

文章编号:1005-9865(2023)06-0011-08

深水脐带缆结构阻尼的数值与试验研究

金 川¹, 曹家瑞¹, 李孙伟¹, 陈 凯², 俞国军²

(1. 清华大学深圳国际研究生院, 广东 深圳 518055; 2. 宁波东方电缆股份有限公司, 浙江 宁波 315801)

摘 要:深水动态脐带缆内部结构复杂,其阻尼特性对脐带缆的舞动以及疲劳损伤有着重要的影响。脐带缆在和流体相互作用过程中,脐带缆内部构件可能会产生滑动,进而影响脐带缆的结构阻尼,这也使得真实海况中脐带缆的舞动和疲劳是一项复杂而值得深入研究的课题。为验证有限元模型能够很好地模拟脐带缆的结构阻尼特性,在考虑内部结构单元间摩擦的基础上,利用 ANSYS 建立了用于中国南海某油田的脐带缆多层滑移接触摩擦模型。同时,采用自由衰减法对该动态脐带缆开展了原型试验,测得了该缆的结构阻尼比与自振周期。通过对比有限元模型计算结果与原型试验结果发现:数值模型获得的该脐带缆的结构阻尼值与试验值非常接近,这为工程中获得脐带缆结构阻尼比的值提供了好的方向。

关键词:脐带缆;结构阻尼;数值模拟;多层滑移;接触摩擦;原型试验

中图分类号:P751; TE952 **文献标志码:**A **DOI:**10.16483/j.issn.1005-9865.2023.06.002

Numerical and experimental study on damping of deepwater umbilical cable structures

JIN Chuan¹, CAO Jiarui¹, LI Sunwei¹, CHEN Kai², YU Guojun²

(1. Shenzhen International Graduate School, Tsinghua University, Shenzhen 518055, China; 2. Ningbo Orient Wires & Cables Co., Ltd., Ningbo 315801, China)

Abstract: The inner structure of a deep-water dynamic umbilical cable is complicated, and its damping capabilities greatly impact the umbilical cable's galloping and fatigue damage. The internal sections of the umbilical cable may move during the contact between the umbilical cable and the fluid, which will have an influence on the structural damping of the umbilical cable. Additionally, this makes the galloping and wear and tear of the umbilical cable in actual sea conditions a difficult problem deserving in-depth analysis. A multi-layer sliding contact friction model of the umbilical cable used in an oilfield in the South China Sea was established by using ANSYS in order to confirm that the finite element model can accurately simulate the structural damping characteristics of the umbilical cable on the basis of taking into consideration the friction between internal structural elements. In parallel, the structural damping ratio and the natural vibration period of the dynamic umbilical cable were analyzed as part of the prototype experiment utilizing the free attenuation approach. The structural damping value of the umbilical cable derived by the numerical model was found to be extremely close to the experimental value, which gives a suitable direction for estimating the structural damping ratio of the umbilical cable in engineering. This was identified by comparing the estimated results of the finite element model with the prototype experimental findings.

Keywords: umbilical cable; structural damping; numerical simulation; multi layer slip; contact friction; prototype experiment

深水动态脐带缆是深海油气开发系统的关键结构,被称为海洋油气生产系统的“神经生命线”^[1],其内部单元主要包括电缆单元、光缆单元、化学药剂管等功能单元以及聚合物保护层和填充物等结构单元^[2]。其

收稿日期:2022-12-12

基金项目:深圳市科创委稳定支持项目(WDZC20200819174646001);广东省重点研发计划《海洋脐带缆研制与产业化应用》资助项目(2020B1111040002)

作者简介:金 川(1997—),男,重庆人,硕士研究生,主要从事脐带缆涡激振动预测的研究。E-mail:jin-c20@mails.tsinghua.edu.cn

通信作者:李孙伟。E-mail:li_sunwei@sz.tsinghua.edu.cn

中,电缆单元主要为水下生产系统提供电力,光缆单元主要起到传输数据的作用,而化学药剂管是传输化学药剂的通道^[3]。动态脐带缆作为连接水上生产系统与水下设备的细长柔性结构物,在运行期间始终受到海洋荷载的作用^[4]。特别是海流的作用下,脐带缆两侧会形成交替的漩涡,漩涡脱落则会引起脐带缆结构产生周期性的振动,这种现象被称为涡激振动,是造成动态脐带缆疲劳的主要原因之一^[5]。现有研究脐带缆涡激振动响应的方法主要有试验方法、计算流体动力学方法以及经验模型方法。

在经验模型中,尾流振子模型是最为典型的,因其能够很好地预测圆柱体的涡激振动而被广泛运用。首次建立尾流振子模型的学者是 Bishop 和 Hasson^[6],紧接着 Hartlen 和 Currie^[7]将改进的 Van Der Pol 方程与结构的振动方程联合求解,用于预测立管的振动。此后,国内外学者对尾流振子模型开展了大量的研究,提出了不同的尾流振子方程和耦合项^[8-10]。目前,最常用的模型是将结构的方程与 Facchinetti 等^[8]提出的尾流振子方程耦合起来。而有研究表明^[11-13]:结构方程中的阻尼项会对尾流振子模型的预测准确性造成影响。但是,现有尾流振子模型的阻尼比取值过于保守,小于脐带缆的真实结构阻尼值^[14]。

为获得脐带缆真实的结构阻尼,国内外学者开展一系列的试验研究。Fang 和 Lyons^[14]对脐带缆进行了原型试验,发现脐带缆的阻尼由各单元结构之间滑动引起的库仑阻尼占主导地位。虽然这些测试都为脐带缆结构的设计提供了参考,但是在实际工程中,真实脐带缆的长度更长,并且还受到较大的张力作用,其结构阻尼会受到各种环境因素的影响而改变。根据 Fang 和 Lyons^[15]的研究,脐带缆阻尼在张力的作用下会降低。因此,开展长度更长的脐带缆结构阻尼的研究很有必要。原型脐带缆的海上试验虽然能获得比较直观、真实的数据,但是试验成本高,并且对于长度超过百米的脐带缆开展原型试验显然不现实。数值模型计算方法可以计算复杂弯曲立管结构以及涉及大变形、层间接触模型、变摩擦系数等非线性问题,能够实现超长脐带缆模型的运动模拟。国内外学者们用有限元软件建立了脐带缆三维有限元模型,模拟了构件间的摩擦行为,获得了不错的模拟效果,验证了有限元计算结果的正确性^[16-18]。利用数值模拟(有限元)的方法,能够进行脐带缆阻尼的模拟,同时能够进行不同材质和不同摩擦效果的脐带缆运动响应的模拟,对脐带缆的阻尼可以进行较为准确的估计,但是现有的有限元模拟在验证有限元准确性时通常是与理论分析计算的结果进行对比,而未通过试验验证。但是大多理论分析方法都忽略了脐带缆构件间摩擦的影响,这导致采用理论分析的阻尼计算结果不够准确。通过开展脐带缆原型试验获得脐带缆阻尼的真实值,用于验证有限元模型的准确性,使其更具说服力。

因此,文中首先分析了脐带缆结构阻尼的组成和不同参数对脐带缆阻尼的影响以及结构阻尼的试验方法。随后利用 ANSYS 建立了脐带缆的三维有限元模型并对其结构阻尼进行分析,研究其内部单元的接触对结构阻尼的影响。最后介绍了脐带缆的原型试验,利用自由振动衰减法测出了原型的结构阻尼比,并与有限元模型的结果进行了对比和误差分析,验证了模型的准确性。

1 理论分析

阻尼可以看作是每个振荡周期系统消耗的能量,在动态分析中,阻尼通常表示为每个周期耗散的能量与系统中总能量的比值,而不是耗散的能量本身^[19]。在强迫振动中,该比值可表示为损耗因子或阻尼比。这里将对损耗因子进行阐述,分析不同参数对脐带缆阻尼的影响。同时,介绍了结构阻尼的计算方法:自由振动衰减法。

1.1 简谐激励下等效模态损耗因子

脐带缆受到简谐振动时的结构模态阻尼可以用等效滞后阻尼损耗因子表示,其定义为^[14]:

$$\eta_n = (\sum_i \Delta W_i / \sum_i V_i) / (2\pi) \quad (1)$$

式中: $\sum_i \Delta W_i$ 和 $\sum_i V_i$ 分别是结构能量耗散的总和与势能的总和。

以柔性脐带缆为例可以更好地理解等效模态损耗因子。与柔性脐带缆的库仑阻尼相比,空气流体阻尼可以忽略不计。因此,在分析脐带缆的结构阻尼比时只用考虑材料阻尼和库仑阻尼。根据 Fang 和 Lyons^[14]的推导:脐带缆结构阻尼的影响参数包括单元结构的材料阻尼、构件间的库仑阻尼、振幅 A_n 以及模态数 n 。因此,在进行脐带缆有限元模拟时应设置合理的材料阻尼值以及层间摩擦系数等参数,才能保证模拟的准确性。

1.2 自由衰减

结构的阻尼特性无法通过计算得到,用试验的方法确定适当的阻尼比常被用来表示结构阻尼。常用的试验方法为自由振动衰减法^[20]。

自由振动衰减法是通过测量结构自由振动时相隔 m 周期的两个位移幅值之比来确定结构的阻尼比,计算公式如下:

$$\zeta = \delta_m / [2\pi m (\omega / \omega_D)] \quad (2)$$

式中: $\delta_m = \ln(y_n / y_{n+m})$ 为 m 周期后的对数衰减率, ω 、 ω_D 分别为无阻尼和有阻尼时结构的振动频率。当结构阻尼比较小时,式(2)可近似为:

$$\zeta = \delta_m / (2\pi m) \quad (3)$$

2 脐带缆有限元模型的建立

为明确真实工程中的脐带缆阻尼状态以及影响脐带缆结构阻尼的主要因素,以中国南海某深水油气开发项目的钢管脐带缆为研究对象,根据其几何尺寸和材料参数,利用 ANSYS 建立有限元模型并对脐带缆的结构阻尼进行分析。

2.1 脐带缆几何尺寸

试验选择的脐带缆主要由中心钢管、螺旋缠绕的功能构件、外层聚合物护套与内部填充材料组成,表1给出了各构件的几何尺寸,脐带缆截面如图1所示。

表1 脐带缆构件几何尺寸
Tab. 1 Geometric dimensions of umbilical components

构件	材料	数量	外径/mm	内径/mm
中心钢管	双相不锈钢	3	34.80	31.75
电缆单元	—	2	31.70	—
功能单元1	聚合物	2	25.10	21.25
	双相不锈钢	2	21.25	19.05
功能单元2	聚合物	4	19.50	15.24
	双相不锈钢	4	15.24	12.70
外层护套	聚合物	1	123.30	108.40

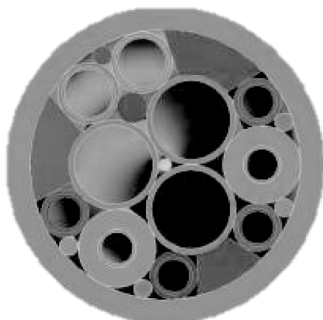


图1 脐带缆截面

Fig. 1 Umbilical section design drawing

脐带缆中库伦阻尼主要来自各螺旋单元之间、螺旋单元与外层护套之间、主要构件与内部填充之间的相互摩擦。基于此,文中模拟忽略其内部结构对结构阻尼的贡献,在保证简化前后结构整体力学性能(如质量、刚度)不变的前提下,将电缆单元等效为外部为聚合物、内部为铜的双层管状结构。

2.2 脐带缆材料属性

脐带缆模型中各构件的主要材料为超级双相不锈钢、聚合物材料、填充物橡胶以及电缆单元内部的铜。在进行其内部结构阻尼分析时,采用单一的线弹性模型,表2给出了各材料参数取值。

表 2 脐带缆材料属性
Tab. 2 Umbilical material properties

材料	密度/(kg·m ⁻³)	弹性模量/GPa	泊松比	损耗因子
不锈钢	8 030	200	0.30	0.008
聚合物	1 650	1.2	0.38	0.020
橡胶	1 300	0.007 8	0.47	0.600
铜	8 960	117	0.34	0.008

2.3 脐带缆有限元模型

为了探究脐带缆内部各构件间接触作用的影响,基于 ANSYS 软件,选用高阶 3D20 节点和 Solid186 实体单元进行各个构件的模拟,建模时内部螺旋构件螺距为 3 m。采用扫掠的方式生成网格,划分网格后的脐带缆有限元模型如图 2 所示。

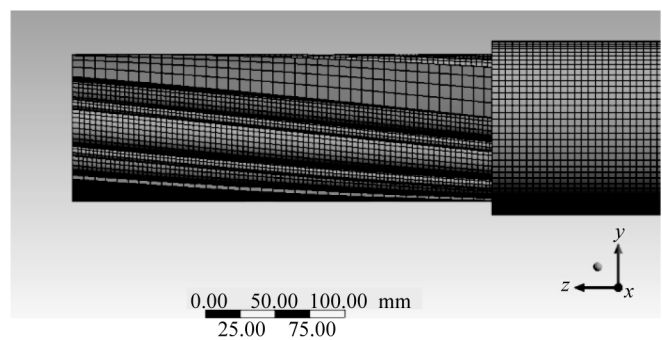


图 2 脐带缆模型
Fig. 2 Umbilical model

接触界面存在于中心钢管之间、中心钢管与各功能单元护套之间、功能单元钢管与聚合物护套之间、各功能单元护套之间、各功能单元护套与外层护套之间以及各构件与填充物之间,均设置为摩擦接触,模型中接触面共 65 对,表 3 给出了各接触面材料之间的摩擦系数。

表 3 各材料间的摩擦系数
Tab. 3 Friction coefficient between materials

材料 1	材料 2	摩擦系数
钢材	聚合物	0.16
	填充物	0.22
	聚合物	0.18
聚合物	填充物	0.25

在设置接触时,在两个构件之间选择较刚的面作为目标面,聚合物护套之间选择对称接触形式(即一个面既为接触面又为目标面)。

进行有限元分析前,将脐带缆一端各构件截面的自由度完全约束,另一端截面上所有节点自由度耦合。并在自由端的 y 方向施加了大小为 36 mm 的初始位移,在开始的时间节点抑制位移载荷进行释放,使脐带缆模型进行自由衰减振动。

利用 ANSYS Workbench 进行分析,即可得到脐带缆模型中距离固定端 1.2 m 处(原型试验中的测点 1)和 2.4 m 处(原型试验中的测点 2)自由衰减振动的位移响应,结果如图 3 所示。

通过 Matlab 拟合得到测点 1 的位移响应曲线为 $x = 10.355 \cos(16.6t) \exp(-0.846t)$, 计算可知,该脐带缆

模型的振动周期为0.376 s,阻尼比为0.051。测点2的位移响应曲线为 $x = 33.898 \cos(16.6t) \exp(-0.844t)$,振动周期为0.376 s,阻尼比为0.051。

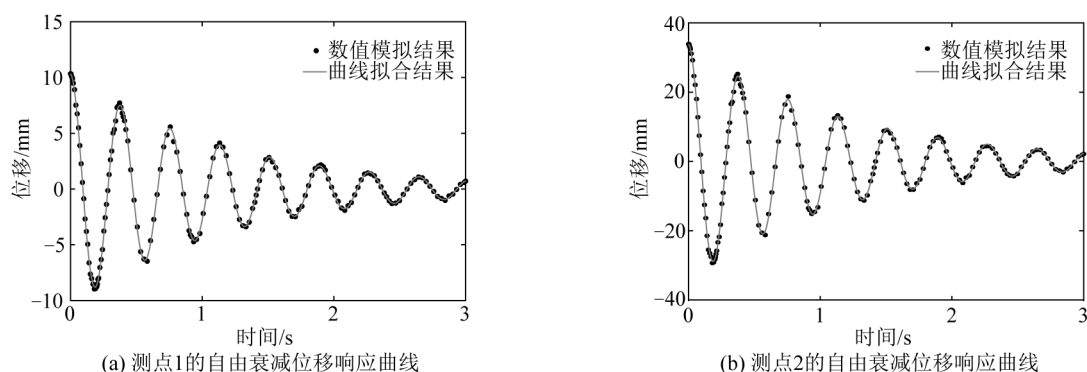


图3 脐带缆有限元模型数值模拟结果

Fig. 3 Numerical simulation results of umbilical cable finite element model

3 脐带缆原型测试

为获得脐带缆结构较为真实的阻尼值以及振动周期,利用自由振动衰减法对用于中国南海某深水油气开发项目的钢管脐带缆开展了原型试验。

3.1 测试装置及步骤

钢管生产公司提供了长2.5 m、直径0.12 m的钢管脐带缆原型试件用于测试脐带缆的结构阻尼值。该脐带缆实际用于中国南海某深水油气开发项目,是该项目的实际备件。为了固定脐带缆进行自由振动衰减的测试,特意制作了一套牢固的夹具,用于固定脐带缆以及尽可能减小端部摩擦对结构阻尼测试的影响。图4给出了试验现场的照片。

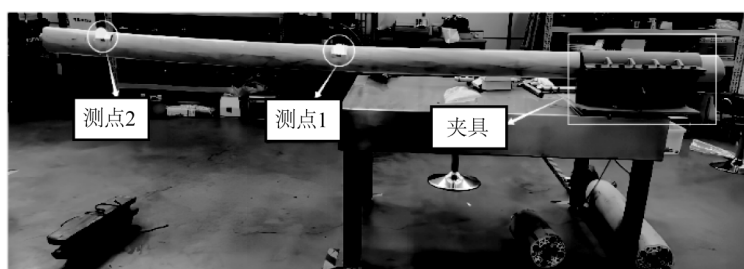


图4 脐带缆试件及固定装置

Fig. 4 Umbilical cable test piece and fixing device

试验采用的是自由衰减法。试验前先利用夹具将脐带缆的一端固定,并在脐带缆上布置了2个小灯泡作为测量标记点,测点1距离固定端1.2 m,测点2距离固定端2.4 m。试验时,先打开SMT-3D(非接触)三维动态位移测量系统,等待位移曲线平稳后,利用工程锤垂直向下敲击脐带缆自由端上部的中间位置,使其发生竖直向下的初始位移,等2个测点位移变为零且平稳后再停止记录。图5给出了测试系统的示意。

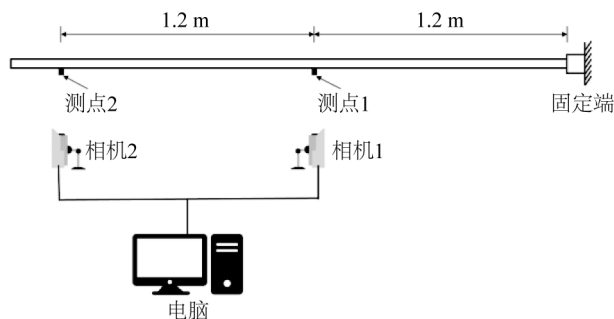


图5 测量系统示意

Fig. 5 Umbilical layout diagram

试验中用到的SMT-3D(非接触)三维动态位移测量系统是利用原创的、具有国际领先水平的快速、高精度亚像素定位算法(subpixel registration algorithm)对高速数码相机视频图像中多个被测点的运动轨迹进行实时、高精度跟踪,可获得外载荷作用下被测点(亚像素精度的) $x/y/z$ 三个方向的位移量。其位移精度为: $\pm 0.01\text{ mm}(x, y\text{ 值}, 5\text{ m 距离}), \pm 0.05\text{ mm}(z\text{ 值}, 5\text{ m 距离})$ 。

此次SMT-3D(非接触)三维动态位移测量系统的采样频率为50 Hz,试验时实际采样频率为5 Hz大于两倍结构自振频率,符合采样要求。试验一共进行了10次,为减小端部夹具与脐带缆摩擦造成的影响,选取前5次测试中的振动幅值较小、振动曲线最完整的结果作为此次试验结果,进行脐带缆的阻尼计算。

3.2 测试结果

利用SMT-3D(非接触)三维动态位移测量系统测得脐带缆测点1和测点2的自由衰减位移响应曲线如图6所示。

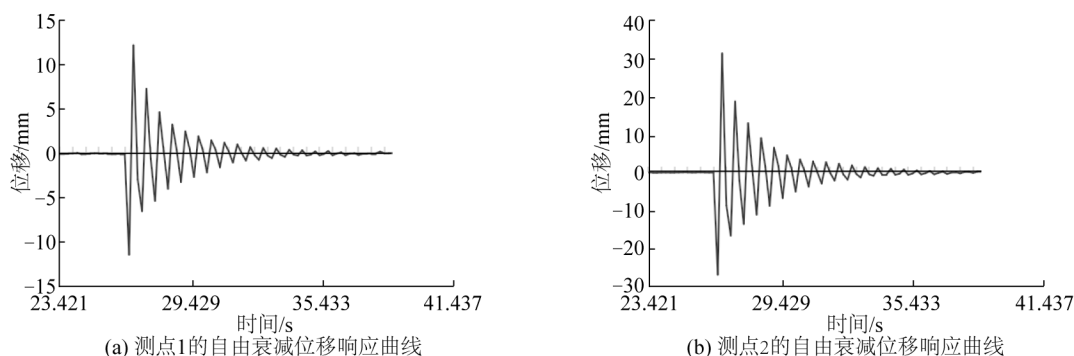


图6 测点的自由衰减位移响应曲线

Fig. 6 Free attenuation displacement response curve of test point

自由衰减法获得的结构阻尼比往往依赖于所取的振幅。为了获得更加精确的阻尼比,将测试得到的测点1和测点2的振动数据利用Matlab进行拟合,拟合时采用fittype构造自定义函数,自定义函数的形式为结构自由衰减的指数表达式。图7给出了这两点的自由振动衰减曲线拟合结果。

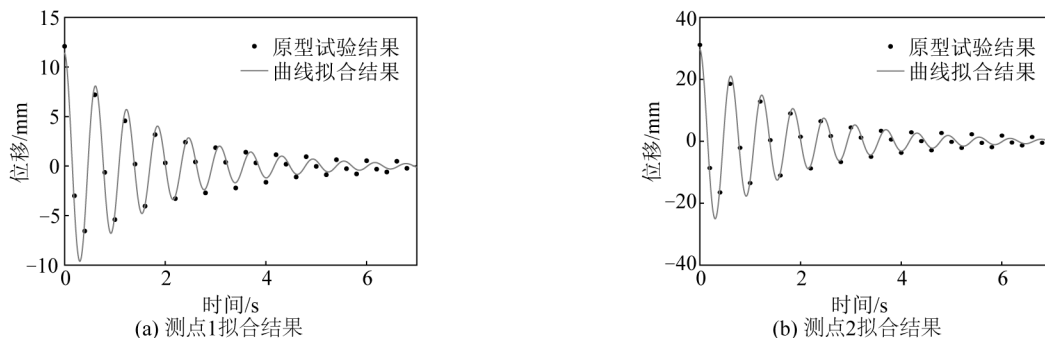


图7 拟合结果

Fig. 7 Numerical fitting results

测点1通过Matlab拟合得到脐带缆位移响应曲线为: $x = 11.42 \cos(10.18t) \exp(-0.5634t)$ 。计算可知,响应曲线的周期为0.616 s,阻尼比为0.055。测点2通过Matlab拟合得到脐带缆位移响应曲线为: $x = 29.7 \cos(10.18t) \exp(-0.5603t)$ 。计算可知,振动周期为0.616 s,阻尼比为0.055。

3.3 结果讨论

将实际测量得到的阻尼数值和ANSYS模拟得到的阻尼数值进行对比后发现,阻尼比的实际测量值与ANSYS模拟得到的值非常接近,相对误差仅为7.27%。这说明ANSYS模拟能够在很大程度上获取脐带缆阻尼的特性,是一个研究脐带缆阻尼的好工具。同时,周期的相对误差非常大,这说明ANSYS模拟存在一定的误差,主要是在开展原型试验时,固定脐带缆的夹具不能保证完全固定,导致脐带缆在试验中会发生滑移和松动,这也导致了试验测得的脐带缆一阶振动周期和阻尼比的值比有限元模拟的值大。

考虑到实际试验中脐带缆端部没有做到完全固定,在原本有限元模型的基础上将端部的固定约束

Fixed Support 改为弹性约束 Elastic Support, 图8给出了自由衰减振动阶段的位移响应。

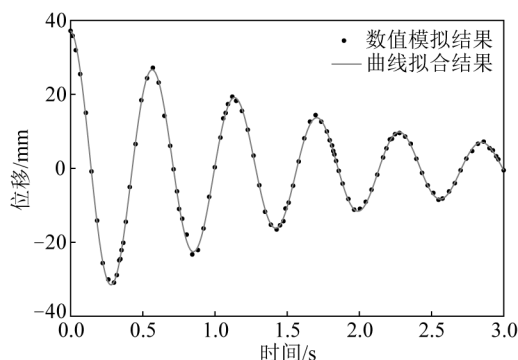


图8 脐带缆有限元模型数值模拟结果

Fig. 8 Numerical simulation results of umbilical cable finite element model

通过 Matlab 拟合得到该位移响应曲线为 $x = 36.89 \cos(11.02t) \exp(-0.5785t)$, 计算可知, 该脐带缆模型的振动周期为 0.570 s, 阻尼比为 0.052, 端部最大位移为 1.03 mm。表4给出了有限元模型模拟结果与原型测试试验结果的相对误差。可以发现在端部没有完全固定的情况下振动周期会有明显增长, 更接近原型测试的结果。

表4 数值与试验的误差分析

Tab. 4 Error analysis of numerical and experimental methods

项目	端部固定误差/%	端部未完全固定误差/%
结构阻尼比	7.27	5.45
振动周期	38.96	7.47

4 结 语

利用有限元软件 ANSYS 建立了脐带缆的多层滑移接触摩擦有限元模型, 并获得了脐带缆的一阶振动周期和阻尼比。并将结果与该动态脐带缆原型试验获得的值进行了对比, 发现文中的有限元模型获得的阻尼值与试验值非常接近。这为将来工程中获得脐带缆阻尼比的值提供了好的方向, 既能准确获得真实的脐带缆阻尼比的值, 又解决了采用原型试验成本过高这一问题。脐带缆结构阻尼比的值对尾流振子模型关于立管振动的预测结果的准确性较为重要, 如果在尾流振子模型中能够采用较为准确的结构阻尼比, 预测结果将会更加精确, 预测结果对于工程的参考性也就更大。

未来的研究将致力于利用 ANSYS 建立实际长度脐带缆的有限元模型, 获得其振动状态下的结构阻尼比, 并将结果用于对尾流振子模型的改进, 从而获得更加准确的预测结果。

参考文献:

- [1] 李长春, 连琰. 水下生产系统在海洋石油开发中的应用[J]. 海洋工程, 1995, 13(4): 25-30. (LI C C, LIAN L. Application of underwater production system in offshore oil field development[J]. The Ocean Engineering, 1995, 13(4): 25-30. (in Chinese))
- [2] 李志刚, 贾鹏, 王洪海, 等. 水下生产系统发展现状和研究热点[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2019, 40(5): 944-952. (LI Z G, JIA P, WANG H H, et al. Development trend and active research areas of subsea production system[J]. Journal of Harbin Engineering University, 2019, 40(5): 944-952. (in Chinese))
- [3] DUTOIT D, NIKLÈS M, ROCHAT E, et al. Distributed fiber optic strain and temperature sensor for subsea umbilical[C]// Proceedings of the International Offshore and Polar Engineering Conference. 2012: 349-355.
- [4] LYONS G J, VANDIVER J K, LARSEN C M, et al. Vortex induced vibrations measured in service in the Foinaven dynamic umbilical, and lessons from prediction[J]. Journal of Fluids and Structures, 2003, 17(8): 1079-1094.

- [5] 王贤成, 李伟, 刘毅, 等. 脐带缆拉弯组合疲劳试验机恒拉力控制[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2021, 42(5): 632-640. (WANG X C, LI W, LIU Y, et al. Constant tension control of umbilical cable tension-bending combined fatigue testing machine[J]. Journal of Harbin Engineering University, 2021, 42(5): 632-640. (in Chinese))
- [6] BISHOP R E D, HASSAN A Y. The lift and drag forces on a circular cylinder oscillating in a flowing fluid[J]. Proceedings of the Royal Society of London Series A Mathematical and Physical Sciences, 1964, 277(1368): 51-75.
- [7] HARTLEN R T, CURRIE I G. Lift-oscillator model of vortex-induced vibration[J]. Journal of the Engineering Mechanics Division, 1970, 96(5): 577-591.
- [8] FACCHINETTI M L, LANGRE E D, BOLLER F. Coupling of structure and wake oscillators in vortex-induced vibrations[J]. Journal of Fluids and Structures, 2004, 19(2): 123-140.
- [9] FARSHIDIANFAR A, ZANGANEH H. A modified wake oscillator model for vortex-induced vibration of circular cylinders for a wide range of mass-damping ratio[J]. Journal of Fluids and Structures, 2010, 26(3): 430-441.
- [10] FENG Y L, CHEN D Y, LI S W, et al. Comparison of wake oscillator models with different damping terms [C]//2021 5th International Conference on Vision, Image and Signal Processing (ICVISIP). Kuala Lumpur, Malaysia, 2022: 118-125.
- [11] 唐国强. 立管涡激振动数值模拟方法及物理模型实验[D]. 大连: 大连理工大学, 2011. (TANG G Q. A study on numerical and experimental investigation into vortex-induced vibration of marine risers [D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2011. (in Chinese))
- [12] 陈伟民, 张立武, 李敏. 采用改进尾流振子模型的柔性海洋立管的涡激振动响应分析[J]. 工程力学, 2010, 27(5): 240-246. (CHEN W M, ZHANG L W, LI M. Prediction of vortex-induced vibration of flexible riser using improved wake-oscillator model[J]. Engineering Mechanics, 2010, 27(5): 240-246. (in Chinese))
- [13] 秦伟. 双自由度涡激振动的涡强尾流振子模型研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2013. (QIN W. Study on vortex induced vibration in two degrees of freedom using vortex strength wake oscillator[D]. Harbin: Harbin Engineering University, 2013. (in Chinese))
- [14] FANG J, LYONS G J. Structural damping behaviour of unbonded flexible risers [J]. Marine Structures, 1992, 5 (2/3) : 165-192.
- [15] FANG J, LYONS G J. Structural damping of tensioned pipes with reference to cables [J]. Journal of Sound and Vibration, 1996, 193(4): 891-907.
- [16] LE CORRE V, PROBYN I. Validation of a 3-dimensional finite element analysis model of deep water steel tube umbilical in combined tension and cyclic bending [C]//Proceedings of ASME 2009 28th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering. Honolulu, USA, 2010: 77-86.
- [17] 卢青针, 岳前进, 汤明刚, 等. 浅水经济性柔性管道加强设计[J]. 海洋工程, 2011, 29(2): 105-110. (LU Q Z, YUE Q J, TANG M G, et al. Strengthened design of economical flexible pipeline in shallow water[J]. The Ocean Engineering, 2011, 29(2): 105-110. (in Chinese))
- [18] 张士华, 魏云港, 田宏军, 等. 考虑摩擦的脐带缆静强度参数敏感性分析[J]. 石油机械, 2019, 47(3): 34-40. (ZHANG S H, WEI Y G, TIAN H J, et al. Parameter sensitivity analysis of umbilical cable static strength considering friction [J]. China Petroleum Machinery, 2019, 47(3): 34-40. (in Chinese))
- [19] 梁超锋, 欧进萍. 结构阻尼与材料阻尼的关系[J]. 地震工程与工程振动, 2006, 26(1): 49-55. (LIANG C F, OU J P. Relationship between structural damping and material damping[J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2006, 26(1): 49-55. (in Chinese))
- [20] 克拉夫, 彭津. 结构动力学[M]. 王光远, 译. 北京: 科学出版社, 1981: 42. (CLOUGH R W, PENZIEN J. Dynamics of structures[M]. WANG G Y, translate. Beijing: Science Press, 1981: 42. (in Chinese))