

论文

伽利略卫星磁异常起源的数值模拟

焦立果^{①*}, 匡伟佳^②, 马石庄^①

① 中国科学院研究生院地球科学学院计算地球动力学实验室, 北京 100049;

② NASA Goddard Space Flight Center, Greenbelt MD 20771, USA

* E-mail: liguo1978.jiao@gmail.com

收稿日期: 2011-01-31; 接受日期: 2011-05-04

国家自然科学基金(批准号: 40328006)、美国国家航空航天局的火星基础研究项目和地球科学信息伙伴基金支持

摘要 伽利略号任务探测到了起源于伽利略卫星的磁异常. 这些磁异常很可能来自于卫星内部, 并且受到强大的木星背景磁场的影响. 观测磁异常可能来自各种不同的产生机制, 这里通过数值模拟主要研究卫星内部磁对流和发电机行为. 为了模拟卫星周围的电磁环境, 在模型中引入了一个固定取向、空间均匀, 但是强度可变的外磁场 B_0 . 模拟结果显示, 强度足够大的 B_0 可以显著的改变核内的发电机过程. 当 B_0 增加到原发电机磁场强度的 40% 时, 核内对流的改变非常显著: 整体对流强度减弱了 80%, 但是在大部分区域的差动旋转却增强了, 这导致了核内总磁场的增加. 磁场的形态趋向于同背景场一致, 而流场则显示出背景场对原有对称性的抑制作用. 此外, 磁场在时间变化上也趋向于更加稳定.

关键词伽利略卫星
磁场
磁对流
发电机

伽利略号飞船在木星四颗最大的卫星 Io, Europa, Ganymede 和 Callisto (从伽利略 1610 年的初始观测之后被命名为伽利略卫星) 的掠过式探测中, 发现了显著的磁异常, 不同卫星上磁场的强度和形态都不同^[1]. 这些磁异常的起源, 有几种可能的情形^[2-4], 不过都只能部分的解释观测信号, 例如, 冰底海洋的电磁感应可以较好的解释 Europa 观测磁异常的时间变化, 但只是针对磁异常中垂直于旋转轴的分量(水平分量), 而无法解释平行分量(竖直分量), 并且仅限于三次远离木星磁赤道的观测^[5]; 外部空间等离子体效应可以较好的解释 Io 的磁异常, 但是对 Ganymede^[6] 和 Europa^[7] 则不适合; 特别地, Ganymede 的磁异常已确定来自于其内部, 并且人们推测其起源于液态金属核内的发电机行为^[4]. 此外, 在 Europa 几次观测中所发现的竖直磁异常的时间变化, 也显示了在冰底海洋内部或许存在着比简单的电磁感应更为复杂的磁流体动力学(MHD)过程^[8].

如果这些磁异常起源于卫星内部, 那么有很多基本问题需要解答. 例如, 在导电流体内部, 卫星本身磁场要远远超过外磁场^[9]. 立即我们想知道: 这样一个相对微弱的背景场如何影响流体内部复杂的 MHD 过程? 另外, 对于 Ganymede 较小的金属核(半径不超过 900 km)来说, 如何仍然维持活跃的发电机? 处于外磁场下的发电机, 有什么特征? 在这种情形下, 需要多大的能量来驱动核内的发电机过程或者冰下海洋内的磁对流过程?

理解这些问题的有效的方法是数值模拟, 因为数值模拟在过去的 15 年中, 已经成功的应用于解释行星磁场的起源. 四颗伽利略卫星有不同的内部结构, 但是作为初级近似, 都可简化为外部匀强磁场 B_0 下的一个高速旋转的导电流体球壳(见图 1). 这个 MHD 系统的参数, 例如流体球壳的尺度、边界条件、外磁场强度等可以随着磁异常的系统研究及其具体应用而改变.

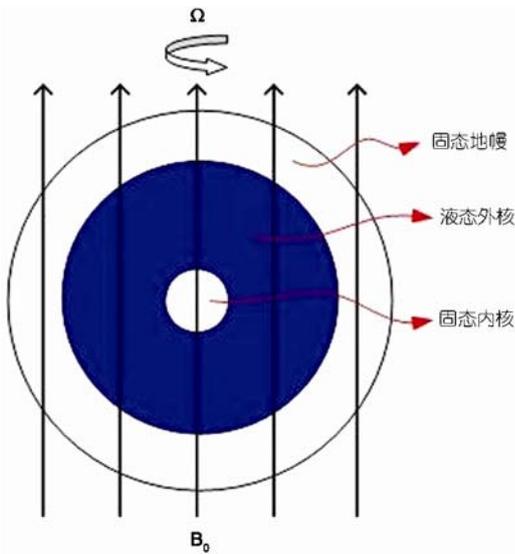


图1 简化的MHD模型

液态导电流体壳层(蓝色区域), 及内外两个固态边界层(可以导电或者绝缘), 匀强外场 B_0 为竖直方向(平行于旋转轴)

导电流体运动所产生的磁异常可以起源于发电机或者磁对流, 二者之间的主要差别在于: 对于发电机来说, 并不要求外磁场的存在, 而磁对流则要求。因此, 维持发电机比维持磁对流需要消耗更多的能量。不管哪一种情况, 我们都要求解动量方程(得到流体运动), 磁感应方程(得到时变磁场), 以及能量方程(得到系统驱动力)。作为本项工作的第一步, 我们集中研究外磁场 B_0 对发电机行为的影响。

我们的研究工具是KB97发电机模型^[10,11]的改进版。这一模型已经成功地应用于地球^[12]、天王星和海王星^[13]、火星^[14,15], 现在是伽利略卫星。本研究中对KB97模型主要的修改是引入一个外磁场, 这也是研究木卫磁异常的关键。

1 数学模型

卫星内部导电流体的MHD过程可由以下耦合的非线性方程组来表示:

$$\begin{cases} R_0 \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \right) \mathbf{V} + \hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{V} = -\nabla p + \mathbf{J} \times (\mathbf{B} + \mathbf{B}_0) \\ \quad + R_{th} \Theta \mathbf{r} + E \nabla^2 \mathbf{V}, \\ \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{B} = \nabla \times [\mathbf{V} \times (\mathbf{B} + \mathbf{B}_0)] + \nabla^2 \mathbf{B}, \\ \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \right) \Theta = -(\mathbf{V} \cdot \nabla) T_0 + q_k \nabla^2 \Theta, \end{cases} \quad (1)$$

其中, B_0 是外磁场, R_{th} 是描述系统驱动力的 Rayleigh 数, R_0 , E 和 q_k 是描述系统各种耗散效应的无量纲参数。这些方程被定义在随着卫星旋转的非惯性参考系内, 所选取的特征空间尺度为卫星流体外核的半径 $L=r_{oc}$, 时间尺度为磁扩散时间 $\tau = L^2/\eta$, 其中 η 为磁扩散系数, 而特征磁场选为强场发电机(洛伦兹力与科氏力相当)的典型强度, 即 $\beta = \sqrt{2\Omega\mu\rho\eta}$, 其中 Ω 是卫星的自转角速度, μ 为磁导率, ρ 为核内流体的平均密度。关于更详细的无量纲化规则及各个参数的具体定义, 参见文献[11, 12]。除非特别定义, 本文其他地方所出现的数值都是无量纲化的。

需要指出的是, 核内的总磁场 B_{total} 是由流体系统所产生的磁异常 B 以及外部木星背景磁场 B_0 两部分所组成。伽利略卫星远离木星, 它们的半径远远小于行星-卫星距离。此外, 木星磁场近乎平行于其旋转轴(其偶极矩同旋转轴之间有一个 10° 的小夹角), 木星的偶极磁场也是 B_0 的主要来源。因此, 假设 B_0 为轴向, 恒定, 并且均匀分布于流体系统, 是一个很好的近似。采用这个近似后, 我们得到了简化的MHD方程组(1)。

关于背景场强度的选择, 由于卫星系统参数的不确定性, 相对于绝对强度来讲, 更有意义的是其相对强度。而磁场观测显示, 表面背景场的相对强度 $|B_0|/|B|$ 对于不同的卫星各有不同。在导电流体内部, 这个比率则会更小, 一般来说不会超过 $0.1^{[9]}$ 。为了在数值模拟中保持这一比率, 我们假设外磁场强度 $B_0 (=|B_0|) \leq 0.1$, 略小于纯粹的发电机磁场(即没有外场的情况下)的40%, 见图2。首先我们集中研究 B_0 对卫星内部可能的发电机状态的影响。为此, 我们选择 Rayleigh 数 R_{th} 大约 2 倍于发电机起始的临界值。在我们所有的模拟中, 只有背景场强 B_0 改变, 而其他参数则保持不变。

2 数值结果

在我们的模拟中, 外磁场强度由 $B_0 = 0$ 逐渐增加到 $B_0 = 0.1$ 。纯发电机情形($B_0 = 0$)已经由先前的发电机解作了校验, 以确保程序修改的正确性。对于给定的 B_0 , 直到解充分发展并且维持足够长的时间以后模拟才会停止, 因为此时我们才能针对所选择的物

理参数作结果分析, 尤其是系统的时间平均特征. 任意变量 f (可以是磁场、速度, 或者其他) 的时间平均定义为:

$$\bar{f} = \frac{1}{T} \int_{\tau_0}^{\tau_0+T} f(t) dt, \quad (2)$$

这里 T 选为一个磁自由扩散时间 ($\tau_f = L^2 / \pi^2 \eta$), T_0 是当数值解充分发展以后所选择一个起始时间. 当 B_0 改变时, 新 B_0 的初始状态是这样选择的: 采用上一个 B_0 时得到的充分发展的解. 通过采用这种方式, 我们可以显著减少过渡状态所需要的计算时间.

当 $B_0=0$ 时, 发电机的解具有关于 \mathbf{B} 的空间反射对称性(即: 将 \mathbf{B} 换成 $-\mathbf{B}$ 后解依然成立). 而当加入 B_0 以后, 这一对称性被打破了. 因此, 为了更好地理解背景场对发电机过程的影响, 在我们的模拟中考虑了以下两种情形: 第一组开始于偶极矩同 B_0 平行的发电机状态; 第二组用同第一组同样的发电机解, 但是采用反向极性(即将 \mathbf{B} 换作 $-\mathbf{B}$).

在这两组模拟中我们都发现, 当 B_0 由 $B_0 = 0$ 开始逐渐增加的过程中, 时间平均的磁场强度 \bar{B} 增加的都很快. 如图 2(仅给出了反向极性的情形, 正向结果与之相似)所示, 当 B_0 仅为原有发电机场强的一小部分时, \bar{B} 却增加了一倍. 图中我们也可以看出, 环型场 B_T 和极型场 B_P ($B = B_T + B_P$) (同样是时间平均值, 为方便起见, 此处省略其标记, 下同)随着 B_0 都是单调(B_P 在 $B_0=0.02$ 处有一个例外)增加. 类似于纯粹的发电机过程, B_T 总是明显强于 B_P ($B_T / B_P \sim 1.5$). 由于仅有 B_P 是在导体区以外可以观测的, 所以即便扣除

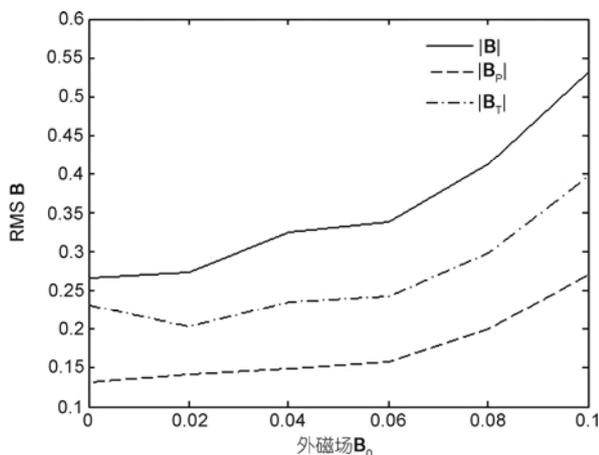


图 2 $|B|$ 随 $|B_0|$ 的变化

实线是总磁场, 虚线是极型场强, 点直线是环型场强

磁场随距离的衰减因素, 在行星表面所观测到的磁异常也不过是核内总磁异常的冰山一角.

为了研究核内磁异常的空间结构, 我们研究了由下式所定义的磁场的轴对称部分^[16]:

$$\mathbf{B}_s = B_\phi(r, \theta) \hat{\phi} + \nabla \times \frac{\psi_B}{s} \hat{\phi}. \quad (3)$$

两种不同 B_0 下的结果显示在图 3. 可以看出来的一个显著改变是所产生磁场的迁移: 当 $B_0=0$ 时, 磁场主要集中在正切圆柱(在赤道面与内核相切的同轴圆柱)以内; 但是当 $B_0=0.1$ 时, 正切圆柱以外的磁场显著增强了. 这一迁移对于环型场 B_T 来说尤为显著. 此外, 正切圆柱内的 B_P 和 B_T 都被 B_0 拉长了, 同样显示了外磁场对发电机行为的强烈影响.

磁场集中区域的迁移显示了强度足够大的 B_0 对发电机行为的影响. 为了进一步表明这一点, 我们在图 4 中给出了对流中轴对称部分的时间平均值(其定义与式(3)类似). 如图所示, 当 $B_0 = 0$ 时, 环型场 V_T 是几乎沿旋转轴不变的, 而极型场 V_P 则拥挤在一个个与旋转轴平行的狭长的细条内, 这显示流动在很大程度上满足泰勒约束^[17]. 此种效应, 在科氏力占优的快速旋转的流体核中是很典型的. 这种类型的流动对于产生磁场来说, 已经证实效率不是很高. 但是, 当 $B_0 = 0.1$, 首先看到 V_P 中许多小尺度的流动消失了, 代之以较大尺度的流动, 并且此前狭长的流动图案在垂直于旋转轴的方向被拉长了; 其次发现 V_T 有太大的不同: 除了随着到旋转轴的距离 $s(s=r \sin \theta)$ 改变之外, 沿着旋转轴也有强烈的改变. 这表明洛伦兹力很大程度上抵消了科氏力对核内流体对流的约束, 这同此前的磁对流研究结果^[18]一致.

为了更好地理解此种磁场产生的机制, 我们接下来分析了差动旋转 ($\omega_d = v_\phi / s$) 的空间分布, 其结果显示在图 5. 由图可以看出, 与 $B_0 = 0$ 相比, 当 $B_0 = 0.1$ 时, 差动旋转在正切圆柱以外的流动主体区, 大大的增强了. 这就解释了为何当 $B_0 = 0.1$ 时, 环型场在这一部分区域显著的增强. 此外, 流场强度的减弱和磁场强度的增加与能量守恒一致: 更多的动能经由发电机行为转化为磁场能量.

为了进一步表明 B_0 对泰勒约束的削弱作用, 我们在图 6 给出了赤道面内的外向流动(速度场 \mathbf{V} 的径向分量). 如图所示, 当 $B_0=0$ 时, 流动形态呈现出很明显的螺旋状, 其旋转方向(逆时针)与卫星自转一致; 而当 $B_0=0.1$ 时, 螺旋状的流动被大大的抑制, 并且出

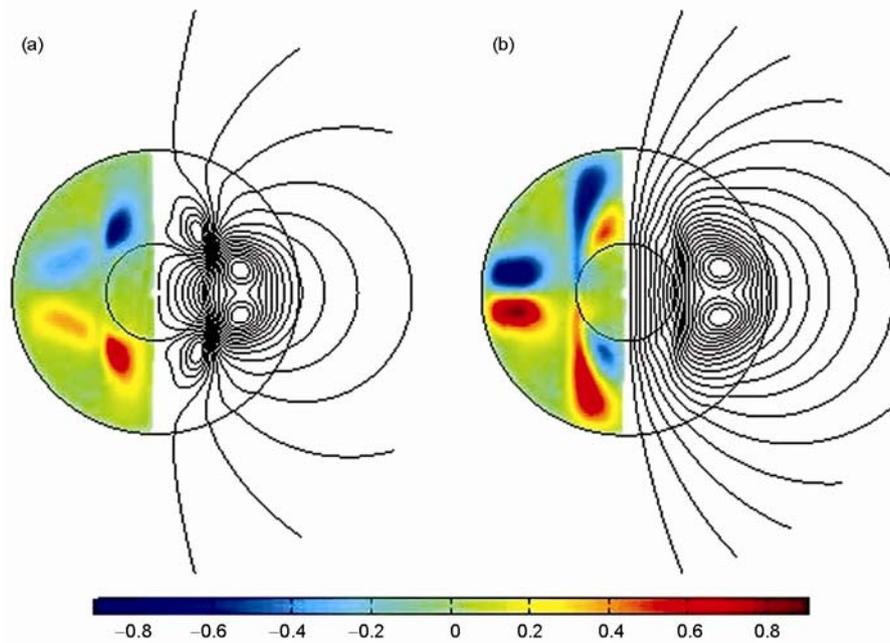


图3 轴对称磁场的空间分布

(a) $B_0 = 0$, (b) $B_0 = 0.1$. 环型场位于左半球, 而极型场的磁力线位于右半球

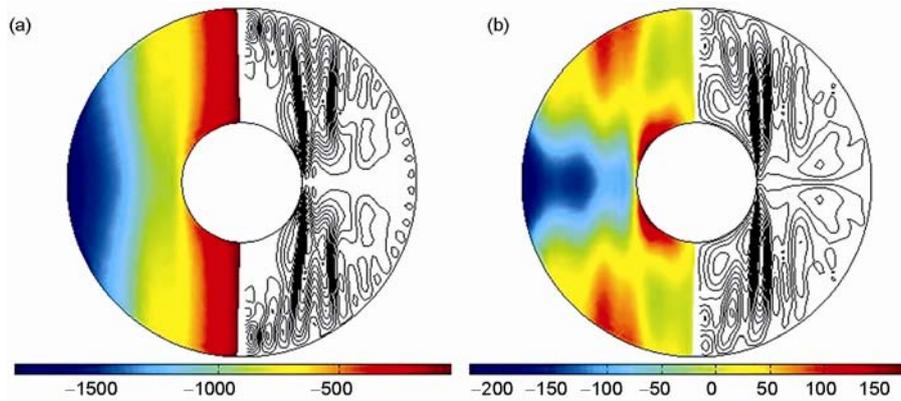


图4 轴对称速度场的空间分布

类似于图3, 但是描绘的是轴对称的速度场. (a) $B_0 = 0$, (b) $B_0 = 0.1$. 环型流场 V_T (纬向)在左半球, 而极型流场 V_P (经向)的流线在右半球

现部分与卫星自转反向的顺时针流动. 这同样显示了快速旋转对流体对流的约束被 B_0 显著削弱了.

3 讨论

现在我们对模拟结果作一些总结, 并且尝试将其应用于伽利略卫星磁异常研究. 虽然数值模型本身对于四颗卫星都是通用的, 但是这里主要模拟了背景场对发电机行为的影响, 而只有 Ganymede 存在

明确的发电机磁场, 因此下面的讨论将主要围绕 Ganymede 展开.

当没有外磁场时, 发电机磁场主要集中在正切圆柱的表面及内部, 如图 3(a)所示. 然而, 当一个强度达到原有场强 40% 的 B_0 被引入系统时, 所产生的磁场在正切圆柱以外同样也变得非常显著, 如图 3(b)所示. 这显示出发电机区域逐渐扩展到整个流体外核. 由背景场影响导致的发电机区域的转移也必然带来表观磁场空间形态的变化. 先前关于 Ganymede

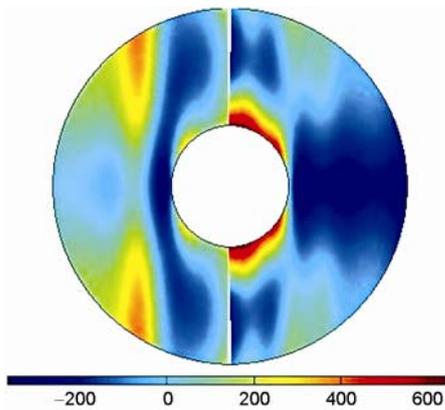


图5 轴对称差动旋转的空间分布

左半球 $B_0 = 0$, 右半球 $B_0 = 0.1$. 角速度的平均值已经被减去

磁场形态的研究^[19]显示: 其表面四极矩与偶极矩强度之比仅有 0.0016, 这要比地球小两个量级. 除了受可能的发电机区域的深度影响以外, Kivelson 等^[19]还认为这或许跟背景磁场的影 响有关, 即: 偶极背景场使得发电机磁场的偶极性增强. 我们的模拟显示出背景场对核内及表观磁场的影 响(见图 3), 使得其趋向于同背景场一致, 这证实了 Kivelson 等^[19]的构想. 此外, 背景磁场的取向使得发电机磁场具有了一个优势方向, 我们的模拟也证实了这一点, 并且在量级上与 Sarson 等的研究结果^[20]相近(需 $B_0 \sim 0.1$).

B_0 作用下的发电机区域的扩展源自正切圆柱以外差动旋转的增强. 如图 5 所示, 差动旋转越强, 所产生的磁场也越强. 虽然差动旋转本身在卫星表面

并无明显的可观测效应, 但是由磁力线冻结效应, 核幔边界流场的变化可以反映到表面磁场的西漂之中^[21]. 由图 4(a)图案可知, 背景场不仅使得西漂速度大大减弱, 并且在西漂的方向上面也出现了随着纬度的变化. 我们期待着后续的观测可以证实这一点.

伴随着发电机区域增加的是对流速度场的空间变化. 增加外磁场 B_0 所带来的结果是对泰勒约束(源自强大的科氏力对流体对流的影响)的削弱. 从而, 如图 4 和图 6 所示, 流动由轴向不变、小尺度的、强螺旋状的($B_0 = 0$)变化到沿转轴变化明显、大尺度的、弱螺旋状($B_0 = 0.1$). 流场的减弱和差动旋转的增强显示, 由于 B_0 的影响, 对流对于产生磁场来说更加高效. 与此相关的近来存在较大争议的 Ganymede 发电机磁场的驱动能源问题: 到底是什么能量的驱动, 使得 Ganymede 不足 900 km 的液核在几十亿年以后仍然可以维持活跃的发电机呢^[22]? 已有的研究表明, 传统的热对流/组分对流和潮汐力^[23]都不足以维持其发电机至今. 而我们的模拟显示, 对于同样的热浮力(也就是同样大小的 R_{th}), 相对于没有背景场的情形而言, 强大的洛伦兹力可以有效的抵消科氏力对流体对流的约束作用. 因而, 背景场的存在可以显著降低驱动对流的能量阈值. 初步的模拟显示, 当 $B_0 = 0.01$ 时, 临界 Rayleigh 数的减小约为十分之一.

同样有意义的是我们注意到在核内流体系统中极型场的时间变化. 当 B_0 增加时, 在模拟结果中发现了磁场(极型场)能量的转移: 由高频到低频, 见图 7, 其结果就是导致可观测磁场强度的更慢的时间变

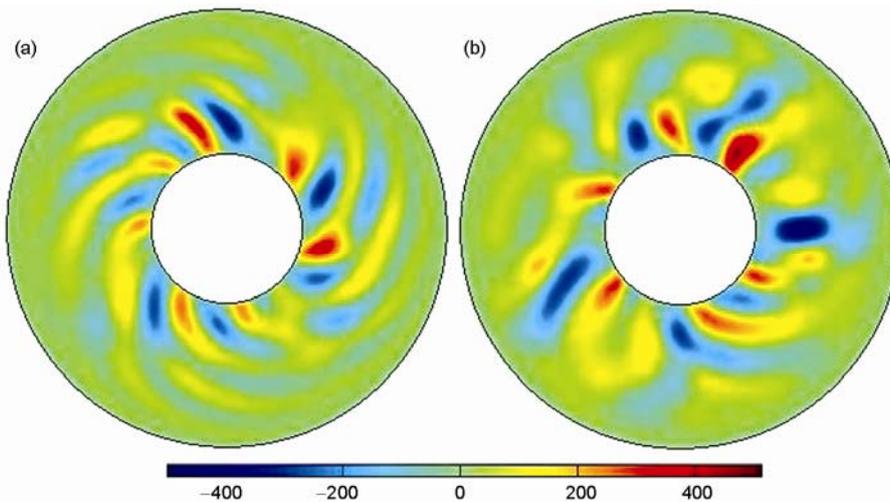


图6 赤道面外向流动的瞬值

(a) $B_0 = 0$, (b) $B_0 = 0.1$

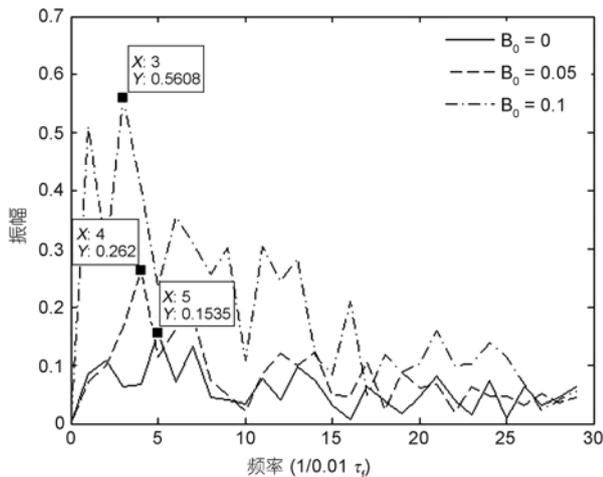


图7 频域上的液核内极型场强 $|B_p|$

化. 这一点可与表面磁场的西漂观测相结合, 共同考察背景磁场对原有发电机磁场时间变化的影响. 由于我们加入的是恒定背景场, 因此其使得卫星系统磁场的时域尺度变长也就不足为奇.

4 结论

为了理解伽利略卫星的磁异常, 我们进行了一系列的数值模拟来研究一个快速旋转的导电流体球壳的磁场特征, 特别研究了外磁场 B_0 对这一壳层

发电机行为的影响. B_0 的强度由 0 增加到原发电机场强的 40%. 由数值模拟发现, 即使对于一个相对较弱的外磁场, 原有的发电机行为依然经历了很多基本的改变. 这些变化可以反映到核内磁场和流场形态的变化, 也可藉由表面磁场的空间形态和时间变化两方面加以观测和证实. 我们也将这些数值结果尝试性地应用于 Ganymede 磁场的研究, 发现在发电机的驱动能源、磁场形态和时间变化等方面, 背景磁场都有较为显著的影响.

本研究所采用的部分无量纲参数: $R_0=E=1.25 \times 10^{-6}$, $q_A=1$, 由于受计算条件的限制, 均与实际参数相差几个数量级, 这也是目前所有发电机数值解所面临的普遍问题^[24]. 外场强 B_0 的变化范围在 0.01~0.1 之间, 这超出了伽利略卫星的实际情形: 对于 Ganymede 来说, 相对 B_0 的大小约为 0.001. 这一数值太小, 以至于在我们的模拟中无法有效地评估其影响. 然而, 如果使用更小的 R_0 或 E , 或者更大的 R_0 , 结果可能会大大地不同. 此外, 关于发电机的驱动能源, 本研究中采用的是热驱动, 即在 ICB 和 CMB 采用固定的热流密度, 如果卫星同时由强大的足以导致冰下海水融化的潮汐力^[25]所驱动的时候, 情况也会有所不同. 因此, 在考虑将本研究结果应用于伽利略卫星磁场的定量解释的时候, 应注意以上情形.

致谢 感谢蒋伟元、魏自刚博士, 周元泽副教授, Juying Warner 和徐文耀教授等对本项研究的各项支持. 同时, 感谢审稿专家提供的宝贵意见.

参考文献

- 1 Showman A P, Malhotra R. The Galilean satellites. *Science*, 1999, 286: 77–84
- 2 Khurana K K, Kivelson M G, Stevenson D J, et al. Induced magnetic fields as evidence for subsurface oceans in Europa and Callisto. *Nature*, 1998, 395: 777–780
- 3 Saur J, Neubauer F M, Strobel D F, et al. Interpretation of Galileo's Io plasma and field observations: I0, I24 and I27 flybys and close polar passes. *J Geophys Res*, 2002, 107(A12): 1422–1439
- 4 Schubert G, Zhang K K, Kivelson M G, et al. The magnetic field and internal structure of Ganymede. *Nature*, 1996, 384: 544–545
- 5 Kivelson M G, Khurana K K, Kivelson M G, et al. Europa and Callisto: Induced or intrinsic magnetic fields in a periodically varying plasma environment. *J Geophys Res*, 1999, 104(A3): 4609–4625
- 6 Kivelson M G, Khurana K K, Russell C T, et al. Discovery of Ganymede's magnetic field by the Galileo spacecraft. *Nature*, 1996, 384: 537–541
- 7 Zimmer C, Khurana K K, Kivelson M G. Subsurface oceans on Europa and Callisto: Constraints from Galileo magnetometer observations. *Icarus*, 2000, 147: 329–347
- 8 Kivelson M G, Khurana K K, Russell C T, et al. Galileo magnetometer measurements: A stronger case for a subsurface ocean at Europa. *Science*, 2000, 289: 1340–1343

- 9 焦立果, 匡伟佳, 马石庄. 伽利略卫星观测磁异常及其解释. 地球物理学进展, 2010, 25: 1259–1272
- 10 Kuang W J, Bloxham J. An Earth-like numerical dynamo model. *Nature*, 1997, 389: 371–374
- 11 Kuang W J, Bloxham J. Numerical modeling of magnetohydrodynamic convection in a rapidly rotating spherical shell: Weak and strong field dynamo action. *J Comput Phys*, 1999, 153: 51–81
- 12 Kuang W J, Chao B F. Topographic core-mantle coupling in geodynamo modeling. *Geophys Res Lett*, 2001, 28: 1871–1874
- 13 Stanley S, Bloxham J. Numerical dynamo models of Uranus' and Neptune's magnetic fields. *Icarus*, 2006, 184: 556–572
- 14 Kuang W J, Jiang W Y, Wang T Y. Sudden termination of Martian dynamo?: Implications from subcritical dynamo simulations. *Geophys Res Lett*, 2008, 35: 14204–14208
- 15 王天媛, 匡伟佳, 马石庄. 数值模拟火星磁场古发电机: Rayleigh 数对系统的影响. 中国科学 D 辑: 地球科学, 2009, 39: 157–165
- 16 Kuang W J. Force balances and convective state in the earth's core. *Phys Earth Planet Inter*, 1999, 116: 65–79
- 17 Taylor J B. The magneto-hydrodynamics of a rotating fluid and the Earth's dynamo problem. *Proc R Soc Lon Ser A*, 1963, 274: 274–283
- 18 Chandrasekhar S. *Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability*. New York: Dover Publications, 1981
- 19 Kivelson M G, Khurana K K, Volwerk M. The permanent and inductive magnetic moments of Ganymede. *Icarus*, 2002, 157: 507–522
- 20 Sarson G R, Jones C A, Zhang K K. Dynamo action in a uniform ambient field. *Phys Earth Planet Inter*, 1999, 111: 47–68
- 21 Bullard E C, Freedman C, Gellman H, et al. The westward drift of the Earth's magnetic field. *Philos Trans R Soc Lond*, 1950, A243: 67–92
- 22 Stevenson D J. Planetary magnetic fields. *Earth Planet Sci Lett*, 2003, 208: 1–11
- 23 Bland M T, Showman A P, Tobie G. The production of Ganymede's magnetic field. *Icarus*, 2008, 198: 384–399
- 24 Glatzmaier G A. Geodynamo simulation—How realistic are they? *Annu Rev Earth Planet Sci*, 2002, 30: 237–257
- 25 Tyler R H. Strong ocean tidal flow and heating on moons of the outer planets. *Nature*, 2008, 456: 770–773