doi: 10. 3969/j. issn. 1002 - 0268. 2016. 01. 012

公路正交异性钢桥面板细节疲劳研究

何东升,肖海珠,张晓勇 (中铁大桥勘测设计院集团有限公司,湖北 武汉 430056)

摘要: 为了给公路正交异性钢桥面板的设计提供建议,基于热点应力法,通过建立精细化有限元模型,分析了焊缝细节的疲劳应力幅,计算结果表明 U 肋与横梁切口处、顶板与 U 肋焊缝处为疲劳开裂的薄弱环节。探讨了这两类细节易于开裂的内在原因,并通过参数对比发现:增大截面尺寸和顶板厚度、增设 U 肋内隔板有利于缓解切口处 U 肋疲劳应力;而横梁间距由 3 m 增大到 4.5 m 后,切口处沿肋壁竖向的疲劳应力幅增幅为 109%;增加顶板厚度和减少 U 肋开口宽度能改善顶板与 U 肋焊接处疲劳应力幅。

关键词:桥梁工程:疲劳:热点应力法:正交异性钢桥面板:焊缝细节;

中图分类号: U443.32

文献标识码: A

文章编号: 1002 - 0268 (2016) 01 - 0076 - 06

Research on Detail Fatigue of Orthotropic Steel Deck in Highway Bridge

HE Dong-sheng, XIAO Hai-zhu, ZHANG Xiao-yong

(China Railway Major Bridge Reconnaissance & Design Institute Co., Ltd., Wuhan Hubei 430056, China)

Abstract: In order to provide a reference for design of orthotropic steel deck in highway bridge, based on hotspot stress approach, the fatigue stress range of weld detail is analyzed by using the built refined finite element models. The result indicates that both U-rib at the floor beam web cut-out and deck-to-U-rib weld are more prone to fatigue failure. The internal causes of the above 2 kinds of fatigue details are explored. It is found out through comparing the results of different parameters that (1) enlarge U-rib's dimensions, increase deck thickness, and place diaphragm in U-rib can relieve the fatigue stress of U-rib at the cut-out (2) when the distance between 2 floor-beams increased from 3 m to 4.5 m, the vertical fatigue stress range of U-rib at FB web cut-out increased 109%; (3) increase deck thickness and decrease open mouth's width of U-rib also can improve fatigue stress range of deck-to-U-rib weld.

Key words: bridge engineering; fatigue; hot-spot stress approach; orthotropic steel deck; weld detail

0 引言

正交异性钢桥面板的疲劳开裂问题是一大顽疾。 英国 Seven 桥通车 5 a 后便发现首条疲劳裂缝^[1],此 后世界上一些主要的国家均发现了钢桥面板疲劳开 裂的事例。目前,对正交异性桥面板疲劳问题的研 究已经成为桥梁建设中的热点。

日本钢结构委员会厚板焊接接头调查研究分委 员会曾于2007年对日本阪神高速公路和首都高速公 路钢桥面板钢桥的疲劳裂纹进行过统计,发现纵肋 对接焊接头部位、纵肋与面板焊接连接部位、主梁腹板竖向加劲肋与面板焊接连接部位、纵肋与横肋交叉部位出现疲劳裂纹分别占疲劳裂纹总数的3.6%,9.7%,20.9%,56.3%^[2]。

近年来,欧美学者系统地做了大量的疲劳试验,并在统计试验数据的基础上,对常见的疲劳细节进行分级,并给出各级名义疲劳强度的 S-N 曲线,为常见的疲劳设计细节提供参考。但对于受力复杂的细节构造位置,无法准确计算该细节处的名义疲劳应力。

对于无法计算名义疲劳应力的细节,通常的做法是将离焊趾一定距离的位置的计算应力作为名义疲劳应力。不过目前对选取计算点的位置尚未统一。文献 [3] 建议横梁、U 肋等焊缝细选取离焊趾7.94 mm 的位置作为名义应力计算点,横梁切口细节选取离切口边缘6.4 mm 作为名义应力计算点。文献 [4] 中指出日本的做法是选取离焊趾5 mm 的位置作为名义应力计算点。文献 [5] 建议选取离焊趾10 mm 的位置作为名义应力计算点。

基于有限元仿真分析的热点应力法提供了一种更加便捷和可靠的设计方法,并且适用于更加复杂的结构外形和荷载状态^[6]。热点应力法最初由焊接工程学会^[8]提出,随后被美国规范 AASHTO LRFD^[9]和欧洲规范 EN1993 –1 –9^[10]采用,并给出了热点应力法计算疲劳应力幅的疲劳等级曲线。

我国对正交异性钢桥面的研究也非常多,但存在试验数据不具有规模性、尚未建立疲劳车辆模型、疲劳细节计算方法陈旧的现状,因此有必要采用较为前沿的方法对我国正交异性钢桥面板展开系统的研究,并揭示关键细节处疲劳开裂的内在原因,以指导正交异性钢桥面板在公路桥梁中的应用。

1 热点应力法原理[8]

热点应力法仅适用于计算焊趾位置的疲劳应力, 对焊根不适用。焊接板结构中,一般区分2类焊趾 热点,如图1所示,a类型焊趾位于附板或母板表 面;b类型焊趾位于附板端面。其中a类型焊趾的热 点应力可取为表面膜应力和弯曲应力之和。而对于b 类型热点,由于其位于板件的端面上,焊趾处应力 分布状态与板厚并不相关,故无法按表面膜应力和 弯曲应力确定热点应力。

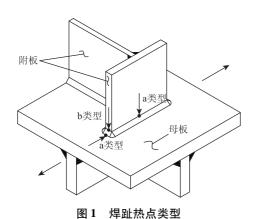


Fig. 1 Types of hot-spot on weld toe

热点应力外插方法通常利用距离焊趾表面一定

距离的 2 个点或 3 个点处的应力进行线性或二次插值计算来确定焊趾热点应力。AASHTO 规范^[9]建议对于 a 类型热点选取 0.5t 和 1.5t 两个点线性插值: $\sigma_{\rm hs}=1.5\sigma_{0.5t}-0.5\sigma_{1.5t}$;对于 b 类型热点选取 5 mm和 15 mm两个点线性插值: $\sigma_{\rm hs}=1.5\sigma_{\rm 5\,mm}-0.5\sigma_{15\,mm}$ 。

对于建立焊缝的有限元模型,在焊趾处插值; 未建立焊缝的有限元模型,偏保守在板件中面交叉 的位置插值,如图 2 所示。

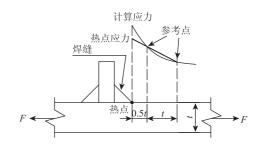


图 2 焊趾处热点应力定义

Fig. 2 Definition of hot – spot stress on weld toe

2 疲劳细节分析

2.1 有限元模型

选取某节间长度为9 m 的城市悬索桥桥面系进行有限元分析,并计算疲劳细节的热点应力幅。计算模型通过 ANSYS 建立,各板件均用壳单元 SHELL181模拟,横向取对称的半结构分析,纵向取两个节间长度。在需要获得热点应力的区域控制网格尺寸为0.25t,其中t为对应的板厚。节段有限元模型如图3所示。

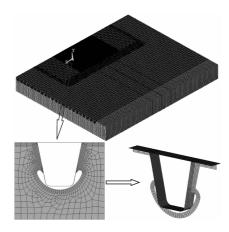
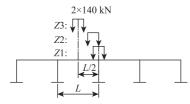


图 3 正交异性钢桥面板节段有限元模型 Fig. 3 Finite element model of OSD segment

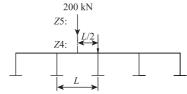
正交异性板的应力影响线长度在 2~3 个横梁开间左右^[7]。有限元模型中端部距所关心区域较远,因此梁端不施加约束。模型的边界条件为:跨中对称面施加对称约束,吊点位置施加固定约束。

我国规范未提及疲劳车类型,偏保守采用《城市桥梁设计规范》^[11]中的城 A 级车辆加载,考虑冲击系数 μ = 0. 15。车辆重力标准值为 550 kN,中前、中后轴的轴重标准值分别为 2 × 140 kN 和 200 kN;对应的轮胎着地宽度×长度为 0.6 m×0.25 m;轮距为 1.8 m。沥青铺装层的厚度为 80 mm,假设轮载按照 45°方向扩展到桥面板上,扩散后宽度×长度为 0.78 m×0.41 m。城 A 级车辆单轴轴重较《公路桥涵设计通用规范》^[12]的标准车辆大,因此前者能包络后者产生的疲劳应力幅。

图 4 示意了疲劳车的加载位置,有限元模型中按一辆城 A 车辆加载。图中为表述方便,图 4(a)和 4(b)仅示出对关注横梁产生最大影响的轴重的位置;图 4(c)中仅示出了一侧轮压的横向分布。根据图中示意的 30 种荷载工况组合计算出关注位置的热点疲劳应力幅。



(a) 纵向加载位置1(轴重:2×140 kN)



(b) 纵向加载位置2(轴重:200 kN)

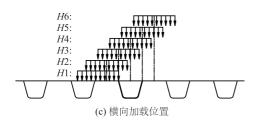


图 4 车辆加载工况

Fig. 4 Vehicle loading cases

2.2 计算结果分析

 $IIW^{[8]}$ 、EN1993 -1 $-9^{[10]}$ 将焊接钢板结构连接 归为9类构造细节,并给出了FAT90 和 FAT100 两条 热点应力幅的 S-N 曲线。美国 AASHTO LRFD 规 范^[9]也认为 C 级疲劳细节可包络所有的热点应力幅 试验数据。

参考 EN 1993 -1 -9 中给出的热点应力 S-N 曲线,除不熔透焊的十字型接头型焊缝外,正交异性

板细节疲劳应力幅可控制在 200 万次疲劳强度 100 MPa。桥面板直接承受车轮轴重,应力幅为单轴循环,循环次数更高,可采用 500 万次疲劳强度 73.7 MPa 控制。横梁切口自由边无焊缝构造,应力幅可控制在 200 万次疲劳强度 160 MPa。

图 5 示意了疲劳细节处应力方向,其中 fb_sp 表示沿切口自由边方向的应力。焊接残余应力虽然不影响疲劳应力幅值,但 U 肋与顶板焊缝处等在轮载作用下受压的细节由于焊接残余拉应力的存在可能发生疲劳裂纹,因而必须计算疲劳应力幅。细节处疲劳应力幅见表 1。

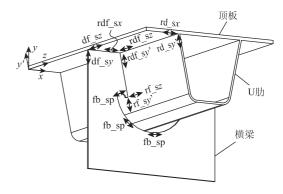


图 5 疲劳细节位置示意

Fig. 5 Schematic diagram of fatigue detail's position 表 1 细节处疲劳应力幅 (单位: MPa)

Tab. 1 Fatigue stress range of detail (unit: MPa)

编号	类型	rf_	rf_	rdf_	rdf_	rdf_	rd_	rd_	fb_	df_	df_
细分		sz	$\mathbf{s}y$	sx	sy'	sz	$\mathbf{s}x$	sy'	sp	$\mathbf{s}y$	sz
1	L3D14U280 × 280 × 8	46	74	44	28	19	86	59	74	14	59
2	L3D16U280 × 280 × 8	43	69	38	26	18	63	53	71	14	47
3	L3D14U300 × 280 × 8	48	79	52	35	20	98	62	74	15	63
4	L3D16U300 × 280 × 8	45	74	44	32	20	72	56	72	15	50
5	L3D16U350 ×340 ×8	38	66	58	39	19	101	55	65	16	57
6	L3D18U350 ×340 ×8	35	62	50	35	19	76	49	64	15	46
7	L3D20U350 ×340 ×8	30	59	43	32	18	59	45	63	8	38
8	L3D18U400 ×400 ×8	26	54	60	43	18	92	52	70	17	57
9	L3D20U400 ×400 ×8	22	50	52	39	17	70	48	69	16	47
10	L4. 5D20U400 × 400 × 8	46	82	50	37	17	64	51	77	16	47
11	L4. 5D20U400 ×400 ×10	43	63	41	29	14	68	45	75	16	47
12	L3D16U280 × 280 × 8 – gb	10	13	43	25	19	64	54	66	14	44

注:参数说明以 L3D14U300×280×8 为例, L3 表示横梁间距 3 m; D14 表示顶板厚度 14 mm; U300×280×8 表示 U 肋上开口宽度 300 mm、高度 280 mm、厚度 8 mm; "-gb"表示在横梁断面的 U 肋内置隔板。

表 1 列出了有限元计算选取的 12 组参数及关注 细节处用热点应力法计算的疲劳应力幅结果,其中 最后一组参数的目的是与第 4 组参数作对比以确定 在横梁断面的 U 肋内置隔板对相关细节的疲劳应力 幅影响。

结果表明: U 肋与横梁切口处的疲劳应力幅较 其他细节的应力幅大。顶板与 U 肋焊缝处细节直接 承受桥面车辆的轮载作用,该处的疲劳应力幅较高。 正交异性板易发生疲劳破坏的位置为 U 肋与横梁弧 形切口位置、顶板与 U 肋焊缝位置,与上述提及的 调查结果相符。因此本文重点分析最常见的纵肋与 面板焊缝位置、纵肋与腹板切口位置的疲劳细节。

2.2.1 U 肋与横梁的切口位置应力幅

U 肋与横梁切口处的应力 rf_sz, rf_sy'为极值时,轮载横向作用在两 U 形肋中间的顶板上,纵向为 2×140 kN 的轴重作用在横梁间顶板跨中,如图 6中示意。

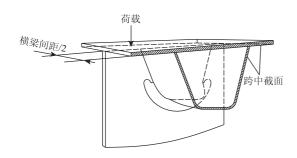


图 6 U 肋与横梁的连接处 U 肋的扭转示意 Fig. 6 Schematic diagram of distortion at U-rib-to-FB connection

轮载对 U 肋的偏心作用导致 U 肋产生扭转,横梁位置处的 U 肋上端扭转变形受横梁腹板约束,而 U 肋下端在弧形切口内自由变形导致 U 肋在切口处产生较大的沿肋壁竖向的面外弯曲应力。另一方面, U 肋的约束扭转在切口位置产生较大的翘曲正应力,与轴向应力叠加后,顺桥向应力也较大。

各组参数计算得到的 U 肋与横梁切口细节处的疲劳热点应力幅 rf_sz、rf_sy'如图 7 所示。

对比 L3D16U300×280×8 设置 U 肋内隔板的应力幅结果。当在 U 肋内设置隔板后,U 肋在切口内的扭转变形被隔板约束,rf_sy 的应力幅由 79 MPa 降至 13 MPa,rf_sz 的应力幅由 48 MPa 降至 10 MPa。

对比前 4 组参数的结果可以发现:增加顶板厚度对该细节处疲劳应力幅有所改善;而仅增加 U 肋的开口宽度,不改变 U 肋的高度时,切口处细节疲劳应力幅均有所增加。对比全组参数结果发现,增大 U 肋截面尺寸、加厚顶板使得切口处细节疲劳应力幅有所降低。

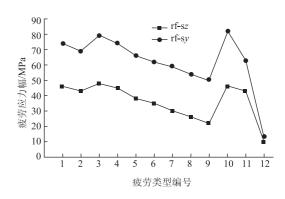


图 7 横梁的切口处 U 肋疲劳应力幅

Fig. 7 Fatigue stress range of U-rib at FB web cut-out

对比参数 L4. 5D20U400×400 的桥面系,当 U 肋厚度从 8 mm 增大到 10 mm 时,切口处竖向应力幅 rf_sy'从 82 MPa 降为 63 MPa,降幅为 23%,这说明 U 肋的厚度对该细节疲劳应力幅有所改善。

对比参数为 D20U400×400×8 的桥面系,当横梁间距从3 m增加到4.5 m时,切口处竖向应力幅rf_sy'从50 MPa增大到82 MPa,增幅为64%;切口处纵桥向应力幅rf_sz 从22 MPa增大到46 MPa,增幅109%,这说明切口处疲劳应力幅随横梁间距增加而显著增大。

以上分析结果表明: (1)采用大 U 肋、厚顶板能提高桥面系的整体刚度,从而降低切口细节处的疲劳应力幅。(2) U 肋内置隔板能提高 U 肋在横梁位置的抗扭刚度,对降低切口细节处的疲劳应力幅最为有效。(3) 当横梁间距加大时,横梁切口内 U 肋自由段的横向位移也会明显增加,从而导致切口细节处沿 U 肋壁竖向的应力幅。

2.2.2 顶板与 U 肋纵向焊缝的疲劳应力幅

顶板与 U 肋焊缝处的应力 rd_sx 为极值时,轮载横向作用中心位于 U 肋肋壁与顶板连接处,如图 8 (a) 所示; rd_sy'为极值时,轮载横向作用在两 U 肋中心,如图 8 (b) 所示。



图 8 轮载作用横向位置示意图

Fig. 8 Schematic diagram of transverse position of tare load

顶板与 U 肋焊缝处应力 rd_sx、rd_sy'为平面框架受均布荷载的作用,在相交处引起的弯曲压应

力[13-14],如图 8 所示。各组参数计算得到的顶板与 U 肋细节处的疲劳热点应力幅 dr_sx , dr_sy' ,如图 9 所示。

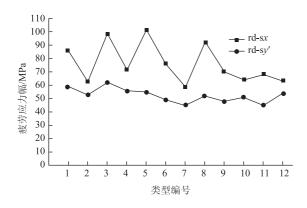


图 9 顶板与 U 肋焊缝位置疲劳应力幅

Fig. 9 Fatigue stress range of deck-to-U-rib weld detail

从图中可以看出,增大顶板厚度能有效降低 dr_sx 应力幅,同时能改善 U 肋上 dr_sy'应力幅。

对比参数 L3U350×340×8 的桥面系,当顶板厚度为 16,18,20 mm 时,rd_sx 应力幅依次为 101,76,59 MPa,降幅在 22%~25% 左右;rd_sy'应力幅依次为 55,49,45 MPa,降幅均在 8%~11% 左右。

对比顶板厚度均为 16 mm,U 肋尺寸分别为 $U280 \times 280 \times 8$, $U300 \times 280 \times 8$, $U350 \times 340 \times 8$ 的计 算结果发现:顶板厚度不变时,随着 U 肋开口宽度 的增加, rd_sx 应力幅分别为 63,72,101 MPa,增幅分别为 14%,40%。

对比参数为 D20U400 × 400 × 8 的桥面系,当横梁间距从 3 m增加到 4.5 m时,rd_sx,rd_sy'变化幅度均不大。对于参数为 L4.5D20U400 × 400 的桥面系,当 U 肋厚度从 8 mm 变为 10 mm 时,rd_sx 变化幅度不大,rd_sy'则由 51 MPa 降为 45 MPa,降幅 12%。

以上分析结果表明:顶板厚度和 U 肋上开口宽度是影响顶板横向应力幅 rd_sx 最重要的两个因素。增加顶板厚度和 U 肋厚度均能降低顶板与纵肋焊接处纵肋上竖向应力幅 rd_sy',但增加 U 肋厚度对顶板内横向应力幅影响较小,因此增加顶板厚度更为有效。

3 结论

本文基于热点应力法,采用有限元方法计算公路正交异性钢桥面系各关键细节处的疲劳应力幅, 并得到如下结论:

(1) 计算结果表明易于产生疲劳裂纹的位置为

- U肋与横梁弧形切口位置、顶板与U肋焊缝位置。
- (2) 横梁弧形切口上端的 U 肋的扭转受到横梁 腹板约束,而弧形切口内的 U 肋的扭转不受横梁腹板约束,并且扭转引起 U 肋横向变形,从而导致 U 肋与横梁切口位置的 U 肋肋壁产生较大的局部面外弯曲应力。
- (3) U 肋与横梁切口处细节疲劳应力幅对横梁 间距敏感, U 肋内无隔板的正交异性桥面系的横梁 间距不宜太大。
- (4) 在 U 肋内增设隔板后, U 肋与横梁切口细节的疲劳应力幅降幅明显。
- (5) 采用大 U 肋、厚顶板等提高桥面系整体刚度的措施,能降低 U 肋与横梁切口细节处的疲劳应力幅。
- (6) 跨中顶板与 U 肋焊缝处顶板的横向疲劳应力幅随顶板厚度增加而降低,随 U 肋开口宽度增加而增大; U 肋上竖向应力幅随顶板厚度、U 肋厚度增加而降低。

参考文献:

References:

- [1] CUNINGHAME J R, BEALES C. Fatigue Crack Locations in Orthotropic Steel Decks [C] // Proceedings of International Association for Bridge and Structural Engineering. Lausanne: Labsepress, 1990: 133 – 146.
- [2] 曾志斌. 正交异性钢桥面板典型疲劳裂纹分类及其原因分析 [J]. 钢结构, 2011, 26 (2): 9-15.

 ZENG Zhi-bin. Classification and Reasons of Typical Fatigue Cracks in Orthotropic Steel Deck [J]. Steel Construction, 2011, 26 (2): 9-15.
- [3] CONNOR R J, FISHER J W. Consistent Approach to Calculating Stresses for Fatigue Design of Welded Rib-to-Web Connections in Steel Orthotropic Bridge Decks [J]. Journal of Bridge Engineering, 2006, 11 (5): 517-525.
- [4] YA S, YAMADA K, ISHIKAWA T. Fatigue Evaluation of Rib-to-deck Welded Joints of Orthotropic Steel Bridge Deck [J]. Journal of Bridge Engineering, 2011, 16 (4): 492-499.
- [5] 唐亮,黄李骥,刘高,等.正交异性钢桥面板足尺模型疲劳试验[J].土木工程学报,2014,47(3):112-121.
 - TANG Liang, HUANG Li-ji, LIU Gao, et al. Fatigue Experimental Study of a Full-scale Steel Orthotropic Deck Model [J]. China Civil Engineering Journal, 2014, 47 (3): 112-121.
- [6] 王斌华, 吕彭民, 邵雨虹. 正交异性钢桥面隔板与 U

[14]

肋连接热点应力分析 [J]. 长安大学学报, 2013, 33 (5): 57-63.

WANG Bin-hua, LÜ Peng-min, SHAO Yu-hong. Analysis of Structure of Diaphragm-to-rib Welded Connection in Orthotropic Steel Deck by Means of Hot Spot Stress Approach [J]. Journal of Chang'an University, 2013, 33 (5): 57-63.

- [7] 童乐为, 沈祖炎, 陈忠延. 正交异性钢桥面板疲劳验算时的结构分析 [J]. 上海力学, 1998, 19 (3): 204-212. TONG Le-wei, SHEN Zu-yan, CHEN Zhong-yan. Structure Analysis for Fatigue Assessment of Orthotropic Steel Bridge Decks [J]. Shanghai Journal of Mechanics, 1998, 19 (3): 204-212.
- [8] IIW Joint Working Group. Recommendations for Fatigue Design of Welded Joints and Components [S]. Paris: IIW Joint Working Group, 2008.
- [9] American Association of State Highway and Transportation Officials. AASHTO LRFD Bridge Design Specifications [S]. Washington, D. C.: American Association of State Highway and Transportation Officials, 2012.

- [10] EN1993—1—9, Eurocode 3: Design of Steel Structures Part 1 9: Fatigue [S].
- [11] CJJ 11—2011,城市桥梁设计规范[S] CJJ 11—2011, Code for Design of the Municipal Bridge [S].
- [12] JTG D60—2004, 公路桥涵设计通用规范 [S]. JTG D60—2004, General Code for Design of Highway Bridges and Culverts [S].
- [13] XIAO Zhi-gang, YAMADA K, YA S, et al. Stress Analyses and Fatigue Evaluation of Rib-to-deck Joints in Steel Orthotropic Decks [J]. International Journal of Fatigue, 2008, 30 (8): 1387-1397.

张允士,李法雄,熊锋,等.正交异性钢桥面板疲劳

裂纹成因分析及控制 [J]. 公路交通科技, 2013, 30 (8): 75-80.

ZHANG Yun-shi, LI Fa-xiong, XIONG Feng, et al. Cause Analysis and Control Measures of Fatigue Cracks in Orthotropic Steel Deck [J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2013, 30 (8): 75-80.

(上接第75页)

[6] 孙淑红,蒙云. 吊拉组合桥交接区域吊索的疲劳问题研究 [J]. 重庆交通学院学报,1999,18 (4):13-18.

SUN Shu-hong, MENG Yun. The Boom's Fatigue in Joint Area of Combined Cable-stayed Suspension Bridge [J]. Journal of Chongqing Jiaotong Institute, 1999, 18 (4): 13-18.

- [7] 肖汝诚,项海帆. 拉悬吊协作桥的施工控制与吊索疲劳控制研究 [J]. 同济大学学报,1999,27(2):234-238.
 - XIAO Ru-cheng, XIANG Hai-fan. Study of Construction Control and Suspender Fatigue Problems for Cable-stayed Suspension Bridges [J]. Journal of Tongji University, 1999, 27 (2): 234 238.
- [8] 肖汝诚, 项海帆. 斜拉 悬吊协作体系桥力学特性及 其经济性能研究 [J]. 中国公路学报, 1999, 12 (3): 43-48, 116.
 - XIAO Ru-cheng, XIANG Hai-fan. Mechanics Characteristics and Economic Performances Study for Cable-stayed Suspension Bridges [J]. China Journal of Highway and Transport, 1999, 12 (3): 43 48, 116.
- [9] 肖汝诚,贾丽君,薛二乐,等. 斜拉 悬吊协作体系的设计探索 [J]. 土木工程学报, 2000, 33 (5): 46-51. XIAO Ru-cheng, JIA Li-jun, XUE Er-le, et al.

- Research on the Design of Cable-stayed Suspension Bridges [J]. China Civil Engineering Journal, 2000, 33 (5): 46-51.
- [10] 叶毅,张哲,李文武,等. 自锚式吊拉协作体系桥端 吊索破断效应 [J]. 沈阳建筑大学学报:自然科学版, 2013,29 (3):412-418.
 - YE Yi, ZHANG Zhe, LI Wen-wu, et al. Fracture Effects Analysis of End Hanger of Self-anchored Cablestayed Suspension Bridge [J]. Journal of Shenyang Jianzhu University: Natural Science Edition, 2013, 29 (3): 412 418.
- [11] 孙斌,肖汝诚,贾丽君,等. 斜拉 悬吊协作桥经济性能研究 [C] //第十四届全国桥梁学术会议论文集. 上海: 同济大学出版社, 2000: 542 - 549. SUN Bin, XIAO Ru-cheng, JIA Li-jun, et al. Economical Behavior of Cable-stayed Suspension Bridge
 - Economical Behavior of Cable-stayed Suspension Bridge [C] //14th National Conference on Bridge. Shanghai: Tongji University Press, 2000: 542 549.
- [12] 朱巍志,张哲,潘盛山,等.自锚式斜拉-悬索协作体系桥合理成桥状态确定的分步算法[J].土木工程学报,2010,43 (10):91-97.
 - ZHU Wei-zhi, ZHANG Zhe, PAN Sheng-shan, et al. Stepwise Method of Calculation for the Rational Finished State of Self-anchored Cable-stayed Suspension Bridges [J]. China Civil Engineering Journal, 2010, 43 (10): 91–97.