

绳牵引上肢并联康复机器人柔索误差逆向建模与分析

崔 祯, 赵志刚[✉], 苏 程, 孟佳东, 赵祥堂, 柴 伟

兰州交通大学机电工程学院, 兰州 730070
✉通信作者, E-mail: zhaozhg@mail.lzjtu.cn

摘 要 针对柔索牵引上肢康复机器人在康复训练过程中柔索的形变误差导致机器人运动精度降低的问题, 提出了一种基于形变本构方程的柔索误差逆向建模方法. 首先, 结合人体上肢生理结构和运动特性对康复机器人机构进行设计, 并利用改进 Denavit–Hartenberg(D–H)法建立机器人的空间等效模型, 验证了机器人运动的合理性和等效模型的正确性. 其次, 在综合考虑柔索形变、柔索与滑轮的摩擦以及柔索出绳点位置的基础上, 结合力旋量法和逆向求解思想建立了沿着实际柔索矢量方向的机器人柔索牵引系统动力学模型, 并对康复训练过程中柔索的运动状态、配置情况和张力进行分析. 最后, 给定一组人体上肢康复实例, 通过仿真得到了康复训练轨迹下柔索形变误差, 与柔索的受力和长度变化趋势进行对比分析, 并结合柔索形变方程验证了柔索误差逆向模型的正确性, 该模型为柔索牵引康复机器人的控制和安全性分析提供基础, 同时也为柔索牵引并联系统的误差分析提供思路.

关键词 康复机器人; 机构设计; 柔索; 并联系统; 逆向思想; 误差建模
分类号 TP242.3

Inverse modeling and analysis of flexible cable error of cable-pulled upper limb parallel rehabilitation robot

CUI Zhen, ZHAO Zhigang[✉], SU Cheng, MENG Jiadong, ZHAO Xiangtang, CHAI Wei

School of Mechanical and Electrical Engineering, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, China
✉Corresponding author, E-mail: zhaozhg@mail.lzjtu.cn

ABSTRACT To address the problem of reduced accuracy of robot motion due to the deformation error of a flexible cable during the training of an upper limb rehabilitation robot, an inverse modeling method is proposed based on the intrinsic equation of deformation of the flexible cable error. First, by combining the physiological structure and movement characteristics of the shoulder, elbow, and wrist of the human upper limb, the arm exoskeleton, which is the wearing mechanism of the rehabilitation robot, is designed to increase the compatibility of the mechanism and the human body. The robot drive system has a parallel structure of flexible cable traction, which improves the flexibility of the robot, effectively reducing the impact of robot rehabilitation training on the human upper limb, thereby making the robot perform better than that with a parallel structure. Second, based on the structural parameters and motion range of the human upper limb, the improved Denavit–Hartenberg (D–H) method was used to establish a model spatially equivalent to the wearable arm exoskeleton of a human upper limb motion in MATLAB. The rationality and correctness of the wearable arm exoskeleton mechanism design were further verified. Subsequently, the traditional method for calculating the deformation error of a flexible cable was compared with the inverse method, and the superiority of the inverse method was discussed. According to the elastic deformation mechanism in material mechanics, the deformation of the flexible cable, friction between the flexible cable and pulley, and position of

收稿日期: 2024–09–21

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51965032); 甘肃省自然科学基金重点资助项目(22JR5RA319); 甘肃省优秀研究生“创新之星”资助项目(2025CXZX-675)

the flexible cable outlet point were considered for combining the reverse solution idea with the force rotation method to calculate the deformation error of the flexible cable in the actual pulling direction. A dynamic model of the cable traction system under the expected trajectory was obtained. Based on a discussion of the motion state and quantity configuration of the flexible cable in the rehabilitation training process, a real-time dynamic model of the traction system was obtained. According to the generalized inverse matrix theory, the optimal feasible solution for the tension of each cable was determined, and the tension of the cable was obtained in real time. Finally, the relevant parameters of the system were defined, and human upper limb rehabilitation examples were provided. The deformation error of the flexible cable along the actual stress direction under the given rehabilitation training track was obtained through simulations. A comparison and analysis of the variation trend of stress and length of the flexible cable indicated that the law of deformation error of the flexible cable was consistent with the variation trend of the tension and length of the flexible cable. The length before and after the deformation of the flexible cable was compared, and the correctness of the reverse model of the flexible cable error was verified based on the flexible cable deformation equation. This provided a basis for the control and safety analysis of the flexible cable traction rehabilitation robot and a future direction for the error-solving and analysis of the flexible cable traction parallel system.

KEY WORDS rehabilitation robot; mechanism design; flexible cable; parallel system; inverse idea; error modeling

由于近年来社会人口老龄化趋势越来越明显以及人们对生活水平需求的不断提高,康复机器人成为了机器人行业的研究热点^[1-2]。康复机器人可以帮助甚至代替医护人员对患者进行康复训练,缓解社会医疗压力^[3-4]。其中,柔索牵引并联康复机器人由于具有负载能力强、结构简单、运动惯性小以及工作空间大等良好的特性而备受关注,与传统的电机直驱康复机器人相比,柔索牵引并联康复机器人在康复训练的过程中对人体的冲击显著降低^[5]。但是柔索的柔性在康复训练的过程中会导致机器人的运动轨迹与期望轨迹产生误差,造成康复训练效果不佳甚至会对人体造成伤害。

柔索误差作为造成柔索牵引机器人运动精度、安全性以及稳定性降低的主要误差来源之一,目前国内外诸多学者对柔索的误差进行了相关研究。常见的方法有智能算法、有限元法和建立柔索误差模型对误差进行分析,如李国江等^[6]提出了将协同进化算法和神经网络相结合计算机器人误差,并在关节空间中进行位置误差补偿;何文凯等^[7]基于BP(Back propagation)神经网络设计了一种柔索长度预测算法,并对误差进行补偿;Xie等^[8]提出了一种初始姿态调整法,利用遗传算法确定了柔索的设计公差;Choi等^[9]提出了一种基于无味卡尔曼滤波的位置估计方法,降低了机器人末端的位置误差,提高了作业精度;Chen等^[10]建立了柔性传动装置的有限元模型和传动误差模型,分析了相关因素对设备性能的影响;Han等^[11]建立了钢丝绳的有限元模型,分析了绳芯弹性对钢丝绳牵引力的影响;Paty等^[12]考虑并联机器人中滑轮的运动学和缆索的弹性,建立了缆索驱动并联机器人(CDPRs)的误差模型,提高了CDPR的精

度;段富成等^[13]提出了一种基于绝对节点坐标法的柔性绳索模型,考虑了柔索的轴向刚度矩阵、弯曲刚度矩阵以及质量矩阵,有效地降低了柔索张力的误差;张彬等^[14]通过绳长同步误差来表示绳索之间的协调运动,提高了柔索并联机器人的控制精度;马延等^[15]基于弹性本构方程得到了机器人形变模型和柔索形变模型,确定了系统的可行域。

值得注意的是,智能算法对实验数据的实时性和准确性要求较高,在面对特殊的工况时存在数据不易测量的问题;有限元法能够准确的模拟柔索的特性,但在面对复杂模型下时间成本较大,同时对计算机的性能要求较高;现有的柔索误差模型一般先假定柔索未发生变形再计算柔索弹性误差进行补偿,并没有按照实际柔索形变方向计算柔索产生的弹性形变,具有一定的计算误差。

基于上述问题,本文提出了一种基于形变本构方程的柔索误差逆向建模方法,该方法依据柔索实际长度,按照已发生形变的柔索的实际牵引方向计算柔索的形变误差,更加符合实际柔索牵引的情况。本文首先根据人体上肢的生理结构和运动特性对康复机器人的机构进行设计并建立等效模型。其次,在综合考虑柔索形变、柔索与滑轮的摩擦以及柔索出绳点位置的基础上,结合力旋量法,通过逆向求解思想建立了沿着实际柔索矢量方向的机器人柔索牵引系统动力学模型,并对柔索的运动状态和张力进行分析。最后,通过给定康复运动轨迹对柔索弹性误差进行仿真,验证模型的正确性。

1 机器人机构设计

柔索牵引上肢康复机器人是由手臂外骨骼、柔索并联牵引系统和驱动机构共同构成的一个并

联机器人系统, 其三者具有很强的运动耦合性. 由于柔索的弹性误差与机器人的机构设计密不可

分, 因此需要对康复机器人的机构进行阐述. 康复机器人整体机构如图 1 所示.

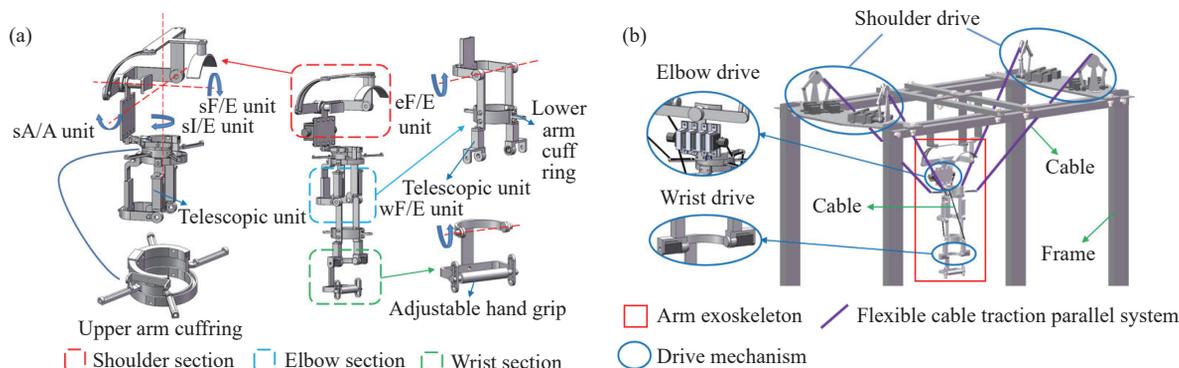


图 1 康复机器人整体机构设计. (a) 手臂外骨骼机构设计; (b) 柔索牵引上肢康复机器人系统整体结构

Fig.1 Schematic of overall mechanism of rehabilitation robot: (a) arm exoskeleton mechanism design; (b) overall structure of the flexible cable traction upper limb rehabilitation robot system

1.1 手臂外骨骼设计

由于手臂外骨骼是患者康复训练设备中的特殊穿戴部分^[16], 且为了保证康复训练过程中患者上肢和外骨骼之间具有较高的相容性, 其机构设计须严格符合人体上肢的运动规律和生理结构^[17], 因此机构的可达运动范围必须在人体上肢运动范围之内, 手臂外骨骼的尺寸需符合相关人体上肢尺寸标准. 将腕部和肘部看作一个整体, 根据人体上肢的运动范围和结构参数, 可以确定手臂外骨骼的 D-H 参数, 如表 1 所示, 其中 θ_i ($i = 1, 2, 3, 4, 5$, 下同) 表示关节角度, d_i 表示连杆沿 z 轴的平移距离, a_{i-1} 表示连杆沿 x 轴的平移距离, α_{i-1} 表示绕 x 轴的旋转角度.

表 1 手臂外骨骼 D-H 参数

Table 1 Parameters of arm exoskeleton D-H

i	$\theta_i / (^\circ)$	d_i / mm	a_{i-1} / mm	$\alpha_{i-1} / (^\circ)$	Human upper limb range / $(^\circ)$	Arm exoskeleton range / $(^\circ)$
1	θ_1	0	0	90	-45~180	-30~60
2	θ_2	0	0	90	-45~180	0~60
3	θ_3	270~310	0	90	0~90	0~90
4	θ_4	0	0	-90	0~135	0~60
5	θ_5	220~280	0	90		

根据人体上肢的构造可知, 肩关节和腕关节可近似为球铰结构, 各具有三个自由度, 肘关节具有一个自由度^[18]. 手臂外骨骼则选取肩关节, 肘关节和腕关节. 具体设计如下:

1) 肩部: 可将肩部的运动简化为绕着三个轴的旋转运动, 且三轴相交于人体肩部内一点, 如图 1(b) 所示. 通过三根连杆的相互嵌套实现了肩

部的前屈/后伸和外展/内收, 在外骨骼的大臂处设计了可旋转袖环, 实现了肩部的旋内/旋外自由度. 另外, 大臂还设置有伸缩机构, 用于调整外骨骼的尺寸适应不同大臂长度的患者.

2) 肘部: 肘部的运动为前屈/后伸, 如图 1(a) 所示. 由于人体上肢的肘关节只能在一侧进行运动, 因此在外骨骼的肘部设计了限位安全块, 用来保证患者训练时的安全. 同时, 为了保证外骨骼能够适应不同的患者, 在小臂处也设计了伸缩机构.

3) 腕部: 由于机器人对手腕的康复训练并不明显, 因此选取腕部的一个自由度, 为前屈/后伸, 如图 1(a) 所示. 腕部设计有手握杆调节机构, 可以满足患者上肢手掌的不同尺寸.

手臂外骨骼的人机映射模型如图 2 所示, 根据表 1 中的参数, 采用改进 D-H 法在 MATLAB Robotic Toolbox 中建立手臂外骨骼的空间等效模型^[19-20], 如图 3 所示.

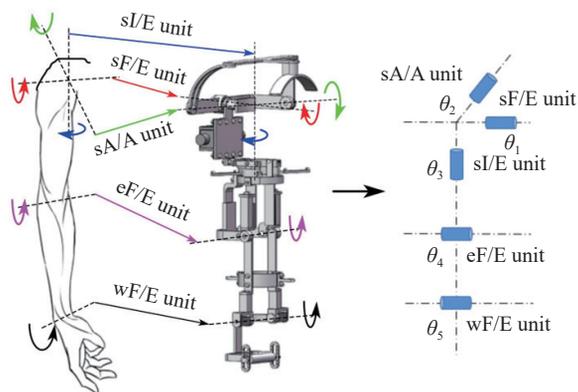


图 2 手臂外骨骼的人机映射模型

Fig.2 Human-machine mapping model for arm exoskeleton

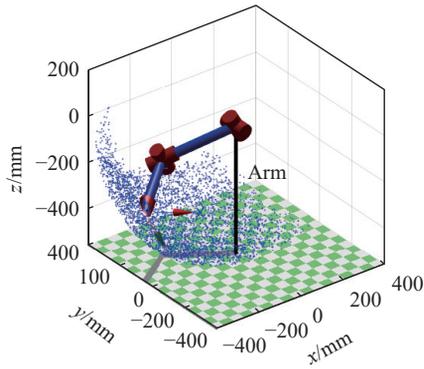


图3 手臂外骨骼的工作空间等效模型

Fig.3 Workspace equivalent model of an arm exoskeleton

从图3中可以看出,等效模型的运动区域与手臂外骨骼的关节角范围对应的坐标区域一致,验证了外骨骼设计的合理性和等效模型的正确性。

1.2 柔索牵引并联系统设计

机器人采用柔索牵引的方式进行康复运动^[21],如图1(b)所示.由于在康复过程中,人体的肩部所承受的力最大,因此将肩部的驱动机构设计在机架上方,使患者的舒适性得到提高.其中,肩部采取四根柔索对外骨骼进行牵引,四根柔索之间相互协调保证人体上肢肩部的运动,共同构成并联牵引系统.柔索的一端缠绕在绕线轮上,绕线轮位于机架上方,呈对称分布,另一端连接在大臂袖环上,通过绕线轮转动相应角度使柔索长度发生改变,进而使人体上肢按照期望轨迹下手臂外骨骼的关节角度进行康复训练.

在实际的康复训练过程中,柔索的弹性形变会使人体上肢脱离期望位置,为了使人体上肢末端的实际康复训练轨迹符合所给定的期望轨迹,因此需要对柔索的弹性误差进行分析.在运动过程中,由于肩部所需的驱动力最大,导致肩部柔索误差较大,因此本文仅对康复机器人的肩部柔索并联系统的误差进行分析.

2 柔索误差逆向建模

与传统柔索误差计算方法(先假定柔索未产

生形变,再计算柔索形变误差)相比,柔索误差逆向建模是以柔索牵引状态反向计算柔索在实际牵引方向所产生的形变误差.在柔索牵引人体上肢进行康复训练的过程中,柔索的形变误差与柔索的位置、长度、方向和张力紧密相关,这些因素都影响着柔索的形变误差.为了更高效地提高机器人运动的精度,建立准确的柔索误差模型十分必要^[22-24].在柔索牵引康复机械臂中,由于柔索长度较短,因此做出两个假设:1)忽略柔索质量;2)柔索的形变均为线性形变.

2.1 柔索长度分析

柔索形变的原理图如图4所示,其中图4(a)为先假定柔索未形变原理图,图4(b)为柔索实际形变原理图.图中,柔索的弹性形变在柔索中应是均匀分布的,为了更直观地表达柔索的形变,则将形变量全部集中在柔索的一端,其中, ΔL_n ($n = 1, 2, 3, 4$,下同)为柔索的形变量, L_n 为柔索形变后的实际长度, $L_{n,0}$ 为柔索未发生形变时的长度, b_n 为柔索与大臂袖环的连接点, c_n 为柔索未形变长度与形变量的衔接点, A_n 为柔索的出绳点,即绕线轮与柔索的切点.

从图4(a)中可以看出,先假定柔索未形变在计算柔索误差时,柔索的出绳点 A_n 会发生变化,同时柔索的位置和原位置也会存在偏差,这就造成了柔索出绳点和偏转角度不可计算的问题,需要通过传感器进行测量,因此根据图4(b)建立柔索误差逆向模型,可以很好的解决此类问题.

柔索的实际长度可写为

$$L_n = L_{n,0} + \Delta L_n \quad (1)$$

由于柔索矢量与绕线轮出绳点和大臂袖环牵引点的位置有关,对柔索形变方向和张力方向会产生很大的影响,采用闭环矢量法对柔索的长度进行分析^[25].柔索牵引空间矢量图如图5所示,其中 θ_1 、 θ_2 、 θ_3 为手臂肩关节的关节角.

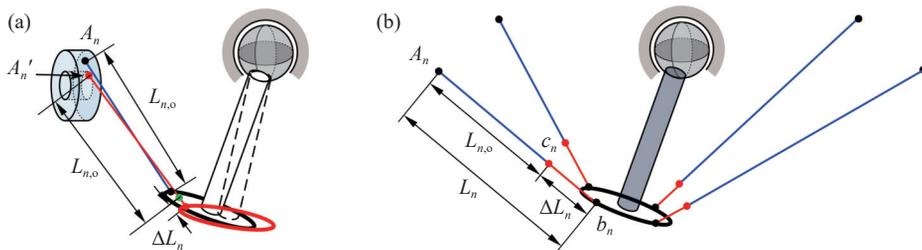


图4 柔索形变原理图.(a)先假定柔索未形变原理图;(b)柔索实际形变原理图

Fig.4 Principal diagram of flexible cable deformation: (a) assuming that the flexible cable does not deform; (b) schematic of the actual deformation of the flexible cable

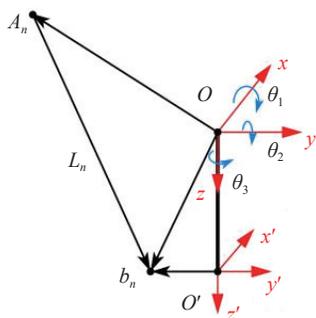


图 5 柔索矢量图

Fig.5 Vector diagram of a flexible cable

柔索长度 L_n 可以表示为

$$L_n = \sqrt{(x_{A_n} - x_{b_n})^2 + (y_{A_n} - y_{b_n})^2 + (z_{A_n} - z_{b_n})^2} \quad (2)$$

式中: $\{O\}$ 为全局坐标系, 位于肩部三个旋转轴线

$${}^O_o \mathbf{R} = \mathbf{R}_z(\theta_3) \mathbf{R}_y(\theta_2) \mathbf{R}_x(\theta_1) = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 \cos \theta_2 & \cos \theta_1 \sin \theta_2 \sin \theta_3 - \sin \theta_1 \cos \theta_3 & \cos \theta_1 \sin \theta_2 \cos \theta_3 + \sin \theta_1 \sin \theta_3 \\ \sin \theta_1 \cos \theta_2 & \sin \theta_1 \sin \theta_2 \sin \theta_3 - \cos \theta_1 \cos \theta_3 & \sin \theta_1 \sin \theta_2 \cos \theta_3 - \cos \theta_1 \sin \theta_3 \\ -\sin \theta_2 & \cos \theta_2 \sin \theta_3 & \cos \theta_2 \cos \theta_3 \end{bmatrix} \quad (4)$$

在康复训练时, 柔索的位置会不断发生变化, 这就造成柔索与绕线轮的切点 (出绳点) 也在不断发生变化, 因此需要计算准确的切点位置. 绕线轮二维工作原理图如图 6 所示.

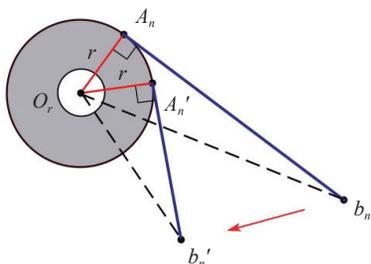


图 6 绕线轮二维平面工作原理

Fig.6 Working principle of winding wheel 2D plane

图中, O_r 为绕线轮的中心, 位置可以表示为 $(x_{O_r}, y_{O_r}, z_{O_r})$, r 为绕线轮的半径.

由于切点 A_n 始终在绕线轮上, 可以得到

$$\| \mathbf{A}_n \mathbf{O}_r \| = r \quad (5)$$

图中 $\triangle O_r A_n b_n$ 为直角三角形, 由勾股定理可得

$$\| \mathbf{A}_n \mathbf{b}_n \|^2 + r^2 = \| \mathbf{O}_r \mathbf{b}_n \|^2 \quad (6)$$

由图中向量 $\mathbf{O}_r \mathbf{A}_n$ 和向量 $\mathbf{A}_n \mathbf{b}_n$ 垂直, 可得

$$\mathbf{O}_r \mathbf{A}_n \cdot \mathbf{A}_n \mathbf{b}_n = 0 \quad (7)$$

联立式(5)、式(6)和式(7), 可得柔索与绕线轮切点的坐标 $(x_{A_n}, y_{A_n}, z_{A_n})$.

由于在进行康复训练时, 柔索会发生弹性形变, 且绕线轮和柔索之间存在摩擦, 根据材料力学中的形变本构方程可得

的相交点, $\{O'\}$ 为局部坐标系, 位于大臂袖环的几何中心位置, $(x_{A_n}, y_{A_n}, z_{A_n})$ 为柔索与绕线轮的相切点在全局坐标系中的位置, $(x_{b_n}, y_{b_n}, z_{b_n})$ 为柔索与大臂袖环牵引连接点在全局坐标系中的位置.

由于人体上肢的姿态会在牵引过程中发生改变, 因此牵引点 b_n 的位置可以表示为

$$\begin{bmatrix} x_{b_n} \\ y_{b_n} \\ z_{b_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{O'} \\ y_{O'} \\ z_{O'} \end{bmatrix} + {}^O_o \mathbf{R} \begin{bmatrix} {}^{O'}_o x_{b_n} \\ {}^{O'}_o y_{b_n} \\ {}^{O'}_o z_{b_n} \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中: $[x_{O'} \ y_{O'} \ z_{O'}]^T$ 为局部坐标系相对全局坐标系的位置; $[{}^{O'}_o x_{b_n} \ {}^{O'}_o y_{b_n} \ {}^{O'}_o z_{b_n}]^T$ 为大臂袖环中心点在局部坐标系中的位置; ${}^O_o \mathbf{R}$ 为局部坐标系相对全局坐标系的旋转矩阵, 即

$$\Delta L_n = \frac{(1-\mu)\sigma_{n,o}L_{n,o}}{SE} \quad (8)$$

联立式(1)和式(8), 可得

$$\Delta L_n = \frac{(1-\mu)\sigma_{n,o}L_n}{SE + (1-\mu)\sigma_{n,o}} \quad (9)$$

式中: μ 为绕线轮与柔索之间的摩擦系数, $\sigma_{n,o}$ 为柔索所受到的张力, S 为柔索的横截面积, E 为柔索的弹性模量. 将式(8)中的 L_n 转换成矢量形式, 即 L_n , 即可得到柔索在实际牵引方向上的形变量.

2.2 柔索牵引并联系统动力学分析

在牵引并联系统中, 由于柔索的形变量和柔索本身所受到的力有关, 故需对柔索的张力进行求解^[26]. 通过力旋量法建立柔索牵引并联系统的静力学平衡方程^[27], 即

$$\mathbf{M} = \mathbf{J}^T \boldsymbol{\sigma} \quad (10)$$

式中: $\boldsymbol{\sigma}$ 为柔索张力, 且 $\boldsymbol{\sigma} = [\sigma_1 \ \sigma_2 \ \sigma_3 \ \sigma_4]^T$, $\sigma_n \in [\sigma_{\min}, \sigma_{\max}]$, σ_{math} 为柔索预紧力, σ_{\max} 为柔索最大许可拉力; \mathbf{M} 为人体上肢康复训练所需要的关节转矩, 即 $\mathbf{M} = [M_\alpha \ M_\beta \ M_\gamma]^T$, 可以基于给定的手臂穿戴参数由拉格朗日法求得, 这里不做强过多解释, 具体参考相关书籍; \mathbf{J} 为系统的结构矩阵, 即 $\mathbf{J} = [\mathbf{J}_1 \ \mathbf{J}_2 \ \mathbf{J}_3 \ \mathbf{J}_4]$, 其中 $\mathbf{J}_n = [{}^O_o \mathbf{R}^T \mathbf{b}_n \times \mathbf{u}_n]$, ${}^O_o \mathbf{b}_n$ 为柔索与大臂袖环连接点位置的列向量, \mathbf{u}_n 为柔索的单位长度列向量, 即 $\mathbf{u}_n = L_{n,o} / \|L_{n,o}\|$.

联立式(1)和式(9), 可得

$$\mathbf{M} = \mathbf{J}^{*T} \boldsymbol{\sigma}^* \quad (11)$$

式中: $\mathbf{J}^{*T} = [\mathbf{J}_1^* \ \mathbf{J}_2^* \ \mathbf{J}_3^* \ \mathbf{J}_4^*]$ 为引入形变本构方

程后的结构矩阵, 其中 $J_n^* = \begin{bmatrix} O, R^{O'} b_n \times L_n / \|L_n\| \end{bmatrix}$; $\sigma^* = \begin{bmatrix} \sigma_1^* & \sigma_2^* & \sigma_3^* & \sigma_4^* \end{bmatrix}^T$ 为引入形变本构方程后的柔索张力矩阵, 其中 $\sigma_n^* = \frac{SE\sigma_{n,o}}{SE + (1-\mu)\sigma_{n,o}}$.

3 柔索配置分析及张力求解

由于在进行康复训练的过程中, 柔索的受力会存在四种情况, 如图 7 所示, 即四根柔索均不提供牵引力和两根柔索、三根柔索以及四根柔索分别提供牵引力, 因此在对不同康复训练轨迹下的柔索进行形变误差计算时, 需要对柔索的运动状态进行分析, 同时根据柔索的运动状态对柔索的张力进行求解^[28].

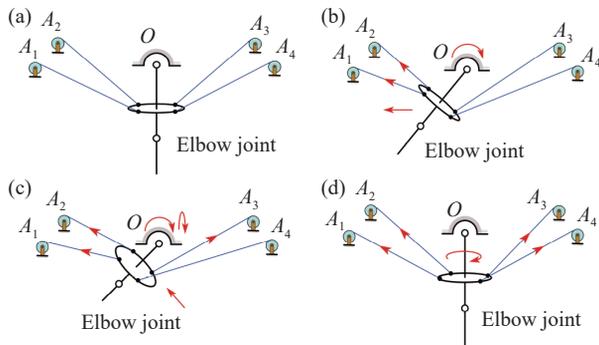


图 7 柔索受力情况. (a) 四根柔索只受预紧力; (b) 两根柔索受力; (c) 三根柔索受力; (d) 四根柔索受力

Fig.7 Force acting on flexible cables: (a) four flexible cables subjected to preload only; (b) two, (c) three, and (d) four flexible cables subjected to force

1) 当提供牵引力的柔索数等于 0 时, 机械臂处于初始状态, 此时机架承受手臂外骨骼和人体上肢的重量, 此时四根柔索只受预紧力, 且柔索不会产生形变, 可得

$$\sigma^* = \begin{bmatrix} \sigma_{\min} & \sigma_{\min} & \sigma_{\min} & \sigma_{\min} \end{bmatrix}^T \quad (12)$$

2) 当提供牵引力的柔索数等于 2 或 3 时, 其余柔索为虚牵状态, 只受预紧力, 同时不会产生形变, 但当柔索长度发生改变时, 柔索与绕线轮的摩擦依然存在, 即式(10)转换为:

$$M - J^{\otimes T} \sigma^{\otimes} = J^{*T} \sigma^* \quad (13)$$

式中: $J^{\otimes T}$ 为柔索虚牵结构矩阵, $J_j^{\otimes} = \begin{bmatrix} O, R^{O'} b_j \times L_j / \|L_j\| \end{bmatrix}$, $j(j=1 \text{ or } 2 \text{ or } 3 \text{ or } 4)$ 表示虚牵柔索; σ^{\otimes} 为柔索虚牵张力矩阵, $\sigma_j^{\otimes} = \sigma_{\min,j} / (1-\mu)$; 此时, J^{*T} 为柔索实牵结构矩阵, $J_n^* = \begin{bmatrix} O, R^{O'} b_n \times L_n / \|L_n\| \end{bmatrix}$, $n(n=1 \text{ or } 2 \text{ or } 3 \text{ or } 4)$ 表示实牵柔索; σ^* 为柔索实牵张力矩阵, 即 $\sigma_n^* = \frac{SE\sigma_{n,o}}{SE + (1-\mu)\sigma_{n,o}}$.

这时方程(13)的解将存在 3 种情况:

① 当 $\text{Rank}(J^{*T}) = \text{Rank}(J^{*T} | M - J^{\otimes T} \sigma^{\otimes})$ 时, 此时方程存在唯一解, 即

$$\sigma^* = (J^{*T})^{-1} (M - J^{\otimes T} \sigma^{\otimes}) \quad (14)$$

② 当 $\text{Rank}(J^{*T}) < \text{Rank}(J^{*T} | M - J^{\otimes T} \sigma^{\otimes})$ 时, 方程变成了一个超定线性方程组, 此时方程没有精确解, 只能求其最小二乘解. 最小二乘解满足下列等式:

$$J^* J^{*T} \sigma^* = J^* (M - J^{\otimes T} \sigma^{\otimes}) \quad (15)$$

若 $J^* J^{*T}$ 可逆, 则柔索张力的最小二乘解为:

$$\sigma^* = (J^* J^{*T})^{-1} J^* (M - J^{\otimes T} \sigma^{\otimes}) \quad (16)$$

③ 当 $\text{Rank}(J^{*T}) = \text{Rank}(J^{*T} | M - J^{\otimes T} \sigma^{\otimes}) < \text{实牵柔索数}$, 方程就变成了一个欠定线性方程组, 此时方程存在无穷多解, 可根据广义逆矩阵理论, 解得柔索张力的最小范数解为:

$$\sigma^* = J^* (J^* J^{*T})^{-1} (M - J^{\otimes T} \sigma^{\otimes}) \quad (17)$$

3) 当提供牵引力的柔索数为 4 时, 式(13)就变成了一个欠定线性方程组, 此时存在无穷多解, 其柔索张力的最小范数解为:

$$\sigma^* = J^* (J^{*T} J^*)^{-1} M \quad (18)$$

4 数值仿真及分析

4.1 仿真参数及步骤

为了验证前述柔索逆向误差模型的正确性和合理性, 结合上述机构设计, 通过给定康复机器人的末端的康复训练轨迹, 对柔索牵引并联系统的逆向误差模型进行数值仿真分析. 设手臂外骨骼的结构参数为: 大臂、小臂(包括手部, 下同)的穿戴质量都为 3 kg, 大臂、小臂的长度分别为 0.31、0.25 m, 重力加速度 $g = 9.8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. 柔索牵引系统的参数如表 2 所示. 其仿真步骤如下:

(1) 建立手臂外骨骼的空间等效模型: 根据设定的手臂外骨骼结构参数以及运动范围, 在 Matlab 中的 Robotic Toolbox 模块建立模型;

(2) 关节角度求解: 在规定的运动范围内给定关节角初始和结束的位置, 利用五次多项式拟合出康复训练轨迹, 并得到关节角度的变化规律;

(3) 柔索矢量求解: 通过绕线轮的相关参数得到柔索出绳点位置; 通过关节角度和柔索牵引系统的参数得到牵引点位置; 结合两者计算出柔索的矢量;

(4) 根据运动状态计算柔索沿实际牵引方向的受力: 通过柔索发生形变后的实际长度, 采用逆

表 2 柔索牵引系统参数

Table 2 Parameters of flexible cable traction systems

Parameters	Value
Local coordinate system position, O'/m	(0 0 +0.145)
b_1/m	(- 0.087 -0.087 0)
b_2/m	(+0.087 -0.087 0)
b_3/m	(+0.087 +0.087 0)
b_4/m	(- 0.087 +0.087 0)
$O_{1,r}/m$	(-0.295 -0.613 -0.526)
$O_{2,r}/m$	(+0.295 -0.613 -0.526)
$O_{3,r}/m$	(+0.295 +0.613 -0.526)
$O_{4,r}/m$	(-0.295 +0.613 -0.526)
Winding wheel radius, r/m	0.03
Flexible cable pretension, σ_{min}/N	5
Permissible pulling force of flexible cables, σ_{max}/N	300
Cross-sectional area of flexible cables, S/m^2	7.1×10^{-6}
Modulus of elasticity of a flexible cable, E/Pa	3×10^9
Coefficient of friction between flexible cable and winding wheel, μ	0.15

向柔索误差模型, 计算出柔索沿着实际牵引方向未发生形变时的受力;

(5) 计算柔索产生的形变: 通过柔索沿着实际牵引方向未发生形变时的受力, 结合形变本构方程求解出康复训练轨迹下每个单位时间内的柔索形变量和位移形变量。

4.2 仿真分析

根据所设定的相关结构参数在 Matlab 中的 Robotic Toolbox 模块建立手臂外骨骼的等效模型; 以人体上肢肩关节做前屈—复合运动—内收的康复训练动作为例对康复机器人逆向柔索误差模型进行仿真分析. 设定上肢自然下垂时的状态为手臂的初始位置. 人体上肢的康复训练轨迹和关节

角度变化曲线如图 8 所示.

从图 8(a) 可以看出, 红色弧线为康复训练轨迹, 该轨迹形成一个闭环, 为一个康复训练周期; 图 8(b) 为肩部关节在康复训练轨迹下的关节角度变化, 从图中可以看出上肢在 0~10 s 做前屈, 关节角 1 (sF/E unit) 由 0 变化至 1.05 tad, 其余关节角度不发生变化, 在 10~20 s 做复合运动, 关节角 1 由 1.05 tad 变化至 0, 关节角 2 (sA/A unit) 由 0 变化至 1.05 tad, 关节角 3 (sI/E unit) 不发生变化, 在 20~30 s 做内收, 关节角 2 由 1.05 tad 变化至 0, 其余关节角度不发生变化, 符合设定的预期康复运动状态.

在上肢康复训练的过程中, 柔索与绕线轮的切点和手臂外骨骼的位置不断变化, 为了柔索能够准确牵引患者手臂进行康复训练, 需要对柔索的长度进行计算. 由于在实际康复训练的过程中柔索已经发生形变, 因此绕线轮切点至大臂牵引点的距离为柔索发生变形后的实际长度, 如图 9 所示.

从图 9 中可以看出, 在 0 s 时, 上肢处于初始状态, 各根柔索长度相同; 在 0~10 s 期间, 柔索 1 和柔索 2 长度变短且变化相同, 柔索 3 和柔索 4 长度变长且变化相同, 符合上肢做前屈的康复运动状态; 在 10~20 s 期间, 柔索 1 长度变长, 达到和柔索 4 相同的长度, 柔索 3 长度变短, 达到和柔索 2 相同的长度, 符合上肢由前屈至内收的康复运动状态; 在 20~30 s 期间, 柔索 1 和柔索 4 长度变短且变化相同, 柔索 2 和柔索 3 长度变长且变化相同, 符合上肢做内收的康复运动状态; 在 30 s 时, 各根柔索长度一致, 人体上肢回到初始状态, 完成一个康复运动周期. 柔索长度的变化趋势验证了康复机器人运动学模型的正确性和运动的合理性.

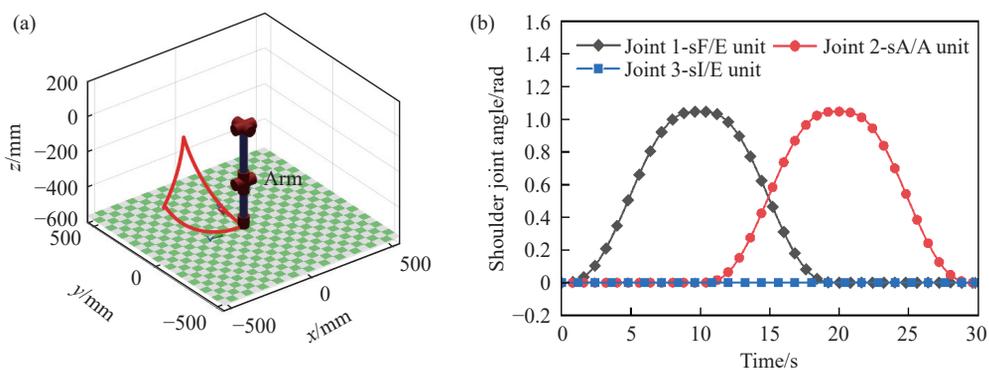


图 8 手臂外骨骼运动状态. (a) 康复训练轨迹; (b) 肩部关节角度

Fig.8 Motion status of the arm exoskeleton: (a) rehabilitation trajectory; (b) shoulder joint angle

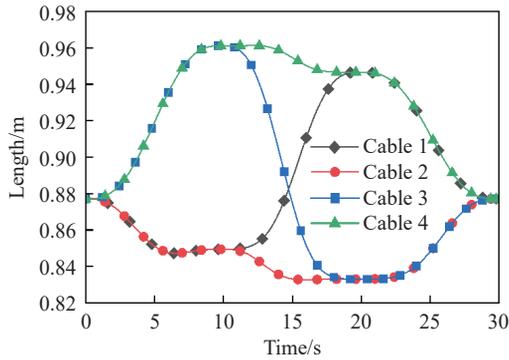


图9 柔索发生变形后的实际长度

Fig.9 Actual length of the flexible cable after deformation

由于在牵引过程中,不同的康复运动状态所需的柔索数目不同,柔索在牵引人体上肢进行康复运动时,会存在虚牵状态,且柔索的张力会导致柔索发生形变,因此需要柔索张力进行求解.结合图4,沿着柔索牵引矢量方向未发生形变时(c_n 处)的张力以及牵引点 b_n 与点 c_n 张力差值如图10所示.

从图10(a)中可以看出,在0s时,各根柔索的受力为5N,这与初始状态手臂重量由机架承担,柔索只受预紧力相符合;在0~10s期间,柔索1和柔索2张力不断增大,且趋势相同,柔索3和柔索4则由于柔索与绕线轮之间存在摩擦,始终保持在5.88N,处于虚牵状态,这与人体上肢做前屈康复运动相符合;在10~20s期间,柔索2和柔索3张力增大并达到一致,柔索1的张力逐渐减小至5.88N,并与柔索4保持一致,符合康复运动由前屈向内收转换的过程;在20~30s期间,柔索2和柔索3逐渐减小至5.88N,柔索1和柔索4始终保持在5.88N,处于虚牵状态,符合人体上肢内收的运动状态;在30s时,各根柔索为5N,上肢再次回到初始状态,表示一个运动周期完成.图10(b)

中柔索牵引矢量方向 c_n 处与 b_n 处张力差值变化与图10(a)中柔索受力的趋势相同,这表示在康复运动过程中,柔索张力在柔索牵引矢量方向张力越大,差值越大,符合张力变化规律,同时验证了逆向张力求解的正确性和必要性,有助于对柔索张力和运动精度进行控制.

在康复训练的过程中,柔索张力以及柔索矢量不断改变,这就造成了柔索误差在不断的发生变化,准确的求解牵引过程中柔索的形变误差并进行补偿,对康复运动的安全性以及康复轨迹的准确性具有很重要的作用.图11为在康复轨迹下柔索的形变误差.从图11可以看出,四根柔索的形变量和图10(a)中柔索的张力变化相对应,其变化符合形变的一般规律,即柔索张力越大产生的形变越大.图11(d)中柔索4的形变量为0,这是由于在康复训练过程中,柔索4始终只受预紧力.图11中,四根柔索在x、y和z方向上的形变位移量和表2中的坐标正负相对应,验证柔索形变误差计算的正确性.通过计算出柔索沿实际牵引方向的形变误差,可以更加精确的对机器人的运动进行补偿,进而提高机器人在运动中的安全性.

图12为柔索形变前后长度对比图.结合图10(a),从图12中可以看出:在0s时,由于各根柔索只受预紧力,故形变量等于0.在0~10s期间,由于柔索1和柔索2张力不断增大,故柔索的形变不断增大;柔索3和柔索4的处于虚牵状态,则不产生形变.在10~20s期间,柔索2和柔索3张力不断增大并达到一致,故柔索的形变也不断增大并达到一致;柔索1张力不断减小至5.88N,故形变不断减小至0;柔索4处于虚牵状态,故不产生形变.在20~30s期间,柔索2和柔索3逐渐减小至5.88N,故柔索的形变也不断减小至0;柔索1和柔索4始

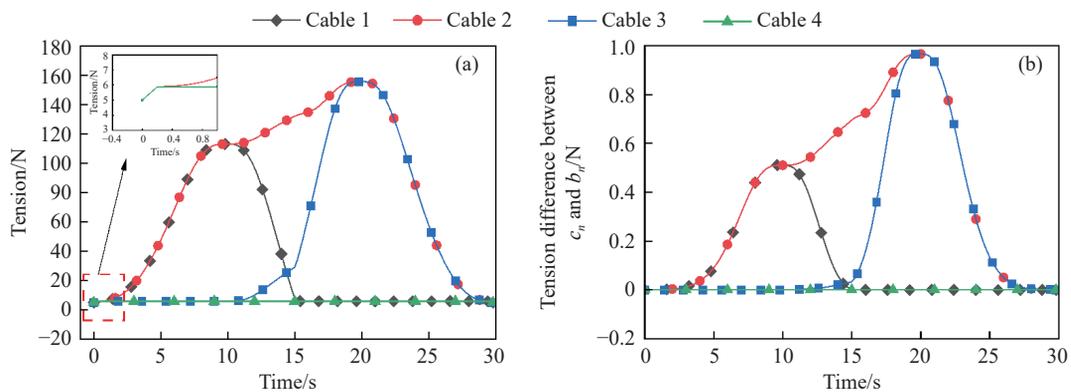


图10 柔索张力变化。(a)柔索牵引矢量方向未发生形变时(c_n 处)张力;(b)柔索牵引矢量方向 c_n 处与 b_n 处张力差值

Fig.10 Changes in the tension of flexible cable: (a) in the direction of traction vector without deformation (at c_n); (b) tension difference in the direction of traction vector at c_n and b_n

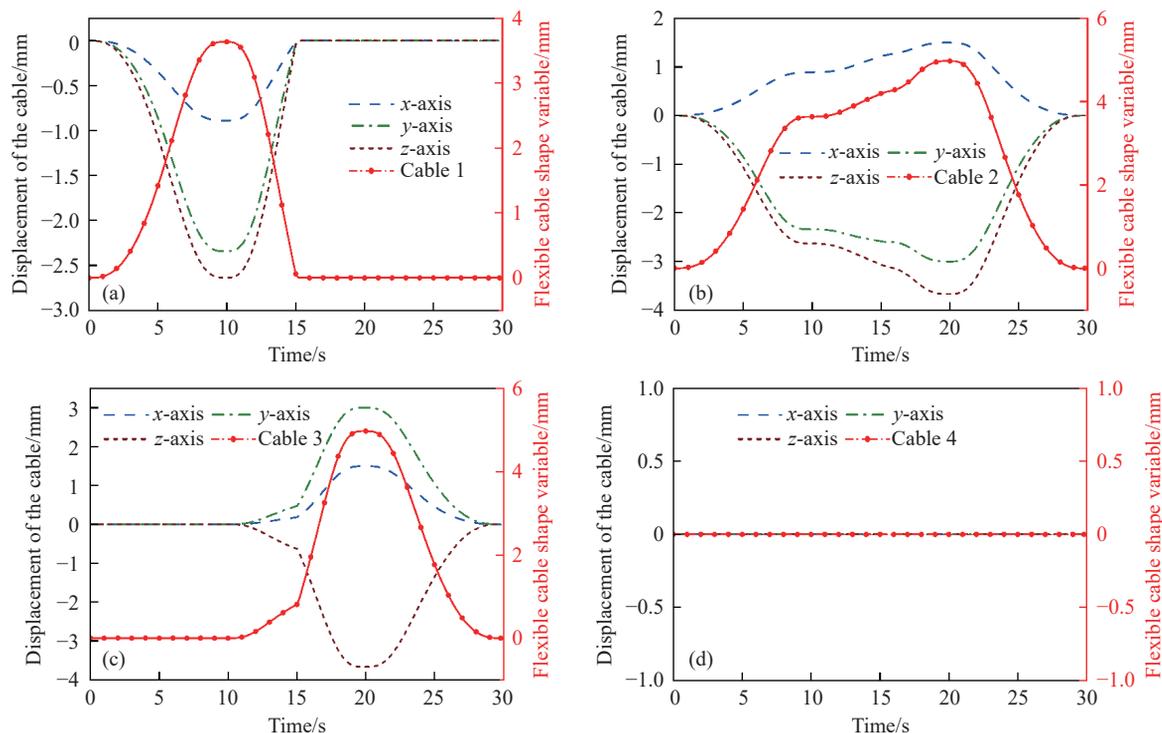


图 11 柔索形变误差。(a) 柔索 1 形变误差; (b) 柔索 2 形变误差; (c) 柔索 3 形变误差; (d) 柔索 4 形变误差

Fig.11 Deformation error of flexible cable (a) 1, (b) 2, (c) 3, and (d) 4

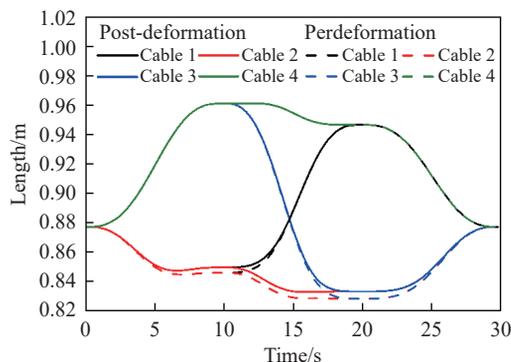


图 12 柔索形变前后长度对比图

Fig.12 Comparison of the cable lengths before and after deformation

终处于虚牵状态, 故不产生形变. 可以发现, 柔索的形变规律符合柔索张力大小变化规律.

图 13 为柔索张力与形变的关系图. 图 13 中柔索的形变范围与图 11 的结果相符合, 且柔索 1、柔索 2 和柔索 3 的张力和形变符合公式(8)的线性关系, 验证了方法的正确性.

通过给定实例对柔索的形变和张力的关系进行仿真分析, 验证了逆行误差模型的可行性和正确性, 为柔索并联构型的误差分析提供了新的思路.

5 结论

(1) 目前, 大多数康复机器人刚性较大, 容易对人体上肢造成伤害. 本文结合人体上肢的生理结构和运动特性, 设计了一种柔索牵引式上肢康复机器人, 与人体上肢的运动相对照, 并通过等效

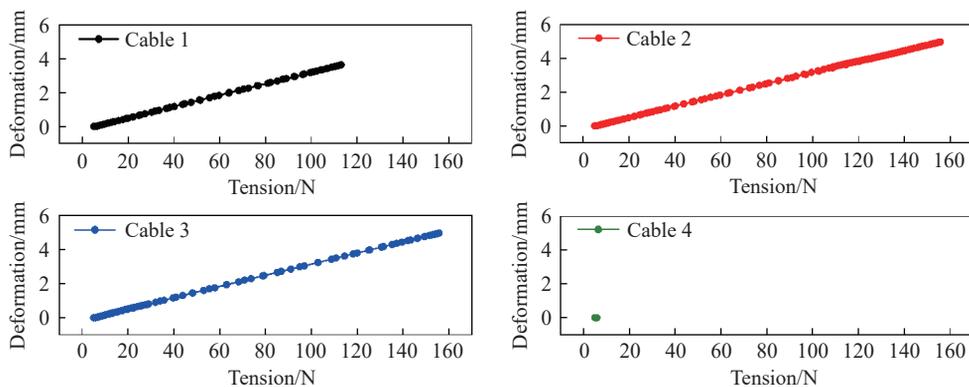


图 13 柔索张力与形变的关系图

Fig.13 Relationship between cable tension and deformation

模型验证了机构的合理性。

(2)提出了一种柔索误差逆向建模方法,通过考虑柔索的摩擦、出绳点和形变,建立了沿实际柔索牵引方向的柔索误差模型。结合对柔索运动状态的分析,通过仿真验证了模型的正确性,与先假定柔索未发生变形再计算柔索弹性误差的方法相比,更加准确和符合实际作业情况。同时,可以将利用逆向误差模型计算的实际柔索形变误差实时补偿到绕线轮的控制器中,为康复机器人的轨迹跟踪控制 and 安全性分析打下基础。

(3)该方法具有良好的扩展性,可用于多种柔索牵引并联系统。如面对负载较大、柔索较长的柔索协调吊运任务,可在该方法上考虑柔索的悬链线效应以及在 x 、 y 和 z 方向的外界扰动,为柔索的高精度控制提供依据。

基于本文提出的柔索误差逆向模型及仿真结果,后续将搭建康复机器人的实物样机并进行实验验证,同时将对康复机器人快速误差补偿问题进行下一步研究,确保患者康复训练时的安全性得到提高。

参 考 文 献

- [1] Pang R Z, Liu L, Li Q N. Structural imbalance of health resource allocation and social welfare loss under the trend of population aging. *J China Univ Geosci (Soc Sci Ed)*, 2024, 24(4): 86
(庞瑞芝, 刘磊, 李倩楠. 人口老龄化趋势下卫生资源配置结构性失衡与社会福利损失. 中国地质大学学报(社会科学版), 2024, 24(4): 86)
- [2] Luo S L, Meng Q L, Yu H L. Research and application of rehabilitation robot technology in China. *Chin J Rehabil Med*, 2023, 38(12): 1762
(罗胜利, 孟巧玲, 喻洪流. 我国康复机器人技术研究与应用概况. 中国康复医学杂志, 2023, 38(12): 1762)
- [3] Huang X N, Fang F F. Application and development trends of rehabilitation robots: From a clinical perspective. *Acad J Nav Med Univ*, 2023, 44(12): 1385
(黄潇楠, 方凡夫. 从临床视角看康复机器人应用与发展趋势. 海军军医大学学报, 2023, 44(12): 1385)
- [4] Guatibonza A, Solaque L, Velasco A, et al. Assistive robotics for upper limb physical rehabilitation: A systematic review and future prospects. *Chin J Mech Eng*, 2024, 37(1): 69
- [5] Qian S, Li C Q, Zhou B, et al. Overview of trajectory planning and control methods for cable-driven robots. *Control Decis*, 2024, 39(9): 2817
(钱森, 李长奇, 周斌, 等. 柔索驱动机器人运动规划与控制方法研究综述. 控制与决策, 2024, 39(9): 2817)
- [6] Li G J, Zhang F, Li L, et al. Error compensation of end-effector position for the cable-driven parallel robot based on multi-group co-evolutionary algorithm. *Robot*, 2021, 43(1): 81
(李国江, 张飞, 李露, 等. 基于多种群协同进化算法的绳索牵引并联机器人末端位置误差补偿. 机器人, 2021, 43(1): 81)
- [7] He W K, Fei Y Q, Chen M. Error analysis and compensation of cable-driven parallel robot. *Mach Des Manuf*, 2018 (Sup 2): 171
(何文凯, 费燕琼, 陈萌. 绳索牵引式并联机器人误差分析及补偿. 机械设计与制造, 2018(增刊2): 171)
- [8] Xie G Q, Zhang Z K, Shao Z F, et al. Research on the orientation error of the translational cable-driven parallel robots. *J Mech Rob*, 2022, 14(3): 031003
- [9] Choi M, Seo M, Kim H S, et al. UKF-based sensor fusion method for position estimation of a 2-DOF rope driven robot. *IEEE Access*, 2021, 9: 12301
- [10] Chen Y P, Hu H, Tan H, et al. Effects of tribological and material properties of wire rope on the motion synchronization of a precision flexible transmission device. *Structures*, 2024, 63: 106287
- [11] Han Y T, Ma X L, Zhang G, et al. Numerical investigation of rope-core elasticity effects on rope-sheave traction. *J Braz Soc Mech Sci Eng*, 2024, 46(2): 90
- [12] Paty T, Binaud N, Caro S, et al. Cable-driven parallel robot modelling considering pulley kinematics and cable elasticity. *Mech Mach Theory*, 2021, 159: 104263
- [13] Duan F C, Zhang H B, Hou W J, et al. Dynamics and experimental study of the shock effect of two-body tethered satellite system. *Chin Space Sci Technol*, 2023, 43(1): 53
(段富成, 张慧博, 侯玮杰, 等. 二体绳系卫星系统冲击效应动力学与试验研究. 中国空间科学技术, 2023, 43(1): 53)
- [14] Zhang B, Zhang F, Zhou F, et al. Dual-space adaptive synchronization control of cable-driven parallel robots. *Robot*, 2020, 42(2): 139
(张彬, 张飞, 周烽, 等. 绳索牵引并联机器人的双空间自适应同步控制. 机器人, 2020, 42(2): 139)
- [15] Ma Y, Zhao Z G, Wang Y L, et al. Analysis of feasible region on the multi robot combined lifting system by considering the static stiffness. *Comput Simul*, 2017, 34(7): 307
(马延, 赵志刚, 王砚麟, 等. 考虑静刚度多机器人联合吊运系统可行域分析. 计算机仿真, 2017, 34(7): 307)
- [16] Guatibonza A, Zabala C, Solaque L, et al. Mechanical design of an upper limb robotic rehabilitation system. *Int J Comput Methods Eng Sci Mech*, 2024, 25(5): 265
- [17] Li S Z, Guan Y Y, Ma C, et al. Modeling and experiment of passive variable stiffness actuator for upper limb rehabilitation robot. *J Mech Eng*, 2024, 60(3): 47
(李守忠, 管昀毅, 马冲, 等. 上肢康复机器人被动变刚度驱动器建模与试验. 机械工程学报, 2024, 60(3): 47)
- [18] Guo B J, Li Z Z, Huang M X, et al. Patient's healthy-limb motion characteristic-based assist-As-needed control strategy for upper-limb rehabilitation robots. *Sensors*, 2024, 24(7): 2082
- [19] Zeng D X, Liu Y, Qu C R, et al. Design and human-robot coupling performance analysis of flexible ankle rehabilitation robot. *IEEE*

- Rob Autom Lett*, 2024, 9(1): 579
- [20] Guo S J, Song Y H, Wang X S, et al. Learning and transfer methods for active rehabilitation strategy of upper-limb rehabilitation robot. *Robot*, 2024, 46(5): 562
(郭士杰, 宋元昊, 王旭升, 等. 上肢康复机器人主动康复策略的学习及迁移方法. *机器人*, 2024, 46(5): 562)
- [21] Xie C L, Lyu Y L, Li G X, et al. A cable-driven upper limb rehabilitation robot with muscle-synergy-based myoelectric controller. *IEEE Trans Rob*, 2024, 40: 3199
- [22] Zhang J N, Bai G X. Motion control of differential robot based on speed adjusting and path tracking. *Chin J Eng*, 2023, 45(9): 1550
(张俊娜, 白国星. 基于速度调节与路径跟踪的差动机器人运动控制. *工程科学学报*, 2023, 45(9): 1550)
- [23] Yang Q Z, Sun M T, Ma X P, et al. Design and analysis of rope driven joint for upper limb rehabilitation robot. *J Jiangsu Univ (Nat Sci Ed)*, 2018, 39(5): 563
(杨启志, 孙梦涛, 马新坡, 等. 上肢康复机器人绳驱动关节的设计与分析. *江苏大学学报(自然科学版)*, 2018, 39(5): 563)
- [24] Xu Z, Zhang G, Wang H M, et al. Error compensation of collaborative robot dynamics based on deep recurrent neural network. *Chin J Eng*, 2021, 43(7): 995
(徐征, 张弓, 汪火明, 等. 基于深度循环神经网络的协作机器人动力学误差补偿. *工程科学学报*, 2021, 43(7): 995)
- [25] Zhao X T, Zhao Z G, Zhang S H, et al. Stability analysis of wheeled mobile multi-robot coordinated towing system. *J Mech Sci Technol*, 2022, 36(1): 407
- [26] Wang Z Q, Han J H, Guo B J, et al. Structural design and research of a novel lower limb rehabilitation robot for human-robot coupling. *Int J Adv Rob Syst*, 2024, 21(2): 17298806241238992
- [27] Zhao Z G, Zhao X T, Wei Q Z, et al. Trajectory planning for multi-robot coordinated towing system based on stability. *High Technol Lett*, 2024, 30(1): 43
- [28] Watanabe R, Tanaka M. Principle of object support by rope deformation and its application to rope climbing by snake robot. *Adv Rob*, 2023, 37(9): 591