

燃气轮机周向拉杆转子连接刚度对 转子振动特性影响的研究^{*}

张帆^{1,2}, 冯引利^{1,2}, 郭宝亭^{1,2}, 李佳琦^{1,2}

(1. 中国科学院工程热物理研究所 轻型动力重点实验室, 北京 100190;
2. 中国科学院大学 工程科学学院, 北京 100049)

摘 要: 为研究燃气轮机周向分布式拉杆转子轮盘间存在的连接刚度对轴系转子振动特性产生的影响, 提出一种基于六自由度的弹簧单元等效方法。首先, 将轮盘接触刚度与拉杆弯曲刚度同时等效进连接界面, 便于使用一维梁单元求解其临界转速与振动响应变化, 验证其与全三维有限元法吻合度在3%以内。然后, 改写了非线性动力学方程, 采用谐波平衡法对其进行求解, 使用经典Newmark方法验证其准确性。最后, 使用该等效方法计算了某模拟转子连接刚度对其临界转速、响应特性、非线性特性等的影响。计算结果表明: 当连接面剪切刚度与弯曲刚度减小3个数量级时, 均造成了临界转速的降低和振动响应的提高, 而其影响程度可由各阶振型大致推测, 且响应幅值受剪切刚度影响较大; 使用临界转速趋于收敛时的连接刚度与试验值的对比误差<2%, 较连续模型提升显著; 在连接刚度各向异性时, 每一阶临界转速均出现两个响应峰值, 轴心轨迹变成椭圆; 考虑刚度随位移变化(非线性刚度)后, 转子的响应峰值发生“歪扭”特性, 且该峰值特征随不平衡量、无量纲阻尼等因素变化而呈现“波浪形”变化。

关键词: 周向拉杆转子; 连接刚度; 非线性特征; 临界转速; 振动特性

中图分类号: V233 文献标识码: A 文章编号: 1001-4055 (2021) 05-1138-10

DOI: 10.13675/j.cnki.tjjs.190859

Impact of Connection Stiffness on Vibration Characteristics of Rotor in Circumferential Tie Rod Rotor of Gas Turbine

ZHANG Fan^{1,2}, FENG Yin-li^{1,2}, GUO Bao-ting^{1,2}, LI Jia-qi^{1,2}

(1. Key Laboratory of Light Duty Gas Turbine, Institute of Engineering Thermophysics,
Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China;

2. School of Engineering Sciences, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract: In order to study the effects of the connection stiffness between the disks of the gas turbine circumferential distributed rod rotor on the vibration characteristics of the rotor, an equivalent method based on six-degree-of-freedom spring element is proposed. Firstly, the contact stiffness of the disks and the bending stiffness of the tie rod are equivalently entered into the connection interface at the same time, which is convenient to use a one-dimensional beam element to solve the change of its critical speed and vibration response, and verified that

^{*} 收稿日期: 2019-12-12; 修订日期: 2020-02-19。

基金项目: 国家科技重大专项 (2017-IV-0010-0047)。

作者简介: 张帆, 硕士生, 研究领域为转子动力学。E-mail: zhangfan@iet.cn

通讯作者: 冯引利, 博士, 研究员, 研究领域为转子动力学。E-mail: fengyinli@iet.cn

引用格式: 张帆, 冯引利, 郭宝亭, 等. 燃气轮机周向拉杆转子连接刚度对转子振动特性影响的研究[J]. 推进技术, 2021, 42(5): 1138-1147. (ZHANG Fan, FENG Yin-li, GUO Bao-ting, et al. Impact of Connection Stiffness on Vibration Characteristics of Rotor in Circumferential Tie Rod Rotor of Gas Turbine [J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2021, 42(5): 1138-1147.)

the coincidence between the method and the full three-dimensional finite element method is less than 3%. Then rewritten the non-linear dynamic equation, solved it with the harmonic balance method, and verified its accuracy using the Newmark method. Finally, the equivalent method was used to calculate the influence of the connection stiffness of a simulated rotor on its critical speed, response characteristics, nonlinear characteristics, etc. The calculation results show that: When the shear stiffness and bending stiffness of the joint surface decrease by three orders of magnitude, the critical speed decreases and the response increases, the degree of influence can be roughly estimated from the various modes and the response amplitude is greatly affected by the shear stiffness. The comparison error between the critical rotational speed when the value tends to converge and the test value is less than 2%, which is significantly higher than that of the continuous model. In the case of anisotropic connection stiffness, two response peaks appear at each order of critical speed, and the axis trajectory becomes elliptical. After considering stiffness as a function of displacement (non-linear stiffness), the response peak of the rotor has a 'torsional' characteristic, and the characteristics of the peak show a 'wavy' change with the changes of imbalance and dimensionless damping.

Key words: Circumferential tie rod rotor; Connection stiffness; Nonlinear characteristics; Critical rotational speed; Vibration characteristics

1 引言

拉杆转子因其低重量、高强度、易于拆装等优势,广泛应用于航空发动机及重型燃气轮机中。不同于连续转子,拉杆转子在结构上不是一个连续的整体。尤其在预紧力松弛的情况下,采用针对连续转子的建模方法分析拉杆转子得到的结果与实验结果有较大差异。因此,需要建立拉杆转子接触界面的力学模型,并在分析其转子动力学特性中考虑接触界面连接刚度,以得到适合拉杆转子的建模方法^[1-2]。

早在1988年,顾家柳等^[3]就指出连接结构的存在使转子系统的动力学行为变得复杂,应开展深入研究。欲研究连接结构对转子动态特性产生的影响,需对以下方面逐一进行研究:首先建立接触界面力学模型,研究预紧力、接触状态等对连接刚度产生的影响;进而构建包含连接刚度的转子计算模型,研究连接刚度对转子动态特性的影响;最后建立刚度随响应的非线性变化函数,计算转子的非线性响应特性。

盘间接触刚度的计算可以分为微观计算与宏观模拟两种方法。最初始的计算接触刚度的方法基于Hertz接触理论和GW模型提出,Zhou等^[4]基于该方法推导出接触刚度随接触压力与接触区域等因素变化的关系。高进等^[5-6]同样运用Hertz接触理论和GW统计模型分析了拉杆-轮盘组合界面上的接触特性,并结合有限元分析确定了拉杆转子的弯曲刚度。在宏观方面则主要通过有限元方法计算接触刚度。Liu等^[7]通过有限元方法计算了赫兹耦合接触下的弯曲刚度,结果显示:在较小弯矩施加阶段刚度降低系

数为常数,而当接触面开始分离时其开始显著下降。Qin等^[8]提出一种计算螺栓鼓式轮盘连接刚度的弯曲刚度计算模型,并与有限元结果吻合良好。

为在计算转子振动特性时考虑连接结构的影响,近年来国内外学者做了大量研究工作。目前有等效弹簧法、虚拟材料法^[9-10]和修正刚度矩阵法等三种等效方法。其中Link等^[11]通过基础的激励试验获得接触界面的非线性接触刚度,并引入非线性弹簧将其加进系统的非线性动力学方程;Luan等^[12]为描述连接界面轴向拉压刚度特性,采用了双线性分布弹簧来模拟拉压刚度不对称对结构轴向响应的影响;Gao等^[13]将界面等效为铰链和角向弹簧的组合,建立了应变能与角向弹簧刚度之间的关系。洪杰等^[14]定量描述了连接界面刚度损失的力学模型,并基于非线性系统提出一种刚度损失抑制方法。

基于非线性刚度的转子动力学求解,Yuan等^[15]建立了拉杆转子的数学模型,并分析了Jeffcott转子动力学特性及模态响应。于平等^[16]针对具有局部非线性的转子系统动力学平衡方程,提出了一种新的求解方法,得到柔性转子系统动力学特征。达琦等^[17]计算了粗糙度、预紧力等参数对抗弯刚度的影响,并计算了该转子的非线性动力学特征;申鹏等^[18]计算了轴承刚度非线性情况,引入非线性油膜力影响,使用四阶龙格库塔方法求解了系统的相轨迹、庞加莱截面图等特征,并与整体转子进行了对比分析。

本文基于以上问题,首先提出一种基于六自由度弹簧单元的刚度等效方法,并将拉杆弯曲刚度考虑其中。该方法不仅将复杂转子系统简化为一维梁

单元求解,且同时考虑连接界面剪切刚度、弯曲刚度对动态特性产生的影响,此外还能极简便地计算刚度失谐、刚度非线性等特征;其后,本文推导了一种求解非线性微分方程的迭代计算方法,并用 Newmark 方法作为对比验证,结果显示相比于 Newmark 方法,该方法大大提高了求解效率;最后使用该方法求解了某模拟转子在不同连接刚度下临界转速、振动响应等因素的变化趋势。

2 考虑连接刚度的转子动力学计算方法

2.1 连接刚度等效方法与验证

考虑非线性刚度后整体转子的动力学方程可以表示为

$$M\ddot{q} + (C + \Omega G)\dot{q} + Kq + K_n q = 0 \quad (1)$$

式中 M 为质量矩阵, K 为线性刚度矩阵, $C + \Omega G$ 为阻尼项,其中 C 为阻尼矩阵, G 为陀螺矩阵。刚度项与阻尼项共同影响转子的动态特性,其中本文仅研究刚度项对转子特性的影响,而不考虑方程中的阻尼变化与陀螺效应。考虑轮盘间连接的非线性刚度矩阵 K_n 则由六个自由度的 6 阶刚度矩阵定义。

在有限元计算中可以将上式中的非线性刚度矩阵通过六自由度弹簧单元施加,非线性刚度可由各类函数进行定义。在图 1 所示的笛卡尔坐标系中,若以 z 轴为转子轴线方向,设连接面两侧轮盘具有三个轴向的平动自由度及绕三个轴向的转动自由度,则弹簧单元的刚度矩阵可以定义为

$$K_n = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} & K_{15} & K_{16} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & K_{24} & K_{25} & K_{26} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & K_{34} & K_{35} & K_{36} \\ K_{41} & K_{42} & K_{43} & K_{44} & K_{45} & K_{46} \\ K_{51} & K_{52} & K_{53} & K_{54} & K_{55} & K_{56} \\ K_{61} & K_{62} & K_{63} & K_{64} & K_{65} & K_{66} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{F_1}{d_1} & \frac{F_1}{d_2} & \frac{F_1}{d_3} & \frac{F_1}{q_1} & \frac{F_1}{q_2} & \frac{F_1}{q_3} \\ \frac{F_2}{d_1} & \frac{F_2}{d_2} & \frac{F_2}{d_3} & \frac{F_2}{q_1} & \frac{F_2}{q_2} & \frac{F_2}{q_3} \\ \frac{F_3}{d_1} & \frac{F_3}{d_2} & \frac{F_3}{d_3} & \frac{F_3}{q_1} & \frac{F_3}{q_2} & \frac{F_3}{q_3} \\ \frac{M_1}{d_1} & \frac{M_1}{d_2} & \frac{M_1}{d_3} & \frac{M_1}{q_1} & \frac{M_1}{q_2} & \frac{M_1}{q_3} \\ \frac{M_2}{d_1} & \frac{M_2}{d_2} & \frac{M_2}{d_3} & \frac{M_2}{q_1} & \frac{M_2}{q_2} & \frac{M_2}{q_3} \\ \frac{M_3}{d_1} & \frac{M_3}{d_2} & \frac{M_3}{d_3} & \frac{M_3}{q_1} & \frac{M_3}{q_2} & \frac{M_3}{q_3} \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中主对角线为 $K_{11} \sim K_{33}$ 分别表示沿三个轴向的平动刚度, K_{11}, K_{22} 为连接面的剪切刚度; $K_{44} \sim K_{66}$ 分别表示绕三个轴向的转动刚度, K_{44}, K_{55} 为连接面的弯曲刚度;其他非主对角线方向刚度为耦合刚度作用。对于轴系转子动力学的弯曲临界计算,剪切刚度与弯曲刚度为主要影响,故本文仅考虑 $K_{11}, K_{22}, K_{44}, K_{55}$ 对拉杆转子临界转速及振动特性的影响。

在线性情况下, $K_{11} \sim K_{66}$ 为常数,此时该项可被线性项合并。在非线性的情况下, $K_{11} \sim K_{66}$ 为随响应或时间等变化的函数。此时,要解式(1)非线性微分方程的特征值,首先将其转化为状态方程,有

$$P\ddot{q} + Q\dot{q} = f'(t) \quad (3)$$

$$P = \begin{bmatrix} \Omega G & M \\ M & 0 \end{bmatrix} \quad \text{其中:} \quad Q = \begin{bmatrix} K + K_n & 0 \\ 0 & -M \end{bmatrix}, \text{ 设上述状态方程的特}$$

解为 $\dot{q} = \varphi e^{\lambda t}$, 带入状态方程后可以得到

$$T\ddot{q} = \lambda \dot{q} \quad (4)$$

$$\text{式中 } T = -P^{-1}Q = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}(K + K_n) & -\Omega G M^{-1} \end{bmatrix}, I$$

为转子的截面矩。计算上述矩阵的特征值和特征向量可以得到转子系统的 n 阶临界转速。

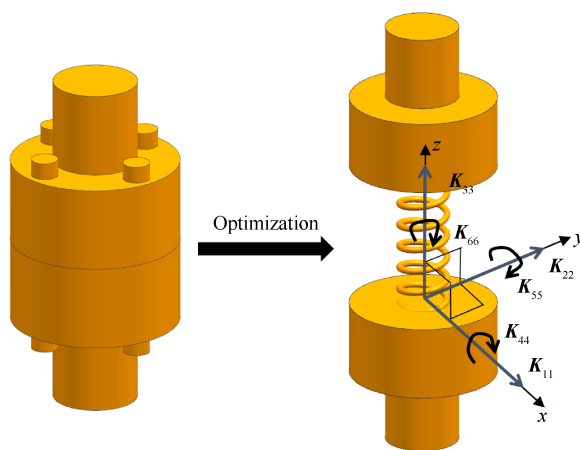


Fig. 1 Definition of connection stiffness matrix

为进一步简化模型,本文将拉杆弯曲刚度与盘盘接触刚度同时等效进盘间弹簧单元,作为整体连接刚度(本文简称其为连接刚度)。分布式拉杆转子弯曲刚度计算方法引用文献[19]中的计算公式,即

$$K_r = K_{ra} r_p^2 \sum_{i=1}^N \sin^2\left(\frac{2\pi i}{N}\right) + N K_{rb} \quad (5)$$

式中 K_{ra} 为单根拉杆的拉伸刚度, K_{rb} 为单根拉杆的弯曲刚度, r_p 为拉杆圆心到转子轴线半径, N 为拉杆个数。计算得到拉杆刚度后,将其乘以接触面数

量,并将其与接触刚度之和施加到弹簧单元。

为使等效拉杆弯曲刚度的简化模型不失一般性,通过对比全三维模型和简化模型,考察其振动频率与临界转速是否准确。计算模型如图 2 所示,14 级盘由周向分布的 8 根拉杆拉紧,模型详细参数见表 1。其中全三维模型包含拉杆、定义接触,计算在 ANSYS 软件中完成,称该模型为 Model A;简化模型则仅由盘和弹簧单元构成,计算在 Matlab 中完成,称该模型为 Model B。

全三维模型定义拉杆与盘为绑定接触,盘与盘间仍通过弹簧单元连接,此时的连接刚度为盘间接触刚度。计算分两步进行:首先,在盘一端施加与预紧力相等的力,在盘另一端施加弯矩,计算其接触刚度;然后,将该接触刚度施加进弹簧单元,计算其不同转速下的固有频率,画出坎贝尔图。

简化模型省略拉杆建模,仅建立盘的有限元模型,将等效进盘的刚度通过填补拉杆孔近似等效,在每级盘间定义弹簧单元,施加弯曲刚度,此时的连接刚度为接触刚度与拉杆等效弯曲刚度之和。在两端的第二级轴头处添加支承,支承刚度均为 $5 \times 10^7 \text{ N/m}$,不考虑阻尼影响。最后计算不同转速下的固有频率,画出坎贝尔图。

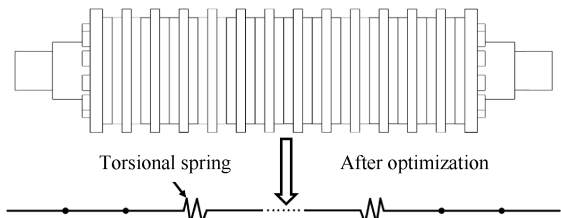


Fig. 2 Optimization method

Table 1 Physical parameters of rotor

Parameter	Value/mm
Rotor length	700.28
Tie rod length	521.49
Disk thickness	38.20
1st shaft head length	48.53
2nd shaft head length	48.88
1st shaft head diameter	25.50
2nd shaft head diameter	37.37
Tie rod diameter	10.00

分别使用全三维模型和简化模型计算该模拟拉杆转子在三种不同预紧力下的临界转速。两种模型前三阶正进动临界转速对比值见表 2。两种模型计算得到的前三阶弯曲振型均吻合良好(如图 3,横纵坐标单位均为 m),得到的坎贝尔图见图 4。图中蓝色虚线为不平衡激励线,黑色实线表示简化模型,红色虚

线表示全三维模型,激励线与正反进动曲线的交点即为正反向的临界转速。计算结果表明:简化模型计算得到前三阶临界转速最大偏差不超过 3%,简化模型很好地反应了预紧力对拉杆弯曲刚度造成的影响,并成功将其等效进连接界面。简化模型计算结果分布在全三维模型左右,不存在整体偏大或偏小的情况,除去拉杆孔等效的细小误差,该模型简化方法能较好反应不同预紧力下的转子动力学特性变化。

Table 2 Comparison of critical speed under various preloads

Preload	Model	Critical speed/(rad/s)		
		1st order	2nd order	3rd order
5kN	Model A	5080.93	13189.00	22390.42
	Model B	4987.14	13375.09	22853.71
	Relative error/%	1.85	-1.41	-2.07
50kN	Model A	6149.99	15690.55	24769.84
	Model B	6039.18	15409.90	24548.50
	Relative error/%	1.80	1.79	0.89
500kN	Model A	7257.68	17494.57	25784.41
	Model B	7126.50	17169.66	25789.90
	Relative error/%	2.18	1.86	-0.21

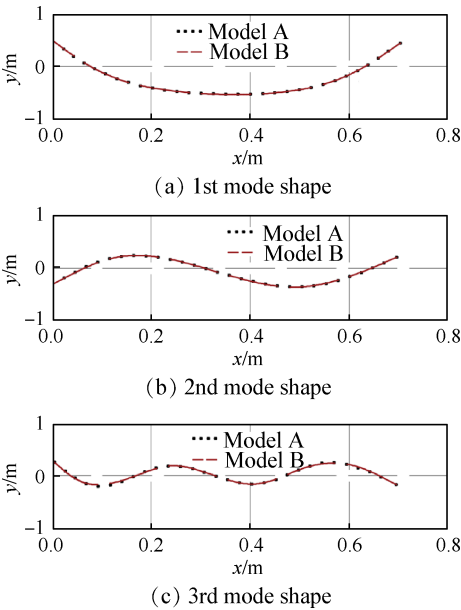


Fig. 3 Bending formation comparison

2.2 振动响应求解方法与验证

当转子系统某些参数相互作用表现出非线性特征时,描述结构动力学的微分方程可表示为

$$M\ddot{q}(t) + B_0(\Omega)\dot{q}(t) + K_0q(t) + f(q(t),\dot{q}(t)) = g(t) \quad (6)$$

当转速恒定,且激振力为谐波形式时,可表示为

$$g(t) = R\{ge^{i\omega t}\} \quad (7)$$

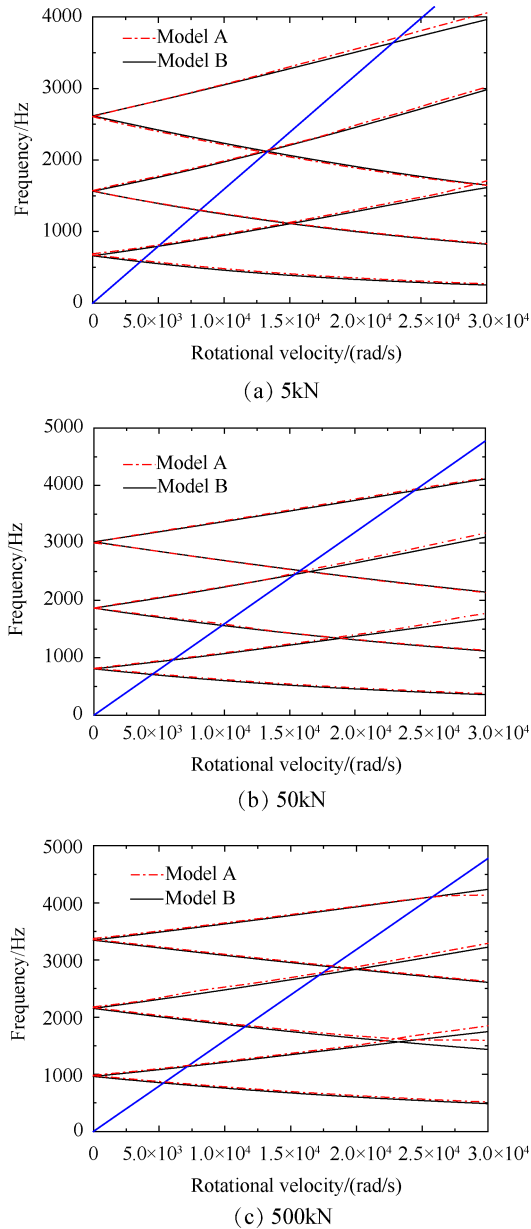


Fig. 4 Campbell diagrams under various preload

若系统非线性弱且在共振点附近受到激励,则式(6)可被线性化并通过稳态非线性计算获得近似解。否则必须通过瞬态非线性计算精确解。

2.2.1 微分方程的改写

有多种方法可以修改非线性微分方程,以此通过非线性分析方法求解。本文使用谐波补偿法(也称谐波平衡法或等效线性化法),该方法使非线性项的傅里叶展开和泰勒展开的第一项相等。若将力矢量在平衡位置附近泰勒展开,并仅保留与速度和位移成正比例的项,则可以得到力矢量的求解式

$$f(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \cong f(0,0) + \frac{\partial f}{\partial \mathbf{q}} \mathbf{q} + \frac{\partial f}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \dot{\mathbf{q}} \quad (8)$$

另一方面,假定解为谐波形式,则位移矢量可以表示为

$$\mathbf{q}^T = \{\mathbf{q}_1 \cos \alpha_1, \mathbf{q}_2 \cos \alpha_2, \dots, \mathbf{q}_n \cos \alpha_n\} \quad (9)$$

式中 $\alpha_j = \omega t + \theta_j$, θ_j 是与位移函数相关的相位,若把每个 $f_j(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ 函数做傅里叶展开,可以得到

$$f(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \sum_{\nu=0}^{\infty} \{a_{\nu} \cos(\nu \omega t) + b_{\nu} \sin(\nu \omega t)\} \quad (10)$$

式中

$$a_{\nu} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \cos(\nu \alpha) d\alpha \quad (11)$$

$$b_{\nu} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \sin(\nu \alpha) d\alpha \quad (12)$$

通过对比傅里叶展开与泰勒展开式,并用复数形式改写可以将微分方程修改为以下形式

$$-\omega^2 \mathbf{M} + i\omega \mathbf{B}_0(\Omega) + i\omega \mathbf{B}_L(\mathbf{q}_1, \dots, \mathbf{q}_n) + \mathbf{K}_0(\Omega) + \mathbf{K}_L(\mathbf{q}_1, \dots, \mathbf{q}_n) \mathbf{q} = \mathbf{g} \quad (13)$$

式中的刚度矢量和阻尼矢量表示为

$$\mathbf{K}_L(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dots) = \left\{ 0, \dots, 0, \frac{1}{\mathbf{q}_k} a_{1,0}, \dots \right\} \quad (14)$$

$$\mathbf{B}_L(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dots) = \left\{ 0, \dots, 0, \frac{1}{\omega \mathbf{q}_k} b_{1,0}, \dots \right\} \quad (15)$$

2.2.2 谐波平衡方程求解

使用扫频法确定转子系统共振点,并通过 Newton-Raphson 模型求解不同转速下的动力学方程。首先,将式(13)改写为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_0(\Omega) - \omega^2 \mathbf{M} & \omega \mathbf{B}_0(\Omega) \\ \omega \mathbf{B}_0(\Omega) & \mathbf{K}_0(\Omega) - \omega^2 \mathbf{M} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{q}^R \\ \mathbf{q}^I \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_L(|\mathbf{q}_1|, |\mathbf{q}_2|, \dots) - \mathbf{B}_L(|\mathbf{q}_1|, |\mathbf{q}_2|, \dots) \\ \mathbf{K}_L(|\mathbf{q}_1|, |\mathbf{q}_2|, \dots) - \mathbf{B}_L(|\mathbf{q}_1|, |\mathbf{q}_2|, \dots) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{q}^R \\ \mathbf{q}^I \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{g}^R \\ \mathbf{g}^I \end{Bmatrix} \quad (16)$$

式中 $\mathbf{q}$ 为位移向量, $\mathbf{g}$ 为力向量,考虑到 $\mathbf{q} = \mathbf{q}^R + i\mathbf{q}^I$, $\mathbf{g} = \mathbf{g}^R + i\mathbf{g}^I$ 。上式可以简写为

$$\mathbf{D}_0(\Omega) \mathbf{x} + \mathbf{D}_L(|\mathbf{q}_1|, |\mathbf{q}_2|, \dots) \mathbf{x} = \mathbf{h} \quad (17)$$

使用迭代法计算上式,步骤如下

(1) 生成起始向量

$$\mathbf{D}_0(\Omega) \mathbf{x} + \mathbf{D}_L(0,0,\dots) \mathbf{x} = \mathbf{h} \quad (18)$$

(2) 在第 $n+1$ 步,估计残差向量

$$\mathbf{r}^{n+1} = \mathbf{h} - \mathbf{D}_0(\Omega) \mathbf{x}^n - \mathbf{D}_L(|\mathbf{q}_1^n|, |\mathbf{q}_2^n|, \dots) \mathbf{x}^n \quad (19)$$

然后,使用切线矩阵计算增量

$$\mathbf{D}_0(\Omega) \Delta \mathbf{x}^{n+1} + \frac{\partial \mathbf{D}_L(|\mathbf{q}_1^n|, |\mathbf{q}_2^n|, \dots)}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{x}^n \Delta \mathbf{x}^{n+1} = \mathbf{r}^{n+1} \quad (20)$$

最后,迭代计算得到响应值的近似解

$$\mathbf{x}^{n+1} = \mathbf{x}^n + \Delta \mathbf{x}^{n+1} \quad (21)$$

(3) 检验收敛性

$$\frac{\|\Delta \mathbf{x}^{n+1}\|}{\|\mathbf{x}^n\|} \leq \varepsilon \quad (22)$$

如果不满足收敛性要求,则返回第(2)步重新计算,否则计算下个转速下的响应。

2.2.3 求解方法验证

使用图2中所描述模拟转子结构进行动力特性计算,以验证本节中所述的动力学计算与简化方法。在第二级轴头端部添加 $5\text{g}\cdot\text{cm}$ 的不平衡质量,在第2.1节所述状态下,分别用经典 Newmark 方法和本文所述之方法,求解转子正中间位置处的第二阶临界转速旁的不平衡响应,如图5所示。

两种方法求解非线性转子振动响应结果一致,但本文方法求解自由度大大减少,平均耗时大大降低,尤其在求解大型复杂三维转子时优势突出,说明了本方法在求解非线性响应时的准确性与高效性。原因主要在于本文通过缩减自由度大大降低非线性方程规模,且不用如 Newmark 方法一样迭代计算极为复杂的雅可比矩阵。

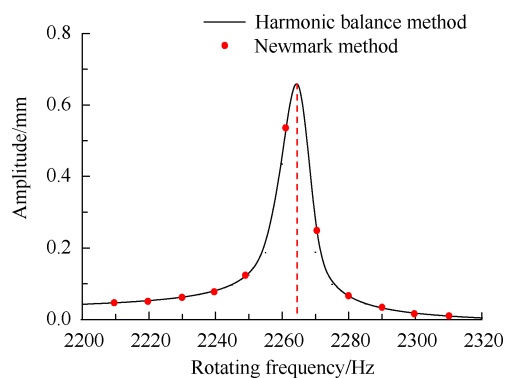


Fig. 5 Result comparison of two methods

3 周向拉杆转子系统动力学特性分析

模仿三菱公司某型燃气轮机周向拉杆转子轴系建立三维计算模型(如图6),使用上文所述刚度等效方法及振动响应求解模型,研究连接刚度对转子动力学特性的影响。该转子压气机部分由17级压气机盘、12根周向拉杆组成,前三级盘与轴头一体,后15级盘通过拉杆锁紧;透平部分由4级涡轮盘、12根拉杆组成。转子总长约11m,材料选用30Cr2Ni4MoV。使用一维模型对其进行简化,将不规则的伸根部分与叶片同时作为集中质量施加。模型包含梁单元、弹簧单元、接地弹簧单元与集中质量单元四类单元。其中轴承位于图6(b)中1,2处,刚度取重型燃气机固定-可倾瓦混合径向轴承折合动力系数,取线性刚度 $2.25\times 10^9\text{N/m}$ 及线性阻尼 $10^5\text{N}/(\text{m}\cdot\text{s})$ 。本章仅考虑连接刚度影响,连接阻尼给定一个固定的小值,既不会

对临界转速产生影响,又能定性研究响应幅值变化。

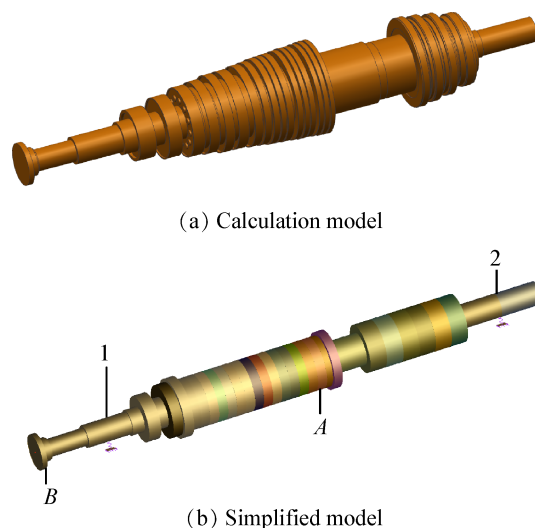


Fig. 6 Gas turbine tie rotor model

3.1 转子临界转速与响应分析

使用上文中的简化模型计算不同等效连接刚度对临界转速及响应的影响。计算响应时在图6(b)中A点施加 $10\text{g}\cdot\text{cm}$ 的不平衡质量,求解B点的响应特性。

首先计算了整体转子(盘间刚性连接)的弯曲振型。前三阶弯曲振型如图7所示,图7(a),(b),(c)分别为一、二、三阶振型,横纵坐标单位均为m。其中一阶为典型的一弯,二阶振型压气机段的剪切变形较大,三阶为压气机段的单悬臂局部振动。

在每级压气机盘与透平盘间均施加弹簧单元,改变单元刚度大小(K_{11} , K_{22} , K_{44} , K_{55}),研究剪切刚度

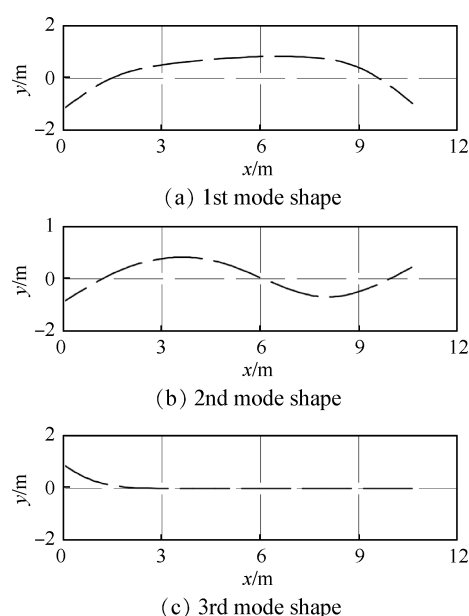


Fig. 7 Bending formation

和弯曲刚度对转子临界转速和响应产生的影响。

临界转速计算结果如图 8 所示,其中图 8(a), (b), (c) 分别为一阶、二阶与三阶临界转速随等效连接刚度变化关系。图中虚线为预紧力未发生松弛下的临界转速线,此时的盘间连接刚度为此预紧力下的连接刚度和拉杆等效弯曲刚度之和。可以发现当弯曲连接刚度达到 $10^{13}(\text{N} \cdot \text{m})/\text{rad}$, 剪切连接刚度达

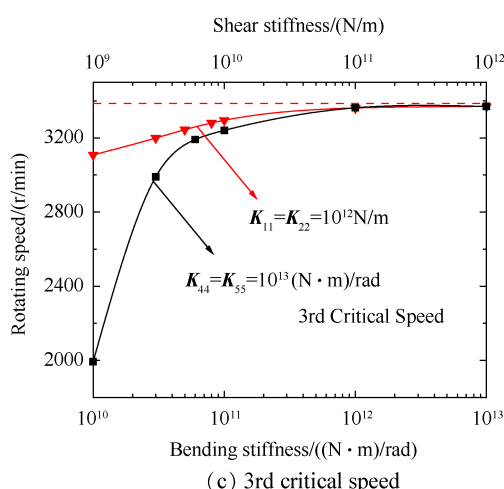
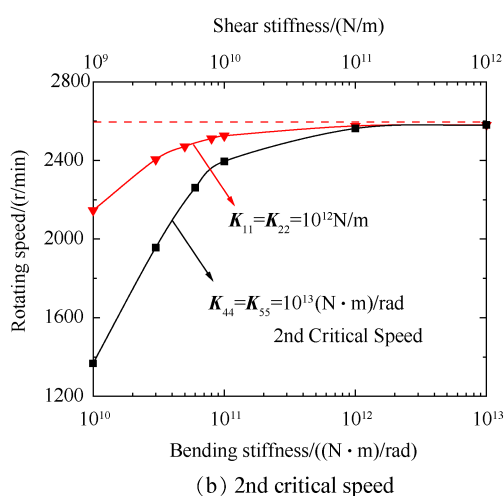
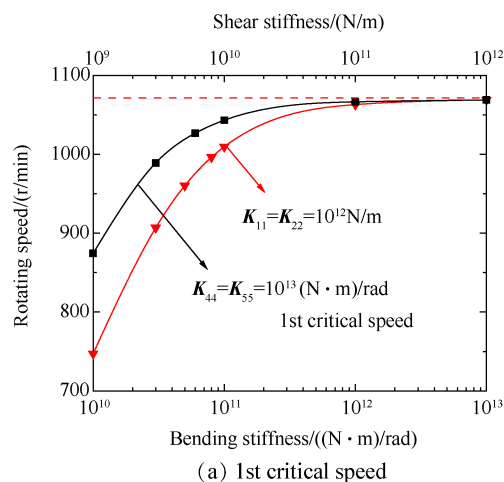


Fig. 8 Relation between critical speed and stiffness

到 10^{12}N/m 时,各阶临界转速均趋于收敛,说明此时的刚度已经接近轮盘间的刚性连接。

图 8 中黑线表示弯曲刚度不变时,剪切刚度变化对临界转速的影响;红线表示剪切刚度不变时,弯曲刚度对临界转速的影响。根据三阶变化趋势可以看出:每阶临界转速随等效连接刚度变化幅度不同,但趋势相同。在刚度减小初期阶段,临界转速变化较小;随着刚度持续减小,临界转速开始加速减小。

取弯曲刚度为 $10^{13}(\text{N} \cdot \text{m})/\text{rad}$, 剪切刚度为 10^{12}N/m , 此时转子临界转速趋于收敛。将此时的临界转速与整体连续模型计算值及该型号三菱转子的厂家试验值^[20]进行对比,结果如表 3 所示。从表中可以看出:连续转子计算得到的临界转速普遍偏大于真实试验值,而使用本文中的六自由度弹簧,取其收敛时的连接刚度可大幅减小计算误差。

Table 3 Critical rotational speed of rod fastening rotor for heavy duty gas turbine (r/min)

Order of vibration	Continuum model	Model B	Test data
1st	1104.4	1068.9	1050.5
2nd	2768.7	2580.6	2502.6
3rd	3421.7	3369.6	3348.2

进一步结合振型分析其变化趋势可以发现:一阶临界转速受弯曲刚度影响略大于剪切刚度,可以看出压气机段弯曲变形大于剪切变形;二阶临界转速则主要受剪切刚度影响,可以看出压气机段连接截面的剪切变形较大;三阶临界转速在刚度减小的初始阶段变化不大,原因在于其弯曲振型为单悬臂局部振动,弯曲变形与剪切变形均较小。但剪切刚度进一步减小后,转子的弯曲振型会发生变化,盘与盘间出现错位,此时临界转速开始大幅减小。

图 9 为 B 点振动响应随不同连接刚度变化曲线,其中黑线为弯曲刚度为 $10^{13}(\text{N} \cdot \text{m})/\text{rad}$, 剪切刚度为

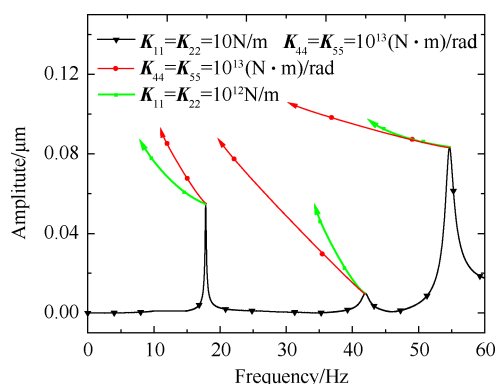


Fig. 9 Relation between response and stiffness

10^{12}N/m 时的响应曲线,取刚度变化后峰值点的连线组成箭头线。其中绿色箭头为弯曲刚度不变时,剪切刚度从 10^{12}N/m 下降到 10^9N/m 对应响应峰值的变化;红色箭头为剪切刚度不变时,弯曲刚度从 $10^{13}(\text{N}\cdot\text{m})/\text{rad}$ 下降到 $10^{10}(\text{N}\cdot\text{m})/\text{rad}$ 对应响应峰值的变化。

从图9中可以看出:随着刚度的减小,振动响应幅值整体呈现增大趋势。其中一阶与二阶响应增长幅度较大,三阶相对比较平缓。

3.2 各向异性刚度下的响应分析

通常情况下,燃机转子不会有显著的非对称刚度,但在某些故障模式或极端运行条件中,也存在该类型失稳的可能性。例如:非均匀温度场引起的周向拉杆预紧力分布不均匀、某根拉杆事故中发生断裂等。本文基于六自由度弹簧的连接刚度等效方法可以简便研究转子在该失谐下的动力学特性。

本节分别计算了各向异性剪切刚度与各向异性弯曲刚度两种失谐类型,转子在两个振动方向上的响应如图10所示。从图中可以看出:临界转速对应的响应峰值均在一个方向上分裂为两个峰值。对于各向异性剪切刚度,该分裂方向为小刚度对应方向;而对于各向异性弯曲刚度,该分裂方向为大刚度对

应方向。且峰值分裂方向的响应幅值要小于其正交方向。分裂方向响应幅值由较大刚度决定,未分裂方向响应幅值由较小刚度决定。

此时,转子在同一阶两个临界转子,轴心轨迹变为椭圆(如图11),椭圆的长半轴受小刚度影响,长半轴受大刚度影响,当两正交刚度相差越大时,椭圆的椭圆度也越大,且 θ 角也随之增大。

根据各向异性刚度的失稳条件,当转子在分裂的两个临界转速之间运行时,系统将失去稳定。燃机实际运行过程中一般不会产生这么大的刚度不均匀,但由于温度场分布不均匀引起的预紧力失谐仍会一定程度上增大失稳范围,因此控制失谐是振动抑制的一种手段。

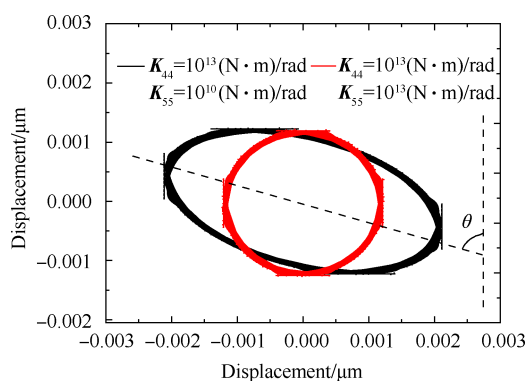
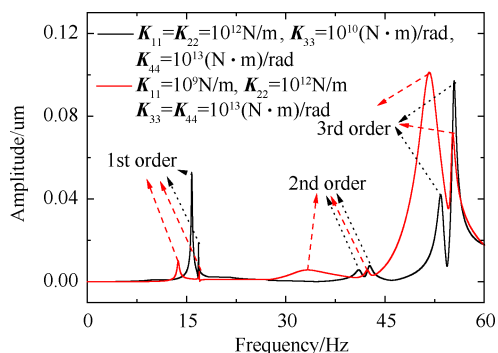
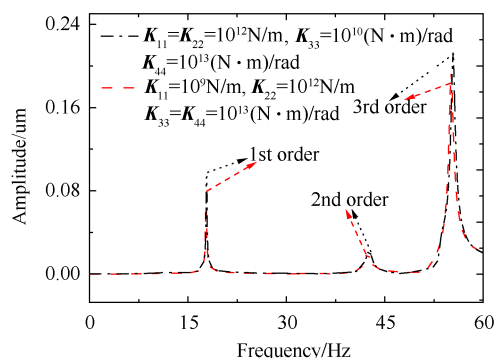


Fig. 11 Axis orbit



(a) Response in the direction of smaller shear stiffness and greater bending stiffness



(b) Response in the direction of greater shear stiffness and smaller bending stiffness

Fig. 10 Relation between response and stiffness

3.3 时变连接刚度下的响应分析

上两节均在连接刚度线性情况下计算,虽能定性研究因预紧力变化导致连接刚度变化造成的动力学特性影响,但仍不能反映真实情况下的非线性响应。实际过程中连接刚度随位移与时间不断变化,一方面在有振动产生时,盘与盘间出现夹角,连接刚度随夹角变化而不断改变;另一方面在长时间运行时,非均匀温度场会造成拉杆预紧力变化,从而产生连接刚度的时变过程。本节考虑转子产生响应时弯曲刚度随响应变化的非线性过程。

使用文献[21]中的有限元计算方法计算接触界面弯曲刚度变化。建立拉杆转子单位模型(图12),利用ANSYS非线性求解器求解,在一级盘上施加固定弯矩 M ,根据其张开角度求解得到连接弯曲刚度随张开距离变化关系。进而根据振动响应计算结果,扫频求解每一步均先计算该响应下的刚度值,对连接刚度进行更新。连接弯曲刚度随张开距离的变化关系如图13所示。迭代循环流程如下图所示:首先提取式(21)中的响应幅值,进而计算盘间轴向位

移量,从图 13 中获得更新后的刚度值,计算该刚度值下的响应,如此循环迭代。

计算不同不平衡量与弹簧单元不同阻尼下的非线性响应,结果如图 14 所示,非线性刚度项的影响表现出与线性模型不同的振动响应特性。由于一阶临界受刚度影响较为显著,因此绘制一阶附近的振幅图像。从图中可以看出:由于非线性项的存在,使得某些频率值出现了多解现象,共振峰值向左方倾斜,出现“歪扭”特性,该“歪扭”由刚度的软特性引起。而增大不平衡量与减小阻尼,均使得多解范围扩大,

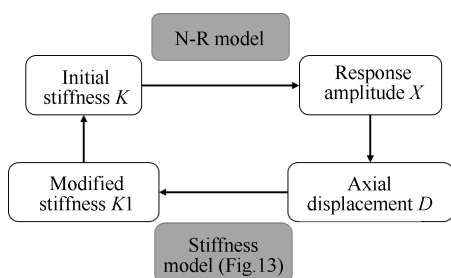


Fig. 12 Iteration process

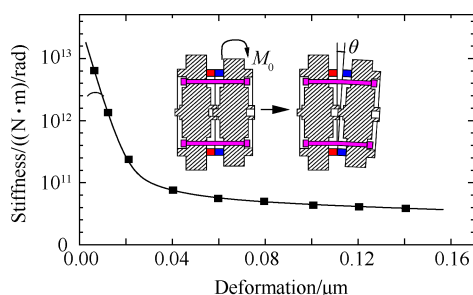
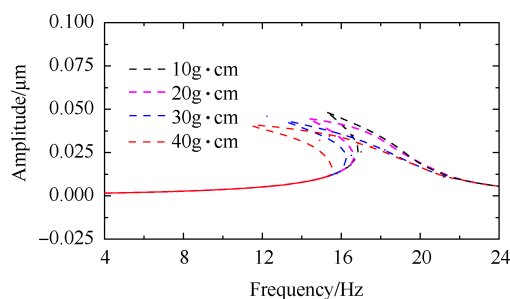
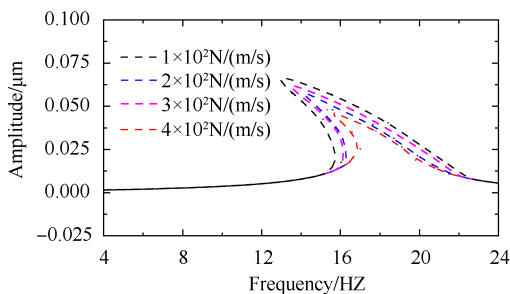


Fig. 13 Stiffness changes



(a) Effect of unbalance



(b) Effect of damping

Fig. 14 Relation between response and factors

使峰值分布体现为“波浪形”变化。共振峰的偏移使系统存在多解的频率范围扩大,进而使振幅不稳定区域扩大。减小轮盘偏心量、两盘偏心量夹角和非线性刚度占比,或者增加无量纲阻尼均能缩减双稳态的存在区域,有助于振动抑制。

4 结 论

本文借助六自由度弹簧单元研究了周向拉杆转子盘连接刚度对轴系转子动力学特性的影响,推导了一种迭代求解谐波平衡方程的求解方法,借助该方法计算了模拟转子的动力学响应特性,最后得到以下结论:

(1)简化模型成功将拉杆弯曲刚度等效进弹簧单元,通过与全三维模型计算结果的校核对比,两种模型前三阶临界转速误差不超过3%。简化后的模型能准确反映原始模型的振动特性。

(2)随着连接刚度的降低,轴系临界转速随之降低,当剪切刚度下降三个数量级时,前三阶弯曲临界分别降低了约200,1200和1300r/min;当弯曲刚度下降三个数量级时,前三阶弯曲临界均降低了约300r/min,该变化趋势可由弯曲振型推测。响应整体呈现增大趋势,但每阶幅值所受影响大小不同,且剪切刚度对其影响更为明显。

(3)使用临界转速趋于稳定时的刚度值计算转子轴系临界转速,可将计算误差控制在2%以内,较连续模型更贴近真实结果。证明该模型能较好描述连接刚度对转子特性造成的影响。

(4)在各向异性连接刚度情况下(本文计算了正交剪切刚度分别为 10^{12} 和 10^{10} N/m,正交弯曲刚度 10^{13} 和 10^{10} (N·m)/rad两种情形),转子在某个方向上的振动响应峰值会发生分裂,轴心轨迹变为椭圆,临界转速分裂为两个,而这两个临界转速中间区域为不稳定区。

(5)考虑刚度非线性后,响应峰值出现“歪扭”特性。当不平衡量由 $10\text{g}\cdot\text{cm}$ 增加到 $40\text{g}\cdot\text{cm}$ 时,多解范围扩大,但振幅基本不变,而当阻尼由 $1\times 10^2\text{N}/(\text{m}/\text{s})$ 增加到 $4\times 10^2\text{N}/(\text{m}/\text{s})$ 时,多解范围与振幅均增大。可见其形状随不平衡量、阻尼比等参数影响而出现“波浪形”变化。

本文系统研究了连接刚度对转子系统产生的一系列影响,为计算转子临界转速及振动特性提供了方法和思路。但本文未进行状态耦合研究,实际运行过程中,拉杆转子系统往往伴随刚度失谐、时变刚度等综合工况。下一步工作将针对非线性刚度下转

子的时变特征研究,考虑实际运行工况下的转子动态特性。

致 谢:感谢国家科技重大专项的资助。

参考文献

- [1] 林公舒,杨道刚. 现代大功率发电用燃气轮机[M]. 北京:机械工业出版社,2007.
- [2] 姚星宇,王建军. 航空发动机螺栓连接载荷与结构参数对连接刚度影响规律[J]. 推进技术,2017,38(2): 424-433. (YAO Xing-yu, WANG Jian-jun. Effects of Load and Structure Parameters of Aero-Engine Bolted Joints on Joint Stiffness[J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2017, 38(2): 424-433.)
- [3] 顾家柳,夏松波,张 文. 转子动力学研究的现状及展望[J]. 振动工程学报,1988,13(2): 63-70.
- [4] Zhou M, Yang L, Yu L, et al. Contact Stiffness Calculation and Effects on Rotordynamic of Rod Fastened Rotor [R]. *ASME GT* 2016-47714.
- [5] 高 进,袁 奇,李 浦,等. 燃气轮机拉杆转子考虑接触效应的扭转振动模态分析[J]. 振动与冲击,2012,23(12): 9-13.
- [6] 高 进,袁 奇,李 浦,等. 燃气轮机拉杆式转子的刚度模化和模型修正方法[J]. 西安交通大学学报,2013,47(5): 18-23.
- [7] Liu X, Yuan Q, Liu Y, et al. Analysis of the Stiffness of Hirth Couplings in Rod-Fastened Rotors Based on Experimental Modal Parameter Identification [R]. *ASME GT* 2014-26448.
- [8] Qin Z, Han Q, Chu F. Analytical Model of Bolted Disk-drum Joints and Its Application to Dynamic Analysis of Jointed Rotor[J]. *Journal of Mechanical Engineering Science*, 2014, 228(4): 646-663.
- [9] 姜 东,吴邵庆,史勤丰,等. 基于薄层单元的螺栓连接结构接触面不确定性参数识别[J]. 工程力学,2015,32(4): 220-227.
- [10] Jalali H, Hedayati A, Ahmadian H. Modelling Mechanical Interfaces Experiencing Micro-Slip/Slap [J]. *Inverse Problems in Science and Engineering*, 2011, 19(6): 751-764.
- [11] Link M, Böswald Marc, Laborde S, et al. An Approach to Non-Linear Experimental Modal Analysis[J]. *Conference Proceedings of the Society for Experimental Mechanics Series*, 2010, 19(6): 119-128.
- [12] Luan Y, Guan Z Q, Cheng G D, et al. A Simplified Non-linear Dynamic Model for the Analysis of Pipe Structures with Bolted Flange Joints[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2012, 331(2): 325-344.
- [13] Gao J, Yuan Q, Li P, et al. Effects of Bending Moments and Pretightening Forces on the Flexural Stiffness of Contact Interfaces in Rod-Fastened Rotors[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2012, 134(10): 102503-102508.
- [14] 洪 杰,徐翕如,苏志敏,等. 高速转子连接结构刚度损失及振动特性[J]. 北京航空航天大学学报,2019,45(1): 18-25.
- [15] Yuan Q, Gao J, Li P. Nonlinear Dynamics of the Rod-Fastened Jeffcott Rotor [J]. *Journal of Vibration and Acoustics*, 2014, 136(2).
- [16] 于平超,马艳红,张大义. 具有局部非线性刚度的复杂转子系统动力学模型及阵型特征分析[J]. 推进技术,2016,37(12): 2343-2351. (YU Ping-chao, MA Yan-hong, ZHANG Da-yi. Dynamic Model and Vibration Characteristic Analysis on Complex Rotor System with Local Nonlinear Stiffness[J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2016, 37(12): 2343-2351.)
- [17] 达 琦,袁 奇,李 浦,等. 燃气轮机拉杆转子非线性动力学特性研究[J]. 西安交通大学学报,2019,53(5): 43-51.
- [18] 申 鹏,刘潇波,赵 立,等. 考虑接触效应的拉杆转子非线性动力学特性分析[J]. 风机技术,2019,61(2): 82-87.
- [19] 卢明剑,孙岩桦,周 健,等. 拉杆组合转子的刚度修正及动力学建模[J]. 航空动力学报,2016,31(9): 2203-2209.
- [20] 袁 奇,高 进,李 浦,等. 重型燃气轮机转子结构及动力学特性研究综述[J]. 热力透平,2013,42(4): 294-301.
- [21] Meng C, Su M, Wang S. An Investigation on Dynamic Characteristics of a Gas Turbine Rotor Using an Improved Transfer Matrix Method [J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2013, 135(1): 122505-122512.

(编辑:梅 瑛)