

基于蒙特卡罗法的中子多球谱仪测量不确定度分析方法及应用

张大可^{1,2,3} 唐智辉^{1,2,3} 韦应靖^{1,2,3} 李桃生⁴ 曹勤剑¹ 孙博文^{1,2,3}

1(中国辐射防护研究院 保健物理所 太原 030006)

2(辐射安全与防护山西省重点实验室 太原 030006)

3(中核集团辐射防护技术重点实验室 太原 030006)

4(中国科学院核能安全技术研究所 中子输运理论与辐射安全重点实验室 合肥 230031)

摘要 几乎所有的科学活动都需要用不确定度对其进行评价。在解谱过程中,了解解谱过程中产生的不确定度对于评价解谱方法、丰富解谱结果等有着至关重要的意义。本研究的主要目的在于探讨利用蒙特卡罗(Monte Carlo, MC)法对中子多球谱仪测量不确定度进行评估的有效性。鉴于中子多球谱仪在计算过程中所涉及的复杂相关性和非线性特征,传统的基于理论模型和经验公式的不确定度分析方法已经不再适用。MC法通过对输入量的概率密度进行抽样,进而获得输出量的概率密度分布,因此能够有效地处理复杂系统和非线性问题,从而获取计算结果的统计特性。本研究结合了具体实例和实验结果,详细介绍了运用MC法评估多球谱仪测量不确定度的具体步骤和过程,采用多球中子能谱仪和中子场标准装置(包含4个中子源)开展了实验测量,评估了30 cm铁球屏蔽下的中子注量率谱的测量结果。测量结果显示其分布均在期望值的 $\pm 5\%$ 以内,表明该方法能够为多球谱仪测量的准确性和可靠性提供可靠的评估,也为相关研究提供了有益的参考。

关键词 蒙特卡罗法, 不确定度评定, 中子谱仪

中图分类号 TL99

DOI: 10.11889/j.0253-3219.2024.hjs.47.120403

CSTR: 32193.14.hjs.CN31-1342/TL.2024.47.120403

Uncertainty analysis method and application of neutron multi-sphere spectrometer measurement based on Monte Carlo method

ZHANG Dake^{1,2,3} TANG Zhihui^{1,2,3} WEI Yingjing^{1,2,3} LI Taosheng⁴ CAO Qinjian¹ SUN Bowen^{1,2,3}

1(Institute of Health Physics, China Institute for Radiation Protection, Taiyuan 030006, China)

2(Shanxi Provincial Key Laboratory of Radiation Safety and Protection, Taiyuan 030006, China)

3(Key Laboratory of Radiation Protection Technology of China National Nuclear Corporation, Taiyuan 030006, China)

4(Key Laboratory of Neutron Transport Theory and Radiation Safety, Institute of Nuclear Energy Safety Technology,

Chinese Academy of Sciences, Hefei 230031, China)

Abstract [Background] Multisphere neutron spectrometers are pivotal in accurately measuring neutron flux across various fields. The inherent complexities and non-linearities in their calculation processes, such as correlated

中国辐射防护研究院自主科研项目创新团队基金(No.YC24010102)资助

第一作者: 张大可, 男, 1998年出生, 2020年毕业于南华大学, 现为硕士研究生, 研究方向为中子测量技术

通信作者: 唐智辉, E-mail: bl221102@yeah.net

收稿日期: 2024-03-28, 修回日期: 2024-05-28

Supported by Innovation Team Fund for Independent Scientific Research Projects of China Radiation Institute (No.YC24010102)

First author: ZHANG Dake, male, born in 1998, graduated from University of South China in 2020, master student, focussing on neutron measurement technology

Corresponding author: TANG Zhihui, E-mail: bl221102@yeah.net

Received date: 2024-03-28, revised date: 2024-05-28

variables, make traditional uncertainty analysis methods based on theoretical models and empirical formulas (e.g., the GUM (Guide to the Uncertainty in Measurement) method) unsuitable. **[Purpose]** This study aims to demonstrate the application of the Monte Carlo (MC) method as an effective tool for evaluating measurement uncertainty in multi-sphere spectrometers, addressing the challenges posed by complex systems and non-linear problems. **[Methods]** First of all, the MC method was employed to conduct probability density sampling of input variables to obtain the probability density distribution of the output variables. Detailed statistical characterization of the calculation results was allowed to provide a more comprehensive understanding compared to conventional methods. Then, numerous simulations were performed to take into account of variability and uncertainty in the input parameters, hence the robustness of the analysis was enhanced. Consequently, this technique overcome the limitations of traditional deterministic approaches, offering more reliable and nuanced insights into the system's behavior. Finally, experiments were carried out using multisphere neutron spectrometers and neutron field standard device (including 4 neutron sources), and the measurement results of neutron flux spectrum under 30 cm iron ball shielding were evaluated using above-mentioned method. **[Results]** The spectrum unfolding results obtained by this method have a total uncertainty of 5% in the energy group of interest after being passed by the spectrum unscrambling program. **[Conclusions]** The application of the MC method offers a robust framework for the assessment of measurement uncertainties in multi-sphere neutron spectrometers. This study not only enhances the accuracy and reliability of spectrometer measurements, but also contributes to the broader field of neutron measurement techniques by providing a reference for the evaluation of complex systems.

Key words Monte Carlo method, Uncertainty rating, Neutron spectrometer

中子能谱测量是辐射测量的关键技术,随着对小型化反应堆等新堆型的发展,其受关注度越来越高。在现场测量时,一般无法直接测量中子能量,而是依据探测器读数进一步计算来获得中子能谱,也就是解谱。中子解谱是一个反问题,已经有很多科研人员对于解谱方法^[1-3]和不确定度的传递^[4-6]进行了研究^[7-8],但是对于解谱结果不确定分析的方法研究较少。本文提出了一种新的解谱不确定度和不确定度传递的测量与评价方法,通过对“少道解谱”问题的分析,重点建立不确定度传递方法。

1 理论基础

1.1 解谱原理

由探测器累计计数中评估谱中子通量 $\Phi_E(E)$ 涉及到求解线性积分方程的基本过程:

$$z_i = \int dE R_i(E) \Phi_E(E) \quad (1)$$

式中: $R_i(E)$ 是与能量相关的响应函数; $\Phi_E(E)$ 为各个能量区间内的中子注量,或者叫强度; z_i 为计数。计数 z_i 是谱注量 $\Phi_E(E)$ 的线性泛函。这个方程表示测量模型。

定义矢量 $\mathbf{z}_0^T = (z_{01}, \dots, z_{0i}, \dots, z_{0M})$ 表示探测器系统测量值(读数)的期望值。实际测量值为 $\mathbf{z}'_0 = \mathbf{z}_0 + \varepsilon$ 。 ε 为具有统计意义的波动量。假设向量 $\mathbf{z}_0$ 的不确定性矩阵 $\mathbf{S}_{z_0}$ 是已知的。 $\mathbf{R}_i(E)$ 是关于能群的响应矩阵。

在数学上,这是第一类 Fredholm 积分方程的退化形式。由于有限数量的离散测量不能定义连续函数,所以这个方程是没有唯一解的,只能近似地转换为离散的矩阵方程。

$$\mathbf{z}_0 = \mathbf{R} \cdot \Phi \quad (2)$$

解出的通量向量 $\Phi^T = (\Phi_1, \dots, \Phi_v, \dots, \Phi_N)$ 中的每一个 Φ_v 值都可以看作是一段能量 E_v 和 E_{v+1} 之间的通量的均值,在 $N > M$ 时没有唯一解的。在超定或正定情况(即 $N < M$ 或 $N = M$)下,通常适用最小二乘法计算解谱结果和不确定度矩阵^[9]。

$$\chi^2 = (\mathbf{z}_0 - \mathbf{R}\Phi)^T \cdot \mathbf{S}_{z_0}^{-1} \cdot (\mathbf{z}_0 - \mathbf{R}\Phi) \quad (3)$$

使得 χ^2 最小,并且假设 $\mathbf{S}_{z_0}$ 是非奇异的。则该方程的解由正则方程:

$$\mathbf{R}^T \cdot \mathbf{S}_{z_0}^{-1} \cdot \mathbf{z}_0 = \mathbf{R}^T \cdot \mathbf{S}_{z_0}^{-1} \cdot \mathbf{R} \cdot \Phi = \mathbf{B} \cdot \Phi \quad (4)$$

解出中子通量 Φ 也就中子能谱。该方程在:

$$\mathbf{B} = \mathbf{R}^T \cdot \mathbf{S}_{z_0}^{-1} \cdot \mathbf{R} \quad (5)$$

满秩的情况下是有唯一解的。这个 $\mathbf{B}$ 被称为结构矩阵^[10]。

在实践中,在许多情况下即使对于最大秩的 $\mathbf{R}$, 常规的等式(1)~(4)都接近于奇异^[11],这种情况与欠定情况相似($M > N$)。所以实践中更多的情况是式(1)~(4)没有唯一解的情况,这种情况下的模糊性是难以分析的^[11]。

要解决这一问题,解谱算法中必须使用中子谱上所有可使用的信息。包括先验信息和物理意义的

限制,例如中子通量是非负的。有时,通量向量 Φ_0 和不确定度矩阵 S_{Φ_0} 作为先验条件是已知的。这些先验信息可以与式(1)~(3)一起构成一个可解的正则方程。

解出的通量矢量对于所有的能群都是非负的,这是一个必要条件。包含这一条件的算法有很多,例如最小二乘法^[12-14]或者给定信息约束的最大熵算法。

1.2 不确定度传递原理

在使用§1.1中所述最小二乘法,也是目前惯常使用的方法进行解谱的过程中,假设已经确定了脉冲高度或者多个探测器的计数 z_0 ,以及与之对应的不确定度矩阵 S_{z_0} 。有时使用的是不确定度矩阵 S_{z_0} 的对角形式,其中包含了 z_0 的方差。同时假设能够获得响应矩阵的信息 R_0 和相应的不确定性矩阵 S_{R_0} 。进一步假设粒子通量 Φ_0 在这之前已由一种独立的测量或模拟计算获得并且对应的不确定度矩阵为 S_{Φ_0} 。则一般的 χ^2 表达式如下:

$$\chi^2 = (z_0 - z)^T \cdot S_{z_0}^{-1} \cdot (z_0 - z) + (R_0 - R)^T \cdot S_{R_0}^{-1} \cdot (R_0 - R) \quad (6)$$

在已知的 $z_0 = R \cdot \Phi$ 的约束下使 χ^2 最小化。式(6)是 χ^2 的一般表达。当参数或通量在一定程度上已知且仅使用新测量值 z_0 进行使用时,找到 χ^2 最小值的不同方法在对后两项建模时会有所区别。除了少量用于反应堆计量的代码会考虑响应矩阵的先验信息,其他情况中,式(6)中第二项会缺失。如果关于通量没有任何先验知识,则式(6)中的最后一项可以用平滑或形状条件代替,以便获得解决方案所需的非奇异正则方程组。

在约束条件 $z_0 = R \cdot \Phi$ 下,最小化 χ^2 得到非线性正则方程。为了使调整后的值不会离先验信息太远,这个约束条件可以视为在 R_0 和 Φ_0 附近使用泰勒近似替换,从而得到线性表达式:

$$z - R \cdot \Phi \Rightarrow z - z_1 - z_R \cdot (R - R_1) - z_{\Phi} \cdot (\Phi - \Phi_1) \quad (7)$$

式中: $z_1 = R_0 \cdot \Phi_0$, 并且 z_R 和 z_{Φ} 在 R_0 和 Φ_0 处的矩阵导数。使用式(1)~(6)进行最小二乘分析,通量及其不确定度矩阵的解为:

$$\Phi = \Phi_0 + S_{\Phi_0} \cdot z_{\Phi} \cdot W^{-1} \cdot (z_0 - R_0 \cdot \Phi_0) \quad (8)$$

$$S_{\Phi} = S_{\Phi_0} - S_{\Phi_0} \cdot z_{\Phi} \cdot W^{-1} \cdot z_{\Phi} \cdot S_{\Phi_0} \quad (9)$$

其中权重矩阵:

$$W = S_{z_0} + z_R \cdot S_{R_0} \cdot z_R + z_{\Phi} \cdot S_{\Phi_0} \cdot z_{\Phi} \quad (10)$$

从式(8)~(10)中可以看出,解及解的不确定度高度依赖于先验信息 Φ_0 和先验不确定度 S_{Φ_0} 。但在实践中先验谱通常是未知的,于是响应矩阵的比例

因子也需要由解谱软件给出。

另一种尚未建立的方式是将响应函数视为一个参数,在解谱过程中利用参数不变的性质进行分析,确定不确定度的传播。这种模型的解与式(8)~(10)相似,但是矩阵 W 中缺少 S_{R_0} 项,利用新 W 定义为 W' ,可以得到新的传播式:

$$S_{\Phi} = S_{\Phi_0} - S_{\Phi_0} \cdot z_{\Phi} \cdot W'^{-1} \cdot z_{\Phi} \cdot S_{\Phi_0} + S_{\Phi_0} \cdot z_{\Phi} \cdot W'^{-1} \cdot z_R \cdot S_{R_0} \cdot z_R \cdot W'^{-1} \cdot z_{\Phi} \cdot S_{\Phi_0} \quad (11)$$

这种方法在响应函数已知且不确定度小的情况下具有优势。

必须提到的是,矩阵 S_{R_0} 和 S_{Φ_0} 无法从计算 R_0 和 Φ_0 的输运计算中得到。如果用子谱及其参数构造 S_{Φ_0} ,则其的秩 $r \approx k$,其中 k 为参数的个数。一般来说, $S_{\Phi_0}^{-1}$ 不存在,但可以由式解出一个解向量 Φ 。这意味着解谱被限制在 S_{Φ_0} 和 $r \approx k$ 所张成的很小子空间上。也就是说从原理上,解谱是先验的 k 个子谱的叠加,从个人通过对先验协方差矩阵的特殊选择对解谱施加严格约束。因此,为了解决方案整个空间可用,最好使用对角 S_{Φ_0} 。

1.3 MC方法

蒙特卡罗(Monte Carlo, MC)方法^[15]可对解谱结果的不确定度评定和分析,使用黑盒方法简化步骤,跳过不确定度传递的部分,可直接分析结果的不确定度。

1.3.1 MC法

MC法的基本原理是通过构建概率模型,然后进行大量的随机抽样,获得问题的统计特性。对于复杂的系统或者非线性问题,传统的分析方法往往难以精确求解,而MC法可以通过模拟大量的可能情况,通过统计结果来估计问题的解^[16-18]。

使用MC法评定和表示测量不确定度,其核心内容是在建立测量模型的基础上采用MC法进行概率分布传播。

根据技术规范,MC法尤其适用于以下三种情况:1)测量模型明显呈非线性;2)输入量的概率密度函数(Probability Density Function, PDF)明显非对称;3)输出量的PDF较大程度地偏离正态分布或 t 分布,尤其分布明显非对称的场合。

MC法为测量不确定度评定提供了一个通用的数值方法,主要涉及有明确定义的,并可用唯一值表征的被测量估计值的不确定度。由于一般不能确定输出量的PDF解析表达式,因此在规定数值容差下估计出PDF的三个主要特征即输出量的估计值;估计值的标准不确定度和约定包含概率的输出量包含区间(包括任意包含概率,以及概率堆成包含区间和

最短包含区间)。

MC法是一种数值方法,它通过对输入量 X_i 的PDF离散抽样,由测量模型传播输入量的分布,计算获得输出量 Y 的PDF的离散抽样,进而由输出量的离散分布数值直接获得输出量的最佳估计值,标准不确定度和包含区间。该输出量的最佳估计值,标准不确定度和包含区间等特性的可信程度随PDF抽样数增加可得到改善。该输出量的最佳估计值,标准不确定度和包含区间(置信区间)等特性可信程度随PDF抽样数增加可得到改善。

1.3.2 MC法的评估方法

根据技术规范JJF1059.2—2012《用蒙特卡罗法评定测量不确定度》^[19],MC法是通过以下步骤实现概率分布的传播和不确定度的评定,流程图如图1所示。

首先,在进行MC法之前,要进行明确其输入量,此时MC法输入量包括输入量 X_i 、输出量 Y 、输出量 Y 和输入量 X_i 输出量之间的模型 $Y=f(X_1, X_2, X_3, \dots, X_N)$ 、为 X_i 设定的PDF如正态分布、矩形(均匀)分布、选择蒙特卡罗实验的样本规模 M 等。

之后进行MC法传播,此时要进行的步骤有:从输入量 X_i 的PDF $g_{X_i}(\xi_i)$ 中抽取 M 个样本值 $x_{i,r}$, $i=1, 2, \dots, N, r=1, 2, \dots, M$ 。对于每个样本向量 $(x_{1,r}, x_{2,r}, \dots, x_{N,r})$ 进行计算,计算的输出相应的 Y 的模型值:

$$y_i = f(x_{1,r}, x_{2,r}, \dots, x_{N,r}), r = 1, 2, \dots, M \quad (12)$$

最后进行MC法输出,将这些 M 个模型值按严格的递增次序排列,通过这些排序的模型值得到输出量 Y 的分布函数 $G_Y(\eta)$ 的离散,表示为 G 。

由 G 计算 Y 的估计值 y 以及 y 的标准不确定度 $u(y)$ 以及给定包含概率 p 时的包含区间 $[y_{\text{low}}, y_{\text{high}}]$ 。

在评估多球谱仪的测量不确定度时,首先需要构建一个模型来反映多球谱仪的工作特性和环境因素的影响。这个模型应包含所有可能影响测量结果的因素,比如球谱仪的设计参数、环境温度、湿度等,以此确定计数的分布和不确定度。

使用MC法进行随机抽样,在这个过程中,模型中的每个参数都会在其可能的值范围内进行随机抽样,生成一组可能的参数组合,每组参数组合对应一个可能的测量结果^[20]。

通过大量的抽样,可以得到一个包含大量可能测量结果的数据集。通过对这些数据进行统计分析,可以得到多球谱仪的测量结果的统计分布,从而评估其测量不确定度。

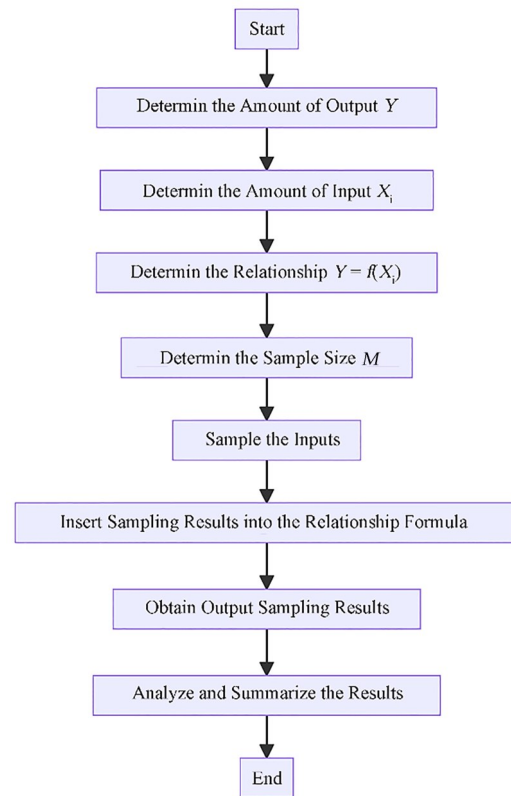


图1 MC法评定不确定度流程图

Fig.1 MC method assessment uncertainty flow chart

使用MC法评估多球谱仪的测量不确定度,主要包括模型构建、随机抽样、统计分析和模型验证4个步骤。这种方法的优点是可以处理复杂的系统和非线性问题^[21-22],而且可以得到问题的统计特性,因此在评估多球谱仪的测量不确定度方面具有很大的潜力。

2 通过实例得到结果

以屏蔽基准实验中屏蔽体为30 cm铁球的实验和实验数据为例,进行MCM评定不确定度。

2.1 实验条件

对屏蔽基准实验进行不确定度评定,该实验采用多球中子谱仪对泄漏中子能谱进行测量。直接测量结果为 ^3He 正比计数器的计数,最终测量结果为计数与定标器测量时间之比值。

进行实验的多球谱仪和使用的中子场是中国辐射防护研究院放射性计量站的多球中子谱仪和中子场标准装置。

标准装置由4枚中子放射源、屏蔽装置、换源装置、准直装置、定位装置、气压装置、安全联锁装置、监控装置、报警装置等组成。

该标准装置可用于中子注量率仪和中子剂量当

量(率)仪等的量值传递,参考中子源的相关数据如 表1所示。

表1 用于参考辐射的中子源的相关数据
Table 1 Data related to the neutron source used to reference the radiation

源的类型 Type of source	活度 Activity / Bq	注量平均能量 Average energy fluence / MeV	半衰期 Half-life period / a
²⁴¹ Am-Be	3.7×10 ¹¹	4.16	432
²⁴¹ Am-Be	3.7×10 ⁹	4.16	432
²⁵² Cf	3.7×10 ⁹	2.13	2.65
²⁵² Cf	3.7×10 ⁷	2.13	2.65
²⁵² Cf+D ₂ O	3.7×10 ⁹	0.55	2.65

注:中子注量率范围 10~10⁴ cm⁻²·s⁻¹
Note: Range of neutron fluence rate 10~10⁴ cm⁻²·s⁻¹

该标准装置的相对扩展不确定度如表2所示。

表2 用于参考辐射的中子源的相对扩展不确定度
Table 2 Relative spread uncertainty of neutron sources for reference radiation

源的类型 Type of source	注量平均能量 Average energy fluence / MeV	相对扩展不确定度 Reference expended uncertainty $U_{rel}(k=2)$ / %
²⁴¹ Am-Be	4.16	4.6
²⁴¹ Am-Be	4.16	7.0
²⁵² Cf	2.13	5.0
²⁵² Cf	2.13	5.0
²⁵² Cf+D ₂ O	0.55	5.0

多球谱仪使用的是型号为SP94的一款球形³He探测器,具有较高中子灵敏度,可适用于热中子的探测,其探测灵敏区域为直径31 mm的球形,内充气为4个大气压的³He气体和0.12 MPa的Kr气体。球壳外为厚度1 mm的铁材质包壳,在包壳顶端有气体注入口,且已密封完成,也可认为是实心的铁柱。球壳下部为铁材质的长柱,内部有信号线。SP94热中子传感器如图2所示。

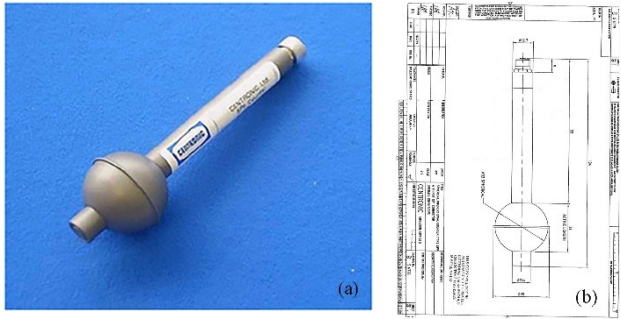


图2 SP94热中子探测器 (a)实物图,(b)设计图
Fig.2 SP94 thermal neutron detector
(a) Snapshot of physical detector, (b) Blueprint

与³He管配套的聚乙烯慢化球共10个,直径依次为7.62 cm、8.89 cm、10.16 cm、11.43 cm、12.7 cm、15.24 cm、17.78 cm、20.32 cm、25.4 cm、30.48 cm。再同无慢化体的裸探测器得到的测量数据共同组成

11维数据矩阵。基于降低散射影响及测量点位与人体胸腔位置一致的原则,设计制作了测量台架。测量台架为铝合金支架,不同慢化球采用不同尺寸的支架,以保证慢化球的球心距地面距离为1.5 m,采用三根支柱结构,以减小散射对测量结果的影响。图3为照射测量实验现场照片。

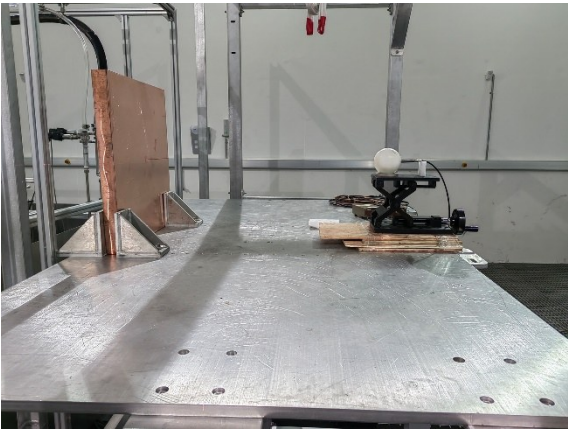


图3 照射测量现场照片
Fig.3 Photo of irradiation measurement site

本次实验采用30 cm实心铁球作为屏蔽,得到实验数据,分析测量不确定度,再推而广之到所有的Bonner球谱仪的测量之中^[23-27]。

2.2 评定过程

对于多球中子谱仪的MCM分析,可以确定输入量即为多球谱仪的测量值 Φ 和经蒙特卡罗模拟获得的响应矩阵 R 。他们之间的关系为:

$$R \cdot E = \Phi \quad (13)$$

可以确定两个输入量分别为 R 和 E 。分别对两个输入量进行不确定度分析。

2.2.1 对输入量 R 进行不确定度分析

响应矩阵由MCNP模拟得到,在模拟结果中给出了数据的统计涨落分布,默认数据成正态分布,此外还进行了模拟结构等误差对不确定度的影响。

2.2.2 测量值 E 的不确定度分析

多球中子谱仪单个球测量结果的数学模型为:

$$\dot{N} = \frac{N - N_b}{t} \quad (14)$$

式中: $\dot{N}$ 为单个探测器净计数率, s^{-1} ; N 为未加影锥情况下的探测器计数; N_b 为加影锥情况下的探测器计数; t 为定标器测量时间, s 。

分析不确定度来源。整个实验过程,测量不确定度的引入主要有以下5个方面:

1)单次测量统计涨落引入,记为 $u_r(N_1)$;2)源到位重复性引入,记为 $u_r(N_2)$;3)散射辐射修正引入,记为 $u_r(N_3)$;4)装置死时间修正引入,记为 $u_r(N_4)$;5)距离定位精度引入,记为 $u_r(N_5)$ 。

单次测量统计涨落引入的相对标准不确定度 $u_r(N_1)$ 采用A类评定。

单次测量根据测量数据 N 和 N_b 的计数值得算数平方根的倒数计算,单次测量统计涨落引入的相对标准不确定度。该分量根据每次测量结果不同分别计算。

$$u_r(N_1) = \sqrt{\frac{1}{N} + \frac{1}{N_b}} \quad (15)$$

源到位重复性引入的相对标准不确定度 $u_r(N_2)$ 采用A类评定。源到位重复性的根据在同一位置 n 次($n>6$)开关放射源,通过测量数据的重复性来估算。多次测量重复性 v 根据贝塞尔公式按实验相对标准偏差表示,总的重复性的相对标准不确定度为:

$$u_r(N_1) = \frac{v}{\sqrt{n}} \quad (16)$$

3.7×10^9 Bq的 ^{252}Cf 源的源到位重复性多次测量实验相对标准偏差为0.35%,引入的相对标准不确定度 $u_r(N_2)=0.12\%$ 。

散射辐射修正引入的相对标准不确定度 $u_r(N_3)$ 采用B类评定。用影锥法测量散射贡献,当放射源距探测器在1.0~2.5 m范围,放射源距离影锥约

10 cm,分别测量放射源距探测器1.0 m、1.5 m、2.0 m、2.5 m处的相对散射系数 P ,即散射修正引入的相对标准不确定度 $u_r(N_2)=0.03P$ 。散射辐射修正引入的相对标准不确定度 $u_r(N_2)=1.13\%$ 。

装置死时间修正引入的相对标准不确定度 $u_r(N_4)$ 采用B类评定。当计数率较大时,需进行死时间修正,修正因子为:

$$K_d = \frac{1}{1 - N\tau_d} \quad (17)$$

式中: N 为装置计数率; τ_d 为装置死时间。由于死时间导致测量不准,对测量结果带来的相对标准不确定度为:

$$u_r(N_3) = \frac{N\Delta\tau_d}{1 - N\tau_d} \quad (18)$$

式中: $\Delta\tau_d$ 为死时间测量不确定度。实验使用的 ^3He 正比计数器的死时间小于 $2 \mu\text{s}$, $\Delta\tau_d < 0.5 \mu\text{s}$,最大计数率不大于 $10^4 s^{-1}$,死时间修正引入的相对标准不确定度不大于0.5%。

距离定位精度引入的相对标准不确定度 $u_r(N_5)$ 采用B类评定。探测器与放射源距离最小时由于距离引入的误差最大,导致的不确定度也最大。最小使用距离为1 300 mm,使用的测量器具精度为1 mm,距离测量误差 Δl 不大于2 mm。按反平方率计算2 mm可能引起测量结果的变化为: $\frac{2\Delta l}{l} = 0.3\%$,按均匀分布计算,包含因子为 $\sqrt{3}$,则相对标准不确定度 $u_r(N_5) = \frac{0.3\%}{\sqrt{3}} = 0.17\%$ 。

计算合成相对标准不确定度。由于被测量的测量模型中各输入量不相关,评定合成相对标准不确定度为:

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N u_i^2(y)} \quad (19)$$

根据各相对标准不确定度分量的评定结果,合成相对标准不确定度 u_c 。

2.3 程序实现

以上面分析的两个输入量及其不确定度为基础,经过分析,假设二者都服从正态分布,以输入量为期望,不确定度为标准差进行抽样。再依次将抽样结果用于解谱,这个抽样和解谱的数据量和操作量是巨大的,为了保证正确性和时效性,选择使用MATLAB脚本进行自动操作。

此外,还需要进行模型验证。可以将模型的预测结果与实际测量结果进行比较,验证模型的准确性。如果模型的预测结果与实际结果一致,那么可以认为这个模型是准确的,可以用于评估多球谱仪

的测量不确定度。

利用抽样结果开始进行大量的解谱和结果记录工作。通过编写 MATLAB 脚本,将读取数据、抽样、解谱、记录数据等一系列过程自动化,减轻了工作负担,提高了准确性。

整个 MATLAB 脚本的思路如下:

1)首先,读取多球谱仪的计数和经过 MCNP 模拟得到的相应矩阵,分别存储在变量中。并将响应矩阵整理为一个向量方便后续操作。

2)读取计数的不确定度和响应矩阵的不确定度到变量中,并将响应矩阵整理为一个向量方便后续操作。

3)用一个循环语句分别逐个读取计数和响应矩阵的数据和相应的不确定度,利用 MATLAB 的内置的用于生成符合正态分布的随机数函数 `normrnd()` 进行抽样,将计数和响应矩阵的数据写入函数的 `mu` 参数部分,将不确定度写入函数的 `sigma` 部分。并确定抽样个数为 100。将抽样结果逐个写入新的向量中方便调用。

4)用双循环语句逐次进行 1×10^6 次解谱操作,将计数和不确定度整理,按照解谱软件输入文件的格式写入输入文件,并运行解谱软件。经过 0.3 s 的暂停进程等待解谱结束后,读取解谱软件的输出文件,将谱结果写入新的向量。

5)对解谱结果进行整理并写入 Excel 方便进行下一步的计算和分析。

6)最后,对这 1×10^6 组结果进行分析。

分析结果时,对这 1×10^6 组数据进行拟合,判断其分布情况,再根据分布情况计算其样本均值和标准差,最后计算根据式(20)计算 95% 置信区间。

$$\bar{X} \pm \left(t \times \frac{s}{\sqrt{n}} \right) \quad (20)$$

式中: $\bar{X}$ 为样本均值; s 为样本标准差; n 为样本容量; t 为自由度为 $n-1$ 的分布表中 95% 置信水平对应的临界值。

3 实验结果

根据实验得到的数据进行抽样并解谱,共得到结果 1×10^6 组,每组共有 53 个能群所对应的解谱数据。

首先,对有显著有效结果的一个能群的 1×10^6 个数据进行分析和拟合,以判断整个结果的分布情况。拟合结果如表 3~5 所示,并且得到分布拟合结果如图 4 所示。

表 3 拟合结果
Table 3 Fitting results

拟合结果 Fitting result	正态 Normal
均值 Mean value	98
方差 Dispersion	3.78

表 4 拟合结果参数
Table 4 Fitting result parameters

参数 Parameter	估计值 Estimated value	标准误差 Standard deviation
μ	9.80×10^1	1.94×10^{-2}
σ	1.44×10^{-18}	1.89×10^{-4}

表 5 参数估计值的估计协方差
Table 5 Estimated covariances for parameter estimates

关系 Relationship	协方差 Covariance
$\mu-\mu$	3.78×10^{-4}
$\mu-\sigma$	1.44×10^{-18}
$\sigma-\sigma$	1.89×10^{-4}

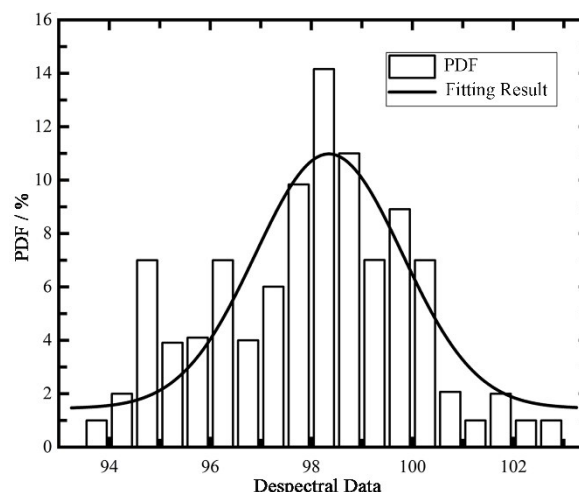


图 4 分布拟合结果分布
Fig.4 Distribution of fitting results

根据上述拟合结果,我们可以推断解谱结果的分布近似为正态分布。这意味着每个能群的多次解谱结果都可以视为从一个正态分布中抽样得到。为了更深入地了解解谱结果的稳定性和准确性,对每个能群的多次解谱结果进行了详细的分析和拟合。这一过程获得了每个能群拟合结果的样本均值和标准差。

样本均值代表了解谱结果的中心位置,而标准差则反映了解谱结果的离散程度。利用这些样本统计量,可以计算每个能群解谱结果的 95% 置信区间,其中置信水平取 $t=1.96$ 。这个置信区间反映了

解谱结果的误差范围,即对真实解谱值的估计不确定性。

通过将置信区间以误差棒的形式呈现在图5解谱结果中,可以直观地观察到解谱结果的稳定性和可靠性。误差棒的上下限值即为置信区间的上下限,它们表示了解谱结果的变化范围。这种带有误差棒的解谱结果图形象地展示了解谱过程中的不确定性,为更好地理解 and 解释解谱结果提供了重要参考。

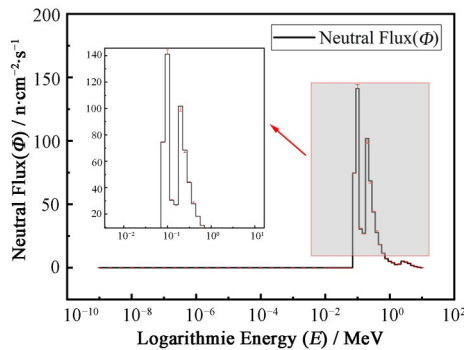


图5 带误差棒的解谱结果
Fig.5 Spectrum unfolding results with error bars

解谱结果的可信度是评估解谱过程中的关键指标之一。需要指出的是,解谱结果也就是图5中的黑色折线只能是通过真实数据得到的解谱结果,MC法进行的不确定度分析只能分析置信区间而不能将分析的样本均值作为解谱结果。通过观察解谱结果与MC模拟得到的置信区间之间的关系,可以对解谱结果的可信程度进行初步评估。在观察到解谱结果落在置信区间内的情况下,可以得出结论:解谱结果是可信的。这意味着所使用的解谱方法在对真实数据进行处理时是相当准确的。

此外,还应考虑置信区间的宽度。置信区间越宽,说明对解谱结果的估计越不精确,反之亦然。然而,在置信区间的宽度可以接受的情况下,可以对解谱方法的稳定性、真实性和可靠性感到满意。这表明即使在解谱过程中存在一定的不确定性,仍然可以对解谱结果的准确性和可信度保持信心。

因此,综合考虑解谱结果落在置信区间内以及置信区间的宽度可接受这两个因素,可以得出结论:这种解谱方法是可靠的。它不仅能够提供相对准确的解谱结果,而且具有一定的稳定性和可靠性。这种结果为进一步地分析和应用提供了坚实的基础,同时也为解决相关问题提供了有力支持。

4 分析与讨论

4.1 MCM评定不确定度优势

根据本文§1基础理论部分所述的解谱原理及不确定性分析,对于采用一般基于确定性的不确定度分析方法而言,其烦琐程度已经超出了人工处理的能力范围。这是因为需要运用协方差公式来确定解谱过程中每个步骤和计算中的不确定度传递,这对人类来说几乎是不可能完成的任务,即便是利用计算机编程进行处理,也会耗费大量的计算资源和时间,难以保证效率。

此外,对于不同的解谱方法,不确定度分析的处理方式也需要相应的理论分析和编程实现。这需要编程者具备较高的数学素养,并且对不同解谱方法都需要进行具体的不确定度分析,这一过程既繁琐又困难,效率较低。更进一步地,随着各种新兴解谱方法的不断涌现,一些基于机器学习的解谱方法甚至无法简单地归纳为确定性公式的解谱过程,因此传统的不确定度分析方法变得无法适用。

为了解决中子谱解谱过程中的不确定度问题,引入了马尔可夫链MCM,这为不确定度分析提供了一种全新的途径。其优势在于其普适性,即该方法是一种黑盒方法,与具体的解谱方法无关。一套不确定性分析程序可以被应用于任何解谱方法和程序之后,从而使解谱过程变得更加便捷高效,具有更强的适应性。这意味着,在使用MCM方法进行不确定度分析之后,解谱过程无需再单独考虑不确定度分析,大大提高了解谱程序的效率。

通过MATLAB脚本进行了 1×10^6 解谱后,获得了解谱结果的不确定度和包含区间。采用MCM方法解决了解谱过程中不确定度评定的问题,将不同解谱方法的不确定度分析简化为统一的计算过程,大大提高了适用性。这个统一的不确定度评定程序适用于所有解谱程序,无需在编写解谱程序时考虑不确定度评定和传递,从而简化了解谱程序的编写难度。

4.2 解谱结果选择的问题

本文选择将原始多球谱仪的测量值 Φ 和通过蒙特卡罗模拟得到的响应矩阵 R 所解出的中子能谱作为最终的结果,而非采用每一道的样本均值作为解谱结果。这样做的原因在于,所获取的数据是通过抽样得到的,属于样本数据,而样本均值仅是对抽样数据的一个描述性统计量,其反映的是抽样结果的特征。然而,在解谱过程中,针对的是整体的测量不确定度,即对总体的评估,而非单独针对样本数据的

性质。因此,需要借助统计推断的方法,通过样本数据推断总体的性质。

虽然样本均值是最直观的统计量,能够较好地反映样本的中心趋势,但它并不能完全代表样本的分布情况,特别是对于非常倾斜的分布而言。此外,样本均值容易受到极端值的影响,当存在极端值时,样本均值可能会被拉向极端值的方向,从而导致对总体中心趋势的偏差。因此,在评估测量不确定度时,需要综合考虑样本的分布情况,除了样本均值和标准差外,还需要引入其他统计量如中位数、四分位数、偏度、峰度等来全面反映样本数据的特征。此外,样本量的大小也是一个重要的考量因素,因为样本量的大小直接影响了统计推断的准确性。

因此,本文选择将原始数据的解谱结果作为最终的解谱结果,以全面、准确地评估多球谱仪的测量不确定度。

5 结语

MCM是一种强大的工具,可以用于评估复杂系统的测量不确定度。本文将MCM运用到Bonner球中子谱仪解谱结果的不确定度评价之中。通过构建概率模型并进行大量抽样,得到了测量结果的统计分布,从而评估其测量不确定度。

在实验中,使用MCM评定了30 cm铁球屏蔽下的中子注量率谱的测量结果,测量结果的分布均在期望值的 $\pm 5\%$ 以内,证明该解谱方法的可靠性较高。

实验中发现,多球谱仪的测量不确定度分析的影响因素较多,主要包括球谱仪的设计参数、环境条件等。要注意的是,大量的解谱结果都属于抽样结果,并不能用样本数据直接代替解谱结果,在结果中仍然要使用原始的多球谱仪计数和响应矩阵所解出的数据作为解谱结果,抽样结果仅作分析和评定使用。

作者贡献声明 张大可负责程序设计、实验、实验数据的处理及文章的起草和修改;唐智辉负责研究的提出及构想;韦应靖负责最终版的修订和监督及管理;李桃生负责文章的修改和最终版的修订;曹勤剑负责监督及管理;孙博文负责程序设计、实验数据的处理。

参考文献

- Matzke M, Vourvopoulos G. International Conference: Neutrons in research and industry[M]. Crete, Greece: SPIE, 1996.
- Weise K, Matzke M. A priori distributions from the principle of maximum entropy for the Monte Carlo unfolding of particle energy spectra[J]. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, 1989, **280**(1): 103 - 112. DOI: 10.1016/0168-9002(89)91277-1.
- Routti J T, Sandberg J V. Unfolding activation and multisphere detector data[J]. Radiation Protection Dosimetry, 1985, **10**(1 - 4): 103 - 110. DOI: 10.1093/oxfordjournals.rpd.a079414.
- Weise K. Mathematical foundation of an analytical approach to Bayesian-Statistical Monte Carlo spectrum unfolding[R]. Braunschweig: Physikalisch-Technische Bundesanstalt, 1995.
- Pűlpán J, Králík M. The unfolding of neutron spectra based on the singular value decomposition of the response matrix[J]. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, 1993, **325**(1 - 2): 314 - 318. DOI: 10.1016/0168-9002(93)91032-i.
- Anykeyev V B, Spiridonov A A, Zhigunov V P. Correcting factors method as an unfolding technique[J]. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, 1992, **322**(2): 280 - 285. DOI: 10.1016/0168-9002(92)90041-2.
- Perey F G. Status report to the DOE nuclear data committee[R]. Oak Ridge: Oak Ridge National Laboratory, 1978.
- Schmittroth F. A method for data evaluation with lognormal distributions[J]. Nuclear Science and Engineering, 1979, **72**(1): 19 - 34. DOI: 10.13182/nse-79-a19306.
- Tichy M. Bayesian approach to neutron spectrum adjustment[J]. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, 1988, **267**(2 - 3): 502 - 508. DOI: 10.1016/0168-9002(88)90492-5.
- Alevra A V, Siebert B R L, Aroua A, et al. Report PTB-7.22-90-1[R]. Braunschweig: Physikalisch-Technische Bundesanstalt, 1990.
- Press W H, Flannery B P, Vetterling W T. Numerical recipes[M]. 3rd ed. Cambridge: Cambridge University Press, 1986.
- Matzke M. Unfolding of pulse height spectra: the HEPRO program system[R]. Braunschweig: Physikalisch-Technische Bundesanstalt, 1994.

- 13 Stallmann F W. LSL-M2: a computer program for least-squares logarithmic adjustment of neutron spectra[R]. Oak Ridge, TN: Oak Ridge National Laboratory, 1986.
- 14 McElroy W, Berg S, Crockett T, *et al.* A computer-automated iterative method for neutron flux spectra determination by foil activation (volume 1): a study of the iterative method[R]. Fort Belvoir, VA: Defense Technical Information Center, 1967.
- 15 Metropolis N, Ulam S. The Monte Carlo method[J]. Journal of the American Statistical Association, 1949, **44** (247): 335 - 341. DOI: 10.1080/01621459.1949.10483310.
- 16 Taylor B N, Kuyatt C E. Guidelines for evaluating and expressing the uncertainty of NIST measurement results [M]. NIST Technical Note, 1994.
- 17 Saltelli A, Ratto M, Andres T, *et al.* Global sensitivity analysis. The Primer[M]. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, Ltd., 2007. DOI: 10.1002/9780470725184.
- 18 Liu X, Wang D, Zeng Y. Uncertainty analysis of hydrological models using Monte Carlo simulation with different input sampling strategies[J]. Journal of Hydrology, 2018, **559**: 1 - 14.
- 19 国家质量监督检验检疫总局. 蒙特卡洛法评定测量不确定度: JJF 1059.2—2012[S]. 北京: 中国质检出版社, 2013.
General Administration of Quality Supervision, Inspection and Quarantine of the People's Republic of China. Monte Carlo method for evaluation of measurement uncertainty: JJF 1059.2—2012[S]. Beijing: China Quality Inspection Press, 2013.
- 20 Nobari A, Ouyang H J, Bannister P. Uncertainty quantification of squeal instability via surrogate modelling [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2015, **60**: 887 - 908. DOI: 10.1016/j.ymssp.2015.01.022.
- 21 Helton J C, Davis F J. Latin hypercube sampling and the propagation of uncertainty in analyses of complex systems [J]. Reliability Engineering & System Safety, 2003, **81**(1): 23 - 69. DOI: 10.1016/S0951-8320(03)00058-9.
- 22 Oberkampf W L, Roy C J. Verification and Validation in Scientific Computing[M/OL]. 1st ed. Cambridge University Press, [2023-10-08]. <https://www.cambridge.org/core/product/identifier/9780511760396/type/book>. DOI: 10.1017/CBO9780511760396.
- 23 Goldhagen P, Reginatto M, Kniss T, *et al.* Measurement of the energy spectrum of cosmic-ray induced neutrons aboard an ER-2 high-altitude airplane[J]. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, 2002, **476**(1 - 2): 42 - 51. DOI: 10.1016/S0168-9002(01)01386-9.
- 24 Esposito A, Bedogni R, Domingo C, *et al.* Measurements of leakage neutron spectra from a high-energy accumulation ring using extended range bonner sphere spectrometers[J]. Radiation Measurements, 2010, **45**(10): 1522 - 1525. DOI: 10.1016/j.radmeas.2010.04.008.
- 25 Wiegel B, Agosteo S, Bedogni R, *et al.* Intercomparison of radiation protection devices in a high-energy stray neutron field, Part II: Bonner sphere spectrometry[J]. Radiation Measurements, 2009, **44**(7 - 8): 660 - 672. DOI: 10.1016/j.radmeas.2009.03.026.
- 26 Vega-Carrillo H R, Manzanares-Acuña E. Background neutron spectrum at 2 420 m above sea level[J]. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, 2004, **524**(1 - 3): 146 - 151. DOI: 10.1016/j.nima.2004.01.044.
- 27 张明强, 钟国强, 黄娟, 等. 基于4H-SiC探测器多球谱仪的聚变中子能谱测量研究[J]. 核技术, 2024, **47**(9): 090402. DOI: 10.11889/j.0253-3219.2024.hjs.47.090402.
ZHANG Mingqiang, ZHONG Guoqiang, HUANG Juan, *et al.* Research on fusion neutron energy spectrum measurement using a Bonner sphere spectrometer based on a 4H-SiC detector[J]. Nuclear Techniques, 2024, **47** (9): 090402. DOI: 10.11889/j.0253-3219.2024.hjs.47.090402.