



论文

专题名称

基于广义相对性原理的月球与地球时间转换

刘民^①, 平劲松^②, 李文潇^②, 曹周健^③, 杨捷^④, 王永军^⑤, 金洪波^②, 张文昭^{②③}, 邵明学^{②⑥}, 鄢建国^⑦, 余和真^{①*}

① 北京东方计量测试研究所 北京 100094;

② 中国科学院 国家天文台 北京 100101;

③ 北京师范大学物理与天文学院 北京 100091;

④ 兰州理论物理中心, 甘肃省理论物理重点实验室, 量子理论及应用基础教育部重点实验室, 兰州大学 兰州 730000;

⑤ 兰州空间技术物理研究所 兰州 730000;

⑥ 中国科学院 电工研究所, 北京, 100190;

⑦ 武汉大学 测绘遥感信息工程全国重点实验室, 武汉, 430070

*联系人, 余和真 E-mail: yuhezhen0556@163.com

收稿日期: 2025-02-15; 接受日期: 2025-02-15

中国空间技术研究院 2024 年度院士课题资助项目(课题编号 030010006420240017). 国家重点研发计划资助(课题编号 2022YFC2204101). 中国科学院攻坚专项行星历表方向项目资助. 理论物理专款兰州理论物理中心资助.

摘要 月球上的时间计量是地球以外统一时间规则的典型案例, 与地球类似, 月球应该具有独立的守时、授时和历法. 美国学者近期发表的两篇相对论框架下定义和描述月球时间方面的论文, 给出了一种把地球标准时间传递到月球上使用的转换公式, 并认为定义了月球上的参考时间. 然而其推导过程和公式的条件存在质疑. 太阳系大天体之间复杂的相互围绕旋转的关系, 用“外问题”和“内问题”方法可简化成多层嵌套的广域和局域的相对关系. 以物理定律的对称性和守恒性为出发点, 爱因斯坦的广义相对性原理明确指出“平权”和“本地”思想, 平权思想认为多层级坐标系之间的关系是独立且相似的, 用分形几何的自相似性来类比物理规律在各层级之间的关系. 本地思想认为物理规律仅在本地局域坐标系内具有不变的形式, 不旋转的坐标系是质点运动曲线上的费雷内标架, 只有把旋转的参照物放在本地局域内部, 而不是放到外部的遥远星体, 才能保证物理规律的不变性. 把遥远星体作为地球质心坐标系方向的参照物, 违反了广义相对性原理. 这里推导了坐标时与原时的关系, 运用了地球-月球坐标系作为中转站, 推导出更加简洁的月球时到地球质心坐标时的转换公式, 初步建议了独立而且通用的月球标准时间. 其中坐标时转换系数是长期缓慢变化的, 可通过地月之间的时间比对进行测量和预测.

关键词 月球标准时间, 原时, 坐标时, 广义相对性原理, 费雷内标架, 月球质心坐标时, 地球质心坐标时, 空间计量

PACS: 04.20.Cv, 04.25.Nx, 96.20.Br, 06.30.Ft, 06.20. - f

引用格式: 刘民, 平劲松, 李文潇, 等. 基于广义相对性原理的月球与地球时间转换. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2020, 50: 123456
Liu M, Ping J S, Li W X, et al. Lunar and Earth Time Conversion Based on The Principle of General Relativity (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2020, 50: 123456, doi: 10.1360/SSPMA2016-00000

1 引言

如何联系不同坐标系上的坐标时? 是广义相对论中最基础的问题, 更是时间计量理论中的新问题。2021 年中国科学技术协会推出重大科学问题“地球以外有统一的时间规则吗?” 提出了时间统一的相对性观点^[1], 认为地球上的标准时间及其授时信号仅能适用于地球及其附近范围, 同时性受限于局域坐标系内, 跨越不同质心坐标系, 两者的局域原时, 不能直接同步, 因而, 如何统一两个局域系统时间? 月球, 火星, 木星卫星, 土星卫星等天体是否应该拥有自己的独立的时间计量体系? 成为国际天文学和计量领域热议的话题^[2]. 月球应该拥有属于自己的独立于地球的时间计量体系, 其守时, 授时和历法规则将不同于地球上的时间计量. 2024 年 4 月 2 日白宫科学与技术政策办公室 (OSTP) 发布一份备忘录 www.whitehouse.gov/wp-content/uploads/2024/04/Celestial-Time-Standardization-Policy.pdf 指示 NASA 为月球和其他天体建立统一的时间标准, 首先重点关注地月空间及月表任务, 预计在 2026 年底前制定协调月球时间(LTC), 考虑到月球较小的重力影响, 月球时间将比地球时间快约 58.7 微秒/天. 此外, 伴随其他周期性变化, 月球时间与地球时间将进一步出现偏差. 国际天文联合会(IAU)在 2000 年的决议中 B1.3

给出了太阳系质心坐标系(BCRS)的坐标时(TCB)到地球质心坐标系(GCRS)的坐标时(TCG)的转换关系。在 IAU2000 决议 B1.5 加入后牛顿势系数后, 给出了更加准确的 TCB-TCG 转换公式^[3]. 美国学者 Kopeikin 和 Kaplan 在文献^[4]中将坐标时转换公式推广到月球质心坐标系(LCRS)与地球质心坐标系(GCRS)中, 为了获得月球质心坐标时 TCL 与 TCG 的关系, 借助了 BCRS 坐标系中的坐标时 TCB, 通过更换符号角标的方法直接列出 TCB 到 TCL 的关系. 这种推导, 一方面违反了史瓦西度规的引力理论约束条件, 另一方面把地球标准时间传递到月球上, 认为经过转换后的地球时间是月球标准时间. 从物理本质上, 他们并没有给出独立的月球标准时间的定义.

2 史瓦西度规条件

史瓦西求解爱因斯坦场方程时, 先约定了时空度规的条件^[5], 即球对称, 静态, 质量分布在有界范围内, 坐标系的原点在系统的质心等. 非质心原点的观者, 若考虑了除自身以外的其他质量, 则不满足史瓦西度规的条件, 诸如对称和分布有界的约束.

图 1 是 Kopeikin 和 Kaplan 的推导过程, 他们从可用角度简单地把表示地球角标 ‘E’ 替换为表示月球的角标 ‘L’, 其公式(1)照搬了 IAU2000 决议 B1.3, 源自史瓦西度规形式.

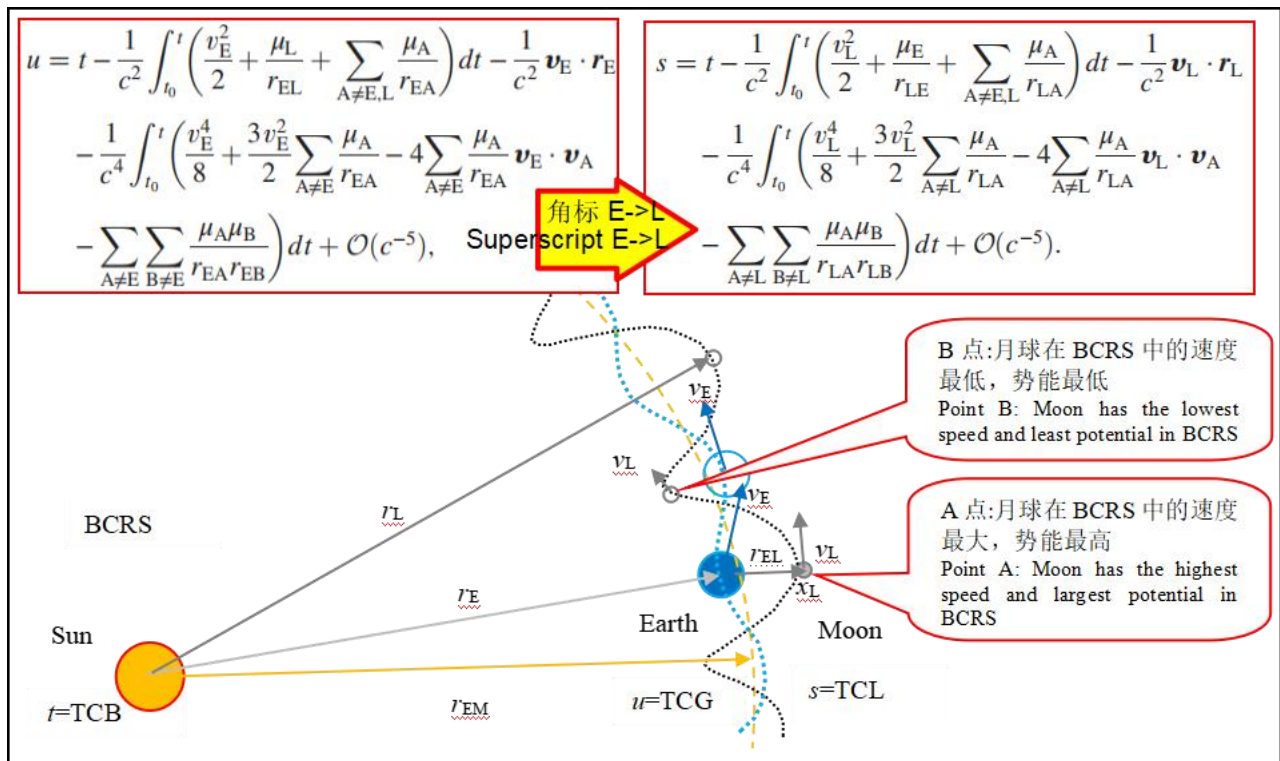


图1 文献[4]直接更换E与L下角标推出公式过程

Figure 1 The process of derivation in Kopeikin's work[4] that directly replace E and L of subscript

1) IAU的TCB-TCG转换公式^[6], 仅适用于地球, 从推荐的度规形式来看, 应符合史瓦西时空的度规条件, 而月球质心相对于BCRS原点不能构成球对称关系, 也不是静态的时空, 受地球的引力扰动很大. 对于月球质心来说, 地球引力势强于太阳引力势, 在BCRS系中运动的月球质心, 其轨道是一条波浪曲线, 其速度幅值变化范围(28.7~30.6)km/s, 动能相对变化12%, 图1位置A处月球势能最高, 动能最大, 位置B处势能最低, 动能最小, 右上框是Kopeikin原文式(2)的截图, 其积分号内, 机械能不守恒, 哈密顿量的时间平移也是波浪变化的, 不满足对称性, 于是不符合史瓦西度规的约束条件, 因此在BCRS中, 直接更换图1左上框公式的下角标E到右上框中下角L, 没有考虑球对称, 静态, 以及质量分布在有界范围内的条件;

2) 爱因斯坦广义相对论约定在无挠条件下, 即挠率为零的空间, 若地月系的质心在BCRS系中被作为一个质点, 可以符合该条件, 或者地球因质量较大也近似符合, 但是从BCRS到LCRS坐标系之间越过

了地月质心坐标系(简称EMCRS, Earth-Moon-Centre Reference System). 那么, 在BCRS系中用 x_L 表示的月球质心, 其三维空间运动轨迹就是有挠率的, 因此Kopeikin直接更换角标'E->L'的推导, 不符合广义相对论中无挠的约束条件, 可理解为后牛顿势的近似.

3 广域的“外问题”和局域的“内问题”

二体问题中的天体运动符合开普勒轨道条件, 则坐标系局域内的物理定律应该具有对称性和守恒性. 以物理定律的对称性和守恒性为出发点, 把天体之间复杂的相互围绕旋转的关系, 简化成多级嵌套的广域和局域的关系, 各层级内近似为二体运动学模型. 若一组天体在上层级坐标系中的集体表现, 被看作一个质点, 那么上层坐标系可被称为“广域”, 质点的自由落体运动称为广域中的“外问题”^[7], 以这一组天体的质心为坐标原点的坐标系, 是下层坐标系, 相对广域来说被称为“局域”, 局域坐标系内每个天体的运动被称为局域中的“内问题”, 1991年三位

学者 Damour, Soffel, Xu 提出求解内问题时(简称 DSX 理论), 外部广域中的引力势可以不再考虑, 包括外部天体所谓潮汐引力势也不用考虑. 然而, 后牛顿天体力学没有提出多级嵌套的坐标系概念, 仅有一个空间参考系, 也不区分“外问题”和“内问题”. 所以保留了潮汐引力势修正的方法, 所给出的公式也不能满足局域内物理定律的守恒性和对称性.

Ashby 和 Patla 运用了自由落体和开普勒轨道条件^[8]推导出月球表面原时(LT)到地球大地水准面原时(TT)之间的转换公式, 用椭圆轨道的真近角作为变量, 替代了时间变量, 巧妙地运用椭圆轨道特性, 绕开了时间积分过程中的自变量不均匀的难题, 但是 Ashby 和 Patla 采用的地月系(EMCRS)没有划清“内问题”和“外问题”的边界, 仍然把 EMCRS 外部的太阳引力势作为潮汐项, 其公式推导过程是一种权宜之计, 仅针对了地球标准时间传递到月球上的需求, 认为经过转换后的地球时间是月球标准时间. 从物理本质上, 他们并没有给出独立的月球标准时间的定义, 没有把多层嵌套的概念引入到 EMCRS 中, 不是严格的递推过程, 这也许是文献[8]混淆“内/外问题”的主要原因.

把多体问题简化成多层嵌套的坐标系, 然后每层坐标系内仅考虑二体问题, 这是有条件的: 应满足局域的尺度与广域曲率半径相比, 局域尺度应远远小于曲率半径. 例如, 地月系在太阳系的轨道上, 曲率半径近似为 $1.49 \times 10^{11} \text{m}$, 地月系轨道长轴 $0.769 \times 10^9 \text{m}$, 两者相比约 194 倍, 能够满足把太阳、地球和月球三体问题简化为, 太阳系-地月系二体, 以及地球-月球二体, 两层嵌套坐标系的条件.

4 本地局域坐标系的旋转

后牛顿天体力学规定 BCRS 是惯性坐标系, 认为 BCRS 相对于遥远的银河系外参考物, BCRS 是不旋

转的. 进而规定了 GCRS 是准惯性坐标系, 即相对于遥远星体也是不旋转的. 这种跨越两层级坐标系, 选择旋转参照物的做法, 让坐标时转换公式变得复杂了. 或者说把“外问题”引入“内问题”的做法, 破坏了局域内的守恒性和对称性. 把遥远星体作为 GCRS 系方向的参照物, 违反了广义相对性原理. 若放弃 GCRS 相对遥远星体不旋转的约束, 在近上层坐标系内选择局域坐标系旋转的参照物, 则可满足广义相对性原理, 进而简化坐标时转换公式.

广义相对性原理, 有平权思想和本地思想, 平权思想说的是不同坐标系之间的关系, 尤其是上层与下层坐标系之间的平权, 物理规律在上层与下层坐标系之间是独立且相似的关系, 表现为物理定律简单的复制, 如同分形几何的自相似性^[9], 下层坐标系把复杂的组织结构隐藏起来, 组装成一个质点, 在上层坐标系内仅仅考虑该质点的整体表现, 这个质点运动是非旋转运动, 上层中不考虑下层内部细节, 这就是平权的思维方法, 见图 2.

图 2 中质点 1 围绕着其中心天体 O_1 做开普勒轨道运动, 在广域 1 的上层坐标系内存在开普勒轨道对称性和哈密顿量守恒性等物理规律. 质点 1 中包含着局域 1 的下层坐标系, 在下层坐标系中, 坐标系指向为 α_1 , 是质点 1 在上层坐标系的测地线切向, 即速度方向, 质点 2 围绕着他的中心天体 O_2 运动, 也存在着物理定律的对称性和守恒性. 同理, 在下一层坐标系中, 质点 3 及其中心天体 O_3 包含在质点 2 中, 他们在下一层坐标系内也有属于局域 2 的物理定律的对称性和守恒性. 然而, 若跨越下层坐标系, 直接在广域上层坐标系描述质点 3 的运动, 例如以广域 O_1 为参考描述质点 3 绕 O_3 的角速度, 就必须叠加质点 2 在局域 1 的轨道, 以及质点 1 在广域 1 中的轨道, 则破坏了质点 3 的物理定律的对称性和守恒性.

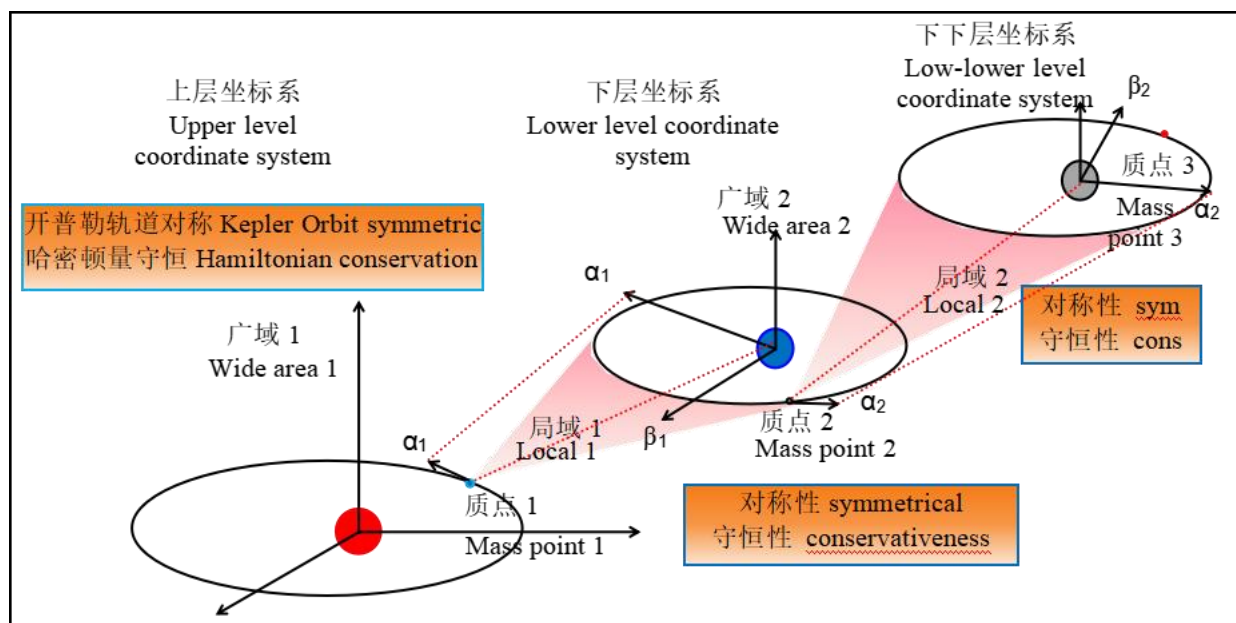


图 2 广义相对性原理的平权思想与分形几何的自相似性

Figure 2 The idea of equal rights in general relativity principle and self-similarity in fractal geometry.

本地思想是指物理定律(如诺特定律的对称性和守恒性)仅在本地坐标系下成立^[10], 从本地自然坐标参考出发, 不旋转的坐标系是质点运动曲线上的特殊坐标系, 被称为费雷内标架(frenet frame) α - β - γ ^[11], 这是微分几何学的曲线基础, 见图 3 其参考方向是质点轨道切矢 α , 主法向 γ 垂直于曲线密切平面, 一般是指轨道平面, 副法向的方向为 β , 三个坐标轴符合右手螺旋法则, $\gamma = \alpha \times \beta$, 在广义相对论中, 自由下落的质心坐标系, 不用考虑外部引力场作用, 但必须在弯曲的空间内自由运动, 跟随质点运动的坐标系也称为费米(Fermi)坐标系^[12]. 两者有些相似又有不同, 费雷内标架在跟随质点沿曲线运动时, 其坐标轴的参考方向就是速度矢量方向, 也称为测地线切向. 而费米坐标系除了跟随质点运动以外, 更关注质点运动的形式, 即自由落体运动, 但是费米坐标系没有强制要求坐标轴的方向必须指向测地线切线方向, 所以本文沿用费雷内标架来描述自由落体运动的旋转特性.

轨道切矢 α , 也是三维速度的方向, α 指向在整个周期内连续地变化, 无法固定正前方的参照物. 为了在星空背景中固定参照物, 一般选取 β - γ 面作为子午面, 以子午面扫过星空的图景为参照物, 若是圆轨道, 则 β 指向轨道的圆心, 参照物位于轨道的圆心, 如BCRS中近似太阳的位置; 若是椭圆轨道, 运动到椭圆拱点处, β 指向椭圆焦点, 其他时刻 β 指向其他位置, 虽不在BCRS的原点, 也偏离原点不远. 椭圆焦点与子午面的相对位置是有时超前, 有时滞后的相对运动关系. 若以子午面为参考椭圆焦点周期往复地穿越子午面, 一个公转周期内具有周期性和对称性. 在地球上观测到的真太阳日与平太阳日的时差正是基于此原理^[13]. 虽然费雷内标架 α - β - γ 的旋转, 相对于椭圆焦点的参照物来说, 角速度不均匀, 但是整个周期具有对称性, 其平均值可用于表达和计算周期数值, 可依据轨道对称性原理, 找到公转周期的起始和结束点.

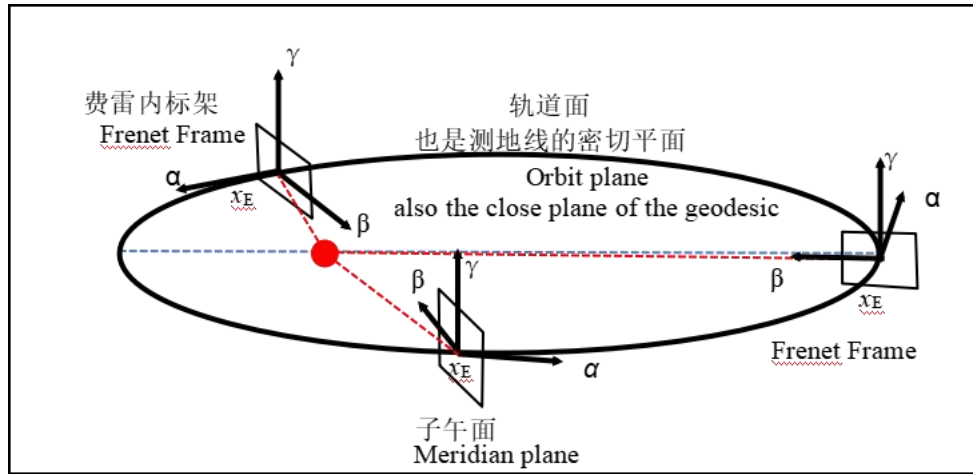


图 3 曲线的费雷内标架示意图

Figure 3 Schematic representation of the Ferret frame of the curve

5 原时到坐标时的转换(τ - t 转换)

从广义相对性原理的本地性思想出发, 时间转换只能在同一个坐标系内进行, 不能跨域两个不同坐标系进行坐标时转换. TCB-TCG 跨越了两个层级的坐标系, 理论上两者不能出现在同一个转换公式中. 按“时间和空间不可分割”的要求, 必须让每种时间有确定的空间坐标与之对应, 确定的空间坐标应该用稳定的且周期性的历表表达.

时间转换只存在同一个坐标系中, 且只有坐标时与原时的转换, 不能说是坐标时与坐标时之间的转换, 否则会产生混淆. 那么, IAU 的 TCB-TCG 转换, 可以解释为 TCG 在 BRCS 中实际表现为 x_E 位置处的原时, 假想的观者时钟只能绑定在地球质心, 不能出现在其他非坐标原点处.

在同一个坐标系内的坐标时与原时的关系, 可从度规张量的表达式推导过来, 见公式(1), 测量原时的位置就是观者本身位置, 空间变化为零, 有 $dx^i=0$, $dx^j=0$.

$$ds^2 = -c^2 d\tau^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$$

$$= \left(g_{00} + g_{0i} \frac{v^i}{c} + g_{ij} \frac{v^i v^j}{c^2} \right) c^2 dt^2 \quad (1)$$

式中: t 为坐标时; τ 为原时; v^i, v^j 是分别在 i, j 空间坐标方向的速度 ($i, j=1, 2, 3$), $g_{\mu\nu}$ 是时空度规 (metric), dx^i, dx^j 为空间坐标的微分.

$$\Delta t = \int_{\tau_0}^{\tau} \frac{1}{\sqrt{-\left(g_{00} + g_{0i} \frac{v^i}{c} + g_{ij} \frac{v^i v^j}{c^2} \right)}} d\tau \quad (2)$$

$$g_{00} = -1 + \frac{2w}{c^2} - \frac{2w^2}{c^4}$$

$$g_{0i} = -\frac{4w^i}{c^3}$$

$$g_{ij} = \delta_{ij} \left(1 + \frac{2w}{c^2} \right)$$

将 IAU2000 决议 B1.3 推荐的度规带入(2), 再用 $1/\sqrt{1-\Delta} \approx 1 + (1/2)\Delta$ 近似化简后, 略去 (c^{-4}) 小量,

$$\Delta t = \int_{\tau_0}^{\tau} \left(1 + \frac{w}{c^2} - \frac{v^2}{2c^2} \right) d\tau \quad (3)$$

在太阳系中, 公式(3)有一项引力势 GM_s / Rc^2 , 太阳表面的引力强度在 2.1×10^{-6} , 因此, 整个太阳系的引力微弱, 可以通过弱场近似描述太阳系内地月空间的时空度规(metric), 由于地球和月球不是快速旋转的天体, 可以忽略拖曳效应, 因此, 度规 $g_{\mu\nu}$ 用 1 阶后牛顿近似(1PN)来表示, 可以满足地月计时的精度要求^[14].

坐标时与原时的换算公式(3)为同一个坐标系内 τ - t 转换, 前提条件是已知引力势 w 和相对于坐标原点的线速度 v , 符合自由运动(free fall)的质点, 沿测地线运动的观者, 括号内后两项分别代表与轨道的势能和动能相关的参数, 在不与外部交换质量和能

量的情况下, 势能和动能之和应为一个常数, 以满足机械能守恒定律, 考虑动能和势能相互转化是周期性的, 机械能守恒满足时间平移不变性, 要求 $H \cdot T = \text{常数}$, H 是哈密顿量(动能和势能之和), T 是质点绕 BRCS 公转的周期. 公式(3)是先测量原时, 再换算坐标时, 这与 IAU2000 的公式表达不同.

公式(3)中的速度 v 需要说明一下, 这是在 Frenet 标架内的速度, 例如, 传统的地月系 EMCRS 坐标方向指向遥远星体, 而 Frenet 标架下的相同坐标原点的地月系, 用符号 α -EMCRS 表示朝向不同, 其坐标方向指向测地线切矢方向 α , 相对于遥远星体方向, 绕太阳公转运行一周后, 方向 α 相对于 BRCS 坐标系旋转了整 360° , 公式(3)中的 v^2 项, 在这两类坐标系内有不同的值. 因为, 两类坐标系旋转参照物不同造成的 v^2 项数值不同, 这个不同就能把 EMCRS 坐标内太阳的潮汐引力势, 消化在 v^2 项的不同上. 这就是广义相对性原理的本地要求, 既然已经沿着弯曲时空运行了, 就不要再重复考虑广域弯曲的问题.

6 分层嵌套的坐标系结构(TCB-TCC 关系)

若公式(3)的积分号内有哈密顿量为常数情况, 即系统的机械能守恒且质心自由运动(free falling), 则可以把常数提出积分号外:

$$\Delta t = (1+L)(\tau - \tau_0) \quad \text{其中 } L = \left(\frac{w}{c^2} - \frac{v^2}{2c^2} \right) \quad (4)$$

式中: L ---坐标时转换系数, 相对值.

然而, IAU 的 TCB-TCG 转换简化了空间结构, 省略了一个坐标系层级, 即月球-地球质心坐标系, EMCRS. 近似地认为地球质心绕着 BRCS 做轨道运动, 轨道参数(如 x_E^i, v_E^i, a_E^i 历表)是已知的条件, 用潮汐引力势来处理月球的作用, 这种跨越两级分层坐标系的处理方法, 造成坐标时 TCB-TCG 关系的不均匀, 为此, 理论上推出很复杂的摄动解决方法. 实际上, α -EMCRS 系统运行在等势的轨道面上, 用“ α ”符号的含义是坐标系指向按 Frenet 标架定义, 理论上, 太阳和系内行星的引力势属于“外问题”, 对 α -EMCRS 系统内部不存在潮汐引力势影响.

广义相对性原理告诉我们任何坐标系都是平权的, 分层嵌套的上下层坐标系之间的关系也是平权的, 物理规律仅在每个坐标系所包含的范围内是形

式不变的, 若没有质量和能量交换, 时空对称性和守恒性等普遍的物理规律不能跨越上下层级相互影响, 或者说跨越了上下层级的物理规律需要修正, 如在火车上打台球时, 能量守恒, 动量守恒和角动量守恒, 这些守恒定律仅在本层级局域坐标系内成立, 即在火车上有等效原理, 而以地面为参照系的观者将不认为火车上的台球具有守恒定律. 再例如, 在 BRCS 坐标系内地球-月球组成一个系统: 称为“地月系”, 地月系的质心(简称 O_{EM}) 在 BRCS 内存在守恒定律和对称性, 而地球质心(简称 O_E) 在 BRCS 内不存在守恒定律和对称性, 把不守恒的能量和动量处理为地球外部天体对地球的摄动问题和引力潮汐问题, 是一种近似的处理方法, 不是符合广义相对性原理的处理方法. 平权思想认为, TCB 仅与地月系质心 O_{EM} 的坐标时(简称 TCC)存在着原时到坐标时(τ - t)的转换关系, 这是 BRCS 层级的物理规律, 而 TCC 与 TCG 之间的关系, 属于下层级坐标系的物理规律, 直接表达 TCB-TCG 的关系就会出现跨越坐标系层级的问题. 假设 O_{EM} 点的在 BRCS 中的历表参数(x_C^i, v_C^i, a_C^i)具有周期性, 且地月系在 BRCS 中质量和能量守恒, 实际中的质量散失情况暂时忽略, 则可带入式(4)得:

$$\Delta TCB = (1+L_{CC})\Delta TCC \quad \text{其中 } L_{CC} = \left(\frac{w_C}{c^2} - \frac{v_C^2}{2c^2} \right) \quad (5)$$

式中: L_{CC} ---坐标时转换系数, 相对值; ΔTCC ---地月系质心 O_{EM} 处的原时, 在地月系内又是坐标时, SI 秒; w_C, v_C ---在 BRCS 坐标系中地月系质心 O_{EM} 处的引力势和线速度.

7 地球和月球在会合坐标系中的关系(TCL-TCG 关系)

在地月坐标系 α -EMCRS 中, 地球和月球分别以共同的质心为焦点做椭圆运动, 为典型的二体模型, 共同的质心 O_{EM} 在地月连线上, 距离地球质心约 4 千多公里, 于地表之下. α -EMCRS 内还包含着地球质心(TCG, x_{CE}) 和月球质心(TCL, x_{CL}) 的轨道, 以 α -EMCRS 的坐标时 TCC 为中间量, 分别列出 TCC-TCG、TCC-TCL 的转换式:

$$\Delta TCC = (1+L_{CG})\Delta TCG \quad \text{其中 } L_{CG} = \left(\frac{w_{CE}}{c^2} - \frac{v_{CE}^2}{2c^2} \right) \quad (6)$$

$$\Delta TCC = (1 + L_{CL}) \Delta TCL \quad \text{其中 } L_{CL} = \left(\frac{w_{CL}^2}{c^2} - \frac{v_{CL}^2}{2c^2} \right) \quad (7)$$

式中: L_{CG} 、 L_{CL} ----分别为地球、月球质心到 O_{EM} 的坐标时转换系数, 相对值; ΔTCG 、 ΔTCL ----分别是地球, 月球质心在 α -EMCRS 中的原时, 也是地球, 月球质心坐标系内的各自的坐标时, SI 秒; $w_{CE}, v_{CE}, w_{CL}, v_{CL}$ ----分别为地球, 月球在 α -EMCRS 坐标系中地球, 月球质心处的引力势和速度. 这里的速度不同于传统 EMCRS 坐标系中的速度, 两坐标系具有相同的坐标原点, 但坐标系方向不同, 一个公转周期相对旋转 360° 。

于是, TCG 经过两层坐标系的转换, [(TCG-TCC)-TCB], 联系到了 TCB, 而不是 IAU2000 中 B1.3 的单个公式. 同理地球质心的时间与月球质心的时间也可以用 TCC 联系在一起, 结合(6)和(7)推导出地月质心坐标时之间的关系 [(TCL-TCC)-TCG]:

$$\begin{aligned} \Delta TCL &= \frac{1 + L_{CG}}{1 + L_{CL}} \Delta TCG \approx (1 + L_{CG} - L_{CL}) \Delta TCG \\ &= (1 + L_{GL}) \Delta TCG \\ \text{或 } \Delta TCG &= (1 - L_{GL}) \Delta TCL \end{aligned} \quad (8)$$

式中: L_{GL} ----为地球与月球坐标时转换系数.

因为地球和月球在同一个 α -EMCRS 中, 且满足自由落体条件, 空间历表具有周期性, 且各自满足能量守恒, 则 L_{GL} 是准常数. 在 α -EMCRS 系中能量守恒和角动量守恒的条件下, 地球与月球之间的坐标时可以保持相对固定的走速比, 虽然 EMCRS 系与外部有质量和能量的交换, 但是这种交换是缓慢的, 给我们足够的测量和预测时间, 因此不必准确测量或计算轨道参数 ($w_{CE}, v_{CE}, w_{CL}, v_{CL}$). 未来测量和迭代不断收敛这个常数, 遵循 GCRS 系和 LCRS 系是平权的原则, 用 SI 秒定义和守时原子钟独立地测量各自的本地原时, 通过地月之间通信链路进行时间比对, 用测量和迭代的方法确定准常数 L_{GL} . 由于质量和能量的散失, 该常数还将会缓慢地长期地变化.

8 讨论和结论

从相对时间观和广义相对性原理出发, 针对构建月球时间的需求, 对 IAU2000 决议 B1.3 坐标时 TCB-TCG 转换公式, 以及 Kopeikin 和 Kaplan 的跨越两层坐标系转换时间的限制条件提出了质疑, 提出同时性仅在同一个坐标系内有定义, 跨越不同坐标系进行时间转换, 不符合广义相对性原理的“平权”和“本地”原则, 破坏了物理定律的对称性和守恒性的问题. 为保证物理定律的守恒性与对称性, 把“平权”和“本地”思想运用到月球质心坐标时到地球质心坐标时的转换中, 引入本地坐标系参考-费雷内标架, 再引入地球-月球质心坐标系, 再次推导了坐标时到原时的转换公式, 获得更加简单的转换关系式, 该方法的不足之处是 EMCRS 坐标系中的历表尚有空缺, 该不足却不影响我们得出以下的结论, 指导后续月球时间计量体系的构建:

1) 月球表面及其附近是独立质心坐标系统, 应依据 SI 秒定义建立独立的守时系统, 并借助月球历法构建独立的时间计量体系.

2) 地球和月球之间是平权的, 各自坐标系内的标准时间授时到对方后, 不再被看作标准时间, 可以成为时间比对的参考, 用于计算和预测地球与月球坐标时转换系数 L_{GL} , 不用去实际测定轨道参数, 而把 L_{GL} 的测量不确定度, 归算到地月系统的不守恒和不对称的缓慢变化.

3) 在预测坐标时转换系数 L_{GL} 的基础上, 建立地球与月球两地时间换算的方法, 定期更新和发布两地的坐标时转换系数, 和两地历法对照表, 在 EMCRS 坐标系内形成两地时间统一.

参照费雷内标架, 月球没有自转运动, 由月球表面原时转换到月球质心坐标时, 仅与本地引力势有关, 与转速或者纬度无关. 因此本文初步建议把月球坐标时约定为月球上的标准时间, 用这个标准时间统一月球上各处的用户时间, 月球的标准时间建立在坐标时上, 月面各处均应把原时换算到坐标时, 再比对时间.

参考文献

- 1 Liu M. Is there a rule to unify time out of the Earth?(in Chinese)//China Association of Science and Technology. 2021 Assembly of Major scientific issues, Engineering technical problems and industry technology issues. China Sci and Tech Press,

Beijing, 2021:20-25[刘民.地球以外有统一的规则吗? 见: 中国科学技术学会主编, 2021 重大科学问题, 工程技术难题和产业技术问题汇编.北京:中国科学技术出版社,2021:20-25]

2 Liu M, Wang Q J, Shuai P, et al. Discussion on time rule out of the Earth. 2022 3rd URSI Atlantic and Asia Pacific Radio Science Meeting (AT-AP-RASC), Gran Canaria, Spain, 2022, pp. 1-4.

3 Kaplan G H. The IAU resolutions on astronomical reference systems, time scales, and Earth rotation models explanation and implementation.United States naval observatory circular No.179, 2005, Oct 20

4 Kopeikin S M, Kaplan G H. Lunar time in general relativity. *Phy Rev*, 110, 084047 (2024)

5 Zhao Z, Liu W B. Fundamentals of General Relativity(in Chinese). Tsinghua University Press, 2010:p10 [赵峥,刘文彪.广义相对论基础.清华大学出版社.2010:p10]

6 Soffel M, Klioner S A, Petit G, Wolf P, Kopeikin S M, etc.The IAU 2000 resolutions for astrometry celestial mechanics and metrology in the relativistic framework: explanation supplement. *The Astronomical Journal*, 2003(126):2687–2706

7 Damour T, Soffel M, Xu C M. General-relativistic celestial mechanics. I. Method and definition of reference systems. *Phy Rev*, 1991(43):3273-3307

8 Ashby N, Patla B R. A relativistic framework to estimate clock rates on the Moon. *The Astronomical Journal*, 168:112 (14pp), 2024 September

9 Li B L. Fractal geometry applications in description and analysis of patch patterns and patch dynamics. *Ecological Modelling*, 2000 (132) :33 – 50

10 Cameron R P, Barnett S M. Electric-magnetic symmetry and Noether's theorem. *New J. Phys.*2012(14) 123019.

11 Sun H J, Zhao P B. Modern Differential geometry(in Chinese). Publishing House of Electronics industry, 2015(8):15 [孙和军, 赵培标.现代微分几何. 电子工业出版社, 2015 年 8 月第一版:15]

12 Han C H, Huang T Y, Xu B X. Geocentric Quasi-Femi Coordinate System and Geocentric Harmonic Coordinate System (in Chinese). *Sci Sin A*, 1990(12):1306-1313. [韩春好, 黄天衣, 许邦信. 地心准 Fermi 坐标系与地心谐和坐标系. 中国科学 A 辑, 1990 年 12 月, 1306-1313]

13 Han C H. Principle of Spacetime Measurement (in Chinese). China Science Press, 2018, 1:188. [韩春好. 时空测量原理. 科学出版社, 北京, 2018 年 1 月, 第二版, 188]

14 W.-T. Ni, Solar-system Tests of The Relativistic Gravity, *International Journal of Modern Physics D* 25 (2016) 1630003 [1611.06025]

Lunar and Earth Time Conversion Based on The Principle of General Relativity

LIU Min¹, PING Jinsong², LI Wenxiao², CAO Zhoujian³, YANG Jie⁴, WANG Yongjun⁵, JIN Hongbo², ZHANG Wenzhao^{2,3}, SHAO Mingxue^{2,6}, YAN Jianguo⁷, and YU Hezhen^{1*}

¹Beijing Orient Institute of Metrology and Test, Beijing 100094, China;

²National Astronomical Observatories, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100101, China;

³Department of Physics and Astronomy, Beijing Normal University, Beijing 100091, China;

⁴Lanzhou Center for Theoretical Physics, Key Laboratory of Theoretical Physics of Gansu Province, and Key Laboratory of Quantum Theory and Applications of MoE, Lanzhou University, Lanzhou, Gansu 730000, China;

⁵Lanzhou institute of physics, Lanzhou 73000, China;

⁶Institute of Electrical Engineering of the Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China;

⁷State Key Laboratory of Information Engineering in Surveying, Mapping and Remote Sensing, Wuhan University, Wuhan 430070, China

Time metrology on the Moon is a typical example of rule to unify time outside the Earth. Similar to Earth, the Moon should have independent time-keeping, time-service and calendar. Two recent papers about lunar time defined and described in the relativity framework published by American scholars, give one kind of formula for the transition from the standard time on Earth to lunar time for use, and think that defines the reference time on the moon. However, the derivation process and the conditions of the formula are questioned. The complex rotating relationship between

large celestial objects in solar system can be simplified into multiple layer nested wide area and local area relationships with "external problem" and "internal problem" methods. Taking the symmetry and conservation of physical laws as the starting point, Einstein's principle of general relativity clearly points out the idea of equal weight and local. The idea of "equal weight" holds that the relationship between multi-level coordinate systems is independent and similar, and the self-similarity of fractal geometry is used to analogy the relationship between the laws of physics at all levels. The "local" idea holds that the laws of physics should have an invariant form only in the local coordinate system, and the coordinate system without rotation is the Frenet frame on the motion curve of the mass point. Only put the rotating reference inside the local domain, rather than the faraway stars outside, can the invariance of the laws of physics be guaranteed. Using distant stars as a reference for the direction of the Earth center coordinate system violates the principle of general relativity. Here, the relationship between the coordinate time and the proper time is derived, and the Earth-Moon coordinate system is used as a transfer station to derive a more simpler conversion formula for the coordinates time of the Moon to the Earth. An independent and universal lunar standard time is preliminarily suggested. In them, the coordinate time conversion coefficient changes slowly for a long time, which can be measured and predicted by the Earth-Moon time comparison.

Lunar standard time, proper time, coordinate time, Principle of General Relativity, Frenet frame, Lunar Centre Coordinate Time, Geocentric Coordinate Time, Space Metrology

PACS: 04.20.Cv, 04.25.Nx, 96.20.Br, 06.30.Ft, 06.20.-f

doi: