

文章编号: 1002-0268 (2011) 06-0019-06

多层地基中单桩的沉降分析

赵明华, 占鑫杰, 邹新军

(湖南大学 岩土工程研究所, 湖南 长沙 410082)

摘要: 根据能量法中的格林公式以及桩微段和桩侧土微段的力平衡推导了多层地基中单桩的位移控制方程, 该控制方程能综合考虑桩侧土的剪切和压缩过程。根据桩土系统的轴力和位移在各层地基边界处的连续条件以及传递矩阵法获得了多层地基中单桩在轴向荷载下的总刚度矩阵。由于位移函数非显式, 因此运用迭代步骤进行求解, 进而可以完全确定单桩的位移和力函数。结合算例1对本文方法进行了验证, 结合算例2给出了桩侧和桩端土相互强化的一个弹性理论解释。最后结合一个工程实例对本文方法进行了验证。

关键词: 道路工程; 单桩; 能量法; 传递矩阵法; 荷载-位移分析

中图分类号: U416; TU47

文献标识码: A

Analysis on Settlement of Single Pile in Multilayer Subsoil

ZHAO Minghua, ZHAN Xinjie, ZOU Xinjun

(Geotechnical Engineering Institute, Hunan University, Changsha Hunan 410082, China)

Abstract: The deformation governing equation of a single pile in multilayer subsoil was derived based on Green Theorem of energy method and equilibrium of pile element and soil element, which can take account of the shear resistance and compression of surrounding soil of pile shaft. An integrated stiffness matrix of single pile under axial load in multilayer subsoil was obtained according to harmony of axial force and displacement at the boundary of each layer and transfer matrix method. As the deformation function was not explicit, an iterative procedure was used to resolve the value of the function which can determine the deformation and load of single pile. The presented method was verified with example one, and an elastic qualitative interpretation of strengthening interaction of surrounding soil of pile shaft and pile end was presented with example two. Finally, the presented method was checked with a practical project.

Key words: road engineering; single pile; energy method; transfer matrix method; load-deformation analysis

0 引言

目前单桩的沉降计算方法主要有 Butterfield 的边界元法^[1], Poulos 的有限单元法^[2], 以及 Randolph 的半经验半解析算法^[3], 但是这些算法主要是针对均质地基以及 Gibson 地基, 实际工程中的天然地基常常不是均质的, 其组成由于地质历史原因往往是层状构造的, 因此研究多层地基中的单桩沉降特性就显得尤为重要。Seo 和 Prezzi 运用变分法分析了多

层地基中单桩的沉降问题^[4], 随后他们将其分析方法推广到矩形截面的方桩分析中^[5]。金波等^[6]对表示层状地基单桩的轴对称弹性力学方程进行了 Hankel 变换, 并利用传递矩阵方法得出层状地基在内部轴对称荷载作用下的位移解。艾智勇和杨敏^[7]拓展了弹性理论中的 Mindlin 课题, 运用了广义 Mindlin 解分析了多层地基中的单桩沉降特性, 明确指出了地基土模量的加权平均近似处理方法有时会与弹性分析结果相差甚大。肖宏斌^[8]运用了荷载传

收稿日期: 2010-08-06

基金项目: 国家自然科学基金项目 (50878083)

作者简介: 赵明华 (1956-), 男, 湖南邵阳人, 教授, 博士生导师. (mhzhao@21cn.com)

递法并结合传递矩阵方法分析了多层地基中单桩的沉降问题。本文拟通过能量法中的格林公式求得桩身的轴向应力以及桩侧土的轴向应力和剪应力,然后根据桩身微元和桩侧土微元的力平衡导出控制方程,具有明确的物理意义。随后本文运用了一个迭代步骤求出控制方程中位移的解答,并与有限单元法的结果进行比较。

1 控制方程的建立

在以下的分析中对多层地基下的桩土体系作如下假定:

(1) 各层地基土为理想弹性体,其弹性模量和泊松比分别为 E_i 和 ν_i ,不考虑打桩过程以及随后的固结过程中地基土弹性模量的变化。

(2) 桩侧土和桩身紧密接触,变形一致。

如图1所示,假定桩侧地基土共分 n 层,每层地基土离地表的距离为 h_i ,桩长为 l_p ,桩身半径为 r_p ,桩的弹性模量为 E_p ,截面惯性距为 I_p ,桩顶的竖向荷载为 P 。

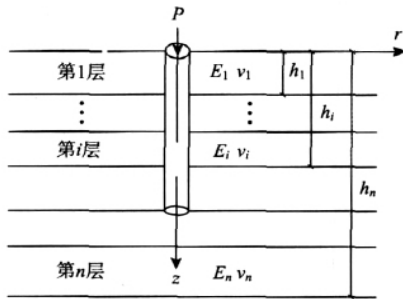


图1 多层地基中的桩土系统

Fig. 1 Pile-soil system in multilayer subsoil

为求解竖向荷载作用下单桩的沉降,可将其看成是一个空间轴对称问题,设桩身 z 深度处的位移 w_z ,对应于桩身深度为 z 、半径为 r 处土的竖向位移为 $u(r, z)$,则可设:

$$u(r, z) = w_z \times \phi(r), \quad (1)$$

式中, $\phi(r)$ 为桩侧土位移的衰减函数,表示桩侧半径 r 处土竖向位移与桩侧半径 r_p 处土竖向位移的比值。

根据求解问题的对称性以及忽略桩身的泊松比效应可知,桩周土的径向应变和环向应变均为0,即 $\varepsilon_r = 0$, $\varepsilon_\theta = 0$ 。同理可知剪应变 $\gamma_{r\theta} = 0$, $\gamma_{z\theta} = 0$ 。

根据弹性应力应变关系,可得桩周土任意一点的正应力以及剪应力如下:

$$\sigma_z = (\lambda + 2\mu) \varepsilon_z = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial w_z}{\partial z} =$$

$$(\lambda + 2\mu) \phi(r) \frac{\partial w_z}{\partial z}, \quad (2)$$

$$\tau_{rz} = \mu \gamma_{rz} = \mu \frac{\partial u_z}{\partial r} = \mu w_z \frac{\partial \phi(r)}{\partial r}, \quad (3)$$

式中, λ 和 μ 为Lame常数, $\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}$, $\mu = G$ 。

设桩在竖向荷载下,桩身和桩周土的能量分别为 U_1 和 U_2 ,可得:

$$U_1 = \frac{1}{2} \int_0^{l_p} E_p A_p \left(\frac{dw}{dz} \right)^2 dz, \quad (4)$$

$$U_2 = \frac{1}{2} \int_0^{l_p} \int_{r_p}^{\infty} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} 2\pi r dr dz + \frac{1}{2} \int_{l_p}^{\infty} \int_{r_p}^{\infty} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} 2\pi r dr dz =$$

$$\pi \int_0^{l_p} \int_{r_p}^{\infty} \left[(\lambda + 2G) \left(\phi \frac{dw}{dz} \right)^2 + G \left(w \frac{d\phi}{dr} \right)^2 \right] r dr dz +$$

$$\pi \int_{l_p}^{\infty} \int_{r_p}^{\infty} \left[(\lambda + 2G) \left(\phi \frac{dw}{dz} \right)^2 + G \left(w \frac{d\phi}{dr} \right)^2 \right] r dr dz. \quad (5)$$

根据格林格式:

$$\frac{\partial U}{\partial \varepsilon_{ij}} = \sigma_{ij}, \quad (6)$$

桩微段的能量为:

$$\Delta U_1 = \frac{1}{2} E_p A_p \left(\frac{dw}{dz} \right)^2 dz, \quad (7)$$

桩微段对应的所有桩侧土微段的能量为:

$$\Delta U_2 = \pi \int_{r_p}^{\infty} \left[(\lambda + 2G) \left(\phi \frac{dw}{dz} \right)^2 + G \left(w \frac{d\phi}{dr} \right)^2 \right] r dr dz, \quad (8)$$

根据格林公式(6)可得:

$$\Delta F_1 = \frac{\partial \Delta U_1}{\partial w} = -E_p A_p \frac{d^2 w}{dz^2} dz, \quad (9)$$

$$\Delta F_2 = \frac{\partial \Delta U_2}{\partial w} = -2\pi \frac{d^2 w}{dz^2} \int_{r_p}^{\infty} (\lambda + 2G) \phi^2 r dr dz +$$

$$2\pi w \int_{r_p}^{\infty} G \left(\frac{d\phi}{dr} \right)^2 r dr dz. \quad (10)$$

ΔF_1 对应于桩微段不平衡轴力,为图2中的 Δp 。 ΔF_2 如式(10)所示分2项,其中第1项为桩侧土微段的不平衡轴力的总和,为图2中 $\Delta \sigma$ 的总和;第2项为桩侧土微段的不平衡剪应力的总和,为图2中 $\Delta \tau$ 的总和。

根据桩微段和桩侧土微段的力平衡可得,

$$\Delta F_1 + \Delta F_2 = -2\pi \frac{d^2 w}{dz^2} \int_{r_p}^{\infty} (\lambda + 2G) \phi^2 r dr dz +$$

$$2\pi w \int_{r_p}^{\infty} G \left(\frac{d\phi}{dr} \right)^2 r dr dz - E_p A_p \frac{d^2 w}{dz^2} dz = 0, \quad (11)$$

略去微段高度 dz ,可以得到:

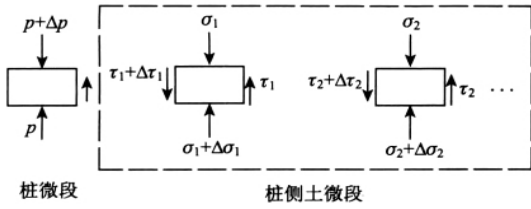


图2 桩微段和桩侧土微段

Fig. 2 pile element and soil element

$$-(E_p A_p + t_i) \frac{d^2 w}{dz^2} + k_i w = 0, \quad z \leq l_p, \quad (12)$$

$$\text{其中,} \quad k_i = 2\pi G_i \int_{r_p}^{\infty} r \left(\frac{d\phi}{dr} \right)^2 dr, \quad (13)$$

$$t_i = 2\pi(\lambda_i + 2G_i) \int_{r_p}^{\infty} r \phi^2 dr. \quad (14)$$

式(12)即为考虑了桩侧土压缩性的位移控制方程,在荷载传递方法中也经常见到式(12)^[8-9],只是一般忽略了 t_i 项,没有考虑桩侧土的压缩性,而关于在竖向荷载下桩侧土的压缩特性,文献[10]试验部分已有报道。

对于桩底以下土层,设土层内存在一个与桩直径同样大小的柱段,只是其弹性模量由土层决定,因而上述控制方程可以改写为:

$$-(\lambda_i + 2G_i) \pi r_p^2 \frac{d^2 w}{dz^2} + k_i w = 0, \quad z \geq l_p. \quad (15)$$

式(15)与式(12)具有相同的形式,只是式(12)中桩的弹性模量 E_p 改写成了 $\lambda_i + 2G_i$ 。

同理,根据桩侧任一半径处所有的合力为零可得:

$$\Delta U_3 = \pi \int_0^{\infty} \left[(\lambda + 2G) \left(\phi \frac{dw}{dz} \right)^2 + G \left(w \frac{d\phi}{dr} \right)^2 \right] r dr dz, \quad (16)$$

$$\sum F = \frac{\partial \Delta U_3}{\partial \phi} = 2\pi r \phi \int_0^{\infty} (\lambda + 2G) \left(\frac{dw}{dz} \right)^2 dr dz - \pi \int_0^{\infty} G w^2 \left(r \frac{d^2 \phi}{dr^2} + \frac{d\phi}{dr} \right) dr dz = 0, \quad (17)$$

$$\text{设} \quad m = \int_0^{\infty} G w^2 dz = \sum_{i=1}^n G_i \int_{h_{i-1}}^{h_i} w_i^2 dz, \quad (18)$$

$$n = \int_0^{\infty} (\lambda + 2G) \left(\frac{dw}{dz} \right)^2 dz = \sum_{i=1}^n (\lambda_i + 2G_i) \int_{h_{i-1}}^{h_i} \left(\frac{dw}{dz} \right)^2 dz, \quad (19)$$

则式(17)可以改写成

$$r \frac{d^2 \phi}{dr^2} + \frac{d\phi}{dr} - r \beta^2 \phi = 0, \quad (20)$$

式中, $\beta = \sqrt{n/m}$ 。

控制方程(12)和(20)类同于文献[4]中用变分法推导的公式。

2 控制方程的求解

对于方程式 $\frac{d^2 \phi}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\phi}{dr} - \beta^2 \phi = 0$, 令 $\eta = \beta r$, 即得 $\frac{d\phi}{dr} = \beta \frac{d\phi}{d\eta}$, $\frac{d^2 \phi}{dr^2} = \beta^2 \frac{d^2 \phi}{d\eta^2}$ 。将其代入到上述方程式中可得:

$$\frac{d^2 \phi}{d\eta^2} + \frac{1}{\eta} \frac{d\phi}{d\eta} - \phi = 0。$$

上式即为第1类虚总量贝塞尔函数的标准形式^[11], 其解的基本形式为 $K_0(\beta r)$ 和 $I_0(\beta r)$ 的线性叠加。由于当 $r \rightarrow \infty$ 时, $\phi(\beta r) = 0$, 因此可以略去 $I_0(\beta r)$ 项, 根据 $r = r_p$, $\phi(\beta r) = 1$ 可得:

$$\phi(r) = K_0(\beta r) / K_0(\beta r_p)。 \quad (21)$$

式(21)只是推导了平衡方程,而连续性条件可以用传递矩阵法^[12]求得。

控制方程(12)的解形式可以表示为:

$$w_i(z) = A_i e^{\lambda_i z} + B_i e^{-\lambda_i z}, \quad (22)$$

式中, $\lambda_i = \sqrt{\frac{k_i}{E_i A_i + t_i}}$; A_i 和 B_i 为待定常数; $w_i(z)$ 为第 i 层土中 z 深度处的桩身位移。

同理可以得到:

$$Q_i(z) = -(E_i A_i + t_i) \frac{dw_i}{dz} = -\alpha_i A_i e^{\lambda_i z} + \alpha_i B_i e^{-\lambda_i z}, \quad (23)$$

式中, $\alpha_i = \sqrt{k_i(E_i A_i + t_i)}$; $Q_i(z)$ 为第 i 层土中 z 深度的竖向力。

根据各层土之间的连续性条件以及两个边界条件可得:

$$w_i(h_i) - w_{i+1}(h_i) = 0, \quad (24)$$

$$Q_i(h_i) - Q_{i+1}(h_i) = 0, \quad (25)$$

$$w|_{z \rightarrow \infty} = 0, \quad (26)$$

$$-E_p A_p \frac{dw_1}{dz} \Big|_{z=0} = P。 \quad (27)$$

式(24)~(27)一共包含 $2n$ 个方程, 将其改写成矩阵形式为:

$$\mathbf{KX} = \mathbf{P},$$

式中,

$$\mathbf{X} = [A_1, B_1, A_2, B_2, \dots, A_n, B_n]^T,$$

$$\mathbf{P} = [0, P, 0, 0, \dots, 0, 0]^T,$$

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -E_p A_p \lambda_1 & E_p A_p \lambda_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ e^{\lambda_1 h_1} & e^{-\lambda_1 h_1} & -e^{\lambda_2 h_1} & -e^{-\lambda_2 h_1} & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_1 e^{\lambda_1 h_1} & \alpha_1 e^{-\lambda_1 h_1} & \alpha_2 e^{\lambda_2 h_1} & -\alpha_2 e^{-\lambda_2 h_1} & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & e^{\lambda_{n-1} h_{n-1}} & e^{-\lambda_{n-1} h_{n-1}} & e^{\lambda_n h_{n-1}} & e^{-\lambda_n h_{n-1}} \\ -\alpha_{n-1} e^{\lambda_{n-1} h_{n-1}} & \alpha_{n-1} e^{-\lambda_{n-1} h_{n-1}} & \alpha_n e^{\lambda_n h_{n-1}} & -\alpha_n e^{-\lambda_n h_{n-1}} & \end{pmatrix}.$$

根据克莱姆法则,

$$A_i = \frac{|K_{2i-1}|}{|K|}, \quad B_i = \frac{|K_{2i}|}{|K|},$$

式中, $|K|$ 表示矩阵 K 的行列式值, $|K_{2i-1}|$ 表示系数行列式 $|K|$ 第 $2i-1$ 列元素用 P 替代后所得到的行列式值。

根据 $w_i(h_i) - w_{i+1}(h_i) = 0$ 以及 $Q_i(h_i) - Q_{i+1}(h_i) = 0$ 可以得到:

$$\begin{pmatrix} A_i \\ B_i \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \left(1 + \frac{\alpha_{i+1}}{\alpha_i}\right) e^{-(\lambda_i h_i - \lambda_{i+1} h_i)} \left(1 - \frac{\alpha_{i+1}}{\alpha_i}\right) e^{-(\lambda_i h_i + \lambda_{i+1} h_i)} \\ \left(1 - \frac{\alpha_{i+1}}{\alpha_i}\right) e^{(\lambda_i h_i + \lambda_{i+1} h_i)} \left(1 + \frac{\alpha_{i+1}}{\alpha_i}\right) e^{(\lambda_i h_i - \lambda_{i+1} h_i)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_{i+1} \\ B_{i+1} \end{pmatrix},$$

将上式变换形式, 可得

$$\begin{pmatrix} K_{2i-1} \\ K_{2i} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \left(1 + \frac{\alpha_{i+1}}{\alpha_i}\right) e^{-(\lambda_i h_i - \lambda_{i+1} h_i)} \left(1 - \frac{\alpha_{i+1}}{\alpha_i}\right) e^{-(\lambda_i h_i + \lambda_{i+1} h_i)} \\ \left(1 - \frac{\alpha_{i+1}}{\alpha_i}\right) e^{(\lambda_i h_i + \lambda_{i+1} h_i)} \left(1 + \frac{\alpha_{i+1}}{\alpha_i}\right) e^{(\lambda_i h_i - \lambda_{i+1} h_i)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} K_{2i+1} \\ K_{2i+2} \end{pmatrix}.$$

由式 (26) 可知 $A_n = 0$, 由 $A_n = 0$ 可得:

$$K_{2n-1} = 0.$$

根据行列式运算法则可得,

$$K_{2n} = 2^{n-1} P \prod_{i=1}^{n-1} \alpha_i. \quad (28)$$

至此根据式 (28) 可以计算所有的 K_i 。

根据 $-E_p A_p \frac{dw_1}{dz} \Big|_{z=0} = P$, 可得:

$$K = -E_p A_p \lambda_1 \frac{K_1 - K_2}{P}.$$

通过上式即可计算 A_i 、 B_i 、 w_i 。

由以上分析可知, $\phi(r)$ 不是显式的, 因此需要一个迭代程序如下:

- (1) 假定一个 β , 计算式 (21) 中 $\phi(r)$ 的值。
- (2) 通过 $\phi(r)$ 的值, 计算各层土的 t_i 、 k_i 、 λ_i 、 α_i 。
- (3) 计算所有的 M_i 、 M 、 K_i 、 K 、 A_i 、 B_i 。
- (4) 通过式 (18) 和式 (19) 计算 n 、 m 以及 β 。
- (5) 将步骤 (4) 中计算出的 β 代入到步骤 (1) 重新计算, 直到 2 次计算的 β 差值小于 0.01。

一般 β 值经过 3 至 4 次迭代就可以收敛。

3 算例分析

3.1 3 层地基中单桩的沉降计算

对于上图所示的 3 层地基, 其中 d 为桩身直径, w 为桩顶位移, P 为桩顶荷载, E_p 为桩身弹性模量, 各土层弹性模量和层厚如上图 3 所示, 泊松比均为 0.3。计算内容位移影响系数 $I_p = dE_s w/P$ 。本算例文献 [2, 7] 均有报道, 具体计算结果见表 1。

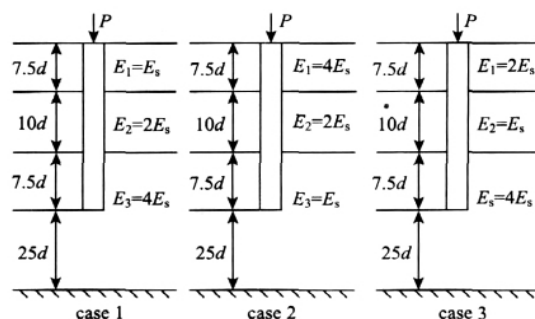


图 3 3 层地基中的单桩

Fig. 3 Single pile in three-layer subsoil

表 1 3 层地基中的单桩位移影响系数 I_p 的比较

Tab. 1 Comparison of displacement influence factors of single pile in three-layer subsoil

地基类型	本文方法	poulos 有限单元法 [2]	文献 [7]	文献 [4]
Case 1	0.035 7	0.037 7	0.037 6	0.033 6
Case 2	0.043 0	0.043 0	0.042 9	0.030 9
Case 3	0.035 9	0.038 2	0.038 3	0.032 3

由表 1 知, 本文计算方法和文献 [6] 方法以及 Poulos 的有限单元法比较接近, 从而验证了本文方法的正确性。虽然没有上述 2 种方法精度高, 但本文方法简单易行, 物理意义明确。最后需要指出的是很多桩基沉降计算方法都是基于文献 [3], 桩侧土的有效作用半径为 $r_m = 2.5l_p(1-v)$, 即半径 r_m 处的土竖向位移为 0, 相当于本文中 $\phi(r_m) = 0$ 。表 1 中 3 种情况下的 $\phi(r_m)$ 值 (运用文中式 (21)) 分别为 0.017、0.132、0.027, (本例中 ρ 均取 0.5, 原文中 ρ 为桩侧中部土剪切模量与桩底土剪切模量之

比), 由此可见对于第2种工况下取 $\phi(r_m) = 0$ 会产生不小的误差。多层地基单桩的沉降计算中, 桩侧土的有效剪切作用半径 r_m 由于桩底土和桩侧土的相互作用程度不同而变化, 文献 [3] 的 r_m 并不适用于桩侧土非均质的情况, 尤其对于桩侧土层上好下差或者桩底嵌岩的情况, 会产生不小的误差。

3.2 桩侧土和桩底土的相互作用强化

20 世纪 70 年代以来, 很多现场试桩, 尤其是桩端压力注浆试验揭示出一个现象: 在同样的桩侧土层条件下, 不同强度持力层上的单桩所测得的桩侧极限摩阻力是不同的: 桩端持力层强度高的, 其桩侧极限摩阻力大, 关于其作用机理, 目前有很多不同的观点, 文献 [13] 认为是挤密作用与径向应力共同作用的结果。文献 [14] 认为成拱作用导致桩端和桩端以上土体变形不一致形成了梨形塑性区, 导致桩端附近土承载力增高。本文将其归结为一个弹性理论问题, 通过以下算例给出定性分析。

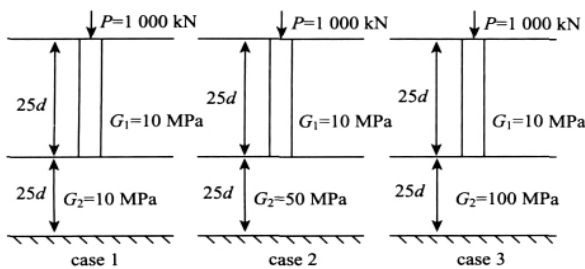


图4 桩端土和桩侧土的强化作用

Fig. 4 Strengthening interaction of surrounding soil of pile shaft and pile end

如图4所示, 桩径 $r_p = 0.5$ m, 桩长 $l = 25$ m, 桩侧土剪切模量 $G = 10$ MPa, 泊松比 $\nu = 0.3$, 桩底离岩层面为 25 m, 分别改变桩底土层的剪切模量为 $G_1 = 10$ MPa, $G_2 = 50$ MPa, $G_3 = 100$ MPa, 来探讨桩底土的增强作用对桩侧土抗剪的影响, 设桩底轴力和位移分别为 P_b 、 w_b , 桩端附近桩侧土体剪力和位移为 τ_s 、 w_s , 为方便比较, 分别取桩侧和桩端刚度系数为 P_b/w_b 和 $2\pi r_p \tau_s/w_s$, 如表2所示。

表2 桩侧和桩端刚度系数的比较

Tab. 2 Comparison of stiffness factors of pile shaft and pile end

地基类型	$P_b/w_b / (\text{kN} \cdot \text{mm}^{-1})$	$2\pi r_p \tau_s/w_s / (\text{N} \cdot \text{mm}^{-2})$	$\beta / (\text{m}^{-1})$
Case 1	155.7	45.77	0.073
Case 2	422.9	61.81	0.187
Case 3	665.1	70.81	0.274

由表2可知, 在上述3种情况下, 随着桩底土弹性模量逐渐增大(模拟压力注浆), P_b/w_b 在增

大, 同时表示桩侧土刚度的 $2\pi r_p \tau_s/w_s$ 在增大。究其原因随着 β 增大, $\phi(r) = K_0(\beta r)/K_0(\beta r_p)$ 逐渐变小, 文中表示桩侧土剪切刚度的式(13)的 k_i 项, 在逐渐增大; 而表示桩侧土压缩刚度的式(14)的 t_i 项在逐渐减小, 但是 k_i 项起决定作用, 表明在桩底强化过程中, 桩侧土也得到了强化, 可见弹性理论可以给出多层地基中一个桩端和桩侧相互强化过程的定性解释。

由上述2个算例分析可知, β 值在多层地基沉降计算中起到了关键作用, 它反映了桩侧与桩端的相互作用程度, 可以直接与桩侧的有效剪切作用半径相联系, 文献 [3] 实际给出了均匀地基和 Gibson 地基上的 β 值, 只是 β 值隐式表现在 $K_0(\beta r_m) = 0$ 中。因此, 根据桩侧和桩端土的土质情况以及桩的几何和物理参数建立 β 的简化公式可以大大简化多层地基单桩沉降计算问题。

4 实例验证

浙江温岭地区某软土地区超长钻孔灌注桩^[15] 2号试桩, 桩长 50 m, 桩径 800 mm, 桩身混凝土等级为 C25, 桩身弹性模量 $E_p = 30\,000$ MPa。现场资料中仅有各土层的压缩模量, 但是研究发现^[16] 由于取样时的卸载、荷载水平等因素的影响, 使用土层的压缩模量转换的变形模量往往不太准确, 本文^[17] 拟取剪切模量 $G = 100c_u$ 。各土层参数分别为 (1) 粘土, 厚度为 1.3 m, 剪切模量为 2.5 MPa。(2) 淤泥, 厚度为 27.9 m, 剪切模量为 1.3 MPa。(3) 淤泥质土, 厚度为 17.0 m, 剪切模量为 2.3 MPa。(4) 硬粘土, 厚度为大于 7.6 m, 剪切模量为 4.6 MPa, 桩端进入持力层硬粘土层 3.8 m。设各土层的泊松比 ν 均为 0.3 。

具体求解过程中, 为计算方便, 忽略上部 1.3 m 的粘土层。在使用荷载 $P = Q_{\max}/2 = 2\,700$ kN 作用下, 使用本文方法计算计算得桩顶沉降 $w = 13.3$ mm, 实测桩顶沉降 $w = 12$ mm, 计算值与实测值比较接近, 进一步验证了本文方法的正确性。

5 结语

(1) 本文通过能量法以及水平方向桩微段和桩侧土微段的力平衡推导出了能考虑桩侧土压缩特性的位移控制方程, 并通过竖直方向所有土微段的力平衡推导出了桩侧土位移衰减函数 $\phi(r)$ 的控制方程, 具有明确的物理意义。

(2) 通过虚总量的 Bessel 函数以及一个迭代步

骤就可以完全确定桩侧土位移衰减函数 $\phi(r)$ 的具体形式,并进而可以求解桩侧和桩底任意一点的力和位移,本文方法易于编程实现,且具有较高的计算精度。通过算例 1 验证了本文方法,通过算例 2 给出了桩侧和桩端土相互作用的一个定性解释,结合一个工程实例验证了本文方法的正确性。

(3) 建立 β 值与桩、土几何物理参数的简化公式可以大大简化多层地基单桩沉降计算问题,是下一步工作的重点。

参考文献:

References:

- [1] BUTTERFIELD R, BANERJEE P K. The Elastic Analysis of Compressible Piles and Pile Groups [J]. Geotechnique, 1971, 21 (1): 43-60.
- [2] POULOS H G. Settlement of Single Piles in Non-homogeneous Soil [J]. Journal of Geotechnical Engineering Division, ASCE, 1979, 105 (5): 627-641.
- [3] RANDOLPH M F, WROTH C P. Analysis of Deformation of Vertically Loaded Piles [J]. Journal of Geotechnical Engineering Division, ASCE, 1978, 104 (12): 1465-1488.
- [4] SEO H, PREZZI M. Analytical Solutions for a Vertically Loaded Pile in Multilayered Soil [J]. Geomechanics and Geoengineering, 2007, 2 (1): 51-60.
- [5] SEO H, BASU D, PREZZI M, et al. Load-settlement Response of Rectangular and Circular Piles in Multilayered Soil [J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2009, 135 (3): 420-430.
- [6] 金波,李志飙,顾尧章. 层状地基中的单桩沉降分析 [J]. 岩土工程学报, 1997, 19 (5): 35-42.
JIN Bo, LI Zhibiao, GU Yaozhang. Settlement Analysis of Single Pile in Layered Soil [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1997, 19 (5): 35-42.
- [7] 艾智勇,杨敏. 广义 Mindlin 解在多层地基单桩分析中的应用 [J]. 土木工程学报, 2001, 34 (2): 89-95.
AI Zhiyong, YANG Min. Application Extended Mindlin Solution to Analyze a Vertically Loaded Pile in Multilayered Soil [J]. China Civil Engineering Journal, 2001, 34 (2): 89-95.
- [8] 肖宏彬,钟辉虹,王永和. 多层地基中桩的荷载传递分析 [J]. 中南工业大学学报, 2003, 34 (6): 687-690.
XIAO Hongbin, ZHONG Huihong, WANG Yonghe. Analysis of Pile's Load Transfer in Layered Soil [J]. Journal of Central South University, 2003, 34 (6): 687-690.
- [9] COLYE H M, REESE L C. Load Transfer for Axially Loaded Piles in Clay [J]. Journal of Soil Mechanics and Foundation Engineering Division, 1966, 92 (2): 1-26.
- [10] 刘金砺,黄强,李华,等. 竖向荷载下群桩变形性状及沉降计算 [J]. 岩土工程学报, 1993, 17 (6): 1-13.
LIU Jinli, HUANG Qiang, LI Hua, et al. Deformation Behavior and Settlement Calculation of Pile Group under Vertical Load [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1993, 17 (6): 1-13.
- [11] 王竹溪,郭敦仁. 特殊函数概论 [M]. 北京: 北京大学出版社, 2000.
WANG Zhuxi, GUO Dunren. Introduction to Special Function [M]. Beijing: Peking University Press, 2000.
- [12] 钟阳,王哲人. 求解多层弹性半空间轴对称问题的传递矩阵法 [J]. 土木工程学报, 1992, 25 (6): 15-20.
ZHONG Yang, WANG Zheren. Transfer Matrix Method for Solving Axisymmetrical Problems in Multilayered Elastic Half Space [J]. China Civil Engineering Journal, 1992, 25 (6): 15-20.
- [13] 施峰,蔡来炳,柳春. 人工挖孔扩底桩承载力试验研究 [J]. 工程勘察, 1999 (2): 21-25.
SHI Feng, CAI Laibing, LIU Chun. Study on Bearing Capacity on Artificial Belled Piles [J]. Geotechnical Investigation and Surveying, 1999 (2): 21-25.
- [14] 席宁中. 试论桩端土强度对桩侧阻力的影响 [J]. 建筑科学, 2000, 16 (6): 51-60.
XI Ningzhong. A Discussion on Influence of Soil Strength underneath a Pile on the Pile Shaft Resistance [J]. Building Science, 2000, 16 (6): 51-60.
- [15] 俞亚南,冯世挺,宋连峰. 软土地区超长灌注桩承载性状试验研究 [J]. 工业建筑, 2002, 32 (11): 33-35.
YU Yanan, FENG Shiting, SONG Lianfeng. Test Study on the Super-long Bored Pile in Soft Ground [J]. Industrial Construction, 2002, 32 (11): 33-35.
- [16] 梁发云. 基于多孔介质理论的地基土变形模量估算方法 [J]. 岩土力学, 2004, 25 (7): 1147-1150.
LIANG Fayun. An Approach for Estimating Deformation Modulus of Subsoil Based on Porous Medium Theory [J]. Rock and Soil Mechanics, 2004, 25 (7): 1147-1150.
- [17] FLEMING W G K, WELTMAN A J, RANDOLPH M F, et al. Piling Engineering [M]. 2nd ed. New York: Wiley, 1994.