

文章编号 2097-1842(2025)03-0568-15

空间引力波探测航天器光学测距噪声链路指标优化

方子若^{1,2}, 朱振才^{1,2}, 蔡志鸣¹, 李华旺^{1,2}, 刘野^{1,2}, 汤宁标^{1,2}, 侍行剑^{1,2*}

(1. 中国科学院微小卫星创新研究院, 上海 201304;

2. 中国科学院大学, 北京 100049)

摘要: 为满足空间引力波探测皮米级测距精度的需求, 本文提出了一种星间光学测距噪声链路指标优化方法。该方法通过对设计参数进行优化, 在确保星间测距精度的同时提高航天器设计方案的技术可行性。首先, 明确优化问题的设计参数及目标函数, 结合 Sobol 敏感性分析有效识别出关键参数。随后, 采用非支配排序遗传算法 (NSGAII) 对优化问题进行求解, 从帕累托解集中筛选出符合需求的最优方案。在此基础上, 确定各参数的设计指标并初步构建指标树。通过仿真实验验证了方法的可行性。结果表明: 采用本文方法优化噪声链路指标, 能够在满足 $8 \text{ pm}/\sqrt{\text{Hz}}$ 光学测距噪声要求的同时, 获得技术可行性最高的设计方案。本研究为后续航天器设计阶段指标体系的构建提供了有效的参考思路与框架, 具有良好的适用性, 为未来的引力波探测任务奠定了基础。

关键词: 引力波探测; 噪声模型; 敏感性分析; 参数优化; 指标体系

中图分类号: V19

文献标志码: A

doi: 10.37188/CO.2024-0185

CSTR: 32171.14.CO.2024-0185

Optimization of optical metrology noise link metrics for space-based gravitational wave detection spacecraft

FANG Zi-ruo^{1,2}, ZHU Zhen-cai^{1,2}, CAI Zhi-ming¹, LI Hua-wang^{1,2}, LIU Ye^{1,2},

TANG Ning-biao^{1,2}, SHI Xing-jian^{1,2*}

(1. Innovation Academy for Microsatellites of Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201304, China;

2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

* Corresponding author, E-mail: shixj@microstate.com

Abstract: To meet the picometer-level ranging accuracy requirements for space-based gravitational wave detection, this paper proposes an optimization method for the inter-spacecraft optical metrology noise link metrics. The method optimizes the design parameter to ensure the inter-spacecraft ranging accuracy while improving the technical feasibility of the spacecraft design. Firstly, the design parameters and objective functions of the optimization problem are clearly defined, and Sobol sensitivity analysis is used to effectively identify the key parameters. Subsequently, the optimization problem is solved using the Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II (NSGA-II), from which the optimal solution is selected from the Pareto front based on the requirements. On this basis, the design metrics for each parameter are determined, and an initial met-

收稿日期: 2024-10-08; 修订日期: 2024-11-19

基金项目: 国家重点研发计划 (No. 2020YFC2200901)

Supported by National Key R & D Program of China (No. 2020YFC2200901)

ric tree is constructed. Simulation experiments verify the feasibility of the method. The results show that by optimizing the noise link metrics in accordance with the proposed approach, it is possible to achieve an optical metrology noise level of $8 \text{ pm}/\sqrt{\text{Hz}}$ while obtaining the most technically feasible design solution. This study provides a valuable reference framework and approach for the construction of the metric system in the subsequent spacecraft design phase, demonstrating strong applicability and laying the foundation for future gravitational wave detection missions.

Key words: gravitational wave detection; noise model; sensitivity analysis; parameter optimization; metric system

1 引言

引力波的发现验证了爱因斯坦的广义相对论,为探索宇宙打开新的窗口,人类也由此迈入了多信使天文学时代。空间引力波探测面向毫赫兹频段。该频段包含极为丰富的宇宙信息,具有极大的科学研究价值。目前,多个空间引力波探测项目正在积极推进,如欧空局主导的 LISA (Laser Interferometer Space Antenna) 计划^[1],以及中国的“太极计划”^[2]和“天琴计划”^[3]。

引力波的强度通常用无量纲的振幅 $h = \delta L/L$ 表示,代表了引力波作用下空间两点之间的相对形变。引力波振幅极其微小,通常小于 10^{-21} 量级^[4],这就要求探测器具有极高的灵敏度。空间引力波探测基于迈克尔逊干涉仪的原理^[5],三星编队共同组成一个天基探测器,捕捉引力波信号。当引力波经过时,相邻两航天器上自由悬浮的检验质量间距离会发生微弱的变化,通过激光干涉测距技术^[6]获得的相位信息,可以精确测量这一细微的星间距变化,实现在百万公里级距离下皮米级的测距精度,从而进一步反演出引力波信号的特征。

在航天器干涉测量系统中,光学测距噪声(如激光强度噪声、激光频率噪声、热噪声等)会影响探测过程中干涉信号的读取精度。因此,必须从航天器系统的总体设计出发,优化测距噪声相关参数,抑制噪声干扰并提高系统信噪比,以满足精确测距的要求^[7]。Borwankar P 等人^[8]运用了多科学分析,通过设计优化框架,结合结构、热和声学分析,对航天器结构进行综合优化,以在保证多重载荷下的性能前提下,减少结构重量。Isaji M 等人^[9]通过增广拉格朗日协调方法,将航天任务规

划与航天器设计的集成优化问题分解为若干子问题进行迭代求解,极大提高了优化效率和系统设计的可操作性。Lee D Y 等人^[10]采用模型预测控制方法,在复杂形状的卫星设计中,提出结合轨道操作的优化策略,成功解决了有限资源下的系统设计挑战,并提升了航天器的在轨性能。Liu CH R 等人^[11]利用响应面法对空间引力波探测卫星的核心超稳结构进行了多目标优化,显著改善了非线性复合材料结构的热变形响应,推动了高稳定性航天器结构的发展。Song J 等人^[12]则基于主光线光斑图的标准差,优化了望远镜 TTL (tilt-to-length) 几何噪声,提升了系统的测量精度,并验证了其在空间探测任务中的应用潜力。本文从总体设计角度出发,通过对星间干涉仪光学测距噪声模型的关键参数进行约束与优化,以有效减少噪声干扰,确保满足系统测距精度要求。

模型参数的设计优化与仪器性能指标的实现密切相关。房思俊等人^[13]通过优化组件的结构参数来满足望远镜形变和稳定性要求。李博宏等人^[14]从材料和结构参数设计两方面进行优化,解决了望远镜桁架支撑结构热形变问题。与此同时,指标体系是系统设计和性能保证的基础,对其展开研究具有重要的意义。潘宇倩等人^[15]采用参数权衡法构建导航卫星健康管理指标体系。谢军等人^[16]基于误差层次分解方法构建北斗卫星导航系统测量误差指标体系。朱伊明等人^[17]提出了基于模型的系统工程的空间引力波探测系统指标管理方法,为顶层指标论证和系统级性能评价提供支持。这些研究在各自领域内针对系统指标管理和优化提出了有效方法,但目前在引力波探测领域,尚未有一个针对测距噪声链路指标体系的构建与优化方法。

本文提出一种光学测距噪声链路指标优化方

法,通过为设计参数设定合理的性能指标,有效抑制测距噪声。在确保满足科学需求的基础上,优化了指标分配,提升了设计方案的技术可行性,间接降低了研发周期和研发成本风险,为引力波探测器航天器的设计提供参考。本文首先对星间干涉仪光学测距噪声模型及其相关设计参数进行了详细阐述,接着定义优化方法,包括问题的定义、敏感性分析、参数优化求解及指标树构建。最后,通过仿真实验结果验证该方法的有效性,并完成指标树的初步构建。

2 光学测距噪声模型

空间引力波探测采用激光差分干涉的方法测量两个自由悬浮的检验质量之间的相对位置波动。为了实现对引力波微弱信号的有效探测,

“太极计划”在目标频段 (1 mHz–0.1 Hz) 下对测量精度要求^[18]为: $\tilde{x}_{\text{oms}} \leq 8 \text{ pm} / \sqrt{\text{Hz}}$, 其中, $\tilde{x}_{\text{oms}}$ 表示干涉测量系统(图 1)的位移噪声,即测距噪声。测距噪声模型与干涉测量系统结构及工作原理紧密相关。本节首先对干涉测量系统及其核心组件进行介绍,随后分析系统各环节潜在的噪声源,并建立相应的数学模型,为后续的链路指标优化提供模型基础。

系统全链路干涉信号的获取依赖于参考干涉仪、星内干涉仪和星间干涉仪的共同作用^[19]。星间干涉仪用于测量本地光学组件相对于远端航天器光学组件的相对位移和姿态;星内干涉仪负责测量检验质量相对于光学组件的相对位移和姿态。此外,参考干涉仪提供无附加运动的相对光程噪声,作为基准以降低星间和星内干涉仪中的光程噪声。

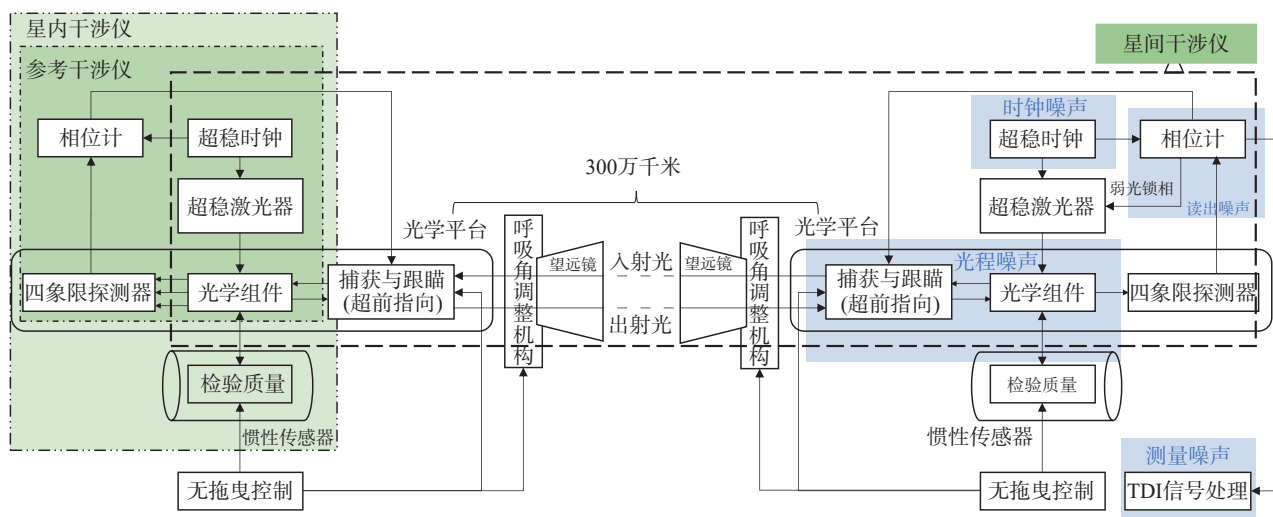


图 1 干涉测量系统

Fig. 1 Interferometric measurement system

超稳激光器作为核心部件,提供高相干度光源,确保本地光与接收光满足干涉需求。超前指向机构则负责捕获和跟踪星间激光光束,确保信号的稳定传输。在测量过程中,系统采用了应答式激光干涉测量原理:本地卫星发射的激光经过数百万公里的传输到达远端卫星,但由于长距离传输导致信号显著衰减,激光功率不足以支持直接干涉。为此,系统使用弱光锁相技术,远端卫星通过接收微弱的激光信号锁定其相位,并将放大后的信号返回本地卫星。本地卫星通过测量本地激光与回传光的相位差,利用相位计精确计算星

间距离的微小变化。为确保时间同步和相位测量的精度,每颗卫星都配备了星载超稳时钟(Ultra-stable Oscillator, USO)作为时间基准。数字相位计通过与超稳时钟的比对,精准提取干涉信号中的相位变化信息。此外,惯性传感器与微推进器构成的无拖曳控制系统,借助电容位移传感器的高精度测量和多自由度驱动控制,维持检验质量在空间中的高精度自由落体状态,从而为激光干涉测量提供超稳惯性基准。最后,通过时间延迟干涉技术(Time Delay Interferometry, TDI)对测量数据进行后处理,进一步实现噪声抑制。

激光器由种子光源、光纤放大器、稳频系统和反馈控制系统构成。综合考虑空间介质的吸收率和光电探测器的量子效率等多方面因素,系统选用了波长为 1 064 nm 的光源。激光频率的稳定性对系统的整体性能尤为关键,频率噪声和功率噪声会共同影响干涉信号的质量。用于连接种子光源与光纤放大器的电光调制器(EOM)主要承担激光通信和时钟噪声传递的功能,能够调制通信距离和时钟波动的信息。

光学平台由微晶玻璃制成,表面集成了光学镜片、光电探测器等多种光学元件。光学镜片采用熔融石英材料,并通过光粘技术固定在平台上。同一航天器内的光学平台间通过光纤进行信息传输。激光在平台上经过分束与合束处理后生成的干涉信号,最终经过 InGaAs 四象限探测器进行光电转换。进入探测器的干涉信号以电流形式存在,经过跨阻放大器进行电压转换,并通过低通滤波器进行抗混叠处理。随后,信号经模数转换器转化为数字信号,传送至相位计进行后续处理。

望远镜负责本地与远端光学平台之间的激光光束发射和接收,为确保测距精度,需具备高结构稳定性、高光通量、高出射波前平整度和低角度抖动噪声,同时要减少后向散射光干扰。同时,材料需具有低热膨胀系数,确保在卫星轨道运行中的温度变化下保持稳定。出射光功率则需在抵消长距离衰减与控制后向散射噪声之间取得平衡,以保证信号的有效传输。

星间干涉仪光学测距噪声模型的准确构建是后续优化设计工作的基础。根据航天器内部干涉测量系统的设计和工作原理,测距噪声可分为 4 类:读出噪声、时钟噪声、光程噪声和测量噪声。本文对各类噪声模型进行了详细的定义,模型参数详见表 1~表 5。有关噪声模型的公式推导及更多细节,请参见文献 [20-24]。

表 1 任务参数表

Tab. 1 Parameter list of mission

参数	含义	初值	单位
L_{arm}	干涉臂长	3×10^6	km
λ_{laser}	激光器波长	1 064	nm
n_{fs}	熔融石英元件折射率	1.45	N/A

续表 1

参数	含义	初值	单位
f_{het}	最大外差频率	1.8	MHz
f_{mod}	激光调制频率	2.4	GHz
m	调制深度	0.53	N/A
N_{pd}	光电探测器象限数量	4	N/A
d_{tel}	望远镜口径	0.4	m
OPD_{ob}	光学平台上的光程差	565	mm
OPD_{fs}	熔融石英元件内的光程差	29	mm
α_{ule}	微晶玻璃的热膨胀系数	2×10^{-8}	1/K
α_{fs}	熔融石英元件的热膨胀系数	5.5×10^{-7}	1/K
l_{cables}	电缆长度	2	m
l_{fibers}	光纤长度	5	m
η_{het}	外差检测的效率	0.7	N/A
η_{opt}	接收路径中的光学效率	0.7	N/A
η_{pd}	光电探测器的量子效率	0.8	N/A

表 2 读出噪声参数表 (1 mHz 处)

Tab. 2 Parameter list of readout noise (at 1 mHz)

参数	含义	初值	单位	TRL
RIN	相对强度噪声	1×10^{-8}	$1/\sqrt{\text{Hz}}$	4
P_{local}	本地激光功率	0.04	W	5
P_{tel}	望远镜出射光功率	4	W	5
C_{pd}	光电探测器的电容	10	pF	5
$\bar{U}_{\text{pd}}$	跨阻放大器电压噪声	2	$\text{nV}/\sqrt{\text{Hz}}$	5
$\bar{I}_{\text{pd}}$	跨阻放大器电流噪声	2	$\text{pA}/\sqrt{\text{Hz}}$	5
$\tilde{x}_{\text{r/o}}^{\text{dark}}$	暗电流噪声	1	$\text{pm}/\sqrt{\text{Hz}}$	2
$\tilde{x}_{\text{r/o}}^{\text{cir}}$	测量电路噪声	1	$\text{pm}/\sqrt{\text{Hz}}$	2

表 3 时钟噪声参数表 (1 mHz 处)

Tab. 3 Parameter list of clock noise (at 1 mHz)

参数	含义	初值	单位	TRL
$\tilde{\epsilon}_{\text{el}}$	时序抖动噪声	40	$\text{fs}/\sqrt{\text{Hz}}$	3
$\tilde{T}_{\text{el}}$	元件温度噪声	20	$\mu\text{K}/\sqrt{\text{Hz}}$	5
$\left(\frac{\delta\phi}{\delta T}\right)_{\text{c}}$	电缆温漂系数	7	$\frac{\text{mrad}}{\text{K}}\frac{1}{\text{m}\times\text{GHz}}$	5
$\left(\frac{\delta\phi}{\delta T}\right)_{\text{f}}$	光纤温漂系数	1	$\frac{\text{mrad}}{\text{K}}\frac{1}{\text{m}\times\text{GHz}}$	5
$\tilde{\phi}_{\text{eom}}$	EOM相位噪声	3×10^{-6}	$\text{rad}/\sqrt{\text{Hz}}$	2
$\tilde{\phi}_{\text{fa}}$	FA相位噪声	6×10^{-6}	$\text{rad}/\sqrt{\text{Hz}}$	2

表 4 光程噪声参数表 (1 mHz 处)

Tab. 4 Parameter list of optical path noise (at 1 mHz)

参数	含义	初值	单位	TRL
$\tilde{T}_{ob}$	光学平台的温度噪声	20	$\mu\text{K}/\sqrt{\text{Hz}}$	5
$\frac{dn_{fs}}{dT}$	熔融石英折射率随温度变化的导数	1×10^{-5}	1/K	4
d_{wf}	波前畸变	3.55×10^{-8}	m	3
θ_{dc}	角度偏移	1×10^{-8}	rad	5
$\delta\phi$	角度抖动	2×10^{-8}	$\text{rad}/\sqrt{\text{Hz}}$	5
$\tilde{x}_{\text{opn}}^{\text{tel}}$	望远镜光程抖动噪声	1	$\text{pm}/\sqrt{\text{Hz}}$	2
$\tilde{x}_{\text{opn}}^{\text{bfd}}$	光纤延迟噪声	1	$\text{pm}/\sqrt{\text{Hz}}$	2
$\tilde{x}_{\text{opn}}^{\text{paam}}$	光束转向机构噪声	1	$\text{pm}/\sqrt{\text{Hz}}$	2
$\tilde{x}_{\text{opn}}^{\text{tm}}$	检验质量运动噪声	10	$\text{fm}/\sqrt{\text{Hz}}$	2

表 5 测量系统参数表 (1 mHz 处)

Tab. 5 Parameter list of measurement noise (at 1 mHz)

参数	含义	初值	单位	TRL
$\tilde{\nu}_{\text{pre}}$	激光频率噪声	30	$\text{Hz}/\sqrt{\text{Hz}}$	4
L_{ranging}	测距误差	1	m	3
$\tilde{\phi}_{\text{pm}}$	辅助相位噪声	1	$\mu\text{rad}/\sqrt{\text{Hz}}$	5

2.1 读出噪声

读出噪声指的是在干涉测量系统中, 光电探测器在测量本地参考光束与接收到的信号光束的干涉信号时, 由于电流中的随机波动所引入的噪声。作为测距噪声的主要来源之一, 本文主要考虑了由光子数的统计波动产生的散粒噪声 $\tilde{\phi}_{r/o}^{\text{sn}}$, 激光功率波动引起的相对强度噪声 $\tilde{\phi}_{r/o}^{\text{rin}}$ 以及跨阻放大器等电子器件产生的残余噪声 $\tilde{\phi}_{r/o}^{\text{el}}$ 。总的读出噪声 $\tilde{\phi}_{r/o}^{\text{total}}$ 为上述 3 种噪声源的均方根。分别由式 (1) 计算得到, 有关参数的定义见表 1 和表 2。

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{\phi}_{r/o}^{\text{sn}} = \sqrt{\frac{2q_e(P_{\text{local}} + P_{\text{rec}})}{R_{\text{pd}}\eta_{\text{het}}P_{\text{local}}P_{\text{rec}}}} \\ \tilde{\phi}_{r/o}^{\text{rin}} = RIN \sqrt{\frac{P_{\text{local}}^2 + P_{\text{rec}}^2}{2\eta_{\text{het}}P_{\text{local}}P_{\text{rec}}}} \\ \tilde{\phi}_{r/o}^{\text{el}} = \frac{\sqrt{2N_{\text{pd}}}}{R_{\text{pd}}} \sqrt{\frac{\tilde{I}_{\text{pd}}^2 + \left(\frac{\tilde{U}_{\text{pd}}}{Z_{\text{pd}}}\right)^2}{\eta_{\text{het}}P_{\text{local}}P_{\text{rec}}}} \\ \tilde{\phi}_{r/o}^{\text{total}} = \sqrt{(\tilde{\phi}_{r/o}^{\text{sn}})^2 + (\tilde{\phi}_{r/o}^{\text{rin}})^2 + (\tilde{\phi}_{r/o}^{\text{el}})^2} \end{array} \right. , \quad (1)$$

其中, 公式中的部分参数可以进一步表达为:

$$\left\{ \begin{array}{l} I_{\text{rec}} = \frac{\pi P_{\text{tel}} d_{\text{tel}}^2}{5L_{\text{arm}}^2 \lambda_{\text{laser}}^2} \\ P_{\text{rec}} = \pi \left(\frac{d_{\text{tel}}}{2}\right)^2 \eta_{\text{opt}} I_{\text{rec}} \\ R_{\text{pd}} = \eta_{\text{pd}} \frac{q_e \lambda_{\text{laser}}}{hc} \\ Z_{\text{pd}} = \frac{1}{2\pi C_{\text{pd}} f_{\text{het}}} \end{array} \right. , \quad (2)$$

当考虑激光调制深度 m 对载波信号的影响时, 需引入一个修正因子 $J_0(m)$, 以将相位噪声转换为对应的位移噪声。此外, 为了更加全面地描述读出噪声对系统位移噪声的贡献, 模型中还考虑了探测器暗电流噪声 $\tilde{x}_{r/o}^{\text{dark}}$ 和测量电路噪声 $\tilde{x}_{r/o}^{\text{cir}}$ 的影响。综合以上因素, 得到总读出噪声如式 (3) 所示:

$$\tilde{x}_{r/o}^{\text{total}} = \sqrt{\left(\frac{\lambda_{\text{laser}}}{2\pi} \frac{1}{J_0(m)^2} \tilde{\phi}_{r/o}^{\text{total}}\right)^2 + (\tilde{x}_{r/o}^{\text{dark}})^2 + (\tilde{x}_{r/o}^{\text{cir}})^2} . \quad (3)$$

2.2 时钟噪声

时钟噪声是指由于系统时钟的不稳定性引起的载波信号相位测量误差。在数字化过程中, 系统时钟的抖动或不稳定性会导致模数转换器产生相应的时序噪声, 这些噪声最终转化为相位噪声并影响测量结果。为了抑制时钟抖动带来的影响, 系统通常引入导频信号作为参考。然而, 导频信号的使用并未完全消除噪声, 系统仍然会受到边带信号的读出噪声以及导频信号传输链路中噪声的限制。边带信号读出噪声的计算公式如式 (4) 所示, 参数定义见表 3。

$$\langle \tilde{x}_{r/o}^{\text{total}} \rangle_{\text{sidebands}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\lambda_{\text{laser}}}{2\pi} \frac{f_{\text{het}}}{f_{\text{mod}}} \frac{1}{J_1(m)^2} \tilde{\phi}_{r/o}^{\text{total}} , \quad (4)$$

其中, 导频信号传输链路噪声 $\tilde{x}_{\text{tml}}^{\text{total}}$ 是由于信号传输链路中不同组件的相位抖动和噪声所引起的。该噪声包括导频信号的电噪声 $\tilde{x}_{\text{tml}}^{\text{el}}$ 、传输时由温度波动产生的电缆热噪声 $\tilde{x}_{\text{tml}}^{\text{cables}}$ 和光纤热噪声 $\tilde{x}_{\text{tml}}^{\text{fibers}}$, 以及电光调制器 (Electro-Optic Modulators, EOM) 和光纤放大器 (Fiber Amplifier, FA) 引入的相位噪声转换得到的位移噪声 $\tilde{x}_{\text{tml}}^{\text{eom}}$ 和 $\tilde{x}_{\text{tml}}^{\text{fa}}$ 。

$$\begin{cases} \tilde{x}_{\text{tml}}^{\text{el}} = \lambda_{\text{laser}} f_{\text{het}} \tilde{t}_{\text{el}} \\ \tilde{x}_{\text{tml}}^{\text{cables}} = \frac{\lambda_{\text{laser}}}{2\pi} f_{\text{het}} \tilde{T}_{\text{el}} l_{\text{cables}} \left(\frac{\delta\phi}{\delta T} \right)_{\text{cables}} \\ \tilde{x}_{\text{tml}}^{\text{fibers}} = \frac{\lambda_{\text{laser}}}{2\pi} f_{\text{het}} \tilde{T}_{\text{el}} l_{\text{fibers}} \left(\frac{\delta\phi}{\delta T} \right)_{\text{fibers}} \\ \tilde{x}_{\text{tml}}^{\text{eom}} = \frac{\lambda_{\text{laser}}}{2\pi} \tilde{\phi}_{\text{eom}} \\ \tilde{x}_{\text{tml}}^{\text{fa}} = \frac{\lambda_{\text{laser}}}{2\pi} \tilde{\phi}_{\text{fa}} \\ \tilde{x}_{\text{tml}}^{\text{total}} = \tilde{x}_{\text{tml}}^{\text{el}} + \tilde{x}_{\text{tml}}^{\text{cables}} + \tilde{x}_{\text{tml}}^{\text{fibers}} + \tilde{x}_{\text{tml}}^{\text{eom}} + \tilde{x}_{\text{tml}}^{\text{fa}} \end{cases} \quad (5)$$

因此, 综合边带信号读出噪声和导频信号传输链路噪声得到总的时钟噪声如下:

$$\tilde{x}_{\text{clk}}^{\text{total}} = \sqrt{\left(\left\langle \tilde{x}_{\text{r/o}}^{\text{total}} \right\rangle_{\text{sidebands}} \right)^2 + \left(\tilde{x}_{\text{tml}}^{\text{total}} \right)^2} \quad (6)$$

2.3 光程噪声

光程噪声源于航天器内部温度波动及活动部件运动所引发的光学路径长度变化。根据噪声来源, 光程噪声可分为两类: 热致光程变化噪声和部件活动致光程变化噪声。有关参数的定义见表4。

热致光程变化噪声 $\tilde{x}_{\text{opn}}^{\text{tif}}$ 包括以下几部分: 温度波动引起的光学平台材料膨胀噪声 $\tilde{x}_{\text{opn}}^{\text{ule}}$ 和 $\tilde{x}_{\text{opn}}^{\text{fs}}$ 、望远镜光程抖动噪声 $\tilde{x}_{\text{opn}}^{\text{tel}}$ [21], 以及光纤延迟非对称噪声 $\tilde{x}_{\text{opn}}^{\text{bfd}}$ 。这些噪声的计算公式如(7)所示:

$$\begin{cases} \tilde{x}_{\text{opn}}^{\text{ule}} = \tilde{T}_{\text{ob}} \times (OPD_{\text{ob}} - OPD_{\text{fs}}) \times \alpha_{\text{ule}} \\ \tilde{x}_{\text{opn}}^{\text{fs}} = \tilde{T}_{\text{ob}} \times OPD_{\text{fs}} \left(\alpha_{\text{fs}} (n_{\text{fs}} - 1) + \frac{dn_{\text{fs}}}{dT} \right) \\ \tilde{x}_{\text{opn}}^{\text{tel}} = 1 \text{ pm} / \sqrt{\text{Hz}} \\ \tilde{x}_{\text{opn}}^{\text{bfd}} = 1 \text{ pm} / \sqrt{\text{Hz}} \\ \tilde{x}_{\text{opn}}^{\text{tif}} = \sqrt{\left[\tilde{x}_{\text{opn}}^{\text{ule}} + \tilde{x}_{\text{opn}}^{\text{fs}} \right]^2 + \left(\tilde{x}_{\text{opn}}^{\text{tel}} \right)^2 + \left(\tilde{x}_{\text{opn}}^{\text{bfd}} \right)^2} \end{cases} \quad (7)$$

其中, $\tilde{x}_{\text{opn}}^{\text{bfd}}$ 是由光纤双向传输过程中相位不对称导致的噪声 [22], 根据系统设计要求, 该噪声的目标值被设定为 $1 \text{ pm} / \sqrt{\text{Hz}}$ 。

考虑到检验质量 [23]、光束转向机构 [24] 以及望远镜 [25] 运动对光程变化的影响, 部件活动致光程变化噪声 $\tilde{x}_{\text{opn}}^{\text{cif}}$ 包含以下几部分: 检验质量旋转噪声 $\tilde{x}_{\text{opn}}^{\text{tmr}}$ 、平移噪声 $\tilde{x}_{\text{opn}}^{\text{tmd}}$ 、望远镜角度抖动噪声 $\tilde{x}_{\text{opn}}^{\text{ttl}}$, 以及光束转向机构运动噪声 $\tilde{x}_{\text{opn}}^{\text{paam}}$ 。其中, $\tilde{x}_{\text{opn}}^{\text{paam}}$ 被预先设定为 $1 \text{ pm} / \sqrt{\text{Hz}}$ 。

$$\begin{cases} \tilde{x}_{\text{opn}}^{\text{tmr}} = d_y \cdot \delta r_z + d_z \cdot \delta r_y \\ \tilde{x}_{\text{opn}}^{\text{tmd}} = \delta d_y \cdot r_z + \delta d_z \cdot r_y \\ \tilde{x}_{\text{opn}}^{\text{ttl}} = \frac{1}{32} \left(\frac{2\pi}{\lambda_{\text{laser}}} \right)^2 d_{\text{wf}} d_{\text{tel}}^2 \theta_{\text{dc}} \delta\phi \\ \tilde{x}_{\text{opn}}^{\text{paam}} = 1 \text{ pm} / \sqrt{\text{Hz}} \\ \tilde{x}_{\text{opn}}^{\text{cif}} = \sqrt{\left[\tilde{x}_{\text{opn}}^{\text{tmr}} + \tilde{x}_{\text{opn}}^{\text{tmd}} \right]^2 + \left(\tilde{x}_{\text{opn}}^{\text{ttl}} \right)^2 + \left(\tilde{x}_{\text{opn}}^{\text{paam}} \right)^2} \end{cases} \quad (8)$$

最终得到总的光程噪声如式(9)所示。

$$\tilde{x}_{\text{opn}}^{\text{total}} = \sqrt{\left(\tilde{x}_{\text{opn}}^{\text{tif}} \right)^2 + \left(\tilde{x}_{\text{opn}}^{\text{cif}} \right)^2} \quad (9)$$

2.4 测量与数据处理噪声

在干涉测量系统中, 激光频率噪声通过 TDI 技术进行抑制。通过对来自不同干涉仪的信号进行时间偏移和组合来消除噪声。然而, 除了激光频率噪声, 系统中还存在由相位计引起的附加相位误差。因此, 在计算测量噪声 $\tilde{x}_{\text{ms}}^{\text{total}}$ 时, 除 TDI 抑制后的激光频率噪声 $\tilde{x}_{\text{ms}}^{\text{tdi}}$ 外, 还需将相位计噪声 $\tilde{x}_{\text{ms}}^{\text{pm}}$ 合并到总的噪声预算中, 计算公式如下, 参数定义见表5。

$$\begin{cases} \tilde{x}_{\text{ms}}^{\text{tdi}} = L_{\text{ranging}} \times \frac{\tilde{v}_{\text{pre}} \lambda_{\text{laser}}}{c} \\ \tilde{x}_{\text{ms}}^{\text{pm}} = \frac{\lambda_{\text{laser}}}{2\pi} \tilde{\phi}_{\text{pm}} \end{cases} \quad (10)$$

$$\tilde{x}_{\text{ms}}^{\text{total}} = \sqrt{\left(\tilde{x}_{\text{ms}}^{\text{tdi}} \right)^2 + \left(\tilde{x}_{\text{ms}}^{\text{pm}} \right)^2} \quad (11)$$

2.5 总光学测距噪声

综上, 得到总光学测距噪声如下:

$$\tilde{x}_{\text{oms}} = \sqrt{\left(\tilde{x}_{\text{r/o}}^{\text{total}} \right)^2 + \left(\tilde{x}_{\text{clk}}^{\text{total}} \right)^2 + \left(\tilde{x}_{\text{opn}}^{\text{total}} \right)^2 + \left(\tilde{x}_{\text{ms}}^{\text{total}} \right)^2} \quad (12)$$

3 方法设计

本文旨在通过优化测距噪声模型参数的设计指标, 在满足顶层测距精度需求的前提下提高设计方案的可行性。具体的方法流程如图2所示, 主要分为两个阶段: 第一阶段是问题定义, 明确优化问题涉及的变量、约束条件及目标函数; 第二阶段是指标优化, 通过敏感性分析减少优化变量后求解优化问题, 并在此基础上构建指标树以指导后续设计方案的制定与实施。

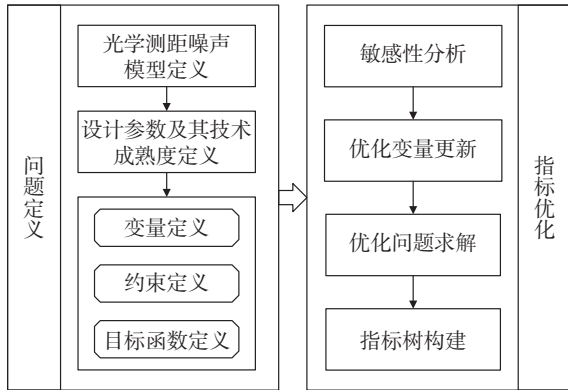


图 2 测距噪声链路指标优化方法

Fig. 2 Optimization method for metrology noise link metrics

3.1 问题定义

本文所研究的问题是一个多目标优化问题,需在满足测距精度要求的同时,确保设计方案的可行性。测距精度的满足程度可通过噪声模型计算评估,而设计方案的可行性则引入技术成熟度这一概念进行衡量。接下来,将对优化问题中的变量、约束条件及目标函数进行详细定义与说明。

空间科学卫星的技术成熟度等级(Technology Readiness Level, TRL)用于衡量一项技术从基本原理的发现,经过技术开发、试验验证到工程应用的成熟度和进展情况。该等级体系通过对技术状态、掌握程度及工程应用水平的划分与度量,明确技术当前所处的阶段,具体定义见表 6。由于本文所涉及的技术参数尚未进入整星级别的相关环境测试阶段,因此只讨论技术成熟度等级 1 至 5 的阶段。

表 6 技术成熟度等级表 (1 mHz 处)

Tab. 6 List of technology readiness levels (at 1 mHz)

TRL	定义
1级	发现和报道了基本原理
2级	提出了技术概念或应用设想
3级	技术应用方案的关键功能或特性通过了分析与实验室证实
4级	在实验室环境下验证了部件或原理样机的性能
5级	部件或原理样机的关键功能在相关环境下得到了验证

深入分析噪声模型后,将其参数分为三类:物理常量、任务参数和设计参数。其中物理常量包括:电子电荷量 q_e ,值为 1.6×10^{-19} C;光速 c ,值为

3×10^8 m/s;普朗克常数 h ,值为 6.626×10^{-34} J·s。这些物理常量在优化过程中保持不变。任务参数则是由科学任务需求定义的,如表 1 所示,同样不在本文的优化范围内。设计参数作为本文的优化变量,根据噪声模型可分为:读出噪声参数、时钟噪声参数、光程噪声参数和测量噪声参数。表 2 至表 5 定义了各类设计参数的初值、单位和 TRL。由于在 1 mHz 至 0.1 Hz 的目标频段内,各频率下的指标优化过程相同,因此本文仅以 1mHz 处的参数取值作为代表展开后续分析。

本文将这些参数的取值范围设定为以初值为基础上下浮动 20%,并将此范围作为优化过程的约束条件。参数的具体取值、范围及 TRL 等级可根据具体应用需求和技术条件进行灵活调整,以确保优化方案的适应性和可行性。

为满足测距精度需求,定义目标函数如式 (13) 所示。其由性能偏差项和约束惩罚项构成。性能偏差项由于衡量当前设计方案下测距噪声相对于参考值的差异,约束惩罚项用于量化约束违反程度。当目标函数等于或小于零时,表明设计方案满足指标要求。

$$\text{Obj}V_1(X) = \frac{\tilde{x}_{\text{oms}}(X) - \text{ref}}{\text{ref}} + \omega \cdot \text{penalty}(X), \quad (13)$$

其中, $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ 表示当前设计方案,为一组参数的取值集合; $\tilde{x}_{\text{oms}}(X)$ 表示在当前设计方案下计算得到的光学测距噪声值;ref为测距噪声的目标参考值,取值为 $8 \text{ pm}/\sqrt{\text{Hz}}$;penalty(X)表示当前设计方案中约束违反情况的量化值, ω 作为权重,定义了惩罚项在目标函数中的影响程度。

为满足可行性需求,定义目标函数如式 (14) 所示,用于量化设计方案的实施难度。参数值对应的技术成熟度等级越高,实施难度就越低。目标函数定义为系统中最高技术成熟度与各参数技术成熟度差值的总和。通过最小化目标函数值,降低系统设计的实施难度,以提高方案的可行性。

$$\text{Obj}V_2(X) = \frac{\sum_{i=1}^n (l_{\max} - l(x_{i_0}, x_i, m_i))}{n}, \quad (14)$$

其中, n 为设计参数的总数量, $l_{\max}$ 表示系统中技术成熟度的最高等级,取值为 9。 $l(x_{i_0}, x_i, m_i)$ 函数表示参数 i 在取值为 x_i 时的技术成熟度,在参数初值 x_{i_0} 以及单调性 m_i 的基础上计算得到,具体定义如

式 (15) 所示:

$$l(x_{i_0}, x_i, m_i) = \begin{cases} \max\left(1, \text{trl}(x_{i_0}) - d\left(\frac{x_{i_0} - x_i}{x_{i_0}}\right)\right), \\ \text{if } m_i = 1 \text{ and } x_i < x_{i_0} \\ \max\left(1, \text{trl}(x_{i_0}) - d\left(\frac{x_i - x_{i_0}}{x_{i_0}}\right)\right), \\ \text{if } m_i = -1 \text{ and } x_i > x_{i_0} \\ \text{trl}(x_{i_0}), \text{ otherwise} \end{cases} \quad (15)$$

参数 i 在初始取值下对应的技术成熟度等级表示为 $\text{trl}(x_{i_0})$ 。 $d(r)$ 定义了技术成熟度等级的变化规则, 如式 (16) 所示:

$$d(r) = \begin{cases} 0, & \text{if } r < 0.05 \\ 1, & \text{if } 0.05 \leq r < 0.1 \\ 2, & \text{if } 0.1 \leq r < 0.2 \\ 3, & \text{if } r \geq 0.2 \end{cases} \quad (16)$$

其中 r 为参数当前值 x_i 相对于初始值 x_{i_0} 的变化率。技术成熟度会根据参数取值的变化动态调整, 当参数具有递增特性 (即 $m_i = 1$) 且当前值小于初始值, 或具有递减特性 (即 $m_i = -1$) 且当前值大于初始值, 均表明实施难度增加, 此时需要根据变化规则调整参数值对应的技术成熟度等级, 但其最低值不小于 1。在其他情况下, 技术成熟度保持不变。

综上所述, 本文的优化问题可形式化地表示为式 (17):

$$\begin{cases} \text{Find } \mathbf{X} = (x_1, x_2, \dots, x_n), n = 26 \\ \min\{\text{ObjV}_1(\mathbf{X}), \text{ObjV}_2(\mathbf{X})\} \\ \text{s.t. } \mathbf{X}_{\text{lb}} \leq \mathbf{X} \leq \mathbf{X}_{\text{ub}} \end{cases} \quad (17)$$

其中, $\mathbf{X}_{\text{lb}}$ 和 $\mathbf{X}_{\text{ub}}$ 分别为变量 $\mathbf{X}$ 取值的下界和上界。通过最小化两个目标函数的值, 以同时满足设计方案的测距精度和可行性需求。

3.2 指标优化

在完成问题定义后, 本部分将进一步开展指标优化工作。首先, 进行参数敏感性分析, 筛选出对系统性能影响显著的关键变量, 作为最终的优化对象。随后, 利用 NSGA-II 算法对问题进行优化求解, 生成帕累托最优解集, 并从中提取最符合设计需求的最优方案。最后, 结合噪声模型, 明确各参数指标, 自下而上逐层构建测距噪声指标树。

3.2.1 敏感性分析

敏感性分析是一种用于确定模型输出对各输

入变量变化敏感程度的方法, 通过量化输入变量对输出不确定性的贡献, 评估其对系统整体行为的影响。本文对噪声模型的设计参数进行敏感性分析, 旨在识别对模型输出影响显著的关键设计参数, 减少优化过程中需调整的参数数量。通过排除对模型输出贡献较小的参数, 不仅可以提高优化效率, 还能减少对指标执行单位的需求变更。

Sobol 敏感性分析方法是一种全局敏感性分析技术。其基于方差分解的原则, 将模型输出的总方差分解为各输入变量及其交互项的贡献。该方法通过计算一阶敏感性指数 $S1$ (单个输入变量的贡献, 见式 (18)) 和总效应指数 ST (单个变量及其交互效应的贡献, 见式 (19)), 定量评估各输入变量对模型输出不确定性的影响。

$$S1_i = \frac{\text{Var}(E[Y|X_i])}{\text{Var}(Y)} \quad (18)$$

$$ST_i = 1 - \frac{\text{Var}(Y|X_{-i})}{\text{Var}(Y)} \quad (19)$$

其中, X_i 表示单个输入变量参数 i , X_{-i} 表示除 X_i 外的其他输入变量的集合, Y 表示模型的输出变量, 即系统的响应结果或性能指标。 $\text{Var}(Y)$ 为输出 Y 的总方差, 用于衡量输出的不确定性; $E[Y|X_i]$ 表示在给定 X_i 时 Y 的条件期望, 反映 X_i 对 Y 的直接贡献; $\text{Var}(E[Y|X_i])$ 则为条件期望的方差, 表示 X_i 独立贡献的方差部分。此外, $\text{Var}(Y|X_{-i})$ 用于量化 Y 中不由 X_i 引起的变化。

本文以敏感性分析结果 ST 为依据, 识别出关键设计参数, 重新定义优化变量, 以减少待优化变量的数量。

3.2.2 优化求解

本研究采用非支配排序遗传算法 II (Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II, NSGAI) 来解决模型参数的多目标优化问题。NSGAI 在解决复杂非线性、多维优化问题时展现出显著优势, 特别是其强大的全局搜索能力和高效的非支配排序机制, 使其能够同时优化多个目标并有效保持解集的多样性。这种特性不仅能够避免局部最优解的陷阱, 还能确保在不同目标之间实现良好的平衡。

如图 3 所示, 算法首先生成初始种群并进行评估, 基于目标函数的非支配关系对个体进行排

序。随后,算法通过选择、交叉和变异操作持续更新种群,确保在每一代中生成满足条件的非劣解集。该过程不断迭代,直至达到收敛条件或预设的代数限制。最终,算法收敛后,从获得的帕累托最优解集中提取出符合要求的最优方案。

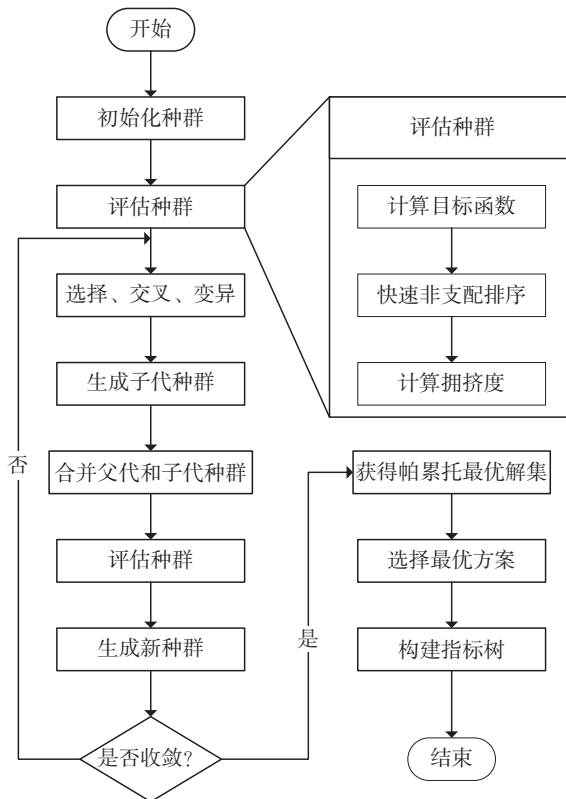


图3 NSGAI算法求解模型参数优化问题流程

Fig. 3 Flowchart of the NSGAI algorithm for solving the model parameter optimization problem

在提取最优方案时,首先筛选出满足测距精度要求的解,即测距精度目标函数值小于零的解。在此基础上,选择测距精度指标最接近零的方案,也即优先考虑技术实施难度较低的解。这样不仅能够保证测距精度达标,还能在同等条件下提升方案的技术可行性。

3.2.3 指标树构建

考虑到实际工程中设计参数难以严格控制在优化值处,故需要进一步分析各参数的允许变化范围,以确保系统在满足顶层指标要求的同时具备鲁棒性。根据各参数对目标函数的影响程度,确定它们的允许变动区间,并将这些区间作为设计指标。在本文涉及的设计参数中,仅 P_{local} , P_{tel} 两个变量呈现递减变化,而其他变量则为递增变化。由此,确定各参数设计指标。为了实现目标

函数的最小化,当目标函数相对于某一参数呈单调递增趋势时,该参数的设计指标应设置为 $p_i \leq p_{i,\text{opt}}$;相反,若目标函数相对于某一参数表现为单调递减,则该参数的设计指标应设定为 $p_i \geq p_{i,\text{opt}}$ 。

在各底层设计参数指标确定后,逐层推导构建层次化指标树。根据噪声模型的结构,指标树可分为四个层级,自上而下依次为总测距噪声层,一级噪声层(包含读出噪声等),二级噪声层(包含散粒噪声等)以及设计参数层。首先,以底层指标作为基础,通过噪声仿真推导中间层级指标,确保各子系统在优化过程中相互协调。逐级推导完成后,性能指标汇总至顶层,形成完整的设计指标树,有助于保证航天器设计过程中的整体协调性与鲁棒性。

4 实验与结果

4.1 实验设置

本文通过实验验证指标优化方法的可行性与有效性,并评估敏感性分析对优化效果的影响,在此基础上,探讨了设计参数指标松弛的可能性。下面将介绍具体的实验设计与详细配置。

4.1.1 全链路指标优化实验

全链路指标优化实验旨在验证本文提出的优化求解算法的性能,并展示优化结果。首先,通过Sobol敏感性分析评估模型各参数变化对目标函数输出的影响。设置3组实验,参数取值范围分别为初值的80%到120%、20%到500%以及10%到1000%。通过综合评估各组参数的总效应指数ST,识别关键变量。其次,根据敏感性分析结果更新优化变量,采用NSGAI算法优化求解,并与多目标协方差矩阵自适应进化算法^[26](Multi-objective covariance matrix adaptation evolution algorithm, MOCMA)、基于重复分析的进化算法^[27](Duplication analysis based evolutionary algorithm, DAEA)以及速度受限多目标粒子群优化算法^[28](Speed-constrained multi-objective particle swarm optimization, SMPSO)进行对比。每次实验的种群规模设置为100,迭代次数为50。此外,为确保统计分析的可靠性,每种算法均独立运行30次。最后,选定最优设计方案,基于该方案进

行仿真分析, 进而构建指标树。

4.1.2 敏感性分析有效性验证实验

在敏感性分析结果的基础上, 设计对比实验以验证关键参数识别的有效性。实验包含两种优化变量配置: 全参数(Full Parameter, FP)配置和关键参数(Key Parameter, KP)配置。利用 NSGAII 算法分别对这两种配置进行优化求解, 比较所得帕累托前沿的性能, 以及最优解与初值之间的加权相对变化率。

4.1.3 指标松弛可行性验证实验

在确定关键设计参数后, 进行非关键参数的指标松弛实验, 探讨在保持优化效果的前提下, 放松非关键参数的可行性。实验中, 选择技术成熟度较低的非关键参数, 将其取值分别松弛为初值的 1.2 倍和 1.5 倍。使用 NSGA II 算法对初始配置和松弛后的配置进行优化, 获取相应的帕累托前沿。通过比较不同松弛倍数下的优化结果, 分析松弛操作对系统性能的影响, 评估是否能够在不显著降低优化效果的情况下, 放宽非关键参数的限制。

4.2 评价指标

为了全面评估优化效果及优化算法的性能, 本文采用不同的评价指标进行量化分析。首先, 本文引入 3 种主要指标评估优化效果: 光学测距噪声变化率、平均技术成熟度变化量和平均相对变化率。光学测距噪声变化率可衡量优化过程中的噪声变化程度, 优化目标是尽可能减小噪声值, 噪声越小, 变化率越大, 优化效果越好。平均技术成熟度变化量量化了技术水平以及实施难度的变化, 优化目标是尽可能减小技术成熟度的降低幅度。平均相对变化率可评估优化过程中各设计参数的相对变化情况, 优化目标是尽量减少各参数的变化, 以保持系统的稳定性, 变化率越小, 优化效果越好。

针对优化算法性能的评估, 本文选择反转世代距离^[29](Inverted Generational Distance, IGD) 与超体积^[30](Hypervolume, HV) 两种常用的性能指标, 以综合分析优化算法在帕累托前沿的收敛性和多样性方面的表现, 并重点关注其平均值和标准差。

IGD 用于衡量算法生成的近似帕累托前沿与真实帕累托前沿之间的平均最短距离, 计算公式如下:

$$IGD_t(PF^*, PF_t) = \frac{\sum_{x \in PF^*} d(x, PF_t)}{\|PF^*\|}, \quad (20)$$

其中, PF^* 表示真实帕累托前沿, PF_t 表示算法在第 t 代生成的帕累托前沿, $d(x, PF_t)$ 是 PF^* 中个体 x 与 PF_t 中最接近个体之间的欧几里得距离。由于光学测距噪声链路指标优化问题的真实帕累托前沿未知, 本文采用 NSGAII 算法生成的帕累托前沿作为代理, 并将其略微向左下方调整后作为所有算法的参考帕累托前沿。IGD 值越小, 表明算法生成的近似帕累托前沿越接近真实前沿。

HV 定义为算法求得的帕累托前沿与参考点围成的超体积, 计算公式如下:

$$HV_t = \text{volume} \left(\bigcup_{i=1}^{|PF_t|} v_i \right), \quad (21)$$

其中, v_i 是 PF_t 中个体 x_i 与参考点共同围成的超立方体。HV 的计算仅需一个参考点, 本文选取的参考点为非支配解集中每个目标维度的最大值。HV 值越大, 表明算法所得解集的性能越优。

4.3 实验结果与性能分析

4.3.1 全链路指标优化实验

Sobol 敏感性分析实验结果如图 4(彩图见期刊电子版)所示。综合 3 组实验的总效应指数 ST, 选择高于参考线的 8 个变量作为关键设计参数, 分别是相对强度噪声 RIN 、本地激光功率 P_{local} 、望远镜出射光功率 P_{tel} 、光学平台的温度噪声 $\tilde{T}_{\text{ob}}$ 、熔融石英折射率随温度变化的导数 $\frac{dn_{\text{fs}}}{dT}$ 、波前畸变 d_{wf} 、角度偏移 θ_{dc} 以及角度抖动 $\delta\phi$ 。

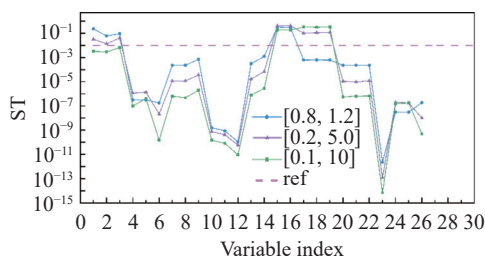


图4 参数敏感性分析结果

Fig. 4 Parameter sensitivity analysis results

采用 NSGA II 算法对关键设计参数进行优化, 并与 MOCMA、DAEA 和 SMPSO 算法进行对比。对各算法运行 30 次的结果进行统计分析, 计算 IGD 和 HV 指标的平均值 (avg) 和标准差

(std), 具体结果见表 7。结果表明, NSGA II 算法在 IGD 和 HV 两个指标上均表现最佳。

表 7 各算法优化性能指标对比表
Tab. 7 Comparison of optimization performance metrics for different algorithms

算法	IGD(avg)	IGD(std)	HV(avg)	HV(std)
MOCMA	0.232 1	0.026 8	0.116 7	0.005 1
DAEA	0.158 3	0.022 4	0.164 9	0.009 7
SMPSO	0.069 6	0.005 9	0.212 1	0.006 4
NSGAII	0.048 8	0.000 3	0.232 2	0.000 2

通过计算各指标的中位数, 选择与中位数对应的实验组数据来绘制迭代变化曲线。IGD 值的迭代变化曲线如图 5(彩图见期刊电子版)所示, HV 值的迭代变化曲线如图 6(彩图见期刊电子版)所示。图 7(彩图见期刊电子版)展示了各算法在优化关键设计参数指标方面的帕累托前沿, 其中红框标注的解是在满足测距精度要求的前提下, 实施难度最低、可行性最高的解, 代表了当前最优设计方案。

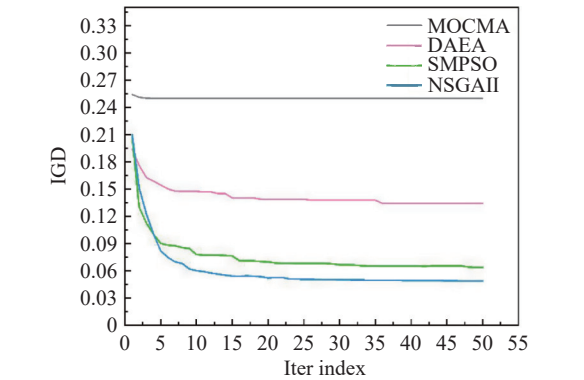


图 5 IGD 值迭代变化曲线
Fig. 5 IGD iteration curve

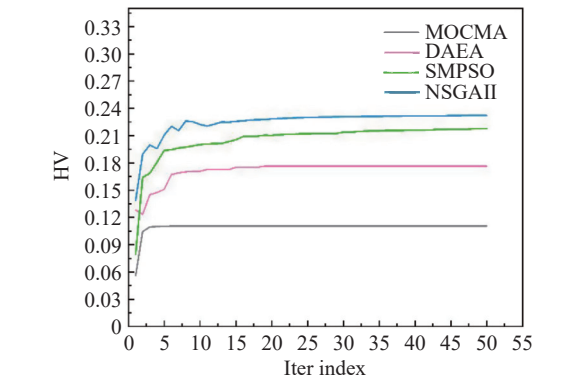


图 6 HV 值迭代变化曲线
Fig. 6 HV iteration curve

在选定最优设计方案的基础上, 确定设计参数指标的范围, 并构建指标树如图 8 所示。通过分析参数在指定范围内的递增或递减特性, 确定关键参数的设计指标, 如表 8 所示。在此基础上, 依据噪声模型仿真计算路径, 自下而上完成指标树的构建, 如图 9(彩图见期刊电子版)所示。

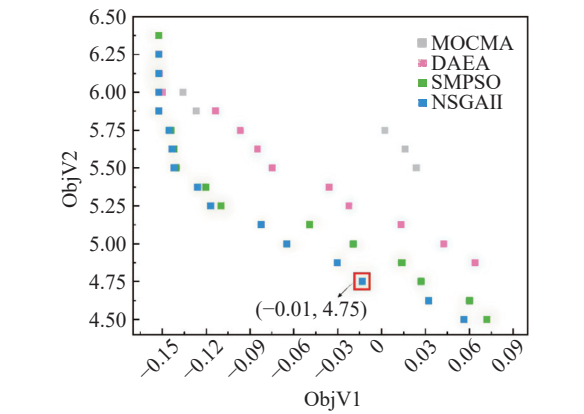


图 7 关键设计参数指标优化结果
Fig. 7 Optimization results of key parameter metrics

表 8 关键参数指标优化结果表
Tab. 8 Optimization results of key parameter metrics

参数	初值	初始 TRL	优化结果	优化后 TRL	单位	指标
RIN	1×10^{-8}	4	9.50×10^{-9}	4	$1/\sqrt{\text{Hz}}$	$RIN \leq 9.50 \times 10^{-9}$
P_{local}	0.04	5	0.032	5	W	$P_{\text{local}} \geq 0.032$
P_{tel}	4	5	4.197	5	W	$P_{\text{tel}} \geq 4.197$
$\tilde{T}_{\text{ob}}$	20	5	16	3	$\mu\text{K}/\sqrt{\text{Hz}}$	$\tilde{T}_{\text{ob}} \leq 1.60 \times 10^{-5}$
$\frac{dn_{\text{fs}}}{dT}$	1×10^{-5}	4	9.50×10^{-6}	4	1/K	$\frac{dn_{\text{fs}}}{dT} \leq 9.50 \times 10^{-6}$
d_{wf}	3.55×10^{-8}	3	3.38×10^{-8}	3	m	$d_{\text{wf}} \leq 3.38 \times 10^{-8}$
θ_{dc}	1×10^{-8}	5	9.56×10^{-9}	5	rad	$\theta_{\text{dc}} \leq 9.56 \times 10^{-9}$
$\delta\phi$	2×10^{-8}	5	1.90×10^{-8}	5	$\text{rad}/\sqrt{\text{Hz}}$	$\delta\phi \leq 1.90 \times 10^{-8}$

综上所述, 通过对关键设计参数进行优化, 计算得到的总测距噪声值从初始的 $9.42 \text{ pm}/\sqrt{\text{Hz}}$ 降至 $7.89 \text{ pm}/\sqrt{\text{Hz}}$, 降幅达到 16.21%, 显著降低了系统的测距噪声, 满足顶层测距精度 $8 \text{ pm}/\sqrt{\text{Hz}}$ 的指标要求。与此同时, 关键设计参数的平均技术成熟度等级由初始的 4.5 降至 4.25。虽然技术成熟度有些许下降, 但优化后的技术成熟度仍处于可接受范围内, 表明了优化方法的可行性与有效性。

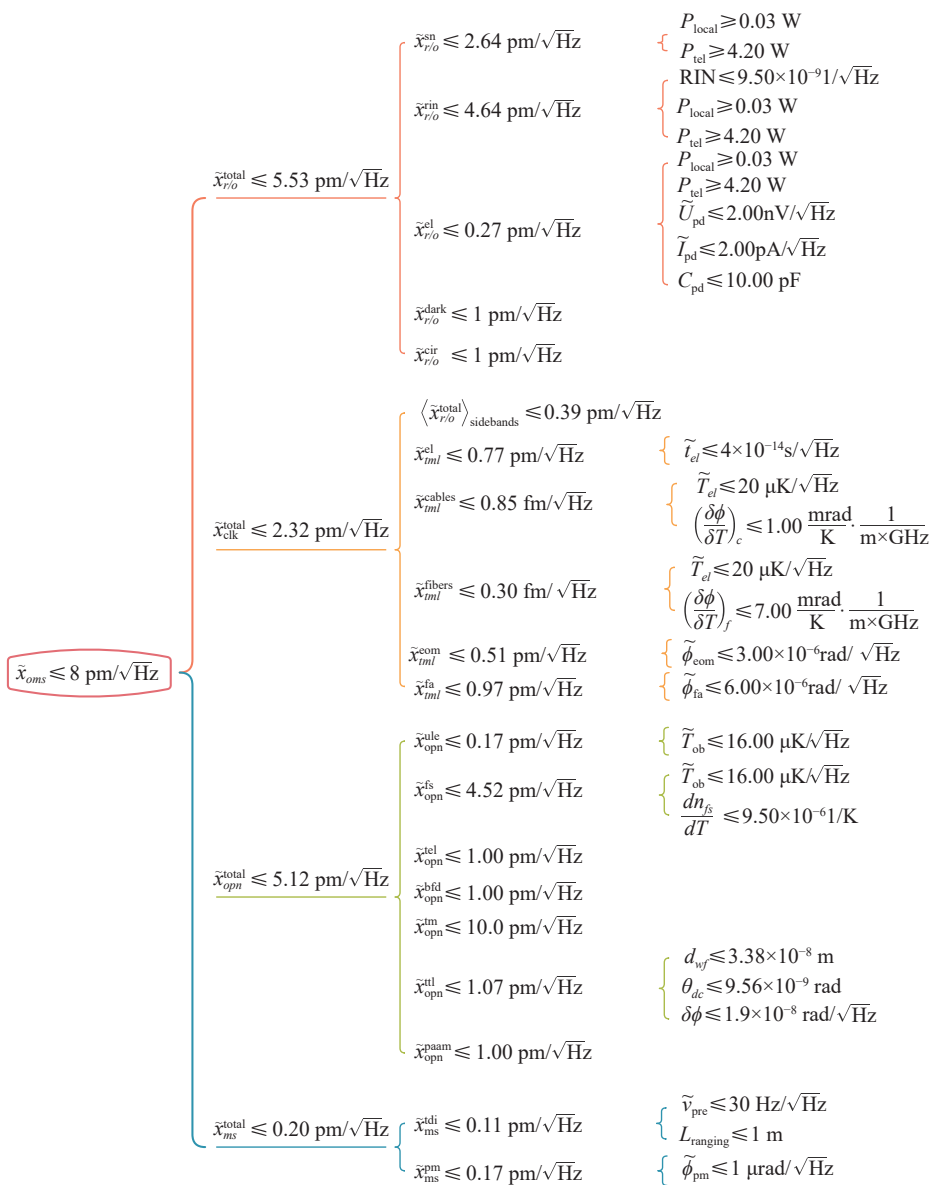


图8 测距噪声指标树

Fig. 8 Ranging noise metrics tree

4.3.2 敏感性分析有效性验证实验

使用 NSGA II 算法优化 KP 配置和 FP 配置下的模型参数, 得到的帕累托前沿如图 9(彩图见期刊电子版)所示。可见, 在 KP 配置下, 算法获得了更优的非支配解, 能够更好地来权衡测距精度 (ObjV1) 和技术实施难度 (ObjV2)。此外, KP 配置的优化运行时间为 4.03 s, 低于 FP 配置的 10.30 s, 有效降低了计算开销。

基于图 9 红框标注的最优解, 计算设计参数的相对变化率, 结果见图 10(彩图见期刊电子版)。从图 10 可以看出, FP 配置下的变量波动较大, 而 KP 配置下的变化较为平稳, 且集中在高敏感度变量上。计算各参数的平均相对变化率,

KP 配置为 2.65%, 显著低于 FP 配置的 7.62%。

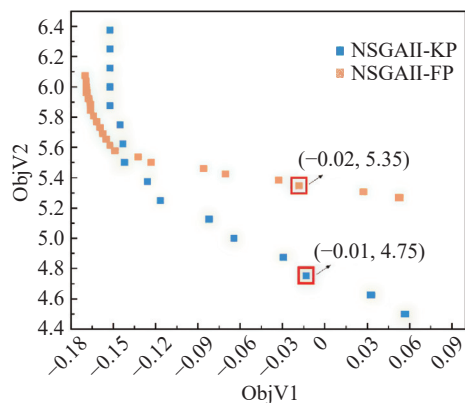


图9 不同配置下优化结果

Fig. 9 Optimization results under different parameter configurations

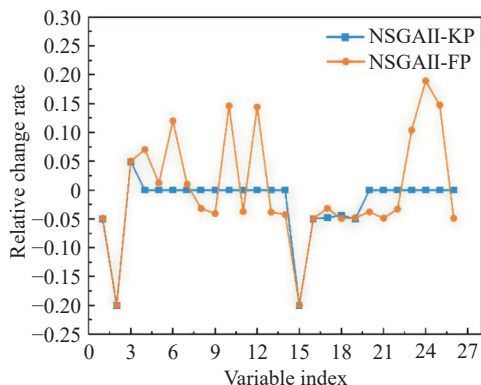


图 10 最优解参数值的相对变化率

Fig. 10 Relative variation rate of parameter values for the optimal solution

综上所述,通过筛选关键参数进行敏感性分析,不仅提高了解的质量,也显著提升了优化效率。同时,它有效限制了低敏感度变量的变化,避免了不必要的调整,从而增强了优化过程的稳定性。

4.3.3 指标松弛可行性验证实验

本实验中,选择了 10 个技术成熟度较低的非关键设计参数作为指标松弛的对象,包括:暗电流噪声 $\tilde{x}_{r/o}^{dark}$ 、测量电路噪声 $\tilde{x}_{r/o}^{cir}$ 、时序抖动噪声 $\tilde{\epsilon}_{cl}$ 、EOM 相位噪声 $\tilde{\phi}_{com}$ 、FA 相位噪声 $\tilde{\phi}_{fa}$ 、望远镜光程抖动噪声 $\tilde{x}_{opn}^{tel}$ 、光纤延迟噪声 $\tilde{x}_{opn}^{bfd}$ 、光束转向机构噪声 $\tilde{x}_{opn}^{paam}$ 、检验质量运动噪声 $\tilde{x}_{opn}^{tm}$ 、测距误差 $L_{ranging}$ 。由于非关键参数对系统整体性能的影响较小,本实验尝试适当放宽初始指标,以降低系统整体实施难度。在此基础上,对关键设计参数进行指标优化,通过评估最优设计方案中关键设计参数实施难度的变化,验证松弛非关键设计参数的可行性。

实验结果如图 11(彩图见期刊电子版)所示。由图 11 可知,在初始状态下,最优解的实施难度指标为 4.75,对应的平均技术成熟度等级为 4.25。当非关键参数放松至初始值的 1.2 倍时,实施难度指标上升至 5.00,平均技术成熟度等级降至 4;进一步放松至 1.5 倍时,实施难度指标增至 5.25,平均技术成熟度等级降至 3.75。结果表明,非关键参数的松弛对实施难度产生了一定影响,尽管影响幅度不大,但仍需关注。该影响的可接受范围应根据具体应用场景来评估,以确保在优化关键参数的同时,非关键参数的松弛不会显著削弱方案的整体可行性和实施可操作性。

综上所述,本文通过实验验证了所提方法在光学测距噪声链路指标优化问题中的有效性以及实现指标松弛的可能性,为后续技术实施提供了坚实的设计基础。实验首先通过敏感性分析识别关键设计参数,随后应用 NSGAII 算法进行优化求解。优化结果表明,在关键设计参数平均技术成熟度等级仅降低 0.25 且各参数的平均相对变化率仅为 2.65% 的情况下,本研究成功实现了测距噪声值 16.21% 的降低,满足顶层测距指标的要求。最后,需要指出的是,本文中的模型、参数、范围、技术成熟度、指标等可以根据实际需求进行持续调整,但这些变化不会影响该方法流程的适用性和有效性。

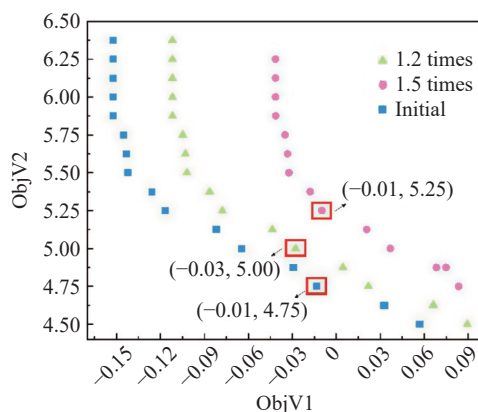


图 11 非关键参数放松对实施难度指标的影响

Fig. 11 Impact of relaxation of non-key parameters on implementation difficulty metric

5 结 论

针对引力波探测航天器干涉测量系统光学测距噪声 $8 \text{ pm}/\sqrt{\text{Hz}}$ 的设计需求,本文提出了一种光学测距噪声链路指标优化方法,旨在确保测距精度的同时提高设计方案的可行性。首先,对优化问题进行了定义,明确了星间干涉仪光学测距噪声模型中的设计参数和优化目标。在此基础上,结合敏感性分析,有效识别出关键设计参数,从而在不损失优化效果的前提下提高了优化效率,并通过仿真实验验证了其有效性。采用 NSGA II 算法对模型参数进行优化,筛选出最优方案。最后,确定各参数的设计指标,完成指标树的初步构建。后续将根据实验反馈、模型和参数的更新等,持续优化和完善指标树。该指标优化方法不

仅为引力波探测航天器指标体系的设计提供了参考,还具有广泛的适用性,能够灵活应对不同模型和参数条件下的设计需求,从而更好地应对空间引力波探测任务的挑战。

参考文献:

- [1] DANZMANN K, RÜDIGER A. LISA technology—concept, status, prospects[J]. *Classical and Quantum Gravity*, 2003, 20(10): S1-S9.
- [2] LUO Z R, GUO Z K, JIN G, *et al.*. A brief analysis to Taiji: science and technology[J]. *Results in Physics*, 2020, 16: 102918.
- [3] LUO J, CHEN L SH, DUAN H Z, *et al.*. TianQin: a space-borne gravitational wave detector[J]. *Classical and Quantum Gravity*, 2016, 33(3): 035010.
- [4] BAILES M, BERGER B K, BRADY P R, *et al.*. Gravitational-wave physics and astronomy in the 2020s and 2030s[J]. *Nature Reviews Physics*, 2021, 3(5): 344-366.
- [5] PITKIN M, REID S, ROWAN S, *et al.*. Gravitational wave detection by interferometry (ground and space)[J]. *Living Reviews in Relativity*, 2011, 14(1): 5.
- [6] BOND C, BROWN D, FREISE A, *et al.*. Interferometer techniques for gravitational-wave detection[J]. *Living Reviews in Relativity*, 2016, 19(1): 3.
- [7] PRINCE T A, TINTO M, LARSON S L, *et al.*. LISA optimal sensitivity[J]. *Physical Review D*, 2002, 66(12): 122002.
- [8] BORWANKAR P, KAPANIA R K, INOYAMA D, *et al.*. Multidisciplinary design analysis and optimization of space vehicle structures[C]. *Proceedings of the AIAA SCITECH 2024 Forum*, AIAA, 2024: 2898.
- [9] ISAJI M, TAKUBO Y, HO K. Multidisciplinary design optimization approach to integrated space mission planning and spacecraft design[J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2022, 59(5): 1660-1670.
- [10] LEE D Y. *Multidisciplinary optimization approach for design and operation of constrained and complex-shaped space systems*[D]. Ann Arbor: University of Michigan, 2016.
- [11] LIU CH R, XU ZH B, HAN K, *et al.*. Optimization design of core ultra-stable structure for space gravitational wave detection satellite based on response surface methodology[J]. *Aerospace*, 2024, 11(7): 518.
- [12] SONG J, FAN W T, FANG S J, *et al.*. Optimized design of a gravitational wave telescope system based on pupil aberration[J]. *Applied Optics*, 2024, 63(7): 1815-1821.
- [13] 房思俊, 李博宏, 何斌, 等. 空间引力波望远镜主镜组件结构设计及热稳定性分析[J]. 光电工程, 2024, 51(2): 230157.
FANG S J, LI B H, HE B, *et al.*. Design and thermal stability analysis of primary mirror assembly for space-borne gravitational wave telescope[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2024, 51(2): 230157. (in Chinese).
- [14] 李博宏, 罗健, 丘敏艳, 等. 引力波探测望远镜超低热变形桁架支撑结构设计技术[J]. 光电工程, 2023, 50(11): 230155.
LI B H, LUO J, QIU M Y, *et al.*. Design technology of the truss support structure of the ultra-low thermal deformation gravitational wave detection telescope[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2023, 50(11): 230155. (in Chinese).
- [15] 潘宇倩, 冯文婧, 张弓, 等. 导航卫星自主健康管理指标体系构建方法[J]. 航天器工程, 2021, 30(4): 8-14.
PAN Y Q, FENG W J, ZHANG G, *et al.*. Construction method of navigation satellite health management evaluation index system[J]. *Spacecraft Engineering*, 2021, 30(4): 8-14. (in Chinese).
- [16] 谢军, 张建军, 王岗. 北斗卫星导航系统测量误差指标体系[J]. 宇航学报, 2018, 39(9): 977-985.
XIE J, ZHANG J J, WANG G. Measurement error index system of Bei Dou satellite navigation system[J]. *Journal of Astronautics*, 2018, 39(9): 977-985. (in Chinese).
- [17] 朱伊明, 张玉珠, 陈斌, 等. 基于 MBSE 的空间引力波探测系统指标管理及其探测灵敏度分析[J]. 图学学报, 2024, 45(2): 259-267.
ZHU Y M, ZHANG Y ZH, CHEN B, *et al.*. Space gravitational wave detection parameter management and performance analysis based on MBSE[J]. *Journal of Graphics*, 2024, 45(2): 259-267. (in Chinese).
- [18] LUO Z R, WANG Y, WU Y L, *et al.*. The Taiji program: a concise overview[J]. *Progress of Theoretical and Experimental Physics*, 2021, 2021(5): 05A108.
- [19] 王娟, 齐克奇, 王少鑫, 等. 面向空间引力波探测的激光干涉技术研究进展及展望[J]. 中国科学: 物理学 力学 天文

- 学, 2024, 54(7): 270405.
- WANG J, QI K Q, WANG SH X, *et al.*. Advance and prospect in the study of laser interferometry technology for space gravitational wave detection[J]. *SCIENTIA SINICA Physica, Mechanica & Astronomica*, 2024, 54(7): 270405. (in Chinese).
- [20] BARKE S. *Inter-spacecraft frequency distribution for future gravitational wave observatories*[D]. Hannover: Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover, 2015.
- [21] KULKARNI S A. *Technology development for ground verification of dimensional stability of the LISA telescope*[D]. Gainesville: University of Florida, 2022.
- [22] FLEDDERMANN R, DIEKMANN C, STEIER F, *et al.*. Sub-pm $\sqrt{\text{Hz}}^{-1}$ non-reciprocal noise in the LISA backlink fiber[J]. *Classical and Quantum Gravity*, 2018, 35(7): 075007.
- [23] WANNER G, KARNESIS N. Preliminary results on the suppression of sensing cross-talk in LISA Pathfinder[J]. *Journal of Physics: Conference Series*, 2017, 840(1): 012043.
- [24] PIJNENBURG J A C M, RIJNVELD N. Picometer stable scan mechanism for gravitational wave detection in space: LISA PAAM[J]. *Proceedings of SPIE*, 2017, 10565: 105652Z.
- [25] BENDER P L. Wavefront distortion and beam pointing for LISA[J]. *Classical and Quantum Gravity*, 2005, 22(10): S339-S346.
- [26] IGEL C, HANSEN N, ROTH S. Covariance matrix adaptation for multi-objective optimization[J]. *Evolutionary Computation*, 2007, 15(1): 1-28.
- [27] XU H, XUE B, ZHANG M J. A duplication analysis-based evolutionary algorithm for biobjective feature selection[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2021, 25(2): 205-218.
- [28] NEBRO A J, DURILLO J J, GARCIA-NIETO J, *et al.*. SMPSO: a new PSO-based metaheuristic for multi-objective optimization[C]. *Proceedings of the IEEE Symposium on Computational Intelligence in Multi-Criteria Decision-Making*, IEEE, 2009: 66-73.
- [29] COELLO C A C, CORTÉS N C. Solving multiobjective optimization problems using an artificial immune system[J]. *Genetic Programming and Evolvable Machines*, 2005, 6(2): 163-190.
- [30] ZITZLER E, THIELE L. Multiobjective evolutionary algorithms: a comparative case study and the strength Pareto approach[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 1999, 3(4): 257-271.

作者简介:



方子若(2000—),女,安徽黄山人,博士研究生,2021年于南京师范大学获得工学学士学位,主要从事科学探测航天器总体设计、任务规划等方面的研究。E-mail: fziruo@mail.ustc.edu.cn



侍行剑(1985—),男,江苏宿迁人,副研究员,2014年于中国科学院等离子体物理研究所获得理学博士学位,主要从事科学探测航天器总体设计、天基磁测、航天器磁洁净、航天器与空间环境作用等方面的研究。E-mail: shixj@microsat.com