

基于细观结构的颗粒介质应力应变关系研究

刘斯宏, 姚仰平, 孙其诚, 李铁军, 刘敏芝

河海大学水工结构研究所, 南京 210098;

北京航空航天大学土木系, 北京 100083;

清华大学水沙科学与水利水电工程国家重点实验室, 北京 100084

E-mail: sihongliu@hhu.edu.cn

2009-02-20 收稿, 2009-04-16 接受

国家自然科学基金面上项目资助(批准号: 10672050, 10872016)

摘要 用 DEM 数值计算了一个颗粒介质的双轴压缩试验, 分析了颗粒介质在等向压缩与剪切过程中颗粒细观结构的变化规律, 推导出一个基于颗粒细观结构变化的颗粒介质屈服函数, 其形式与修正剑桥模型的屈服面相似. 利用该屈服面方程, 可以通过颗粒接点数按接触角整理的分布变化说明在压缩和剪切过程中颗粒介质的屈服特性, 为从颗粒细观结构的变化规律进一步研究颗粒介质的应力-应变特性提供了一个可行的方法.

关键词
DEM
颗粒介质
屈服面
细观结构

砂土等颗粒介质由大量的颗粒组成, 它的宏观力学性质与其构成的颗粒及其内部细观结构有密切关系. 因此, 许多学者都试图从颗粒的细观角度来阐明颗粒介质的宏观力学现象. 例如, Oda^[1]将砂土的三轴压缩试验试样经固化处理后从不同的方向切成薄片, 然后观察颗粒接点数按接触角的分布, 发现颗粒接点数在剪切过程中向大主应力方向集中; Matsuoka^[2]基于光弹材料及圆铝棒的直剪试验结果, 从颗粒接点数分布变化规律出发推导出一个滑动面上的应力剪胀关系方程; 王裕宜等人^[3]研究了坡面泥石流爆发的应力自组织过程和沟道黏性泥石流陈性流输移系统的自组织临界特性, 揭示了泥石流形成和运动的内在机制, 为泥石流的预测与预报开拓了新的思路; 赵成刚和张雪东^[4]基于多相孔隙介质理论的质量、线动量、能量平衡方程和非饱和土力学的假定, 推导出总变形功的一种表达式, 在此基础上提出了非饱和土有效应力的表达式; 郑茂盛和金志浩^[5]考虑了颗粒增强材料的热应力分布和增强体间的相互作用, 建立了一个弹性模量和热膨胀系数在空间呈周期分布的材料模型.

早期的颗粒介质细观结构研究主要采用实验与理论推导的方法. 自从Cundall和Strack^[6]提出离散单元法(distinct element method, DEM)后, DEM数值解析成为颗粒介质细观结构研究的一种有效的工具, 因为它能提供各个颗粒的详细信息(位移、接触角、接触力、发挥的摩擦角等), 且直接建立在最基本的牛顿第二运动定律上, 避免了通常用连续介质理论研究土体应力变形特性时要用到的由试验或经验得到的本构关系. DEM特别适合于进行颗粒介质力学的机理研究, 例如, Liu等人曾用DEM研究了土体的应力剪胀方程^[7,8]、湿化机理^[9,10]和斜坡破坏机理^[11,12], 周健和刘洋等人^[13,14]曾用离散单元商业软件(PFC2D)进行了砂土剪切带形成及发展规律、渗流细观力学模拟等方面的研究.

本文用 DEM 模拟一个颗粒介质的双轴压缩试验, 根据数值模拟结果, 分析颗粒介质在压缩-剪切过程中内部细观结构(主要是颗粒接点数按接触角整理的分布)的变化规律及其原因, 探讨滑动面上宏观应力应变与颗粒细观结构量之间的关系, 并基于颗粒接点数分布的变化推导出一个颗粒介质的屈服函数.

引用格式: 刘斯宏, 姚仰平, 孙其诚, 等. 0B 基于细观结构的颗粒介质应力应变关系研究. 科学通报, 2009, 54: 1496~1503

Liu S H, Yao Y P, Sun Q C, et al. Microscopic study on stress-strain relation of granular materials (in Chinese). Chinese Sci Bull (Chinese Ver), 2009, 54: 1496~1503, doi: 10.1360/972009-138

1 双轴压缩试验 DEM 数值模拟

DEM解析中假定颗粒为刚性圆, 但允许颗粒与颗粒接触点处有一定量的重叠变形. 图1为刚性圆之间的接触模型, 该模型由弹簧及阻尼器组成, 且切线方向颗粒间的滑动符合库仑摩擦定律^[6]. 弹簧模型表示颗粒接触力与颗粒间重叠变形成线性比例关系; 阻尼器用以促使运动中的颗粒尽快趋于静止稳定, 因为DEM计算是一个动态过程, 在加荷瞬间, 颗粒产生一个运动加速度, 颗粒间的摩擦不足以消散颗粒运动产生的能量, 需要用阻尼器来补充消散运动能量. 根据图1所示的颗粒接触模型, DEM解析中用到的颗粒材料参数有颗粒法向、切向弹簧刚度系数(k_n , k_s), 阻尼器黏滞系数(η_n , η_s), 以及颗粒间摩擦角 ϕ_μ . 参照Matsuoka等人的铝棒堆积体(直径5 mm与9 mm, 混合重量比3:2)双轴压缩试验, 本文解析用的试样为直径5 mm和9 mm的两种圆颗粒、按面积比3:2的条件随机生成, 颗粒总数为5651个, 试样大小为53 cm×36 cm, 初始孔隙比 e_0 (颗粒间孔隙与颗粒面积之比)为0.2685. 铝棒堆积体是一种很理想的二维颗粒模型材料, 其比重为2.69, 非常接近实际土颗粒的比重(约为2.65), 用其进行双轴压缩试验, 前后壁面可以不用物体支撑就能直立, 没有前后壁面摩擦力的影响. 用铝棒进行试验时, 为了能堆积成形, 铝棒要有一定的长度(通常为5 cm以上), 与铝棒的直径相比要大得多. 因此, 类似于条形基础, 铝棒堆积体的双轴压缩试验接近于平面应变状态. 表1为按铝棒材料确定的计算参数, 表中法向接触刚度系数及切向接触刚度系数根据2个弹性圆柱的接触理论公式^[15]计算而得. 黏滞系数 η 则取单自由度振动体系的临界衰

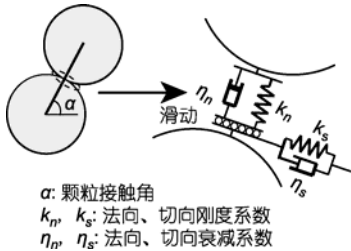


图1 DEM 颗粒接触模型

减系数($=2\sqrt{km}$). 粒子间的摩擦角 ϕ_μ 根据铝棒的摩擦试验结果而得. 以往用表1的参数进行了直剪、单剪试验与双轴压缩试验的DEM数值计算, 其结果与相应的铝棒试验结果基本相吻合^[7~10,16,17].

本文双轴压缩试验的 DEM 计算分为等向压缩($\sigma_1=\sigma_3$)与等 p 条件(即增加 σ_1 的同时, 减小 σ_3 , 从而逐渐增大应力比 σ_1/σ_3)下的剪切两个过程. 图2为试样从平均正应力 $p=5$ kPa开始逐渐等向压缩至 $p=1$ MPa的 e - $\lg p$ 曲线, 图3为 $p=50$ kPa条件下剪切试样主应力比(σ_1/σ_3)~主应变(ε_1 , ε_3)~体积应变(ε_v)的关系. 对于双轴压缩试验, $p=(\sigma_1+\sigma_3)/2$, $\varepsilon_v=\varepsilon_1+\varepsilon_3$. 可见, 对于本文计算的试样, 等向压缩过程中, 虽然试样孔隙比变化不大, 但也存在一个类似屈服的应力, 其值约为200 kPa, e - $\lg p$ 曲线与砂土等颗粒介质的相似. 剪切时, 试样先剪缩, 后剪胀, 最大主应力比 $R=\sigma_1/\sigma_3$ 约为2.2, 对应的内摩擦角 $\phi=22^\circ$.

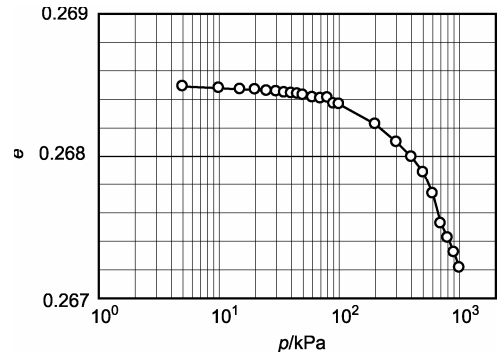


图2 等向压缩 e - $\lg p$ 曲线

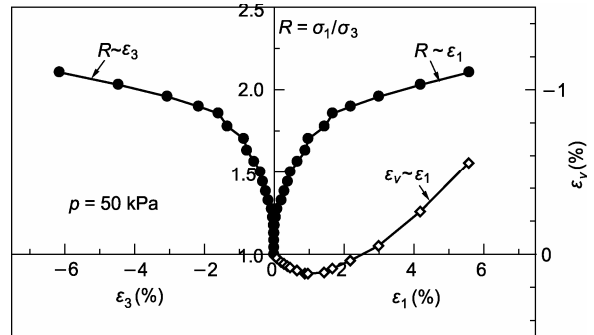


图3 $p=50$ kPa 条件下剪切应力应变关系

表1 DEM 计算参数

颗粒法向接触刚度(k_n)	颗粒切向接触刚度(k_s)	法向黏滞系数(η_n)	切向黏滞系数(η_s)	颗粒间摩擦系数(ϕ_μ)	颗粒密度(ρ)
9.0×10^9 N/m ²	3.0×10^8 N/m ²	7.9×10^4 N·s/m ²	1.4×10^4 N·s/m ²	16°	2700 kg/m ³

2 等向压缩与剪切过程中颗粒细观结构的变化

目前有多种形式表征颗粒的细观结构,常用的有组构张量(fabric tensor)^[18]、配位数、综合结构势^[19]及颗粒接触角.本文采用的是颗粒接点数按颗粒接触角整理的分布,简称颗粒接点数分布.颗粒接触角定义为相互接触的两个颗粒(接触点处有颗粒接触力产生)的圆心连线与某一基准面的夹角.图4表示了本文采用的两种颗粒接触角:(1)与大主应力 σ_1 的作用面(水平面)的夹角 α ,以逆时针方向为正;(2)与潜在滑动面法线的夹角 θ .潜在滑动面(mobilized plane)指的是与大主应力 σ_1 作用面成 $45^\circ + \phi_{mo}/2$ 的面(ϕ_{mo} 为剪切过程发挥的内摩擦角)^[20,21].

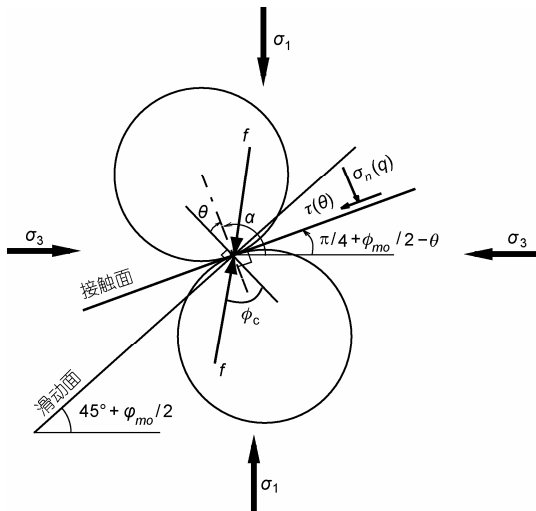


图4 颗粒接触角的定义

图5为试样等向压缩及剪切时的颗粒接触力的传递分布图,线条的粗细代表颗粒接触力的大小.可见,颗粒接触力组成了大小不同的力链,通过相互接触的颗粒,即颗粒接触点处传递,因此,力链能反映出颗粒的构造.等向压缩时,力链结构基本为圆形;从等向压缩到剪切,颗粒接触力向大主应力方向集中,力链结构逐渐从圆形趋于椭圆形.由于颗粒接触力通过颗粒接触点传递,颗粒接触力向大主应力方向集中意味着颗粒接点数在大主应力方向上增加.用 $N(\alpha)$ 表示对应于颗粒接触角 α (参见图4)的颗粒接点数.图6为与图5对应的颗粒接点数按接触角 α 的统计分布图,实线锯齿状的半径为 $N(\alpha)$.从图中可见,等向压缩时, $N(\alpha)$ 锯齿状分布可用虚线圆来拟合,颗

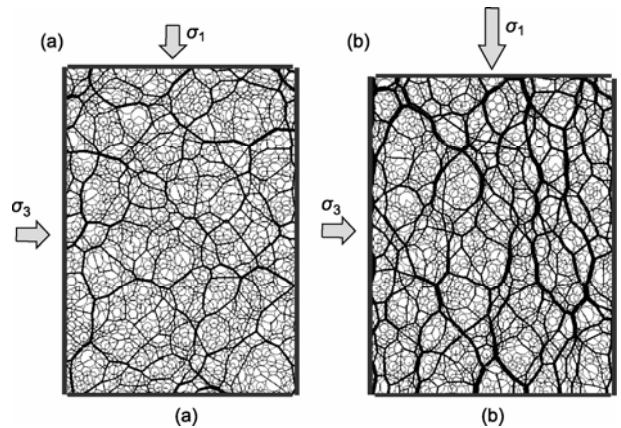


图5 颗粒接触力分布

(a) 等向压缩($\sigma_1 = \sigma_3$); (b) 剪切状态($\sigma_1 > \sigma_3$)

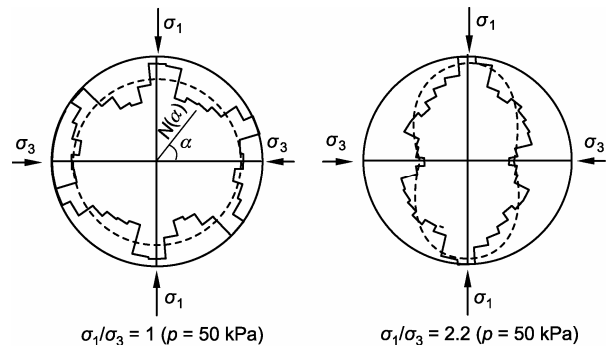


图6 颗粒接点数按颗粒接触角的统计分布图

粒结构为各向同性;剪切时, $N(\alpha)$ 锯齿状分布变成花生状或椭圆形,颗粒结构的各向异性增大.颗粒结构的这种变化是颗粒介质最为典型的特征之一,与颗粒介质的力学特性有密切的关联.

颗粒接点在剪切过程中可能发生三种变化^[2,20,21]:

(1) 始终保持接触,称为定常接点,其分布函数用 $N_s(\alpha)$ 表示;(2) 原来不接触的颗粒开始接触,产生新的接点,其分布函数用 $N_g(\alpha)$ 表示;(3) 原来相互接触的颗粒相互脱离,颗粒接点消失,其分布函数用 $N_d(\alpha)$ 表示.图7为对应于图6从剪切开始到峰值强度时的三种颗粒接点数变化的分布.可见,在剪切过程中,大部分接触颗粒为定常接点 $N_s(\alpha)$,新产生的接点 $N_g(\alpha)$ 集中于大主应力 σ_1 方向,而消失接点 $N_d(\alpha)$ 集中于小主应力 σ_3 方向,这与Oda等人^[22]试验观测的结果相同.

从等向压缩应力状态到峰值强度剪切过程中的颗粒构造变化,除了沿 σ_1 方向产生新的颗粒接点及沿 σ_3 方向颗粒接点消失外,定常接点的颗粒间也会

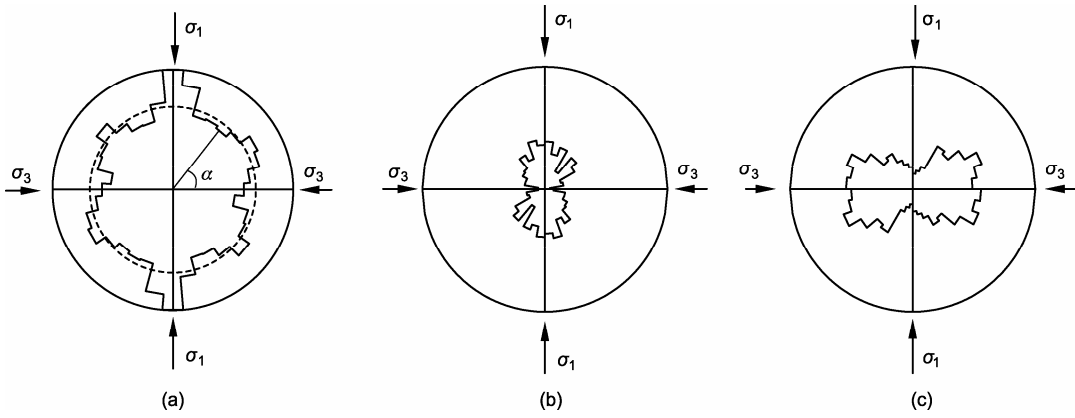


图7 $p = 50 \text{ kPa}$ 条件下剪切开始至峰值强度过程中颗粒接点数分布的变化
(a) 定常接点; (b) 新产生接点; (c) 消失接点

产生滑动与转动, 从而颗粒接触角发生变化. 图8为对应于图7(a)定常接点颗粒接触角变化量 $\Delta\alpha$ 的分布, $\Delta\alpha$ 与颗粒接触角 α 一样以逆时针方向为正, 即如果颗粒接触角 α 以逆时针方向增大, 则 $\Delta\alpha$ 为正. 对于双轴压缩试验, 通常有对称的2个滑动面, 与大主应力 σ_1 作用面的夹角为 $\pm(\pi/4 + \varphi_{mo}/2)$. 图8显示, $\Delta\alpha$ 的分布呈蝴蝶状, 集中在2个滑动面附近. 图8中的虚线为用接触角 α 的接触颗粒切平面上应力比 τ/σ_N 拟合得到的曲线. 接触角 α 的接触颗粒切平面与大主应力 σ_1 作用面交角为 $\alpha + \pi/2$, 根据摩尔应力圆, 其上作用的应力比 τ/σ_N 为

$$\frac{\tau}{\sigma_N} = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3) \sin\{2(\alpha + \pi/2)\}}{(\sigma_1 + \sigma_3) + (\sigma_1 - \sigma_3) \cos\{2(\alpha + \pi/2)\}}. \quad (1)$$

可见, $\Delta\alpha$ 分布与接触颗粒切平面上应力比 τ/σ_N 拟合得很好. 因此, 可以认为定常接触颗粒的滑动满足

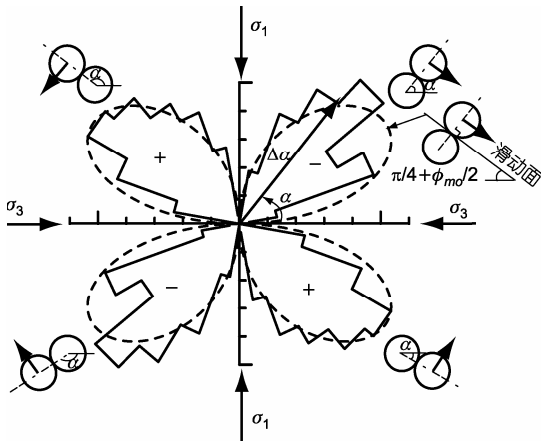


图8 定常接触颗粒接触角变化量 $\Delta\alpha$ 分布

摩擦定律, 滑动方向(正、负)与接触颗粒切平面上应力比 τ/σ_N 方向(正、负)相对应, 如图8插图中的箭头所示. 由于 $\Delta\alpha$ 分布集中在2个滑动面附近, 其最大值发生在滑动面上, 因此从颗粒接触角变化的角度可以说明, 滑动面是颗粒介质剪切的控制面^[2]. 图7(b)和(c)所示的新产生与消失接点数分布沿滑动面的整理如图9所示. 滑动面上定义的颗粒接触角 θ (参见图4)从 -90° 到 $+90^\circ$ 变化, $\theta > 0$ 表示颗粒滑动沿剪切方向, $\theta < 0$ 表示与剪切方向相反. 图9表示新生成颗粒接点主要沿剪切方向, 而消失的颗粒接点主要发生在与剪切相反的方向上.

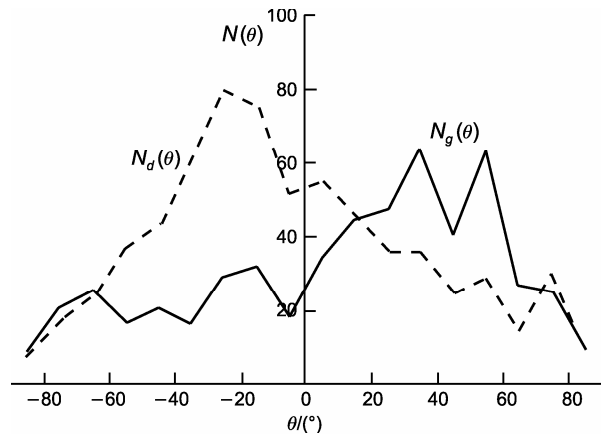


图9 滑动面上整理的新产生接点与消失接点数分布

3 滑动面上宏观应力应变与细观结构量间的关系

Liu等人^[7,8]根据铝棒的单剪与直剪试验及其相应的DEM数值模拟结果, 得出滑动面上宏观应力应变与颗粒细观结构量之间的关系为

$$\frac{\tau}{\sigma_N} = \tan 3 \bar{\phi}_c - \frac{6 \bar{\phi}_c}{\pi \cos 3 \bar{\phi}_c} \cong \tan 1.08 \bar{\phi}_c, \quad (2)$$

$$-\frac{d\varepsilon_N}{d\gamma} = \tan 3 \bar{\theta} - \frac{6 \bar{\theta}}{\pi \cos 3 \bar{\theta}} \cong \tan 1.08 \bar{\theta}, \quad (3)$$

式中 $\bar{\phi}_c$ 为滑动面上颗粒接触力倾角对颗粒接触力的加权平均值, $\bar{\theta}$ 为滑动面上颗粒接触角的平均值, 参见图 4.

对于双轴压缩试验, 滑动面上的应力比为

$$\frac{\tau}{\sigma_N} = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3) \sin \left\{ 2 \left(\frac{\pi}{4} + \varphi_{mo} / 2 \right) \right\}}{(\sigma_1 + \sigma_3) + (\sigma_1 - \sigma_3) \cos \left\{ 2 \left(\frac{\pi}{4} + \varphi_{mo} / 2 \right) \right\}}. \quad (4)$$

假定主应力方向与主应变增量方向一致, 则滑动面上主应变增量计算公式为

$$\left. \begin{aligned} d\varepsilon_N &= \frac{d\varepsilon_1 + d\varepsilon_3}{2} + \frac{d\varepsilon_1 - d\varepsilon_3}{2} \cos \left\{ 2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi_{mo}}{2} \right) \right\}, \\ \frac{d\gamma}{2} &= \frac{d\varepsilon_1 - d\varepsilon_3}{2} \sin \left\{ 2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi_{mo}}{2} \right) \right\}, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中发挥的内摩擦角 $\varphi_{mo} = \tan^{-1}((\sqrt{\sigma_1/\sigma_3} - \sqrt{\sigma_3/\sigma_1})/2)$. 根据 $p=50$ kPa 条件下剪切试验的 DEM 计算结果, 整理得到的滑动面上宏观应力应变变量与颗粒细观结构

量之间的关系如图10所示. 可见, 根据单剪与直剪试验结果得到的关系式(2)和(3)对双轴压缩试验也成立, 进一步验证了滑动面上宏观应力应变变量 (τ/σ_N , $-d\varepsilon_N/d\gamma$) 与细观结构量 ($\bar{\phi}_c$, $\bar{\theta}$) 间有良好的直线对应关系.

(2)式中 $\bar{\phi}_c$ 可表示为^[7,8]

$$\bar{\phi}_c \cong \bar{\theta} + \frac{k}{f_0} \left(1.5 \bar{\theta}^2 + \frac{\pi^2}{24} \right) = \bar{\theta} + \delta, \quad (6)$$

式中 $\bar{\theta}$ 为颗粒平均接触角, 表示颗粒的几何排列(组构), f_0 为滑动面上的平均接触力, k 为平均接触力在滑动面上直线分布的斜率, 代表平均接触力沿剪切方向倾斜的程度. (6)式表明, 颗粒介质发挥的内摩擦角 $\varphi_{mo} = \tan^{-1}(\tau/\sigma_N)$, 与颗粒的组构、平均接触力大小及其沿剪切方向倾斜的程度有关, 与通常认为的颗粒间摩擦无直接关系. 进一步研究表明^[8], 对于颗粒介质, (6)式中的右边第 2 项 δ 在剪切过程中变化很小, 可以视为定值. 因此, 颗粒接触角 θ 与抗剪强度的关系最为密切.

4 基于颗粒结构变化的颗粒介质屈服函数

现有土体弹塑性本构模型的屈服函数基本上都是基于室内三轴试验结果, 从宏观的角度推导或拟合而得. 例如, Cam-clay模型从正常固结黏土的剪胀方程(试验曲线)出发, 以塑性体积应变作为硬化参数建立屈服面和塑性势面函数^[23,24], 清华模型则是直接基于三轴试验的结果建立塑性势面方程, 并假定屈服面和塑性势面相同再求得硬化参数^[25]. 由于颗粒介质的屈服必然引起颗粒结构的变化^[26], 而颗粒接点数按颗粒接触角的分布 $N(\alpha)$ 是表征颗粒结构变化的一个重要参量, 其大小与分布直接受应力状态的影响, 因此, 可以尝试用 $N(\alpha)$ 分布的变化作为一个硬化参量来定量描述颗粒介质的屈服规律.

前已叙述, 颗粒介质在压缩与剪切过程中, $N(\alpha)$ 的大小和分布都在变化, 也就是说, 颗粒介质 $N(\alpha)$ 的大小及分布直接受应力状态的影响, 它是应力作用结果的一个内参量, 反映了颗粒介质受到外荷后细观结构的变化程度. 因此, 可以把 $N(\alpha)$ 分布作为一个硬化参量来定量描述颗粒介质的屈服规律.

下面考察两种应力路径的 $N(\alpha)$ 变化规律: 一种是从某一初始平均正应力 p 开始等向压缩, 即逐渐增大 p , 另一种是在 p 一定的条件下剪切, 即增加 σ_1 的同时减小 σ_3 , 从而逐渐增大应力比 σ_1/σ_3 , 如图 11 所示.

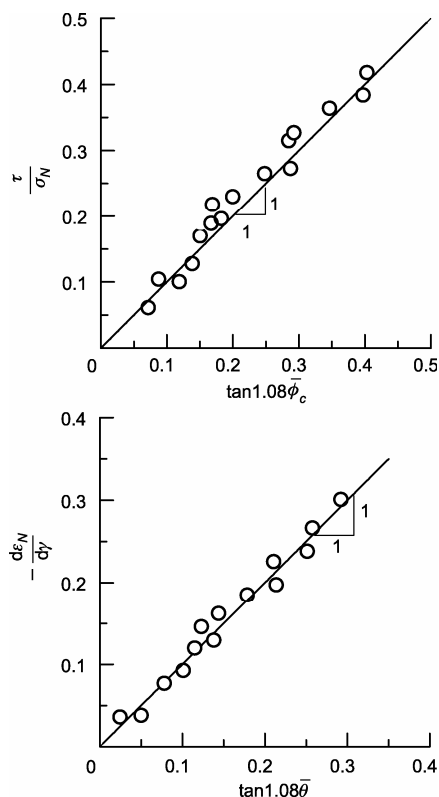


图 10 滑动面上宏观应力应变变量与细观结构量间的关系

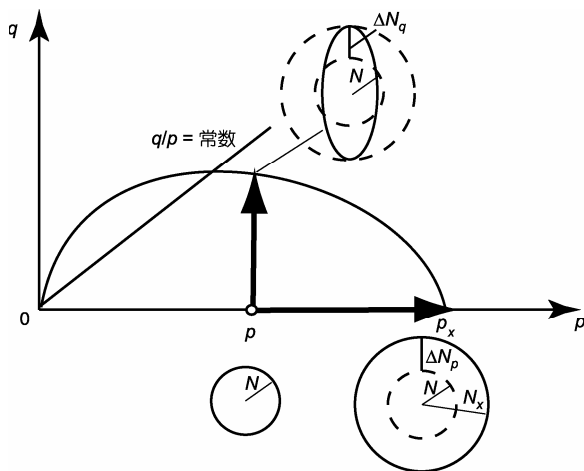


图 11 等向压缩与等 p 条件下剪切 $N(\alpha)$ 分布变化示意图

前已叙述, 等向压缩条件下, 颗粒接点数按接触角整理为均匀分布, 可用一个圆来拟合, 圆的半径为与颗粒接触角 α 对应的颗粒接点数, 用 $N(\alpha)$ 表示, 简写为 N . 当平均正应力从 p 增大到 p_x 时, 圆的半径从 N 增大到 N_x , 其增量为 $\Delta N_p = N_x - N$. 图 12 为等向压缩过程中, 由 DEM 计算得到的颗粒接点数分布的变化 ΔN_p 与平均正应力增量 $\Delta p = p_x - p$ 的关系曲线. 可见, 初始 p 从不同的值开始增加, ΔN_p 与 Δp 的关系可以用指数形式拟合. 对于本文研究的试样, 其关系式为

$$\frac{\Delta N_p}{N} = 0.009755 \left(\frac{p_x - p}{p} \right)^{0.6} \quad (7)$$

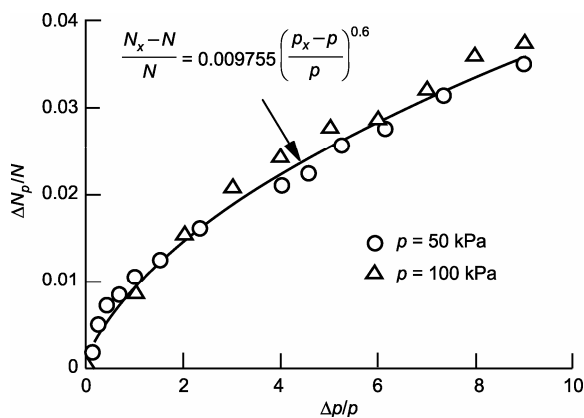


图 12 等向压缩过程中颗粒接点数分布的变化

图 13 为等 p 条件下剪切过程中颗粒接点数分布的变化, 图中 ΔN_q 为沿 σ_1 方向颗粒接点增加与沿 σ_3 方向颗粒接点减小的总和, 相当于宏观偏应力 $q = \sigma_1 - \sigma_3$. 可见, 对于不同的 p , 剪切过程中颗粒接点

数分布的变化 ΔN_q 与宏观偏应力 q 可以很好地用直线关系拟合. 对于本文研究的试样, 其关系式为

$$\Delta N_q / N = 0.012 (q/p) \quad (8)$$

对于颗粒介质的屈服, 从细观的角度, 可以认为从某一 p 开始等向压缩过程中的颗粒接点数分布的变化量 ΔN_p 与等 p 条件下剪切过程中颗粒接点数分布变化 ΔN_q 相等(参见图 11), 即

$$\Delta N_p = \Delta N_q \quad (9)$$

因此, 由(7), (8)和(9)式可得基于颗粒结构变化的颗粒介质的屈服方程为

$$f = \frac{q}{p} - \kappa \left(\frac{p_x - p}{p} \right)^n = 0, \quad (10)$$

式中 κ 和 n 为反映颗粒结构变化的参数, 对于本文试样, 其值分别为 0.813 与 0.6. p_x 为屈服面与 p 轴交点处的平均正应力. 当 $\kappa = 0.813$, $n = 0.6$ 时, 根据(10)式绘制出的屈服曲线见图 14. 为了进行比较, 该图中也绘出了剑桥模型的屈服曲线, 其屈服方程为

$$\text{原始剑桥模型 } f = \frac{q}{p} - M \ln \frac{p_x}{p} = 0, \quad (11)$$

$$\text{修正剑桥模型 } f = q^2 + M^2 (p^2 - p_x p) = 0. \quad (12)$$

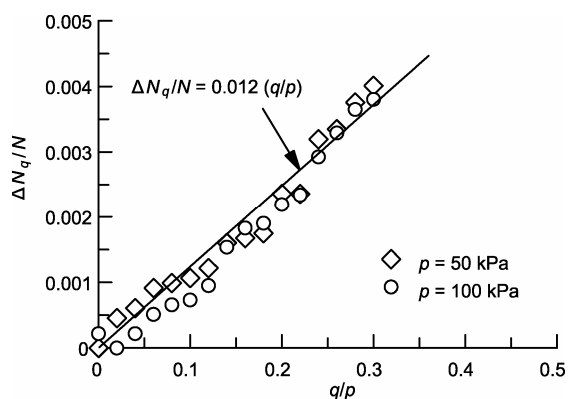


图 13 等 p 条件下剪切过程中颗粒接点数分布的变化

图 14 中剑桥模型所用参数 M 按与图 3 对应的 $\phi = 22^\circ$ 计算为 0.856. 可见, 基于颗粒结构变化的屈服面形状与剑桥模型的屈服面非常相似, 且更接近于修正剑桥模型. 图 14 中的 p_x 与硬化参数有关, 屈服面的大小随 p_x 的变化而变化. 剑桥模型中, p_x 与塑性体积应变建立关系, 即以塑性体积应变为硬化参数. 事实上, 塑性体积应变与孔隙比 e 有直接的关系, 而孔隙比 e 的大小代表的就是颗粒的几何排列, 反映

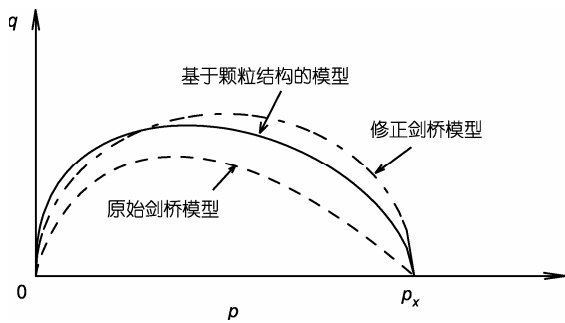


图 14 基于颗粒接点数分布变化的颗粒介质屈服面

了颗粒的结构。因此，剑桥模型以塑性体积应变为硬化参数间接地反映了颗粒结构的变化。(10)式中的 p_x 与颗粒接点数按颗粒接触角整理的分布直接建立关系， p_x 越大，颗粒接点数分布的圆半径 N 越大，是反映颗粒结构变化的内参量。(10)式表示的屈服函数的硬化参数可视为颗粒接点数的分布，与剑桥模型以塑性体积应变为硬化参数是相对应的。因此，本文从颗粒结构变化的角度研究颗粒介质的屈服规律，有助于更为深入地理解事物的本质。

5 结论

本文用 DEM 数值解析了一个颗粒介质的双轴压

缩试验，分析了颗粒介质在等向压缩与剪切过程中颗粒细观结构的变化规律，推导出一个基于颗粒细观结构变化的颗粒介质屈服函数，其主要结论如下：

() 颗粒介质等向压缩时，反映颗粒结构的颗粒接点数按接触角整理的分布为圆形，其圆的半径随平均正应力 p 的增大而增大；

() 剪切过程中，颗粒接点数的分布逐渐从圆形变化为椭圆形(或花生形)，其理由为剪切过程中颗粒接点数沿 σ_1 方向增加，而沿 σ_3 方向减小，定常接触的颗粒接触角也发生变化，其变化量与颗粒间摩擦运动规律相对应；

() 剪切过程中，滑动面上宏观应力比 τ/σ_N 及应变增量比 $-d\varepsilon_N/d\gamma$ 分别与颗粒细观结构量 $\bar{\phi}_c$ 及 $\bar{\theta}$ 间有良好的直线对应关系；

() 颗粒接点数按接触角整理的分布是反映颗粒结构的一个重要指标，基于颗粒结构变化的屈服面形状与修正剑桥模型的屈服面非常接近，使用该屈服面方程可以通过颗粒接点数分布的变化说明在压缩和剪切过程中颗粒介质的屈服特性，为从细观结构的变化规律进一步研究颗粒介质的应力-应变特性提供了一个可行的方法。

参考文献

- Oda M. Initial fabrics and their relations to mechanical properties of granular material. *Soils Found*, 1972, 12: 17—36
- Matsuoka H. A microscopic study on shear mechanism of granular materials. *Soils Found*, 1974, 14: 29—43
- 王裕宜, 詹钱登, 陈晓清, 等. 泥石流体的应力应变自组织临界特性. *科学通报*, 2003, 48: 976—980
- 赵成刚, 张雪东. 非饱和土中功的表述以及有效应力与相分离原理的讨论. *中国科学 E 辑: 技术科学*, 2008, 38: 1453—1463
- 郑茂盛, 金志浩. 颗粒增强材料热应力分析的空间周期函数法. *科学通报*, 1994, 39: 1241—1245
- Cundall P A, Strack O D L. A discrete numerical model for granular assemblies. *Geotechnique*, 1979, 29: 47—65
- Liu S H, Matsuoka H. Microscopic interpretation on a stress-dilatancy relationship of granular materials. *Soils Found*, 2003, 43: 73—84
- Liu S H. Simulating direct shear test by DEM. *Canad Geotech J*, 2006, 43: 155—168[doi]
- Liu S H, Sun D A. Simulating the collapse of unsaturated soil by DEM. *Intern J Numer Anal Meth Geomech*, 2002, 26: 633—646[doi]
- Liu S H, Sun D A, Wang Y S. Numerical study of soil collapse behaviors by discrete element modeling. *Comput Geotech*, 2003, 30: 399—408[doi]
- Chen H, Liu S H. Failure characteristics and stabilization methods. *Canad Geotech J*, 2007, 44: 377—391[doi]
- Liu S H, Bauer E. A microscopic study of rainfall-induced granular slope failure. In: *Proceedings of 3rd Asian Conference on Unsaturated Soils*, Nanjing, China, 2007. 379—383
- 周健, 池毓蔚, 池水. 砂土双轴压缩试验的颗粒流模拟. *岩土工程学报*, 2000, 22: 701—704
- 刘洋, 吴顺川, 周健. 单调荷载下砂土变形过程数值模拟机细观机制研究. *岩土力学*, 2008, 29: 3199—3207
- Roak R J. *Formulas for Stress and Strain*. 4th ed. New York: McGraw-Hill, 1965. 319—321
- 刘斯宏, 卢廷浩. 用离散单元法分析单剪试验中粒状体的剪切机理. *岩土工程学报*, 2000, 22: 608—611
- 刘斯宏, 徐永福. 粒状体材料直剪试验的数值模拟及微观考察. *岩石力学与工程学报*, 2001, 20: 288—292

- 18 Satake M. Fabric tensor in granular materials. In: IUTAM Conference on Deformation and Flow of Granular Materials, 1982, 63—68
- 19 谢定义, 齐吉琳. 土结构性及其定量化参数研究的新途径. 岩土工程学报, 1999, 21: 651—656
- 20 Matsuoka H, Takeda K. A stress-strain relationship for granular materials derived from microscopic shear mechanism. Soils Found, 1980, 20: 45—58
- 21 Matsuoka H, Yamamoto S. A microscopic study on shear mechanism of granular materials by DEM (in Japanese). J Geotech Eng, 1994, 487/III-26: 167—175
- 22 Oda M, Konishi J, Nemat-Nasser S. Experimental micromechanical evaluation of granular materials: Effects of particle rolling. Mech Mater, 1982, 1: 269—283[[doi](#)]
- 23 Roscoe K H, Burland J B. On the generalized stress-strain behavior of ‘wet’ clay. In: Engineering Plasticity. Cambridge: Cambridge University Press, 1968. 535—609
- 24 Roscoe K H, Schofield A N, Thurairajah A. Yielding of clay in states wetter than critical. Geotechnique, 1963, 13: 221—240
- 25 Huang W X, Pu J L, Chen Y J. Hardening rule and yield function for soil. In: Proceedings of the 10th International Conference on Soil Mechanics and Foundations Engineering, 1981. 631—634
- 26 Matsuoka H, Akashi Y, Itoh K, et al. Deformation of yield surface based on fabric of granular material and its experimental check. In: Proceedings of the 30th Japan National Conference on Soil Mechanics and Foundations Engineering, 1995. 579—582

Microscopic study on stress-strain relation of granular materials

LIU SiHong¹, YAO YangPing², SUN QiCheng³, LI TieJun¹ & LIU MinZhi¹

¹ College of Water Conservancy and Hydropower Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China;

² Department of Civil Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China;

³ State Key Laboratory of Hydrosience and Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China

A biaxial compression test on granular materials is numerically simulated by discrete element method (DEM). The evolution of the microstructures of granular materials during isotropic compression and shearing is investigated, on which a yield function is derived. The new yield function is similar to the modified Cam-clay model and explains the yield behaviors of granular materials under isotropic compression and shearing by the distribution of the contact angles of particles.

DEM, granular material, yield surface, microstructure

doi: 10.1360/972009-138