

基于脊波变换的直线特征检测及其实现

潘 伟, 郑海疆

(厦门大学自动化系, 福建 厦门 361005)

摘要: 在数字图像领域, 图像的特征检测是一种重要的图像预处理技术, 广泛应用于轮廓抽取和纹理分析等领域. 本文在 Matlab 编程环境下, 将脊波变换提取图像直线特征的实现分为 3 个步骤: (1) 对含噪声的图像进行 Radon 变换; (2) 对得到的 Radon 变换域进行 3 层小波变换, 得到脊波系数; (3) 对脊波系数进行阈值处理, 得到的稀疏脊波系数经逆变换提取图像的直线特性. 利用该方法分别对几种含噪声的图像进行直线检测, 结果图像的信噪比可以达到 17.4 以上. 研究表明, 脊波变换对直线特征的提取可以得到良好的效果.

关键词: 特征提取; 脊波变换; Radon 变换; Matlab

中图分类号: TP 391.4

文献标识码: A

文章编号: 0438-0479(2006)06-0775-04

在小波变换出现的近 20 年间, 小波多分辨分析的思想和方法在数值计算和信号处理等诸多领域都得到了广泛的应用, 这主要得益于小波的时-频局域分析能力及其对一维有界变差函数类最优逼近的性能. 虽然小波变换能够有效地对一维分段连续信号进行分析, 但是小波方法并非尽善尽美. 由于一维小波所张成的可分离小波只具有有限的方向, 无法最优表示含线状奇异或面状奇异的高维函数. 例如对于二维图像处理, 常用的二维小波是一维小波的张量积, 采用可分离的变换核, 先对图像做水平方向的小波变换, 然后再做垂直方向的小波变换, 这样的二维小波变换的基是各向同性的, 能够有效的表示含“点奇异”的二维函数, 但是对于含“线奇异”的二维函数, 小波变换不能获得最优的甚至是“近似最优”的非线性逼近, 也就是说小波主要适用于表示具有各向同性奇异性的对象, 对于各向异性的奇异性信号, 如数字图像中的边缘以及线状特征等, 小波并不是一个很好的表示工具. 所以小波处理过的图像均不可避免地在图像边缘和细节位置引入一定程度的模糊.

针对小波变换的上述缺点, Candes 等^[1~3]在小波理论的基础上, 提出了一种特别适合于表示各向异性的多尺度方法——脊波变换. 脊波变换的基本思想是: 将二维函数中的“直线奇异”转化为“点奇异”(Radon 变换), 再用小波进行处理. 脊波变换能获得对含“直线奇异”的二维或高维函数最优的非线性逼近, 脊波变换的各向异性特征非常有利于图像边缘的高效表示, 可

以更好地逼近含直线奇异的高维函数. 侯彪^[4]提出了一种利用脊波框架和剖分方法实现直线特性识别方法. 本文简要介绍了脊波变换理论及相关的 Radon 变换, 并在 Matlab 编程环境下, 在没有剖分的情况下, 利用脊波变换对强噪声背景图像中的直线特征检测.

1 脊波(ridgelet)变换的基本理论

脊波是解决二维或更高维奇异性的一种新的分析工具, 脊波是用一系列脊波函数(基元素)的叠加为函数提供了一种量化的、构造性的和稳定的表示, 在这些新的广泛函数类上, 利用各种特殊的高维空间的不均匀性来模拟现实的信号.

1.1 脊波变换的定义

定义 1(脊波变换)^[5] 考虑 d 维空间($d \geq 2$), 设光滑函数 $\psi: \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}$, 满足条件: $\int_{\mathbb{R}^d} \psi(t) dt = 0$ 及容许条件:

$$K_{\psi} = \int \frac{|\psi(\omega)|^2}{|\omega|^d} d\omega < \infty \quad (1)$$

那么, 对于参数集 $\gamma = (a, u, b)$, 定义 $\mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}$ 函数:

$$\phi_{\gamma}(t) = a^{-1/2} \psi\left(\frac{ut-b}{a}\right) \quad (2)$$

则称 ϕ_{γ} 为容许条件生成的脊波函数, 其中, a 称为脊波函数的尺度参数, u 表示脊波方向, b 表示脊波位置.

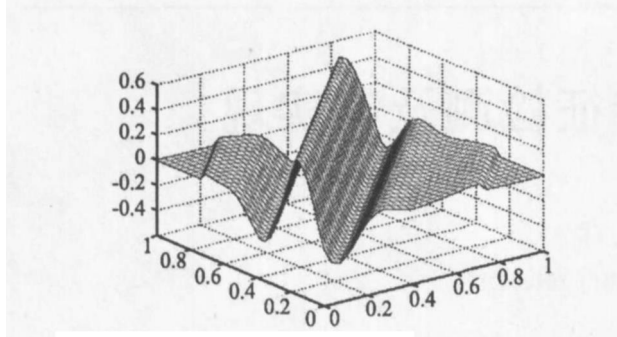
考虑二维空间的情形, $d = 2$, 令 $u = (\cos \theta, \sin \theta)$, $x = (x_1, x_2)$ 时, 则脊波函数为:

$$\phi_{a, b, \theta}(x_1, x_2) = a^{-1/2} \psi\left(\frac{x_1 \cos \theta + x_2 \sin \theta - b}{a}\right) \quad (3)$$

其中 $\psi(x)$ 为一维小波函数, $\phi_{a, b, \theta}(x)$ 有 3 个参数: 尺度 a , 位置 b 和角度 $\theta (\theta \in [0, 2\pi])$, 脊波本质上是在小波

收稿日期: 2006-06-16

作者简介: 潘伟(1958-), 男, 副教授.

图1 脊波函数 $\phi_{a,b,\theta}(x_1, x_2)$ Fig.1 Ridgelet function $\phi_{a,b,\theta}(x_1, x_2)$

基函数中添加一个表征方向的参数 u (或 θ), 从而可以有效的表示或检测信号中具有方向性的线状奇异特征. 所以脊波不仅继承了小波局部时频分析的能力, 而且具有很强的方向选择和辨识能力. 图1 为一个脊波函数 $\phi_{a,b,\theta}(x_1, x_2)$, 从图中可以清楚看到, 脊波沿垂直脊线方向的截面就是通常的一维小波.

对于任何平方可积函数 $f(t)$, 在 R^2 上的脊波变换系数为:

$$R_f(a, b, \theta) = \langle f, \phi_{a,b,\theta} \rangle = \int f(t) \bar{\phi}_{a,b,\theta}(t) dt \quad (4)$$

其中 $\bar{\phi}_{a,b,\theta}(t)$ 表示 $\phi_{a,b,\theta}(t)$ 的复共扼, 式(4) 称为 $f(t)$ 在 R^2 上的连续脊波变换. 若假设 ϕ 是规范的, 即满足

$$K_\phi = \int \frac{|\phi(\omega)|^2}{|\omega|^2} d\omega = 1, \text{ 则其完全重构公式为:}$$

$$f(t) = \int_0^{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} R_f(a, b, \theta) \phi_{a,b,\theta}(t) \frac{da}{a^3} db \frac{d\theta}{4\pi} \quad (5)$$

这说明 $f(t)$ 可以写成一系列脊波变换系数 $R_f(a, b, \theta)$ 的叠加.

1.2 Radon 变换的理论

实现脊波变换的基本思想是: 利用 Radon 变换将二维函数中的“直线”奇异转化为“点”奇异, 再用小波对 Radon 变换后的系数进行处理. 这里首先简要介绍一下与脊波变换密切相关的 Radon 变换.

Radon 变换可在任意维空间内定义, 且存在多种定义形式, 下面给出在 (ρ, θ) 空间内的定义式.

定义2 设二维函数 $f(x, y)$ 为定义在平面矩形区域 D 上点 (x, y) 的灰度值(图2), 在 D 中有一条直线段 AB , 其表现为灰度值比其他点高. $\rho = OC$ 表示坐标原点 O 到直线 AB 上的垂直距离, θ 为直线 OC 与 x 轴的夹角, 则直线 AB 可表示为 $\rho = y \sin \theta + x \cos \theta$. 称 $R(\rho, \theta)$ 为 $f(x, y)$ 的 Radon 变换:

$$R(\rho, \theta) = \iint (x, y) \delta(\rho - y \sin \theta - x \cos \theta) dx dy, \quad (\rho, \theta) \in R \times [0, 2\pi] \quad (6)$$

其中 δ 为单位脉冲函数(Dirac).

由图2及式(6)可见, Radon 变换是图像像素点

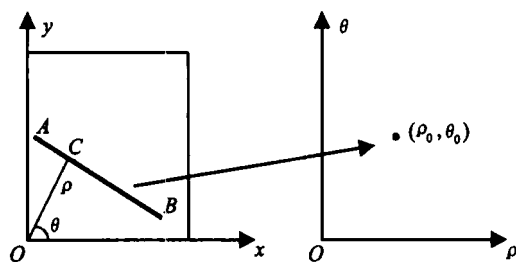


图2 直线的 Radon 变换

Fig.2 Beeline's Radon transform

$f(x, y)$ 在 D 中每一条直线上的积分. 因此, 沿图像中高灰度值的直线 AB 积分其结果是在 (ρ, θ) 空间内形成亮点 (ρ_0, θ_0) , 而沿其它方向的积分值在 (ρ, θ) 空间形成暗点, 对于奇异点, 则被过滤掉. 这样, (x, y) 空间中直线的奇异性检测就转化为 (ρ, θ) 空间中对亮点、暗点的奇异性检测.

2 脊波变换提取直线特征的算法实现

Radon 变换将高维超平面的线状奇异性也将转化为点状的奇异性. 而一维小波变换 $\phi_a(t)$ 能有效地处理点状的奇异性. 因此, 脊波在处理 d 维直线奇异性时表现出极好的效果.

连续脊波变换就是函数在 Radon 变换上的切片(其中 θ 是常数, ρ 是变量) 应用一维小波变换^[5].

对于数字图像 $f(x, y)$, $(x, y) \in [-\frac{n}{2}, \frac{n}{2}] \times [-\frac{n}{2}, \frac{n}{2}]$ 来说, 离散脊波变换包括以下几个步骤(图3):

- (1) 2-D FFT: 计算 $f(x, y)$ 的二维快速 Fourier 变换得到矩阵 $f^*(k_1, k_2)$, $-n/2 \leq k_1, k_2 \leq n/2$;
- (2) 直角坐标向极坐标转化: 使用插值方法, 将在

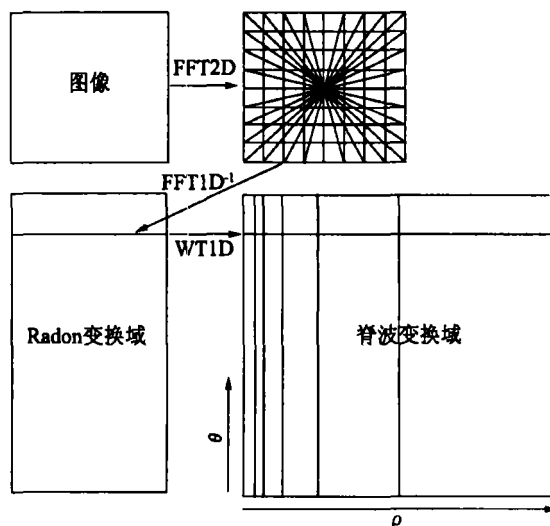


图3 脊波变换流程图

Fig.3 Flow chart of ridgelet transform

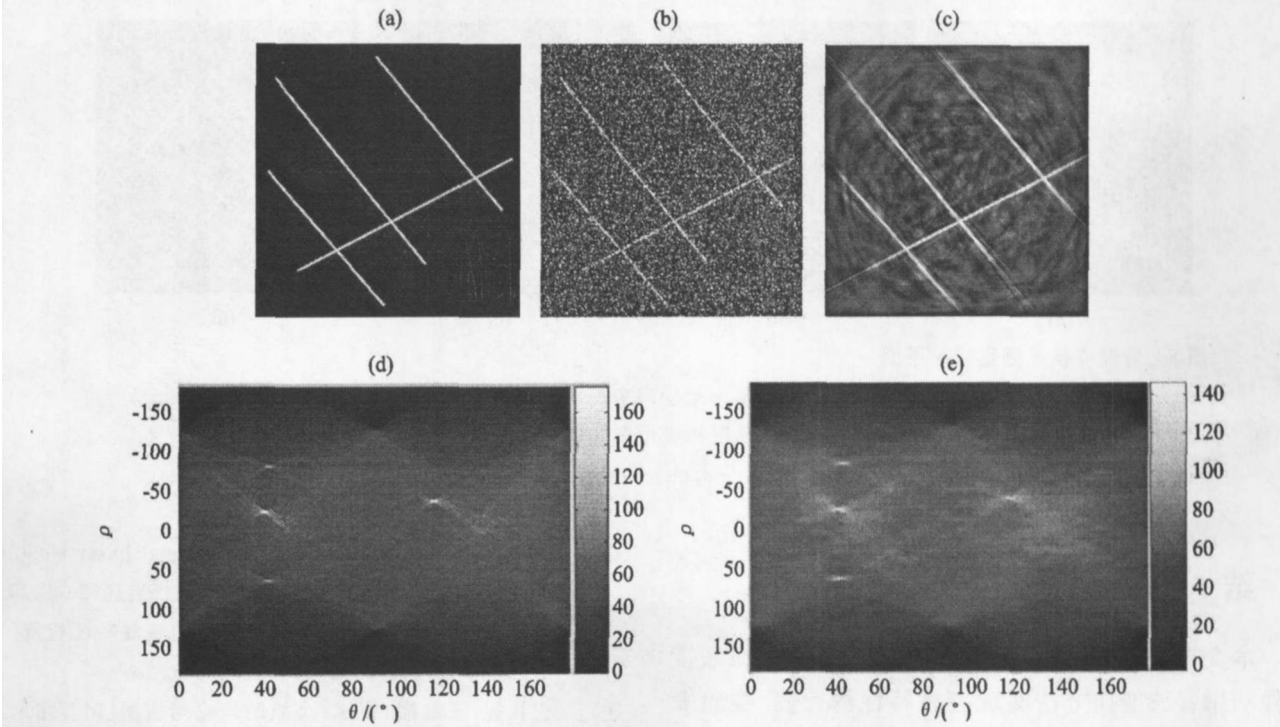


图 4 脊波变换检测直线实现过程
a: 原图; b: 加高斯噪声(均值为 0, 方差为 $\sigma = 0.2$) 的图像; c: 从高斯噪声中提取出的图像; d: 加高斯噪声的图像的 Radon 变换图; e: 软阈值处理脊波系数后 Radon 域的图像

Fig. 4 The process of straight line detect with ridgelet transform

方形格点上得到的 Fourier 变换的采样值 f 变换为极坐标格点上的采样值;

(3) 1-D IFF: 对于极坐标的每个角度 θ , 沿直线计算一维 Fourier 逆变换, 得到数字图像近似的 Radon 变换值;

(4) 在 Radon 域中, 沿极坐标的变量进行一维小波变换.

3 实验结果分析

本文的实验环境为 Matlab 7 软件, 采用 256×256 像素的图像(图 4a) 为测试图像, 直线宽度为 3 个像素, 在图 4a 中加入高斯白噪声(均值为 0, 方差为 $\sigma = 0.2$) 得到图 4b, 然后对图像做 $0 \sim 180^\circ$ 上的 Radon 变换, 得到图 4d. 从图 4d 可见, 图 4b 中的 4 条直线转变 Radon 域(图 4d) 中的 4 个亮点, 并且图 4b 中 3 条平行的直线在 Radon 域中形成的 3 个亮点近似落于同一条垂直于水平轴的垂线上. 图 4b 中的噪声在 Radon 域中表现为背景模糊的区域. 因此从理论上讲, 可以通过选择适当的阈值, 抑制 Radon 域空间中的噪声系数, 过滤出了直线的信息.

对图 4d 中的系数 ρ 用 db4 小波函数进行 3 层小波变换, 获取脊波系数, 并用全局软阈值处理, 过滤掉噪声; 再反变换回 (ρ, θ) 域(图 4e). 从图 4e 可见, 图 4d 的

噪声被抑制了, 利用图 4e 的 Radon 域系数反变换回空间域重构出图像(图 4c). 从图 4c 可见, 高斯噪声背景下的直线被检测出来, 并且图像的信噪比得到了显著的提高(表 1).

表 1 脊波变换检测前后的峰值信噪比
Tab. 1 The PSNR before and after detect with ridgelet transform

图 象	信噪比 / db	
	变换前	变换后
加方差为 0.2 高斯噪声	10.1196	17.4198
加方差为 0.3 椒盐噪声	8.3365	17.4206
加方差为 100 随机噪声	8.0925	17.4188

用以上同样的脊波变换实现方法, 同时对加方差为 0.3 椒盐噪声(图 5a) 和加方差为 100 的随机噪声图像(图 5c), 得到图 5b、5d. 实验结果表明: 脊波变换在各种噪声环境下均能很好的检测出直线特征.

对以上 3 种噪声污染后的图像进行脊波变换检测前后信噪比测试(表 1), 结果表明, 对于以上 3 种噪声图像, 经过脊波变换后, 其图像的信噪比可以达到 17.4 以上, 也就是说, 脊波变换对含噪声图像中的直线特征的提取可以达到良好的效果.

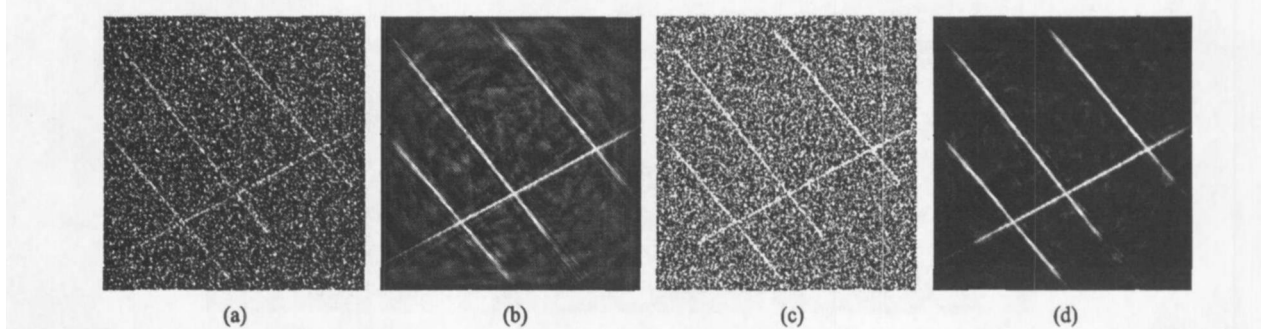


图 5 脊波变换检测直线效果图

a: 加椒盐噪声(方差为 0.3)的图像; b: 从椒盐噪声中提取出的图像;
c: 加随机噪声(方差为 100)的图像; d: 从随机噪声中提取出的图像

Fig.5 The effects of straight line detect with ridgelet transform

4 结 论

本文在 Matlab 编程环境下, 实现含噪声二维灰度图像利用脊波变换方法实现直线特性的检测. 实验表明, 通过选择适当的小波基和阈值, 脊波变换可以从噪声背景下提取出直线特征, 提高了图像的信噪比.

参考文献:

- [1] Candes E J. Ridgelets: Theory and Applications [D]. USA: Dept. Statistics, Stanford Univ., 1998.
- [2] Candes E J, Donoho D L. Ridgelets: the key to high dimensional intermittency[J]. Phil. Trans. R. Soc. Lond. A, 1999, 357: 2495–2509.
- [3] Donoho D L. Orthonormal ridgelets and linear singularities[J]. SIAM, Math. Anal., 2000, 31(5): 1062–1099.
- [4] 侯彪, 刘芳, 焦李成. 基于脊波变换的直线特征检测[J]. 中国科学(E 辑), 2003, 33(1): 65–73.
- [5] 成礼智, 王红霞, 罗永. 小波的理论及应用[M]. 北京: 科学出版社, 2004.
- [6] Gonzalez R C, Woods R E. Digital Image Processing [M]. 2nd ed. 北京: 电子工业出版社, 2004.
- [7] 飞思科技产品研发中心. 小波分析理论与 matlab 7 实现 [M]. 北京: 电子工业出版社, 2005.
- [8] 董长虹. Matlab 图像处理与应用 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2004.

Beeline Detection and Implement Based on Ridgelet Transform

PAN Wei, ZHENG Haijiang

(Dept. of Automation, Xiamen University, Xiamen 361005, China)

Abstract: In the area of digital image, the feature detection of an image is an important preprocessing technology which is widely used in the fields of contour and texture analysis. In this paper, based on the Matlab programming environment, the beeline feature detect from the noise image using the ridgelet transform was realized by three steps: 1) the Radon transformation was used to the noised image; 2) the three tiers of wavelet transform was used to the domain of ridgelet transform coefficient; 3) the ridgelet coefficient was thresholds and the sparse ridgelet coefficient was given, its result can be extract the beeline feature from the image using inverse transform. The method was used to detect beeline feature from the noise images, and the PSNR is large than 17.4. The research show that the ridgelet transform can take out beeline feature from the noise image and the result is favorable.

Key words: figure detection; ridgelet transform; Radon transform; Matlab