

黄河三门峡至花园口区间暴雨的 中尺度数值模拟*

吴和康 张学军 史金松

(华东水利学院)

提 要

用有限区域数值模式模拟黄河三门峡至花园口区间及其附近地区七三年七月大暴雨。根据Lavoie的工作,设大气由三层构成:与地面相接的一层为常数通量层,其上为充分混和的混和层,层顶盖有逆温层,最上一层为深厚的稳定层。就混和层说,按基本原始方程取平均值,而对其余两层则作了适当的参数化。

就混和层说,考虑到地形影响、地面粗糙度、温度变化、水汽通量及潜热等对初始条件的影响,求基本方程的数值解。

按上述模式,模拟结果与实测结果相类似。

一、引 言

气象工作者普遍认为暴雨是在一定的大气环流背景和充沛的水汽供应的条件下,大、中、小尺度的天气系统相互作用的产物,而直接产生暴雨的则是中尺度天气系统。暴雨还与地形有密切的关系。地形对降水的作用主要在于,当一个降水天气系统移近山区时,山坡抬升暖湿不稳定空气,或出现地形性辐合线等中尺度天气系统,从而使降水量加大,降水历时增长,称为地形对降水的增幅作用^{[1][2]}。尽管地形对降水量的影响是一个非常复杂的问题,人们还是从各个角度去研究它。我们采用R.L.Lavoie^[3]提出的模式(以下称Lavoie模式),对1973年7月6日发生在黄河流域三门峡至花园口区间的一次暴雨(以下称“73.7三花暴雨”)进行了数值模拟,所得结果尚令人满意。

二、Lavoie模式介绍

(一) 模式的物理概念

Lavoie模式中,首先假设大气的铅直结构分为三层(见图1):与地面相接的为常数

* 本文系与黄河水利委员会科研协作成果之一

通量层 ($Z_s - Z_0$), 它有较强的摩擦风切变, 它的温度层结为超绝热直减率, 表示近地气

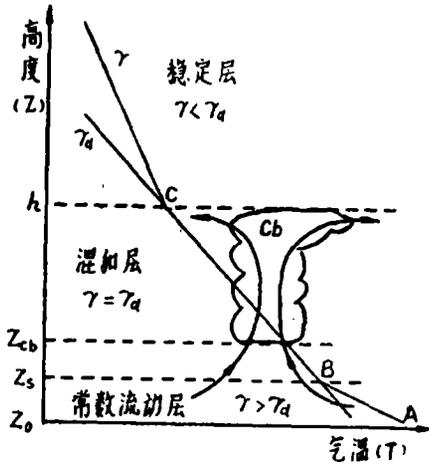


图1 模式大气的铅直结构

层为不稳定, 有向上的热通量和水汽通量。其上为经过充分混合的混和层 ($h - Z_s$), 它的温度层结为中性, 其顶部可有逆温层。混和层之上为深厚的稳定层。

常数通量层与高低不平的下垫面相接, 处于不稳定状态的空气中湍流输送加强, 其结果是暖湿空气从这层不断输送到混和层中, 混和层中的水汽和热量就会不断增加, 一旦产生中尺度天气系统, 云雨便伴随而来。

(二) 模式的数学表达式

大气动量方程、热力学方程、连续方程、水汽守恒方程和流体静力方程分别为

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = -\vec{k} \times f\vec{V} - \alpha \nabla p + \alpha \frac{\partial \vec{\tau}}{\partial z} \quad (1)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{\alpha\theta}{C_p T} \frac{\partial Q}{\partial z} + \frac{\alpha L\theta}{C_p T} M' \quad (2)$$

$$\frac{1}{\alpha} \frac{d\alpha}{dt} = \nabla_h \cdot \vec{V} + \frac{\partial w}{\partial z} \quad (3)$$

$$\frac{dq}{dt} = -\alpha \frac{\partial E}{\partial z} - \alpha M' \quad (4)$$

$$\alpha \frac{\partial p}{\partial z} = -g \quad (5)$$

式中 $\vec{\tau}$ 为铅直涡动动量通量, Q 为铅直涡动热量通量, M' 为单位容积的净凝结率, q 为比湿, E 为铅直水汽通量, 其余符号与常用的相同。

因为混和层中空气经过充分混合, 其物理属性的铅直分布是均匀的。混和层与常数通量层之间, 混和层与稳定层之间因各自的物理属性不同仍有相互作用, 对这些都采用参数化方法表示。所以, 随时间变化的各项仅局限于混和层。因此, 方程(1)至(5)式对混和层 ($h - Z_s$) 求积分, 可以得到下列方程组

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} = & -\vec{V} \cdot \nabla \vec{V} - \vec{k} \times f\vec{V} - \vec{F}_i - (h_i - h) f\vec{\psi} + \frac{g}{\theta_h} [\theta - \theta_h \\ & - \frac{\Gamma}{4} (h_w - h_i)] \nabla h + \frac{g}{\theta} (h - Z_s) \nabla \theta - \frac{C_D}{h - Z_s} |\vec{V}| \vec{V} \end{aligned} \quad (6)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\vec{V} \cdot \nabla \theta + \frac{C_H}{h-Z_s} |\vec{V}| (\theta_0 - \theta) + \frac{L\theta\bar{\alpha}}{C_p\bar{T}} \frac{M}{(h-Z_s)} \quad (7)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} = -\vec{V} \cdot \nabla h + W_h + \left(\frac{1}{\Gamma} \frac{\partial \theta}{\partial t} \right)_{\theta=\theta_h} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial q}{\partial t} = & -\vec{V} \cdot \nabla q + \frac{C_E |\vec{V}|}{h-Z_s} (q_0 - q) \\ & - \frac{\beta |W_h|}{h-Z_s} (q - q_h) - \frac{\bar{\alpha} M}{h-Z_s} \end{aligned} \quad (9)$$

(6)至(9)式中的 \vec{V} 、 θ 、 h 和 q ，分别表示混和层中的风速、位温、混和层顶的高度和比湿， M 表示混和层中的降水率，它与 M' 的关系为

$$\int_{Z_s}^h M' dz = M \quad (10)$$

而 M 用下式计算

$$M = \begin{cases} (\epsilon W_{cb} + 1) A (D-K)^2 & \text{当 } D > K \\ 0 & \text{当 } D \leq K \end{cases} \quad (11)$$

(11)式中的 ϵ 、 A 、 K 为经验系数，Lavoie在他的工作中分别取为0.5、0.1*、0.45。 D 为混和层中对流云的厚度， W_{cb} 为对流云底处的铅直速度，用下式计算

$$W_{cb} = \frac{\vec{V} \cdot \nabla Z_0 [1 + g(Z_{cb} - Z_s)/2C^2] - \nabla \cdot \vec{V} (Z_{cb} - Z_s)}{1 - g(Z_{cb} - Z_s)/2C^2} \quad (12)$$

(12)式的推导见附录B，式中 ∇Z_0 为地面的高度梯度， $\vec{V} \cdot \nabla Z_0$ 表示由于山坡抬升气流产生的上升运动， $-\nabla \cdot \vec{V} (Z_{cb} - Z_s)$ 表示天气系统因风速的水平辐合(辐散)而产生的垂直运动。

(6)至(12)式中的其它符号的意义见附录A。

三、“73.7三花暴雨”简况

“73.7三花暴雨”是1973年7月6日至7日发生在黄河流域三门峡至花园口区间内的一场大暴雨。降雨历时大部分地区约10小时，例如宜阳站的雨主要降在6日10时至20时之间。雨区呈南北向分布，主要暴雨中心有两个：一个在该区内黄河北面的王沟，点雨量为201.5毫米，另一个在该区内黄河南面的寄料街附近，点雨量为247.4毫米，另外还有两个范围很小的次暴雨中心(见图2)。

“73.7三花暴雨”从大尺度天气系统看，主要是7301号台风产生的。7月6日08时

* 原文中 $A=1.0$ ，我们认为有误

500 毫巴天气图上, 日本海至朝鲜半岛一带为一强大的副热带高压控制, 副高西缘已扩

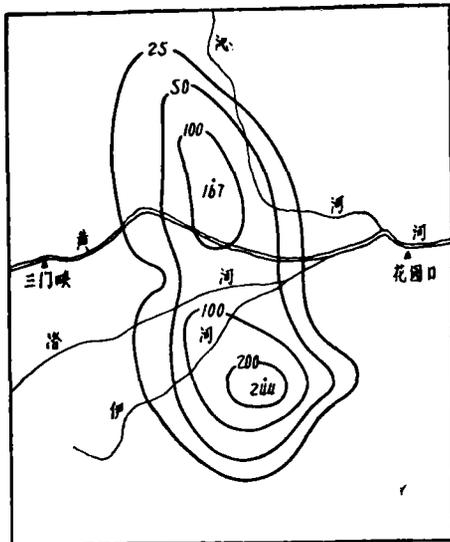


图2 1973年7月6日实测雨量图(由黄委供给)

从地形看, 三花区间北、西、南三面环山, 朝东开口呈喇叭形, 黄河从其中部通过, 中尺度切变线东侧的偏东气流在地形作用下产生上升运动。另外, 根据每2小时雨量资料分析雨团的变化情况, 发现当雨团处在嵩山、太行山山前(东)坡地时, 雨强明显加强; 根据2小时强降雨峰出现时刻的等时线图, 发现强降雨时段在嵩山、太行山山前坡地时有明显的增长*。这些都说明由于地形影响而有降水的增幅作用。

因此说, “73.7三花暴雨”是在大、中、小尺度天气系统和地形作用下造成的。

四、73.7三花暴雨的数值模拟

(一) 数值模拟的范围、网格和资料 本文根据前面所介绍的Lavoie模式对“73.7三花暴雨”进行数值模拟。数值模拟的范围, 东西方向为 110.5° 到 114.5° E, 南北方向为 33° 到 36.5° N。

计算采用正方形网格, 水平网格距为30公里, 共有网格点 $13 \times 12 = 156$ 个。

计算的时间步长(Δt)为5分钟。

资料主要选用太原、邢台、徐州、南京、阜阳、郑州、宜昌、武汉、安康、西安等十个站的1973年7月6日08时的探空资料。同时参考部分地面站的温、湿、风资料。地形高度资料, 直接采用黄河水利委员会已求得的三花区间地形高度的第四次平滑值。

(二) 初值、边界值、常数和系数的选取 u 、 v 、 θ 、 h 、 q 等网格点上的初始值, 由上述十个探空站的实测资料, 参考地面站资料, 首先绘制它们的等值线, 根据这些等值线, 读出各网格点上的数值, 作为初值。因而, 初值是经过人为平滑处理的。

各要素的侧边界值, 以其初值作为常定的边值。因此, 对计算的结果有一定的影

* 高治定等, 黄河三花区间地形对暴雨影响的分析, 1982。

响。但由于计算时间不很长，对计算中心区的降水量影响不是很大。

降水率M的侧边界值均假定为零。

ε 、A、K、 β 等经验系数，沿用 Lavoie 工作时选用的数值，其余各种系数和常数数值见表1。

表1 系数和常数数值

名 称	符 号	数 值	单 位
感热输送系数	C_H	7.0×10^{-3}	
蒸发输送系数	C_E	7.0×10^{-3}	
曳力系数	C_D	7.0×10^{-3}	
定压比热	C_p	0.24	卡/克·度
凝结潜热	L	597	卡/克·度
地理纬度	ϕ	35°	
声速	C	340	米/秒
经验系数	k	0.45	公里
经验系数	ε	0.5	秒/厘米
增幅效率	A	0.1	
混合系数	β	0.5	

(三) 数值模拟 方程(6)至(9)式，在 Lavoie 的原文^[2]中有较为详细的推导，其中(8)式是这样得来的

假定混和层顶 ($Z = h$) 为一物质面，则有

$$\frac{dh}{dt} = W_h \quad (13)$$

为了防止混和层顶上超绝热层的发展，在(13)式中加上一项混和层顶的高度的增加率 $\left(\frac{1}{\Gamma} \frac{\partial \theta}{\partial t} \right)$ ， Γ 为稳定层中位温的铅直梯度。因此有

$$\frac{\partial h}{\partial t} = -\vec{V} \cdot \nabla h + W_h + \left(\frac{1}{\Gamma} \frac{\partial \theta}{\partial t} \right)_{\theta=\theta_h}$$

上式等号右边最后一项用了括号，是强调只有当 $\theta = \theta_h$ 时， $\partial h / \partial t$ 中才包括这一项。而 W_h 是根据下式计算

$$W_b = \frac{\vec{V} \cdot \nabla Z_0 [1 + g(h - Z_c) / 2C^2] - \nabla \cdot \vec{V} (h - Z_c)}{1 - g(h - Z_c) / 2C^2} \quad (14)$$

(14)式的推导同(12)式, 只要将 Z_{cb} 改为 h 就可以。

数值计算时, 方程(6)至(9)式中的偏导数均以有限差来表示, 并采用 Orville(1965)、Magata(1966)等人所用的“前向上游(forward upstream)”技术。

我们的目的在于给出定常状态边界条件下的数值解。“前向上游”方案的阻尼特征不会明显地影响最后的定常状态的解。事实上, 因为强阻尼在计算上仅影响到短时间的运动, 在侧边界上因定常的假定所引起的扰动不会严重地影响到网格区域的内部。本次模拟的结果也是如此。

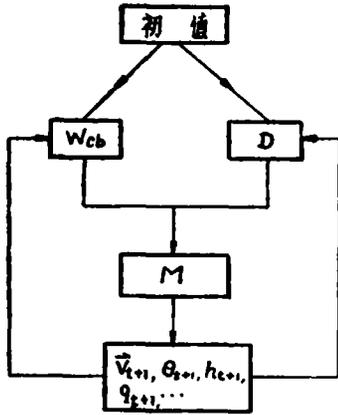


图 3

简单的计算框图见图 3。其计算过程大致是: 根据探空站和地面站的温、湿资料, 算出各站的凝结高度作为对流云云底的高度 (Z_{cb}), 根据混和层顶的高度 (h) 和 Z_{cb} , 算出对流云的厚度 (D)

$$D = h - Z_{cb} \quad (15)$$

并绘制等 D 线图, 再读出各网格点上的 D 值。

根据网格点上混和层内的风速 \vec{V} , 地形高度 Z_0 , 常数通量层高度 $Z_c = Z_0 + 10$ (10 米是我们在计算中假定的常数通量层的厚度), 对流云云底高度 Z_{cb} 值, 用公式(12)算出对流云云底的铅直速度 W_{cb} 。

根据算得的对流云的厚度和对流云云底的铅直速度, 用公式(11)算出初始时刻 ($t=0$) 的降水率 M 值。然后, 根据 \vec{V} 、 q 等初始值和 M 值, 运用方程(6)至(9), 算得第一时步后混和层内的 \vec{V} 、 θ 、 h 、 q 等值, 并由这些变化了的要素值, 用公式(11)算出第一时步后的降水率 M 值。经过这样反复的计算, 直至 Δt 时段前后的两组 u 、 v 、 θ 、 h 、 q 和 M 值的差小于事先给定的允许误差时, 认为所产生的中尺度降水天气系统已处于定常状态。此时的 M 值即为我们要计算的降水率。为了节省上机计算的时间, 我们是以 Δt 时段前后的两组 M 值中最大的绝对误差来控制的。

(四) 数值模拟的结果 各要素计算至一个半小时后, 已处于稳定状态, 即 Δt 时段前后两组降水率 M 的绝对误差(见表 2) 小于我们规定的允许误差 ($e \leq 1.5$ 毫米/时), 此时的 M 值(表 3) 就是我们计算的结果。

根据“73.7 三花暴雨”的降水过程, 确定全区间的平均降水历时为 10 小时, 据此可算得降水量, 并绘制成等雨量线图(图 4)。

对比图 2 和图 4, 可以清楚地看出:

1. 模拟的两个主要暴雨中心的位置和雨量与实况基本相符。若用实测暴雨中心的最大点雨量与网格点上模拟所得的最大雨量相比, 黄河北面的暴雨中心, 其绝对误差为

表2 Δt 时段前后降水率M的绝对误差值

$e \backslash j$ i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
2	0.0	0.0	0.0	0.1	0.1	0.1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
3	0.0	0.0	0.0	-0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.0	0.0	0.0	0.0
4	0.0	-0.1	-0.1	-0.2	0.1	0.3	0.1	0.0	0.1	0.0	0.0	0.0
5	0.0	0.0	0.0	-0.3	-0.2	1.3	0.3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
6	0.0	0.0	-0.1	-0.1	0.0	0.8	0.1	-0.1	0.1	0.0	0.0	0.0
7	0.0	0.0	0.0	-0.1	-0.1	0.3	0.4	0.2	0.1	0.0	0.0	0.0
8	0.0	0.0	0.0	-0.3	0.1	1.1	0.5	0.1	0.0	0.0	0.0	0.0
9	0.0	0.0	-0.1	-0.4	-0.5	1.2	1.4	-0.2	-0.1	0.0	0.0	0.0
10	0.0	0.0	0.0	-0.1	-0.1	0.0	0.2	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
11	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.1	0.2	0.0	0.0	0.0	0.0
12	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.1	0.1	0.0	0.0	0.0	0.0
13	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

表3 降水率M计算结果 M, 毫米/时

$M \backslash j$ i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
2	0.0	0.0	0.1	-0.3	-0.6	-0.5	0.0	0.0	0.0	0.1	0.0	0.0
3	0.0	0.0	0.6	1.1	4.1	2.3	0.6	0.3	0.2	0.2	0.0	0.0
4	0.0	-0.1	-0.5	0.0	4.4	9.0	2.3	-0.9	0.1	0.1	0.0	0.0
5	0.0	-0.1	-0.7	-1.9	3.0	16.7	7.2	1.9	0.8	0.2	0.0	0.0
6	0.0	-0.1	-0.4	-0.8	4.3	11.4	5.4	0.8	0.6	0.2	0.0	0.0
7	0.0	-0.1	-0.3	-1.6	0.4	5.5	5.9	1.6	0.5	0.0	0.0	0.0
8	0.0	-0.1	-0.1	-1.2	3.8	14.7	9.3	2.0	1.3	0.2	0.0	0.0
9	0.0	-0.1	-0.4	-2.3	3.1	18.5	24.4	6.7	0.5	0.4	0.0	0.0
10	0.0	0.0	-0.1	0.0	2.0	7.2	7.1	1.8	0.4	0.2	0.0	0.0
11	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.8	1.7	1.1	0.2	0.1	0.0	0.0
12	0.0	0.0	0.0	0.0	0.2	0.6	1.2	0.5	0.1	0.1	0.0	0.0
13	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

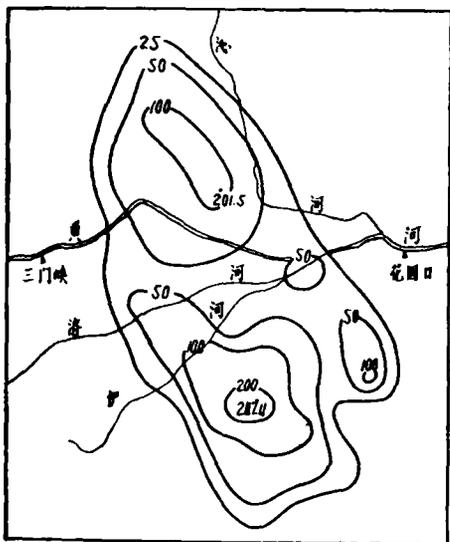


图4 “73.7三花暴雨”数值模拟雨量图

34.5毫米，相对误差为17%；黄河南面的暴雨中心，其绝对误差为3.4毫米，相对误差为1%。它们的位置误差均在半个网格距范围以内。

2. 模拟的200毫米和100毫米等雨量线的位置和范围与实况基本相符；而50毫米和25毫米等雨量线的范围比实况要小一些。

3. 两个范围很小的次暴雨中心没有模拟出来。

五、讨 论

通过上述实际数值模拟，我们对Lavoie模式有以下几点看法：

(一) 模式具有比较明确的物理过程。因为Lavoie模式是由若干预报方程组合而成，由这些方程先模拟出降水的中尺度天气系统，然后再计算降水量，其物理过程就显得比较明确。

(二) 考虑了中尺度天气系统。现在的数值预报，能预报降水量的分布和降水的起迄时间，从这一点来说优于Lavoie模式。但目前的数值预报只考虑大尺度天气系统所产生的雨量，而暴雨是中尺度天气系统的产物。因此，数值预报的降水量常常比实况小。另外，由于数值预报用的水平网格距很大——一般都在二百公里以上，因而暴雨中心的位置也不大符合实况。Lavoie模式考虑到了中尺度天气系统，网格也比较细，计算出来的暴雨中心位置和强度比较符合实况。我们的个例计算也说明了这一点。

(三) 考虑降水的因素比较全面。我们从(11)式和(13)式中可看出，在Lavoie模式中，考虑影响降水量的因素是比较多的，即不仅考虑了天气系统的辐合、辐散的作用，还考虑了地形的作用；不仅考虑了大尺度天气系统，也考虑了中尺度天气系统，等等。故从暴雨的成因分析来说，这是一个比较好的模式。

Lavoie模式也存在不少有待我们结合具体工作去改进和提高的方面。例如：

1. 模式中的经验系数比较多，这些系数的数值，对我们来讲是否合理，有待于我们在具体工作中检验和修正。

2. Lavoie模式中只讨论了降水率的计算，没有讨论降水历时怎样确定。因此，难于在降水预报中应用。

Lavoie模式，在国外已有人引用过^[4]，但对我们来讲则是第一次应用，并且只做了一个例子，希望读者批评指正。

附 录 A

C_D : 动量曳力系数

C_H 、 C_E : 分别为热量、水汽量的输送系数

h_i : 未受扰动影响的混和层高度

h_m : 最大的扰动高度

$\vec{\psi}$: 稳定层中地转风旋转切应力矢

Γ : 稳定层中的位温铅直梯度

β : 水汽通过混和层顶时的加权混合系数

附 录 B

对流云底铅直速度 (W_{cb}) 的推导

将连续方程(3), 在 $Z_{cb}-Z_s$ 范围内积分, 得

$$\frac{1}{\alpha} \frac{d\alpha}{dt} = \nabla \cdot \vec{V} + \frac{W_{cb} - W_s}{Z_{cb} - Z_s} \quad (a)$$

对一个气块的比容变化贡献最明显的是铅直运动, 若只保留这个贡献, 则

$$\frac{1}{\alpha} \frac{d\alpha}{dt} \approx \frac{g}{C^2} W \quad (b)$$

式中 C 为局地声速.

设 $W = (W_{cb} + W_s)/2$, 则

$$\frac{1}{\alpha} \frac{d\alpha}{dt} = \frac{g}{2C^2} (W_{cb} + W_s) \quad (c)$$

比较(a)和(c)式, 可得

$$\frac{g}{2C^2} (W_{cb} + W_s) = \nabla \cdot \vec{V} + \frac{W_{cb} - W_s}{Z_{cb} - Z_s}$$

上式整理后得

$$W_{cb} = \frac{W_s [1 + g(Z_{cb} - Z_s)/2C^2] - \nabla \cdot \vec{V} (Z_{cb} - Z_s)}{1 - g(Z_{cb} - Z_s)/2C^2} \quad (d)$$

设 $W_s = \vec{V} \cdot \nabla Z_0$, 即穿过常数通量层顶面的铅直速度完全是由倾斜的地形造成, 则

$$W_{cb} = \frac{\vec{V} \cdot \nabla Z_0 [1 + g(Z_{cb} - Z_s)/2C^2] - \nabla \cdot \vec{V} (Z_{cb} - Z_s)}{1 - g(Z_{cb} - Z_s)/2C^2} \quad (12)$$

参 考 文 献

- [1] 陶诗言等著, 中国之暴雨, 科学出版社, 1980.
- [2] Bader, M. J. and W. T. Roach, Orographic rainfall in warm sectors of depression, *Quart. J. Roy. Met. Soc.*, 103 (436), 269--280, 1977.
- [3] Lavoie, R. L., A mesoscale numerical model of lake-effect storms, *J. Atmos. Sci.*, 29 (6), 1025--1040, 1972.
- [4] Raddatz, R. L. and M. L. Khandekar, Upslope enhanced extreme rainfall events over the Canadian Western Plains: A mesoscale numerical simulation, *Mon. Wea. Rev.*, 107 (6), 650--661, 1979.

A NUMERICAL SIMULATION OF THE RAINSTORM OVER THE BELT FROM THE SAMNEN GORGE TO HUAYUANKOU

Wu Hegen* Zhang Xuejun* Shi Jinsong*

ABSTRACT

A limited-area numerical model is used to simulate the "73.7" rainstorm over the belt along the Yellow River from the Sanmen Gorge to Huayuankou and the adjacent regions. Following Lavoie's work (1972), a 3-layer atmospheric structure is presented which consists of: i) a constant-flux layer (in contact with the surface); ii) a well-mixed layer (capped by an inversion) and iii) a deep stratum of stable air. For the well-mixed layer the average is obtained from the governing primitive equations and the other two layers are properly parameterized.

The governing equations are solved numerically for mixed layer with consideration of the effect of its initial conditions on the following factors such as terrain influence, surface roughness, temperature variations, moisture fluxes and the release of latent heat.

Results obtained by this model are close to those observed.

* East-China Institute of Water Conservancy