

文章编号:1673-5005(2012)04-0051-04

波数域等价波动方程三维弹性波波场分离

李振春, 陈富强

(中国石油大学 地球科学与技术学院, 山东 青岛 266580)

摘要: 将基于传统弹性波动方程正演模拟或者反向外推得到的波场作为纵横波耦合的混合波场, 利用亥姆霍兹分解方法对混合波场进行分离, 可得到纯纵波波场和纯横波波场, 但是用这种方法分离后的波场和原波场相比产生了振幅畸变。为了消除这一现象, 笔者从亥姆霍兹分解方程入手, 利用纵波波场旋度为零, 横波波场散度为零的特性, 在波数域将传统波动方程分解为无旋部分和无散部分, 得到波动方程的一种等价表示。数值实例表明, 该方法既能获得混合波场, 纯纵波波场和纯横波波场, 又能使分离前后的波场振幅无畸变。

关键词: 亥姆霍兹方程; 波数域; 波场分离; 振幅畸变

中图分类号: P 631.4

文献标志码: A

doi:10.3969/j.issn.1673-5005.2012.04.009

Wave field separation based on 3D equivalent elastic wave equation in wave number domain

Li Zhen-chun, CHEN Fu-qiang

(School of Geosciences in China University of Petroleum, Qingdao 266580, China)

Abstract: The mixed wave field including P wave and S wave can be obtained after forward modeling or extrapolating based on the conventional elastic wave equation. The coupling wave field can be separated into pure P wave and S wave via Helmholtz decomposition. But the previous method produces amplitude distortion. To eliminate this phenomenon, a new equivalent elastic wave equation was presented in wave number domain taking advantage of the features that the curl of P wave is zero and divergence of S wave is zero. The neo-equation derives from separating the conventional wave equation into two portions contained curl-free and divergence-free. The numerical results show that the method can simultaneously produce the mixed wave field, pure P wave field and S wave field. The amplitude distortion was removed.

Key words: Helmholtz equation; wave number domain; wave field separation; amplitude distortion

基于波动方程的地震波数值模拟对于波场特征的认识具有重要的作用。对于弹性波波动方程而言, 传统的波场变量含有纵波和横波的成分, 但实际工作中有时需要纯纵波和横波波场, 例如为了提高成像精度, 消除道间串扰, 一种可行的方法是将纵横波单独成像。所以, 有必要研究如何获得单独的纵波和横波波场。在二维各向异性介质中利用广义的旋度和散度算子可以实现弹性波波场分离, 获得纯的纵波和横波^[14]。这种方式在有限精度内存在振幅畸变的现象。笔者首先根据亥姆霍兹分解, 从二

阶弹性波波动方程出发, 在波数域推导出一种等价的波动方程形式, 然后在各向同性介质中比较该等价形式和上述方式在振幅保持上的优势, 最后在三维均匀介质模型中验证该方法可同时获得混合波场、纵波波场和横波波场, 达到波场分离的目的, 且保证分离前后振幅是匹配的。

1 纵横波分离及振幅畸变分析

均匀介质中体力为零的二阶弹性波矢量¹⁵表示为

收稿日期: 2011-06-02

基金项目: 国家自然科学基金项目(40974073); 国家“863”课题(2009AA06Z06)

作者简介: 李振春(1963-), 男(汉族), 山东宁津人, 教授, 博士(后), 博士生导师, 主要从事地震波传播与正演模拟、地震成像与偏移速度分析、多尺度地震资料联合反演与综合解释理论与方法的教学与研究工作。

$$\mu \nabla^2 \mathbf{U} + (\lambda + \mu) \nabla \cdot (\text{grad} \mathbf{U}) = \rho \frac{\partial^2 \mathbf{U}}{\partial t^2}, \quad (1)$$

$$\mathbf{U}^r = \nabla \cdot \mathbf{U}, \quad (2)$$

$$\mathbf{U}^s = \nabla \times \mathbf{U}. \quad (3)$$

其中, $\text{grad} \mathbf{U}$ 的物理意义见文献[5]; $\mathbf{U}$ 、 $\mathbf{U}^r$ 和 $\mathbf{U}^s$ 分别为混合波场、纵波场和横波场。利用式(1)作为控制方程进行数值模拟,即可得到 $\mathbf{U}$ 的数值解,进而利用纵波场无旋、横波场无散的特性,对混合波场分别求散度和旋度,即可得到 $\mathbf{U}^r$ 和 $\mathbf{U}^s$ 。在

各向同性介质中利用集中力源激发,用伪谱法数值模拟^[6]获得了某接收点记录到的质点振动状态,即混合波场(图1(a)),然后利用散度算子和旋度算子求得纵波场(图1(b))和横波场(图1(c))。同时也可以看到,和混合波场相比,虽然获得了分离后的波场,但是其振幅大小存在较严重的不匹配现象^[7]。这一现象将会对偏移成像中的波场延拓、地震数据保幅处理以及提高地震资料的分辨率方面产生不利的影响^[8]。

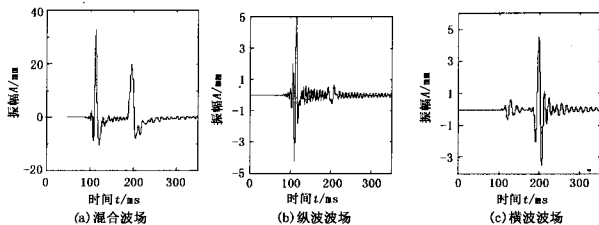


图1 各向同性介质中从混合波场提取纵横波示意图

Fig.1 Schematic diagram of separating mixed wave field into P and S wave in isotropic media

2 等价弹性波波动方程

三维矢量波场 $\mathbf{U}$ 可以表示为

$$\mathbf{U} = U_x \mathbf{i} + U_y \mathbf{j} + U_z \mathbf{k}. \quad (4)$$

式中, $(\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k})$ 为笛卡尔坐标系下的单位基向量; U_x 、 U_y 和 U_z 表示波场分量。

由亥姆霍兹分解原理可知,任何一个矢量场都可以表示为一个无旋场和一个无散场的叠加^[9]。另一方面,纵波场和横波场分别满足无旋和无散的特性^[10-11],即

$$\nabla \times \mathbf{U}^r = 0, \quad (5)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{U}^s = 0. \quad (6)$$

式中, ∇ 为哈密顿算子。

从式(5)和(6)可知,在均匀介质中可以把一个波场矢量分解为无旋部分和无散部分,无旋部分表征纵波场特征,无散部分表征横波场特征,所以矢量波场可分解为

$$\mathbf{U} = \mathbf{U}^r + \mathbf{U}^s. \quad (7)$$

其中,无旋的部分 $\mathbf{U}^r$ 表征纵波,无散的部分 $\mathbf{U}^s$ 表征横波。

同理,把纵横波表示成各个分量的矢量和:

$$\mathbf{U}^r = U_x^r \mathbf{i} + U_y^r \mathbf{j} + U_z^r \mathbf{k}, \quad (8)$$

$$\mathbf{U}^s = U_x^s \mathbf{i} + U_y^s \mathbf{j} + U_z^s \mathbf{k}. \quad (9)$$

将方程(8)、(9)转换到波数域,则有

$$\tilde{\mathbf{U}} = \tilde{U}_x \mathbf{i} + \tilde{U}_y \mathbf{j} + \tilde{U}_z \mathbf{k}, \quad (10)$$

$$\tilde{\mathbf{U}}^r = \tilde{U}_x^r \mathbf{i} + \tilde{U}_y^r \mathbf{j} + \tilde{U}_z^r \mathbf{k}, \quad (11)$$

$$\tilde{\mathbf{U}}^s = \tilde{U}_x^s \mathbf{i} + \tilde{U}_y^s \mathbf{j} + \tilde{U}_z^s \mathbf{k}. \quad (12)$$

亥姆霍兹分解在波数域变为

$$\tilde{\mathbf{U}} = \tilde{\mathbf{U}}^r + \tilde{\mathbf{U}}^s, \quad (13)$$

$$\mathbf{K} \times \tilde{\mathbf{U}}^r = 0, \quad (14)$$

$$\mathbf{K} \cdot \tilde{\mathbf{U}}^s = 0, \quad (15)$$

$$\mathbf{K} = (k_x, k_y, k_z). \quad (16)$$

综上所述,在均匀介质中,对混合波场分别求散度和旋度可以获得纯的纵波场和横波场。在波数域中执行这一运算:

$$\begin{pmatrix} \tilde{U}_x^r \\ \tilde{U}_y^r \\ \tilde{U}_z^r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_x^2 & k_x k_y & k_x k_z \\ k_x k_y & k_y^2 & k_y k_z \\ k_x k_z & k_y k_z & k_z^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{U}_x \\ \tilde{U}_y \\ \tilde{U}_z \end{pmatrix}, \quad (17)$$

$$\begin{pmatrix} \tilde{U}_x^s \\ \tilde{U}_y^s \\ \tilde{U}_z^s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_x^2 + k_y^2 & -k_x k_z & -k_y k_z \\ -k_x k_z & k_x^2 + k_z^2 & -k_y k_z \\ -k_y k_z & -k_x k_z & k_y^2 + k_z^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{U}_x \\ \tilde{U}_y \\ \tilde{U}_z \end{pmatrix}. \quad (18)$$

式(17)和(18)即为纯纵波场和纯横波场在波数域中的表示。在实际的数值模拟中,将式(13)、(17)和(18)作为控制方程,从而获得了混合波场 $\mathbf{U}$ 、纵波场 $\mathbf{U}^r$ 及横波场 $\mathbf{U}^s$ 。由于混合波场是纵横波场的矢量叠加,且在数值模拟的每一步3个矢量都参与运算,该方式不同于从混合波场

中直接提取纵横波波场的方式,有效地消除了波场分离过程中的振幅畸变。

3 数值模拟

利用新提出的等价形式的波动方程,采用集中力源激发,伪谱法数值模拟方法获得了各向同性介质中的弹性波、纯纵波和纯横波波场(图2)。相对于混合波场而言,分离后的波场在数值上很好地保持了振幅的一致性。

为了进一步说明该等价方程对于波场分离的可行性,对于三维的二层介质采用集中力源激发,基于

本文中提出的等价波动方程和伪谱法数值模拟,获得了混合波场、纯纵波波场以及纯横波波场。

由于均匀介质中各个波场分量波前的对称性,所以图3中只给出了混合波场的 x 分量(图3(a))和 z 分量(图3(b))230 ms时的波场快照。同样,为了直观地显示纯纵波波场和纯横波波场,取 yo 剖面内沿着速度模型分界面走向的切片剖面,分别为 x 分量的纯纵波波场(图3(c))和纯横波波场(图3(e)), z 分量的纯纵波波场(图3(d))和纯横波波场(图3(f))。

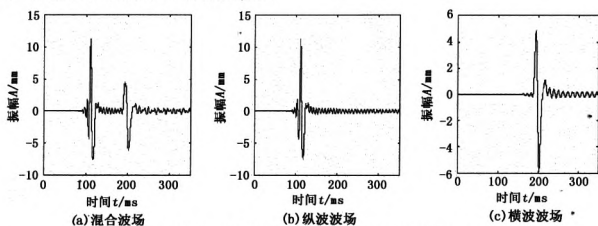


图2 等价波动方程各向同性介质中波场分离示意图

Fig. 2 Schematic diagram of equivalent elastic wave equation in isotropic media

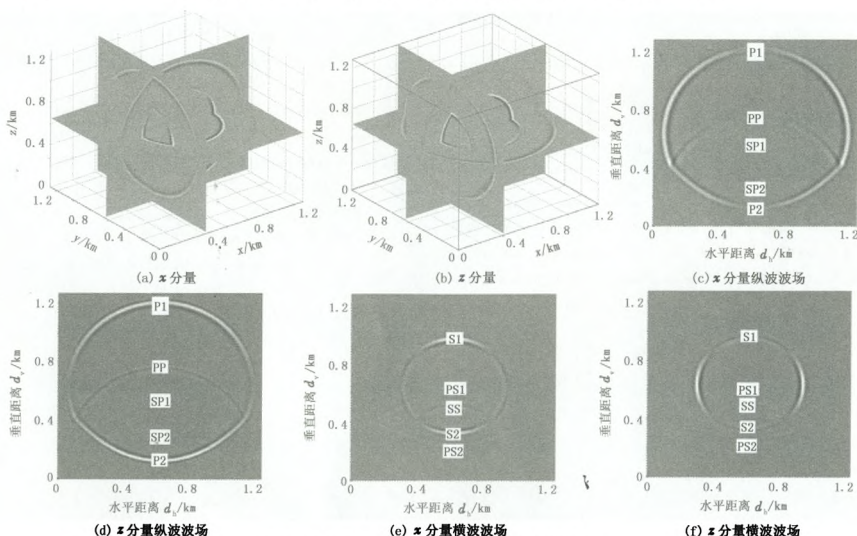


图3 混合波场、纵波波场和横波波场的快照对比

Fig. 3 Contrast among coupling wave field, P wave field and S wave field

图3中, P1, P2, PP, SP1, SP2, S1, S2, SS, PS1, PS2 分别表示直达纵波、透射纵波、反射纵波、

反射的 S-P 转换纵波,透射的 S-P 转换纵波,直达横波、透射横波、反射横波,反射的 P-S 转换横波,透射的 P-S 转换横波。从模拟结果也可以看到,纵波在波阻抗界面上能够获得能量较强的反射纵波、透射纵波和转换横波,横波在波阻抗界面上能够获得能量较强的反射横波和透射横波,但是转换纵波的能量较弱。

4 结束语

从亥姆霍兹分解入手,利用纵波的旋度场为零、横波的散度场为零的特性,在波数域得到了一种等价的波动方程形式。该等价方程可以同时获得混合波场,纯纵波波场和纯横波波场,与先得到耦合波场而后再进行波场分离的传统方法相比,该方程在波场分离的过程中可以很好地保持振幅不发生畸变。利用伪谱法数值模拟,在二维各向同性介质中验证了该等价方程可以避免传统波场分离方法产生振幅畸变的现象。为了进一步验证该等价方程波场分离的可行性,在三维均匀介质中进行了验证,该方法能够将不同模式的波场分离。这一方法为研究多波多分量数据的波场分离提供了一种新思路,对于后续研究弹性波传播和多分量地震资料处理有一定的理论意义和实用价值。

参考文献:

- [1] DELLINGER J, ETGEN J. Wave field separation in two-dimensional anisotropic media [J]. *Geophysics*, 1990, 55:914-919.
- [2] JIA Yan, PAUL Sava. Elastic wave-mode separation for VTI media [J]. *Geophysics*, 2009, 74(5):19-32.
- [3] ZHANG Qun-shan, GEORGE A McMechan. 2D and 3D elastic wave field vector decomposition in the wave number domain for VTI media [J]. *Geophysics*, 2010, 75(3):13-26.
- [4] 李振春, 张华, 刘庆敏, 等. 弹性波交错网格高阶有限差分法波场分离数值模拟[J]. *石油地球物理勘探*, 2007, 42(5):510-515.
- [5] LI Zhen-chun, ZHANG Hua, LIU Qing-min, et al. Numerical simulation of elastic wave field separation by staggering grid high-order finite-difference algorithm [J]. *OGP*, 2007, 42(5):510-515.
- [6] 陆基孟, 王永刚. 地震勘探原理 [M]. 东营: 中国石油大学出版社, 2009.
- [7] 刘洋, 李承楚. 双相各向异性介质中弹性波传播伪谱法数值模拟研究 [J]. *地震学报*, 2000, 22(2):132-138.
- [8] LIU Yang, LI Cheng-chu. Elastic wave forward modeling based on pseudo spectral method in two-phase anisotropic media [J]. *Acta Seismologica Sinica*, 2000, 22(2):132-138.
- [9] 马德唐, 朱光明. 弹性波场 P 波和 S 波分解的数值模拟 [J]. *石油地球物理勘探*, 2003, 38(5):482-486.
- [10] MA De-tang, ZHU Guang-ming. Numerical modeling of P-wave and S-wave separation in elastic wave field [J]. *OGP*, 2003, 38(5):482-486.
- [11] 李振春, 王清振. 地震波衰减机理及能量补偿研究综述 [J]. *地球物理学进展*, 2007, 22(4):1147-1152.
- [12] LI Zhen-chun, WANG Qing-zhen. Mechanism of attenuation of seismic wave and review about compensating [J]. *Progress in Geophysics*, 2007, 22(4):1147-1152.
- [13] 尧德中. 弹性波成像与纵横波分离 [D]. 成都: 成都理工大学地球科学学院, 1991.
- [14] YAO De-zhong. Elastic wave imaging and P and S wave mode separation [D]. Chengdu: College of Earth Sciences in Chengdu University of Technology, 1991.
- [15] 孙成禹. 地震波理论与方法 [M]. 东营: 中国石油大学出版社, 2007.
- [16] AMROUCHE C, BERNARDI C, DAUGE M. Vector potentials in three dimensional non-smooth domains [J]. *Mathematical Methods in the Applied Sciences*, 1998, 21:823-864.

(编辑 沈玉英)