满足了研究行星系统运动的周期性规律的要求, 若研究行星系统的具体运动特征时, 需利用行星轨道根数采用N体数值积分的方式获得行星会合指数. 图2(a)和(b)是1900~2000AD的100

表 3 太阳系大行星平均轨道根数(历年=J2000=2000 January 1.5)

Table 3 The orbital parameters of the major planets in the solar system

名称	平均半长经 $a(\text{AU})$	偏心率 $e(\text{km})$	倾角 $I(^{\circ})$	升交点经度 Ω	近点黄经 ω	平运动黄经 λ
水星	0.38709893	0.20563069	7.00487	48.33167 $^{\circ}$	77.45645 $^{\circ}$	252.25084 $^{\circ}$
金星	0.72333199	0.00677323	3.39471	76.68069 $^{\circ}$	131.53298 $^{\circ}$	181.97973 $^{\circ}$
地球	1.00000011	0.01671022	0.00005	-11.26064 $^{\circ}$	102.94719 $^{\circ}$	100.46435 $^{\circ}$
火星	1.52366231	0.09341233	1.85061	49.57854 $^{\circ}$	336.04084 $^{\circ}$	355.45332 $^{\circ}$
木星	5.20336301	0.04839266	1.30530	100.55615 $^{\circ}$	14.75385 $^{\circ}$	34.40438 $^{\circ}$
土星	9.53707032	0.05415060	2.48446	113.71504 $^{\circ}$	92.43194 $^{\circ}$	49.94432 $^{\circ}$
天王星	19.19126393	0.04716771	0.76986	74.22988 $^{\circ}$	170.96424 $^{\circ}$	313.23218 $^{\circ}$
海王星	30.06896348	0.00858587	1.76917	131.72169 $^{\circ}$	44.97135 $^{\circ}$	304.88003 $^{\circ}$
冥王星	39.48168677	0.24880766	17.14175	110.30347 $^{\circ}$	224.06676 $^{\circ}$	238.92881 $^{\circ}$

a 期间的行星会合指数变化图,行星会合指数在从1900~2000AD的100 a 期间大约经历了5个极大值或极小值周期,此5个波动周期的平均周期约为19.8585 a ;图2(c)和(d)是1000~2000AD的1000 a 期间的行星会合指数变化图,行星会合指数从1000~2000AD的1000 a 期间行星会合指数极大值中的最大值具有约180 a 的双世纪周期;这些显著的行星会合周期对于研究太阳活动具有重要的科学价值.图2表明太阳系行星会合指数具有较明显的周期性,行星会合指数用于表征行星系质心距太阳质心的距离大小或者表征太阳系所有行星的会合或背离的程度方面具有一定的优势;但此行星会合指数却不能严格用于表示行星系质心绕太阳质心的运动轨迹或者太阳质心绕太阳系质心的运动轨迹,因为研究太阳质心绕太阳系质心的运动轨迹除需考虑行星会合指数外,行星系质心日心经度(或太阳系质心经度)是不可或缺的重要参数;因此行星系日心经度的构建势在必行.

1.3 行星系日心经度的构建

如图1所示,行星系质心的日心经度为行星系质心在不变平面上的投影和太阳质心之间的连线与基准轴(横轴)的夹角.若行星系质心的日心经度为 φ ,则:

$$\sin \varphi(t) = \frac{\sum_{i=1}^n r_{iy}(t)}{\sum_{i=1}^n r_i(t)}. \quad (3)$$

由此,行星系日心经度的表达式为

$$\varphi(t) = k\pi \pm \arcsin\left(\frac{\sum_{i=1}^n r_{iy}(t)}{\sum_{i=1}^n r_i(t)}\right), (k = 0, 1, 2), \quad (4)$$

式中, φ 表示行星系质心的日心经度($0 \leq \varphi < 2\pi$); k 为常数; r_{iy} 为各行星质量权重位矢在坐标轴上的分位矢; r_i

为各行星质量权重位矢; t 为年份.利用表1与2中相关天文参数获得的会合指数分别带行星系日心经度(φ)的表达式,即可得到太阳系行星系质心在不同年份的日心经度,进而获得行星系日心经度变化图(图3(a)和(c)).图3(b)和(d)为利用行星轨道根数(表3)通过 N 体数值积分,获得较精确的行星系日心经度图.

图3为行星系质心的日心经度随时间变化的对比图,横坐标表示行星系日心经度所在的年份;纵坐标为行星系质心的日心经度,以弧度制表示.图3中(a)和(b)图表示行星系质心的日心经度从1900AD推演至2000AD之间100 a 的变化情况,图3(c)和(d)表示行星系质心的日心经度从1000AD推演至2000AD之间1000 a 的变化情况;行星系质心日心经度(即行星系质心位于太阳质心的方位)的变化在 $0 \sim 2\pi$ 范围内呈周期性变化.图3(a)和(b)中行星系质心日心经度在1900~2000AD期间进行约8.5次的周期性变化(即行星系质心绕太阳质心运动约8.5圈);因此行星系日心经度具有明显的约11.5 a 的周期,此周期正好与太阳活动中的太阳黑子周期相似.同时,图3(c)和(d)中行星系日心经度在1000~2000AD期间,行星系日心经度极小值中的最小值也具有明显5.5次的周期性变化,其周期约180 a ;此周期与行星会合指数所表现出的180 a 周期一致,同时与全球气候变化的双世纪周期相似.行星系日心经度变化图直接反映了行星系质心位于太阳质心方位的变化特征,其日心经度的周期性变化在一定程度上表征行星系质心绕太阳运动的周期性变化,也可表征太阳绕太阳系质心运动的周期性变化特征.若深入研究行星系质心绕太阳质心或太阳质心绕太阳系质心运动轨迹的变化特征,

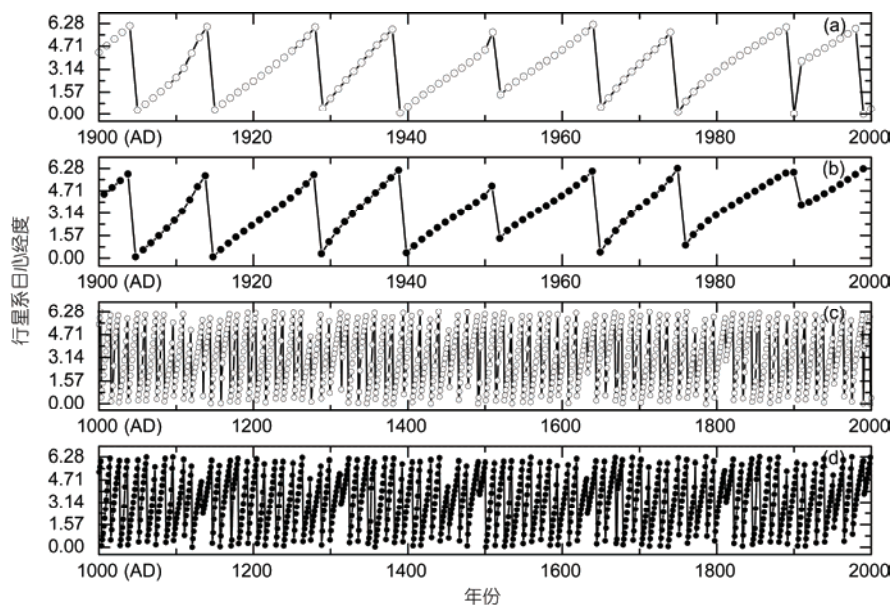


图3 行星系统质心日心经度对比图. (a), (b) 1900~2000AD期间的行星系日心经度图; (c), (d) 1000~2000AD期间的行星系日心经度图. (a), (c) 利用行星系日心经度的表达式获得; (b), (d) 利用行星轨道根数进行N体数值积分获得

Figure 3 The heliocentric longitude of the barycentric planetary system comparison diagram. (a), (b) Data of the planet heliocentric longitude from 1900 to 2000AD; (c), (d) data of the planet heliocentric longitude from 1000 to 2000AD. (a), (c) Using the heliocentric longitude equation; (b), (d) using orbital parameters by N-body integration

需结合行星系日心经度和行星会合指数进行数值模拟. 图3显示行星系质心在绕太阳运动过程中, 行星系日心经度时刻发生着变化, 并且不同时刻行星系日心经度的变化幅度也不相同; 通过图4进一步了解行星系日心经度随时间的变化情况.

图4为1940~2000AD期间行星系日心经度变化图, 时间步长为1 a; 图中行星系日心经度的范围为 $(0, 2\pi)$, 分别分布于4个象限, 第一象限的行星系日心经度值为 $(0, 0.5\pi)$, 第二象限的行星系日心经度值为 $(0.5\pi, \pi)$, 第三象限的行星系日心经度值为 $(\pi, 1.5\pi)$, 第四象限的行星系日心经度值为 $(1.5\pi, 2\pi)$. 图4中心空圆代表行星系质心所在的位置, 位于原点 $(0, 0)$ 的黑色实心圆代表太阳本体; 行星系质心到太阳本体的距离即行星会合指数, 行星系质心与太阳本体的连线和基准轴的夹角为行星系日心经度. 行星系质心在1940~2000AD期间, 其行星系日心经度值随着年份的变化, 行星会合指数和行星系日心经度也发生相应的变化, 此结论在图2和3中也能呈现相同的变化规律. 当行星系质心远离太阳本体时, 行星会合指数较大, 且相同时间内行星系日心经度的变化量较小, 如1940~1945, 1980~1985, 1995~2000 AD期间, 每年行星系日心经度变化量不超过0.523

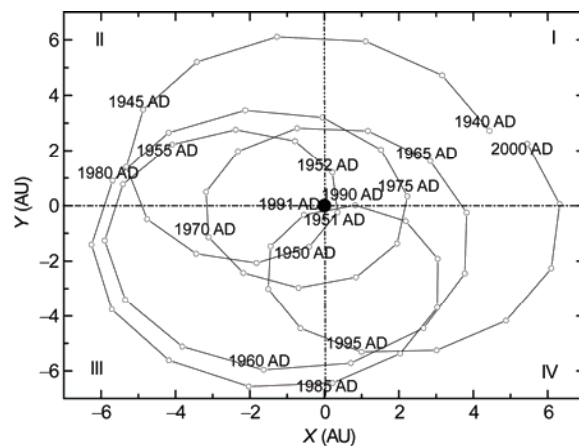


图4 行星系日心经度变化图. 空心圆代表行星系质心所在的位置, 黑色实心圆代表太阳本体

Figure 4 The variation of the planetary system mass center's heliocentric longitude. Rings represent the barycenter of planetary system, and filled circles represent the barycenter of sun

(约 30°), 此时行星会合指数几乎接近最大值; 当行星系质心靠近太阳本体或者与太阳质心重合时, 行星会合指数较小, 在相同时间内行星系日心经度发生激烈变化, 其变化量较大, 如1950~1951AD期间行星系日心经度变化量接近 1.57 (约 90°), 1951~1952 AD期间行星系日心经度变化量超过 1.57 (约 90°), 而

1990~1991AD期间行星系日心经度变化量几乎达到 3.14 (约 180°), 此时行星会合指数非常小或者接近零; 因此, 当行星会合指数较大时, 行星系质心远离太阳质心, 其行星系日心经度的变化率较小; 当行星会合指数较小时, 行星系质心几乎与太阳质心重合, 其行星系日心经度的变化率较大. 因此, 行星系日心经度与行星会合指数一样, 也具有类似的周期性变化规律.

2 行星会合指数和行星系日心经度的变化特征及频谱分析

行星会合指数与行星系日心经度是研究行星系质心绕太阳或太阳系质心轨迹的两个重要指标; 行星运动对太阳活动甚至全球气候变化的影响又成为当前研究全球气候的热点问题; 尤其在研究太阳活动和全球气候变化的周期性特征方面, 更需要掌握行星会合指数和行星系日心经度的周期性韵律. 因此, 本文利用轨道根数(表3)充分考虑太阳和行星之间相互引力作用下, 进行 N 体数值积分, 通过对行星会合指数和行星系日心经度近两千年以来的变化特征进行数值模拟, 获得了两千年以来的行星会合指数和行星系日心经度变化的基础数据; 并对所获得的数据进行频谱分析, 整理出两千年以来行星会合指数和行星系日心经度的周期性韵律. 为后期研究行星运动对太阳活动以及全球气候变化提供具有科学价值的基础数据.

2.1 行星会合指数与行星系日心经度运动指标的数值模拟

利用表3所提供的行星轨道根数进行 N 体数值积分, 在考虑太阳和行星相互之间摄动的情况进行数值模拟获得不同时间段期间行星会合指数和行星系日心经度图. 图5为0~500, 501~1000, 1001~1500, 1501~2000AD期间的行星会合指数和行星系日心经度图. 其中, 图5(a1)中, 会合指数是行星系统中所有行星轨道半长径按质量权重的矢量和的模, 天文单位(AU)为行星会合指数的基本单位; 行星会合指数的取值范围一般在0~7.5之间^[24], 当太阳系中所有行星具有相同日心经度且位于太阳同一侧时, 行星会合指数达到最大值, 即行星会合程度越高; 当太阳系中所有行星按照质量权重的矢量和为零的状况分布于太阳两侧时, 行星会合指数最小, 行星系统的会合

程度较低, 行星系质心、太阳质心以及太阳系质心三心重合. 行星系日心经度是指行星系质心位于太阳质心的准确方位, 弧度作为行星系日心经度的单位; 行星系日心经度的取值范围在 $0\sim 2\pi$ 之间, 图5(a2)为行星系统在0~500AD期间行星系日心经度随时间的演化而发生变化, 通过行星会合指数和行星系日心经度的对比发现, 在相同的时间步长中较高的行星会合指数对应较低的行星系日心经度变化量; 较低的行星会合指数对应较高的行星系日心经度变化量. 图5(a)中较低的行星会合指数(绿色方框), 表示此时的行星会合程度较低, 行星系质心、太阳质心和太阳系质心近似重合, 同时所对应较高的行星系日心经度变化量; 较低行星会合指数(蓝色方框)也对应了较高的行星系日心经度变化量. 在500 a期间, 行星会合指数与行星系日心经度呈规则的周期性韵律, 行星会合指数表现出比较明显的约19.8 a周期, 行星系日心经度表现出比较明显的约11.5 a周期; 同时, 9个行星会合指数周期(约19.8 a)组成了约179 a的长周期, 即会合指数的极大值具有约179 a的显著周期; 而16个行星系日心经度周期(约11.5 a)组成了约179 a的长周期, 即行星系日心经度最大变化量同样也具有约179 a的显著周期, 并且与行星会合指数具有较好的一致性. 由此可知, 行星系日心经度在研究行星运动周期性韵律方面不仅进一步证明了行星会合指数周期性的合理性, 同时也弥补了行星会合指数对某些短周期研究缺失的不足.

图5(b1)和(b2)为501~1000AD期间行星会合指数和行星系日心经度图. 图5(c1)和(c2)为1001~1500AD期间行星会合指数和行星系日心经度图. 图5(d1)和(d2)为1501~2000AD期间行星会合指数和行星系日心经度图. 图5(b)~(d)与图5(a)相同, 都表现出相同的变化规律和周期性韵律, 图5(b1), (c1), (d1)中行星会合指数都具有准19.8 a的周期以及179 a长周期; 图5(b2), (c2), (d2)中行星系日心经度都具有准11.5 a的周期和准179 a的长周期; 当行星会合指数最小值时, 行星系质心与太阳质心近似重合, 其行星系日心经度的变化量较大. 图S1为0~2000AD期间行星会合指数和行星系日心经度图. 在两千年的行星会合指数和行星系日心经度变化过程中, 图S1(a)中的行星会合指数的极大值表现出准179 a的双世纪周期; 同时, 图S1(b)中的行星系日心经度也表现出相对应的周期韵律.

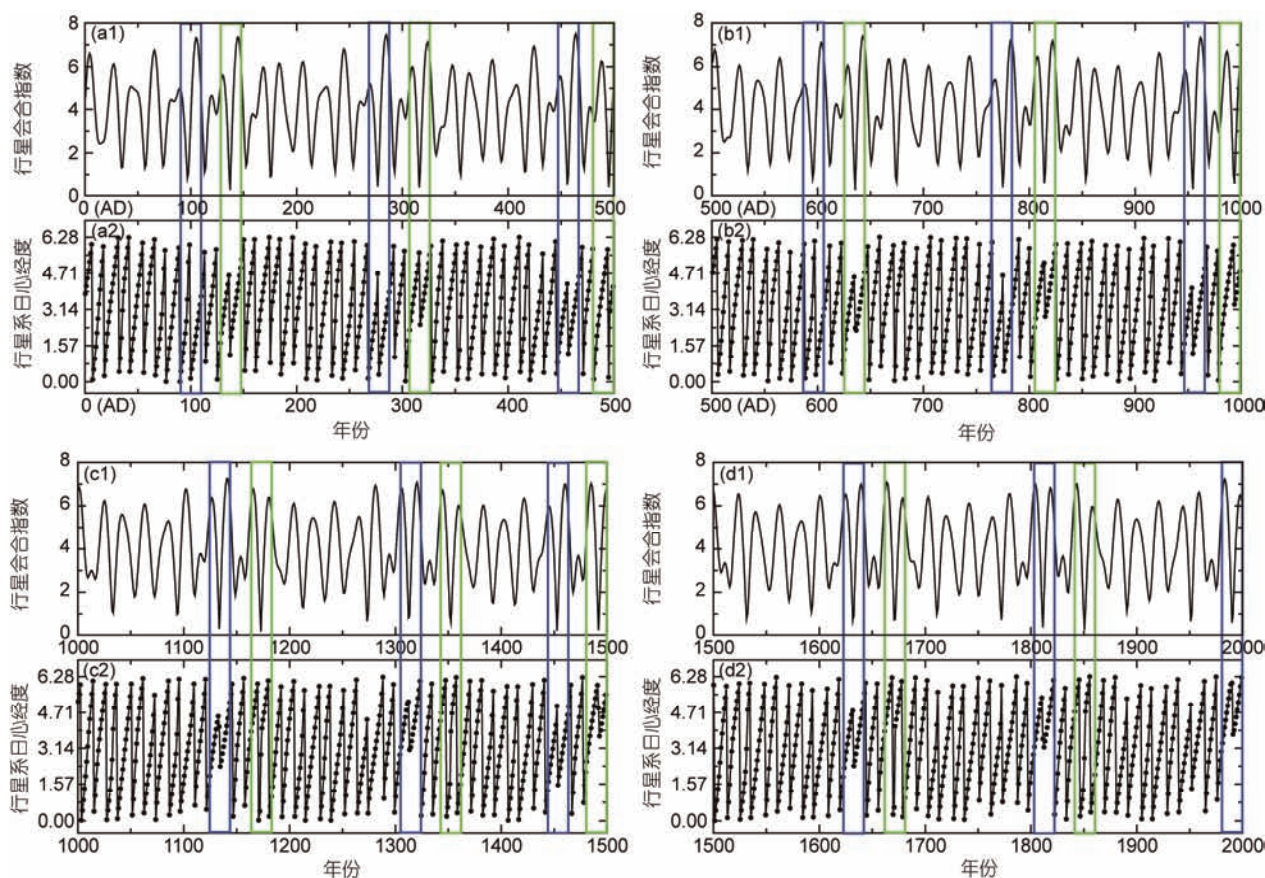


图5 行星会合指数和行星系日心经度变化图。(a1), (a2) 0~500AD期间的行星会合指数和行星系日心经度图; (b1), (b2) 501~1000AD期间的行星会合指数和行星系日心经度图; (c1), (c2) 1001~1500AD期间的行星会合指数和行星系日心经度图; (d1), (d2) 1501~2000AD期间的行星会合指数和行星系日心经度图; 绿色和蓝色方框标记出较低的行星会合指数, 对应了较高的行星系日心经度变化量, 都具有准 179 a 的周期性规律。
Figure 5 The planet juncture index chart and the planet heliocentric longitude chart. (a1), (a2) Datas of the planet juncture index and heliocentric longitude from 0 to 500AD; (b1), (b2) data from 501 to 1000AD; (c1), (c2) data from 1001 to 1500AD; (d1), (d2) data from 1501 to 2000AD. Both green boxes and blue boxes in the figure mean the minimum value of planet juncture index and correspond to the maximum change rate of the planet heliocentric longitude. Meanwhile, both of them have a period of roughly 179 a

2.2 行星会合指数与行星系日心经度运动指标的频谱分析

功率谱分析方法是谱分析方法中的一种, 是数字时间序列在不同频率上能量分布特征的表征, 反映了随机信号各频率成分功率能量的分布情况。此分析方法采用对每个坐标时间序列进行傅立叶变换的方式, 在频率域上揭示信号中隐含的周期性变化规律, 是对信号进行特征分析的一种有效手段。也是清晰描述动力学特征的一种数值工具, 近年来功率谱分析方法在天文学尤其是天文时间序列分析中得到了广泛应用。

为了准确检测通过 N 体数值积分获得的近两千年以来行星会合指数和行星系日心经度的周期性韵律, 采用功率谱分析方法分别对0~500, 501~1000,

1001~1500, 1501~2000以及0~2000AD期间行星会合指数和行星系日心经度随时间变化情况进行谱分析。图6为以上4个时间分段内行星会合指数的功率谱图, 图6(a)~(d)分别是图5(a1), (b1), (c1), (d1)的行星会合指数随年代变化数据的功率谱分析图。其中, 图6(a)为图5(a1)的行星会合指数在0~500AD期间的功率谱分析图, 从功率谱分析图中不难发现整个行星系统在0~500AD的500 a期间行星会合指数存在比较明显的4个周期性规律, 分别为35.958, 19.873, 13.768和12.807 a, 其中以19.873 a的周期的功率谱强度最大, 为0.886, 因此行星会合指数所表现出的准19.873 a的周期也是最为明显性; 这一周期主要是由于木星和土星两个轨道周期组合而成, 因为木星和土星的会合周期为19.83 a, 与行星会合指数最显著的周期

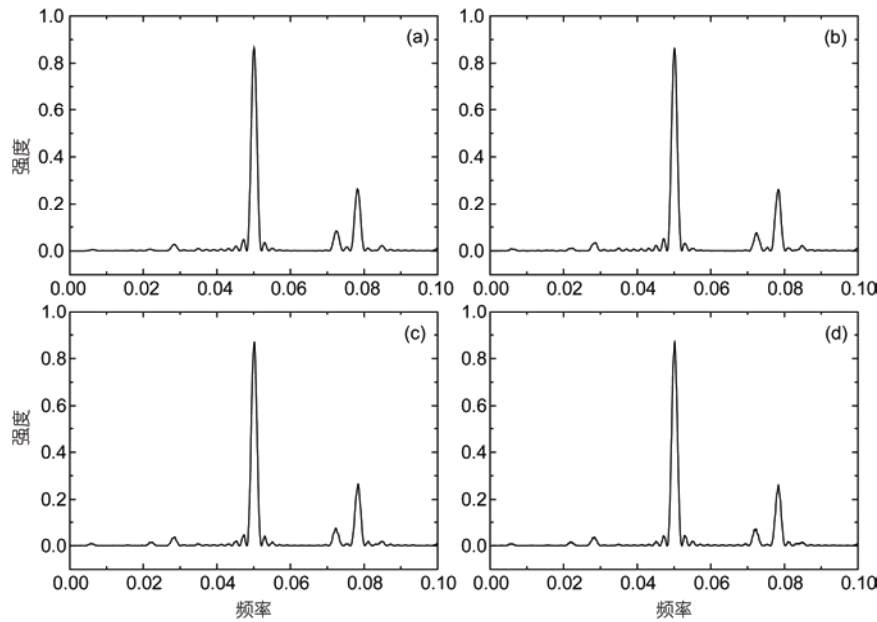


图6 行星会合指数的功率谱图. (a) 0~500AD期间的行星会合指数功率谱图; (b) 501~1000AD期间的行星会合指数功率谱图; (c) 1001~1500AD期间的行星会合指数功率谱图; (d) 1501~2000AD期间的行星会合指数功率谱图

Figure 6 Power spectra of the planets-conjunction index. (a) Power spectra of the planet juncture index from 0 to 500AD; (b) Power spectra of the planet juncture index from 501 to 1000AD; (c) Power spectra of the planet juncture index from 1001 to 1500AD; (d) Power spectra of the planet juncture index from 1501 to 2000AD

19.873 a非常接近, 而木星和土星是行星系统中质量最大的两个行星, 对行星会合指数的影响也最大. 这与刘复刚和王建^[24]的研究结果一致; 其次还存在12.807 a的周期, 也具有较高的功率谱强度, 为0.270; 同时还存在较弱的13.768和35.958 a的周期. 图5(b1), (c1), (d1)的行星会合指数的功率谱分析图分别对应图6(b)~(d), 这些功率谱分析图在总体趋势上与图6(a)保持一致, 同样具有35.958, 19.873, 13.768和12.807 a的周期性韵律, 19.873 a周期的功率谱强度最大, 12.807 a周期功率谱强度次之, 还存在功率谱强度较弱的13.768和35.958 a的周期; 这说明行星系统0~500, 501~1000, 1001~1500, 1501~2000AD四个时期内行星会合指数表现出相似的周期性规律, 都具有特别明显的19.873 a的周期. 然而, 行星系统在0~2000AD期间4个时期的功率谱分析图在总体上保持了一致, 然而并非完全一致, 还存在一些细微的差异; 这说明0~500, 501~1000, 1001~1500, 1501~2000AD四个时期行星会合指数(即行星运动)保持了最显著的周期性规律, 同时, 在此周期性规律的基础上也存在一些各自不同的规律性.

图7为行星系日心经度的功率谱图, 图7(a)~(d)分别是图5(a2), (b2), (c2), (d2)的行星系日心经度随

年份变化数据的功率谱分析图. 其中, 图7(a)为图5(a2)的行星系日心经度在0~500AD期间的功率谱分析图, 从功率谱分析图中不难发现在0~500AD的500 a期间行星系日心经度存在比较明显的6个周期, 分别为162.602, 29.446, 11.865, 8.457, 7.421和5.936 a, 6个周期中以11.865 a的周期的功率谱强度最大, 为0.734, 此周期性也最明显, 因此行星系日心经度表现出了最显著的11.865 a的周期; 这一周期主要是由于木星的轨道周期引起的, 因为木星的轨道周期为11.862 a, 与行星日心经度最显著的周期十分接近, 木星是行星系统中质量最大的行星, 对行星系日心经度的影响最大. 同时还存在较弱的162.602, 29.446, 8.457, 7.421和5.936 a周期. 图7(b)~(d)分别为图5(b2), (c2), (d2)中行星系日心经度的功率谱分析图, 这些功率谱分析图在总体上与图7(a)保持一致, 同样具有162.602, 29.446, 11.865, 8.457, 7.421和5.936 a的周期性规律, 其中以11.865 a周期的功率谱最强, 也存在功率谱强度较弱的162.602, 29.446, 8.457, 7.421和5.936 a周期; 这一规律与0~2000AD期间4个分段时期的行星系日心经度功率谱分析图在总体上保持了一致, 同时存在细微的差异; 这说明0~500, 501~1000, 1001~1500, 1501~2000AD四个时期行星系日心

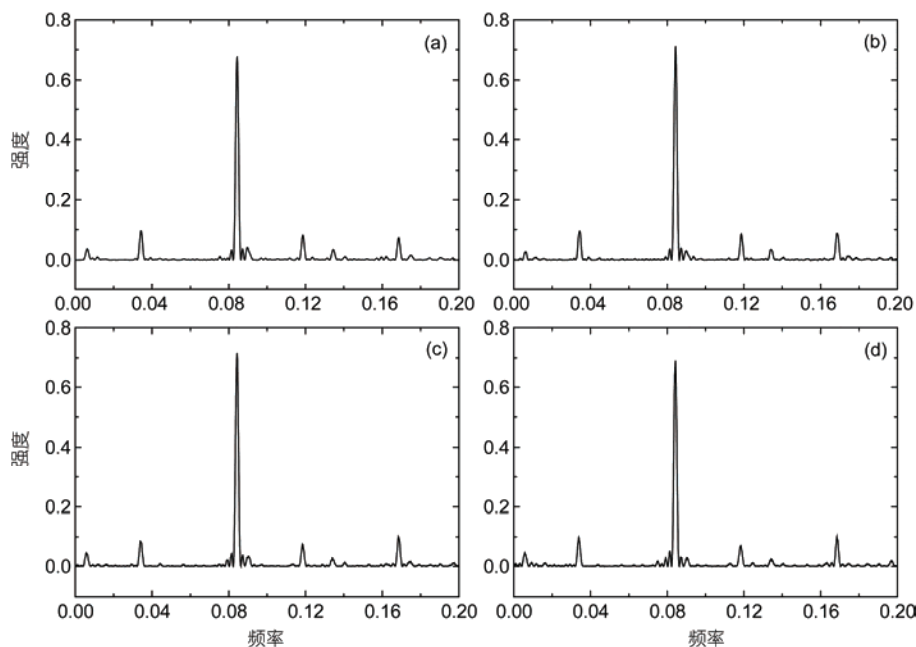


图7 行星系日心经度的功率谱图. (a) 0~500AD期间的行星系日心经度功率谱图; (b) 501~1000AD期间的行星系日心经度功率谱图; (c) 1001~1500AD期间的行星系日心经度功率谱图; (d) 1501~2000AD期间的行星系日心经度功率谱图

Figure 7 Power spectra of the heliocentric longitude of the planetary system's barycentre. (a) Power spectra of the planet heliocentric longitude from 0 to 500AD; (b) power spectra of the planet heliocentric longitude from 501 to 1000AD; (c) power spectra of the planet heliocentric longitude from 1001 to 1500AD; (d) power spectra of the planet heliocentric longitude from 1501 to 2000AD

经度都具有比较显著的11.865 a的周期; 同时, 在各自周期性规律的基础上也存在不同的运动特征.

图8是图S1中行星会合指数与行星系日心经度随年份变化数据的功率谱分析图. 从图8(a)的功率谱分析的结果看, 近两千年以来行星会合指数所表现的周期性规律与图6中的4段500 a不同时间段的功率谱所表现的周期性规律相同, 19.873 a的周期的功率谱强度最大, 12.807 a周期的功率谱强度次之; 同时也存在35.958和13.768 a的周期. 无论是500 a还是2000 a的行星会合指数数据的功率谱分析, 其周期性规律表现了相对的稳定性. 图8(b)的功率谱分析的结果显示, 两千年以来行星系日心经度所表现的周期性规律与图7中的4段500 a不同时间段的功率谱所表现的周期性规律相似, 11.865 a的周期的功率谱强度最明显; 同时也存在162.602, 29.446, 8.457, 7.421和5.936 a的周期. 近两千年以来, 行星系统的行星会合指数与行星系日心经度存在显著的差异, 分别表现出各自不同的周期性变化规律; 可见, 行星系日心经度与行星会合指数都作为表征行星运动特征的重要运动指标; 行星系日心经度和行星会合指数的提出为深入研究太阳运动以及太阳活动的周期性韵律开辟了新的途

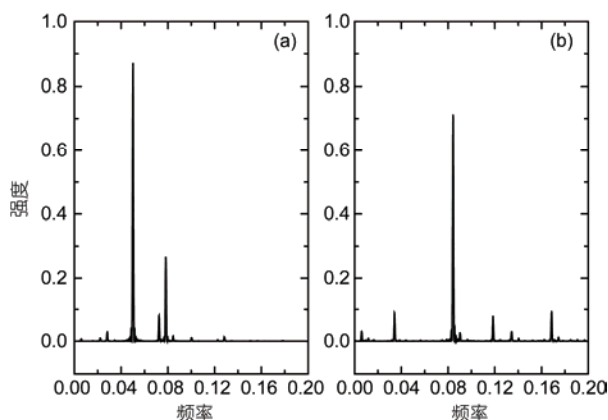


图8 行星会合指数和行星系日心经度的功率谱图. (a) 0~2000AD期间的行星会合指数功率谱图; (b) 0~2000AD期间的行星系日心经度功率谱图

Figure 8 Power spectra of the planets-conjunction index and heliocentric longitude of the planetary system's barycentre. (a) Power spectra of the planet juncture index from 0 to 2000AD; (b) power spectra of the planet heliocentric longitude from 0 to 2000AD

径和方法, 具有十分重要的研究意义和价值.

3 讨论和结论

本文以行星轨道根数为基础, 充分考虑太阳和

行星之间相互摄动作用下,通过 N 体数值积分获得行星系统的会合指数和日心经度变化规律;并与利用行星会合指数公式进行数值模拟所获得的结果进行对比,发现两者在定量上存在一定差异,在定性上表现一致.这是由于默认行星轨道为圆轨道,并且忽略了行星之间的相互摄动,存在很大的近似;而利用行星轨道根数进行 N 体数值积分的方法不仅考虑了行星的偏心率和轨道倾角还充分考虑行星之间的相互摄动,因此 N 体数值积分方法在研究行星系统运动的具体特征方面更加精确.

提出了行星系日心经度这一表征行星系统运动特征的指标,利用行星系日心经度可以确定任意时刻行星系质心位于太阳质心的准确方位;通过对行星系日心经度进行数值模拟发现,行星系质心日心经度具有约11.5 a的周期性规律,此周期与太阳黑子活动周期具有相似性;行星系日心经度运动指标的提出不仅为进一步研究行星系日心经度的变化特征和周期性规律奠定理论基础,而且为深入研究太阳活动开辟了新的途径和思路.

通过对行星会合指数和行星系日心经度运动指标的数值模拟,获得了近两千年以来行星会合指数和行星系日心经度的基础数据;通过对近两千年行星会合指数和行星系日心经度数据进行频谱分析发现,行星会合指数存在约35.958, 19.873, 13.768和12.807 a的周期性变化规律,以19.873 a的周期性最强,因此表现出最显著的19.873 a的周期性规律;行星系日心经度存在约162.602, 29.446, 11.865, 8.457, 7.421和5.936 a的周期性变化规律,以11.865 a的周期性最强,由此也表现出最显著的11.865 a的周期性变化规律.这些行星运动的周期性规律对研究太阳活动以及全球气候变化具有重要的研究价值和意义.

行星会合指数和行星系日心经度是行星系运动的两个重要指标,行星会合指数适合于表征行星系质心距太阳质心的距离,即行星系统的会合和分离程度;而行星系日心经度适合于表征行星质心所处于太阳质心的准确方位,行星系日心经度弥补了行星会合指数在表征行星系统运动过程中所缺失的某些短周期性规律研究的不足.

致谢 感谢两位审稿专家在论文审稿中提出的宝贵意见和建议,感谢南京大学天文与空间科学学院周济林教授在论文修改过程中提供的宝贵意见.

参考文献

- 1 Charvátová I, Střešík J. Relations between the solar inertial motion, solar activity and geomagnetic index aa since the year 1844. *Adv Space Res*, 2007, 40: 1026–1031
- 2 Charvátová I, Hejda P. Responses of the basic cycles of 178.7 and 2402 yr in solar-terrestrial phenomena during the Holocene. *Pattern Recogn Phys*, 2014, 2: 21–26
- 3 Liu F G, Bao K S, Zhou D S, et al. Analyzing the characterization of orbital motion of the Sun through the planetary synodic index (in Chinese). *Prog Geophys*, 2015, 30: 482–487 [刘复刚, 鲍鲲山, 周德帅, 等. 基于行星会合指数对太阳轨道运动特征的分析. 地球物理学进展, 2015, 30: 482–487]
- 4 Liu F G, Wang J, Bao K S, et al. Comparison of planets-conjunction index (K) and planet array index (I) (in Chinese). *Prog Geophys*, 2015, 30: 1501–1506 [刘复刚, 王建, 鲍鲲山, 等. 行星会合指数 K 与行星直列指数 I 的比较分析. 地球物理学进展, 2015, 30: 1501–1506]
- 5 Charvátová I. Can origin of the 2400-year cycle of solar activity be caused by solar inertial motion. *Ann Geophys*, 2000 18: 399–405
- 6 Hood L L, Jirikowic J L. A probable approx. 2400 year solar quasi-cycle in atmospheric delta ^{14}C . *Holocene*, 1991, 12: 98–105
- 7 Li K J, Feng W, Liang H F. The abnormal 24th solar cycle: The first complete solar cycle of the new millennium (in Chinese). *Sci Sin Phys Mech Astron*, 2010, 40: 1293–1301 [李可军, 冯雯, 梁红飞. 异常的第 24 太阳活动周——新千年的第一个完整的太阳活动周. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2010, 40: 1293–1301]
- 8 Yang D H, Yang X X. Study and model on variation of Earth's rotation speed (in Chinese). *Prog Geophys*, 2013, 28: 58–70 [杨东红, 杨学祥. 地球自转速度变化规律的研究和计算模型. 地球物理学进展, 2013, 28: 58–70]
- 9 Qu W Z, Huang F, Zhao Z P, et al. The significance of solar magnetic field direction variation on anomalous variability of the atmosphere temperature on the earth (in Chinese). *Chin J Geophys*, 2007, 50: 1123–1129 [曲维政, 黄菲, 赵进平, 等. 太阳磁场方向变化对于地球大气温度异常变化的意义. 地球物理学报, 2007, 50: 1123–1129]
- 10 Zhao M Y, Chen J Q, Liu Y, et al. Statistical analysis of sunspot groups and flares for solar maximum and minimum (in Chinese). *Sci Sin-Phys Mech Astron*, 2014, 44: 109–120 [赵明宇, 陈军权, 刘煜, 等. 太阳活动峰年和谷年期间黑子群与耀斑的统计分析. 中国

科学: 物理学 力学 天文学, 2014, 44: 109–120]

- 11 Yang R W, Cao J, Huang W, et al. Cross wavelet analysis of the relationship between total solar irradiance and sunspot. *Chin Sci Bull*, 2009, 55: 2126–2130 [杨若文, 曹杰, 黄玮, 等. 太阳常数与太阳黑子数关系的交叉小波分析. 科学通报, 2009, 54: 871–875]
- 12 Haigh J D. The impact of solar variability on climate. *Science*, 1996, 272: 981–985
- 13 Friis-Christensen E, Lassen K. Length of the solar cycle: An indicator of solar activity closely associated with climate. *Science*, 1991, 254: 698–700
- 14 Zhao X H, Feng X S. Periodicities of solar activity and the surface temperature variation of the Earth and their correlations (in Chinese). *Chin Sci Bull*, 2014, 59: 1284–1292 [赵新华, 冯学尚. 太阳活动与地球表面温度变化的周期性和相关性. 科学通报, 2014, 59: 1284–1292]
- 15 Liu L B, Wan W X, Chen Y D, et al. Solar activity effects of the ionosphere: A brief review. *Chin Sci Bull*, 2011, 56: 1202–1211 [刘立波, 万卫星, 陈一定, 等. 电离层与太阳活动性关系. 科学通报, 2011, 56: 477–487]
- 16 Zhao P, Zhou X J, Liu G. Decadal-centennial-scale change in Asian-Pacific summer thermal contrast and solar activity. *Chin Sci Bull*, 2011, 56: 3012–3018 [赵平, 周秀骥, 刘珂. 夏季亚洲-太平洋热力差异年代-百年尺度变化与太阳活动. 科学通报, 2011, 56: 2068–2074]
- 17 Qu W Z, Deng S G, Huang F, et al. The influence of magnetic index abnormal change in solar magnetic field on climate at middle latitude of North Hemisphere (in Chinese). *Chin J Geophys*, 2004, 47: 398–404 [曲维政, 邓声贵, 黄菲, 等. 太阳磁场磁性指数异常变化对北半球中纬度气候的影响. 地球物理学报, 2004, 47: 398–404]
- 18 Suess H E. The radiocarbon record in tree rings of the last 8000 years. *Radiocarbon*, 1980, 22: 200–209
- 19 Sonett C P, Finney S A, Berger A. The spectrum of radiocarbon. *Philos Trans R Soc A-Math Phys Eng Sci*, 1990, 330: 413–426
- 20 Damon P E, Linick T W. Geomagnetic-heliomagnetic modulation of atmospheric radiocarbon production. *Radiocarbon*, 1986, 28: 266–278
- 21 Damon P E, Cheng S, Linick T W. Fine and hyperfine structure in the spectrum of secular variations of atmospheric $D^{14}C$. *Radiocarbon*, 1989, 31: 704–718
- 22 Jose P D. Sun's motion and sunspots. *Astron J*, 1965, 70: 193–200
- 23 Tlatov A G. 22-year variations of the solar rotation and solar activity cycles. *Astron Lett*, 2007, 33: 771–779
- 24 Liu F G, Wang J. Changes of the planet juncture index and solar revolution cycle around the mass center of the solar system (in Chinese). *Chin J Geophys*, 2013, 56: 1457–1466 [刘复刚, 王建. 行星会合指数变化与太阳绕太阳系质心运转的周期. 地球物理学报, 2013, 56: 1457–1466]
- 25 Yang Z G. The possible influence of the orbital motion of the major planets on sunspot activities (in Chinese). *Acta Astrophys Sin*, 1991, 11: 370–377 [杨志根. 大行星运动对太阳黑子活动的可能影响. 天体物理学报, 1991, 11: 370–377]
- 26 Yang Z G, Zhao M. An investigation for the cause of formation of the major period of the relative sunspot numbers with bipolarity (in Chinese). *Acta Astron Sin*, 1988, 29: 297–304 [杨志根, 赵铭. 太阳极性黑子相对数主周期的成因探讨. 天文学报, 1988, 29: 297–304]
- 27 Chen X Z. Solar activity modulation by planetary perturbations (in Chinese). *Acta Astrophys Sin*, 1996, 16: 207–212 [陈协珍. 行星摄动力对太阳活动的调制. 天体物理学报, 1996, 16: 207–212]
- 28 Liu F G, Wang J, Bai S B, et al. The planetary motion and the change of 22-year cycle of the Sun spin velocity (in Chinese). *Prog Geophys*, 2013, 28: 1678–1683 [刘复刚, 王建, 白世彪, 等. 行星运动与太阳自转角速度 22 年周期变化. 地球物理学进展, 2013, 28: 1678–1683]
- 29 Liu F G, Wang J, Shang Z Y, et al. Study on long-term cyclical rhythm of solar activity (in Chinese). *Prog Geophys*, 2013, 28: 570–578 [刘复刚, 王建, 商志远, 等. 太阳赤道运动长周期韵律的成因. 地球物理学进展, 2013, 28: 570–578]
- 30 Dai W S. The Development of Solar System (in Chinese). Shanghai: Shanghai Scientific & Technical Publishers, 1979. 22–23 [戴文赛. 太阳系演化学(上册). 上海: 上海科学技术出版社, 1979. 22–23]
- 31 Zhou Y B. The Course of Theoretical Mechanics (in Chinese). 2nd ed. Beijing: Higher Education Press, 1986. 112–114 [周衍柏. 理论力学教材. 第 2 版. 北京: 高等教育出版社, 1986. 112–114]

补充材料

表 S1 (0~2000AD)期间行星会合指数和行星系日心经度变化图

本文以上补充材料见网络版 csb.scichina.com. 补充材料为作者提供的原始数据, 作者对其学术质量和内容负责.

Summary for “近两千年以来行星会合指数与行星系日心经度变化及频谱分析”

Variations of the planet juncture index and heliocentric longitude with spectral analysis for approximately 2000 years

SUN Wei^{1,2,3}, WANG Jian^{1,3*}, CHEN JinRu^{1,3}, WANG Ying⁴, LIU FuGang⁵ & YU GuangMing²

¹ College of Mathematics/College of Geography, Nanjing Normal University, Nanjing 210023, China;

² School of Resources and Environment, Anqing Normal University, Anqing 246133, China;

³ Jiangsu Center for Collaborative Innovation in Geographical Information Resource Development and Application, Nanjing 210023, China;

⁴ School of Astronomy and Space Science and Key Laboratory of Modern Astronomy and Astrophysics in Ministry of Education, Nanjing University, Nanjing 210093, China;

⁵ College of Science, Qiqihar University, Qiqihar 161006, China

* Corresponding author, E-mail: jwang169@vip.sina.com

Planetary system trajectory is inherently related to sun movement. Considering that planetary system movement affects solar activity and even global climate change, studies on its changing law and characteristic are of significance and values. In this study, the kinematic index of planet heliocentric longitude is created based on the orbital elements of planets in the solar system. Both the planet juncture index and heliocentric longitude are used to investigate the periodic planetary system movement around the barycentre of the solar system. The planet juncture index is the norm of the total quality-vector-weights for planetary system. It represents the distance between the barycentre of the planetary system and the sun. When all planets nearly align, the planet juncture index peaks; otherwise, it falls. The planet heliocentric longitude is the angle between the line from the projection of the barycentre of the planetary system onto the datum to that of the sun and the datum axis. The planet heliocentric longitude ranges from 0 to 2π . The planet juncture index and heliocentric longitude are two important kinematic indexes for researching the changing law and characteristic of planetary system movement. The former represents the distance between the barycentre of the planetary system and the sun and the degree of convergence and separation of the planetary system. The latter represents the exact location of the barycentre of the planetary system relative to that of the solar system. This study explores the changing rule and characteristic of planetary system movement through the two kinematic indexes. Results of this study bear significance and value on theories of studies on solar movement, solar activity and global climate change.

The power spectrum analysis method is a spectral analysis indicating digital time-series in different frequencies of energy distribution, which reflects the distribution of power spectrum in different frequencies of stochastic signal. The implied periodic trends in the frequency domain are revealed with the power spectrum analysis method by analysing the character of signal and processing every coordinate time-series with Fourier transform. Both the planet heliocentric longitude and juncture index are studied through numerical simulation. The base data of the variations of planet juncture index and heliocentric longitude for nearly 2000 years are derived. The comparison between the base data of the two kinematic indexes show that both exhibit periodic trends and varying characteristics similar to those of the planetary system movement. The power spectra of results reveal that both the planet juncture index and heliocentric longitude are complicated, with remarkable periodicity parameters of 35.958, 19.873, 13.768 and 12.807 a for the former and 162.602, 29.446, 11.865, 8.457, 7.421 and 5.936 a for the latter. The most remarkable periodicity parameters are 19.873 and 11.865 a. To a certain extent, these periodic trends provide basis for analysing solar activity and global climate change.

Planet juncture index indicates the moving pattern of the barycentre of the planetary system around that of the solar system and thus specify the moving pattern of the sun around the barycentre of the solar system. Planet heliocentric longitude indicates the accurate position of the barycentre of the planetary system relative to that of the sun and thus indicates the accurate position of the barycentre of the solar system relative to that of the sun. Both provide an effective means to investigate the relationship between sun movement and solar activity.

heliocentric longitude, N-body integration, centroid of planetary system, planet juncture index, numerical simulation

doi: 10.1360/N972016-00447