文章编号 1004-924X(2024)04-0524-11

基于自适应陷波与重复控制的主动磁悬浮轴承系 统谐波振动抑制

李俊峰,徐向波*,陈 劭,王献章,付 磊,朱亚辉 (北京林业大学工学院,北京100083)

摘要:由转子质量不平衡和传感器跳动引起的谐波振动是磁悬浮转子系统中的主要扰动。为了抑制这些干扰,提出了一种基于重复控制和可变相位自适应陷波反馈的谐波振动抑制的复合控制方法。首先通过建立磁悬浮转子系统模型,分析了不同干扰振动力的产生机理。然后,设计了插入式重复控制器,抑制传感器跳动引起的谐波振动,利用自适应陷波滤波器在线提取同频信号自适应补偿不平衡,通过改变不同频率下的相位角来保持系统的稳定性,并对同频位移刚度进行补偿,使系统在较宽的速度范围内自抑制谐波振动。最后,通过仿真和实验对提出的控制方法进行了验证。实验结果表明,一次、三次和五次谐波振动分别减少94.4%,90.4%和85.9%,采用所提出的复合控制方法可以有效抑制谐波振动。验证了所提控制方法的有效性。

关键词:磁悬浮转子;质量不平衡;传感器跳动;重复控制;自适应陷波器

中图分类号: TP394.1; TH691.9 文献标识码: A **doi**: 10.37188/OPE.20243204.0524

Harmonic vibration suppression in active magnetic bearing systems with adaptive notch filter and repetitive control

LI Junfeng, XU Xiangbo*, CHEN Shao, WANG Xianzhang, FU Lei, ZHU Yahui

(School of Technology, Beijing Forestry University, Beijing 100083, China) * Corresponding author, E-mail: xuxiangbo@bjfu. edu. cn

Abstract: Harmonic vibrations caused by rotor mass imbalance and sensor runout, the main disturbances in magnetically suspended rotor systems. To suppress these disturbances, a compound control method based on repetitive control and variable phase adaptive notch filter feedback was proposed. Firstly, by establishing a model of the magnetic suspended rotor system, the generation mechanism of different disturbing vibration forces was analyzed. Then, taking the X-direction as an example for analysis, an inserted repetitive controller was designed to suppress the harmonic vibration caused by sensor runout. An adaptive notch filter was used to extract the synchronous signal online to adaptively compensate imbalance. The stability of the system was maintained by varying the phase angle at different frequencies, and to compensate the same-frequency displacement stiffness, so that the system can effectively suppress the harmonic vibration. Finally, the proposed control method was verified by simulation and experiment. The experimental results show that the first, third and fifth harmonic vibrations are reduced by 94.4%, 90.4% and 85.9%,

respectively. The harmonic vibrations can be effectively suppressed using the proposed composite control method, whose effectiveness well verified.

Key words: magnetically suspended rotor; mass imbalanced; sensor runout; repetitive control; adaptive notch filter

1 引言

主 动 磁 轴 承 (Active Magnetic Bearing, AMB)是旋转机械中的一种新型支承结构。AMB具有许多优点,如无接触,噪声小,主动可控性^[1-4]。AMB已经广泛应用于许多实际应用领域,如真空技术、涡轮分子泵和储能飞轮^[5-7]。振动是旋转机械中常见的问题,AMB刚度可控,产生主动控制力可以抑制振动。

AMB 中有两个主要的振动源:转子质量不平衡和传感器跳动,质量不平衡引起的振动力与转速的平方成正比,是旋转系统振动的主要来源^[8]。当转子的惯性主轴与几何轴线不重合时,离心力将激发出与旋转频率相同的振动^[9]。另一个振动源是传感器跳动,它是由转子传感表面的不均匀特性引起的,导致谐波干扰^[10]。同频干扰和谐波干扰会在控制电流中引入不需要的谐波分量,从而产生传递到外壳的谐波振动力^[11]。振动会降低旋转操作的质量,甚至导致 AMB 系统不稳定。因此,抑制振动有助于提高 AMB 系统的稳定性和精度,具有重要意义。

近年来,国内外学者抑制不平衡振动的方法 主要有两种。一种是不平衡补偿,转子绕几何轴 旋转,实现最小位移补偿;另一种是自动平衡控 制,转子绕惯性轴或近似惯性轴旋转,使转子没 有不平衡力输出[12]。针对 AMB 刚性转子系统中 不平衡质量引起的同频振动。Herzog^[13]引入通 用陷波滤波器方法,该方法在传统的陷波器环路 中插入一个传递矩阵消除同频电流,并改善系统 稳定性,为减少运算量,通用陷波器可转变为相 移陷波器。Zheng[14]研究了陷波器连接到原始控 制器上并联和串联模式下的影响,发现并联模式 具有更深和更快的收敛性。Cui^[15]利用X方向和 Y方向位移传感器输出信号的正交特性,提出了 一种基于多同频旋转坐标变换的控制算法,以抑 制同频振动。这些研究主要针对自动平衡控制。 为了进一步提高振动力的抑制精度,必须对同频

位移刚度力进行补偿。徐[16]使用相移陷波器辨识同频位移消除同频电流,并构建前馈控制器抑制同频位移刚度力。Li^[17]提出了一种双通道自适应最小均方误差算法,应用前馈校正来自适应地补偿由于质量不平衡引起的残余位移刚度。然而上述研究没有考虑传感器跳动的影响,将降低同频信号的辨识精度。

由于传感器跳动,位移传感器的输出信号会叠加多个谐波分量,并通过控制器产生电流刚度力。He^[18]提出采用级联模式相移陷波器来减少AMB控制系统谐波电流。Xu^[19]采用重复控制的方法抑制了磁悬浮飞轮系统的谐波电流。文献^[20]在运用频域自适应 LMS 算法抑制谐波电流的同时,还利用陷波器来消除同频振动力,最终实现了谐波振动力的有效抑制,但仅进行了仿真验证,且LMS算法的计算量随谐波数的增加而增大。

本文提出一种复合控制方法,通过重复控制方法抑制传感器跳动引起的谐波振动,利用可变相位的自适应陷波滤波器辨识转子不平衡引起的同频信号并自适应补偿不平衡,并对同频位移刚度进行补偿,通过改变不同频率下的相位角来保持系统的稳定性,达到同时抑制质量不平衡和传感器跳动产生的谐波振动的目的。分析了所提方法的稳定性。仿真及实验结果验证了复合控制方法的有效性。

2 具有质量不平衡和传感器跳动的磁轴承转子系统动力学模型

磁轴承转子系统结构如图 1 所示。两个径向平移自由度由 A MB 控制。N 为定子几何中心,O 为转子几何中心,C 为转子质量中心。以 N 为原点建立惯性坐标 NXY。以 O 为原点,建立转速为 Ω 时的旋转坐标 O $\mathcal{E}\eta$ 。坐标系的示意图如图 2 所示。

对于 AMB 转子系统, 转子的平移自由度沿 X 轴和 Y 轴。考虑到 X 和 Y 方向的对称性, 不失一般性, 转子在旋转过程中 Y 方向比 X 方向相位

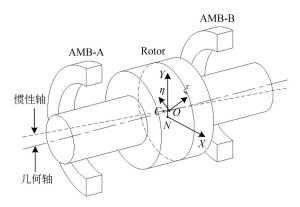


图1 AMB转子系统结构

Fig. 1 Structure of an AMB rotor system

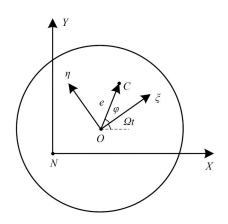


图 2 坐标系示意图

Fig. 2 Schematic diagram of a coordinate a system

滞后 90°,以 *X* 方向为例,根据牛顿第二定律,径向自由度运动方程可表示为:

$$m x = f_x + f_i, \tag{1}$$

其中:m为转子质量, f_x 为X方向的电磁力, f_i 为不平衡力。

在平衡点处,磁悬浮系统中的非线性电磁力可被线性化表示为^[21]:

$$f_x = k_x x + k_i i_x, \tag{2}$$

其中: k_x 和 k_i 分别为位移刚度和电流刚度, i_x 为控制电流。

转子不平衡表现为转子几何中心O与质心C的不一致,以 Ω 的转速与转子同步旋转,使得转子不平衡引起同频扰动,不平衡力f,可以表示为:

$$f_i = me\Omega^2 \cos(\Omega t + \phi), \tag{3}$$

其中:e为不平衡系数, Ω 为转速, ϕ 为不平衡质量

的初始相位。

具有质量平衡的转子系统,转子质心位 移为:

$$X(t) = x(t) - f_d(t),$$
 (4)

其中:x(t)为几何中心的位移, $f_d(t)$ 表示质量不平衡引起的扰动。

受材料不均匀和位移传感器检测表面圆度 误差的影响,位移传感器的输出信号会引入倍于 转子转速的谐波噪声,即传感器跳动^[22]。对于有 传感器跳动的 AMB 系统,无法获得转子几何中 心的真实位置。位移传感器输出信号可表示为:

$$x_{s}(t) = x(t) + x_{sr}(t),$$
 (5)

式中 $x_{sr}(t)$ 为传感器跳动,可表示为[11]:

$$x_{\rm sr}(t) = \sum_{i=1}^{n} c_i \sin(i\Omega t + \theta_i), \tag{6}$$

其中: c_i 为传感器跳动幅度, θ_i 为初始相位,i为谐波数($i=1,2,\dots,n$)。

具有质量不平衡和传感器跳动的 AMB 转子控制系统框图如图 3 所示,其中 $G_c(s)$ 为原系统的比例-积分-微分控制器, $G_w(s)$ 为功率放大器, P(s)为系统的传递函数转子系统, R(s)是参考信号。 k_{ad} 和 k_s 分别是采样和位移传感器的系数。

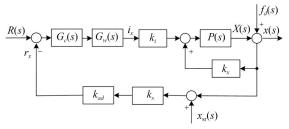


图 3 具有质量不平衡和传感器跳动的 AMB转子控制系 统框图

Fig. 3 Schematic diagram of an AMB rotor system with mass imbalance and sensor runout

根据控制框图,以 $f_d(s)$ 和 $x_{sr}(s)$ 为输入, i_x 为输出,得到如下表达式:

$$i_{x} = -k_{s}k_{ad}G_{c}(s)G_{w}(s)\left[X(s) + f_{d}(s) + x_{sr}(s)\right].$$

$$(7)$$

磁悬浮转子系统动力学方程可以公式化为:

$$f_{x} = ms^{2}X(s) = k_{x} [X(s) + f_{d}(s)] + k_{i}i_{x}(s) = k_{x} [X(s) + f_{d}(s)] - k_{i}k_{s}k_{ad}G_{c}(s)G_{w}(s)[X(s) + f_{d}(s) + x_{sr}(s)].$$
(8)

由式(8)可知,质量不平衡引起的同频振动力包含两个部分,该振动力包含与 k_x相关的位移 刚度力和与 k_i相关的同频电流刚度力,而位移传感器跳动通过传感器反馈进入系统产生谐波电流,进而产生谐波振动力。

3 抑制振动的复合控制方法

3.1 复合控制方法概述

第4期

本研究首先采用重复控制的方法来抑制由 传感器和不平衡引起的谐波振动。然后,采用带 相位角的自适应陷波滤波器在线提取同频信号 自适应补偿不平衡,并对同频位移刚度进行补 偿,通过改变不同频率下的相位角来保持系统的 稳定性。

根据控制框图,为了分析方便,记 $G_{\rho}(s)$ = $k_{i}P(s)/[1-k_{x}P(s)]$, $K_{as}=k_{s}k_{ad}$, 干 扰 输 人 $D(s)=f_{a}(s)+x_{sr}(s)$ 。复合控制方法的 AMB 转子系统谐波振动抑制框图如图 4 所示。

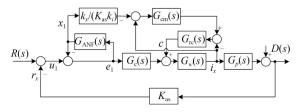


图 4 采用复合方法的 AMB 转子系统控制框图 Fig. 4 Control block diagram of an AMB rotor system with compound method

这里 $G_{rc}(s)$ 为重复控制器,信号引入点为功放输出电流 i_x ,插入点为功放正向控制信号,以降低功放对系统的影响。 $G_{ANF}(s)$ 为自适应相移滤波器,其信号引入点为 $G_c(s)$ 的输入信号,得到系统的同频信号自适应补偿不平衡。 $G_{cm}(s)$ 为位移刚度补偿模块,对同频位移刚度进行补偿,实现同频振动力的抑制。最后通过复合控制方法实现磁悬浮转子系统谐波振动抑制。

3.2 复合控制方法原理

重复控制器框图如图 5 所示,其中 $G_f(s)$ 为相位补偿器, K_{rc} 为重复控制器增益,Q(s)是低通滤波器。当 $\omega < \omega_c$ 时满足 $Q(\omega) \rightarrow 1$, ω_c 为截止频率, e^{-T_0s} 为时延环节, $T_0 + T_1 = T_0$

其中相位补偿函数 e^{-T_1s} 来改善系统高频时

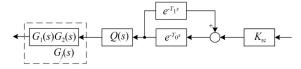


图 5 重复控制器 G_{rc}(s)框图

Fig. 5 Block diagram of the repetition controller $G_{rc}(s)$

的相位特性,相位补偿器 $G_f(s)$ 由两部分组成,分别采用 $G_1(s)$ 和 $G_2(s)$ 对系统的低频和中频相位进行补偿 [19]。可以描述为:

$$G_{s}(s) = G_{1}(s)G_{2}(s).$$
 (9)

重复控制器传递函数如下:

$$G_{\rm rc}(s) = K_{\rm rc}G_f(s)Q(s)\frac{e^{-T_1s}}{1 - e^{-T_s}}.$$
 (10)

以干扰D(s)为输入,电流 i_x 为输出,加入重复控制器后的传递函数为:

$$\frac{i_x}{D(s)} = \frac{-K_{as}G_{\epsilon}(s)G_w(s)}{1 - G_{rc}(s)G_w(s) + G_{\epsilon}(s)G_w(s)G_{\rho}(s)K_{as}}.$$
 (11)

将式(10)代入式(11),整理可得:

$$\frac{i_x}{D(s)} = \frac{A_1}{A_2 - A_3},\tag{12}$$

其中:

$$\begin{split} A_1 &= -K_{\text{as}} G_{\epsilon}(s) G_w(s) (1 - e^{-T_s}) \\ A_2 &= 1 + G_{\epsilon}(s) G_w(s) G_{\rho}(s) K_{\text{as}} \\ A_3 &= \left[1 + K_{\text{rc}} G_w(s) G_f(s) Q(s) e^{T_0 s} + G_{\epsilon}(s) G_w(s) G_{\rho}(s) K_{\text{as}} \right] \cdot e^{-T_s}. \end{split}$$

当 $s = jk\Omega, k = 1, 2, 3, ...$,时, $|e^{-Ts}|_{s=jk\Omega} = 1$,则电流 $i_x \to 0$ 。因此,该方法可以有效抑制谐波电流。

由于残余位移刚度力的存在,在上述稳定系统中引入 $G_{ANF}(s)$ 辨识转子不平衡引起的同频信号自适应补偿不平衡,并对同频位移刚度进行补偿。为便于分析,定义:

$$G'_{w}(s) = \frac{G_{w}(s)}{1 - G_{w}(s)G_{w}(s)}.$$
 (13)

 $G_{ANF}(s)$ 原理框图如图 6 所示,表达式为^[23]:

$$G_{\text{ANF}}(s) = \frac{\varepsilon \sin \theta s^2 + 2\Omega \varepsilon \cos \theta s + \varepsilon^2 \Omega - \Omega^2 \varepsilon \sin \theta}{(\Omega - \varepsilon \sin \theta)(s^2 + \Omega^2)},$$

(14)

$$x_{1} = \frac{\varepsilon \sin \theta s^{2} + 2\Omega \varepsilon \cos \theta s + \varepsilon^{2} \Omega - \Omega^{2} \varepsilon \sin \theta}{\Omega \cdot (s^{2} + 2\varepsilon \cos \theta s + \Omega^{2} - 2\Omega \varepsilon \sin \theta + \varepsilon^{2})} u_{1},$$
(15)

其中: θ 为保证闭环系统稳定性的相位角, ε 为收 敛因子, u1和 u2两个信号作为输入,由位移传感 器检测后获得的径向位移信号,状态变量 x_1 和 x_2 为输入信号 u1, u2 的估计值。

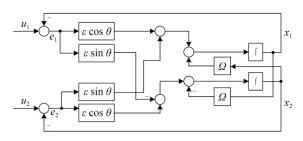


图 6 $G_{ANF}(s)$ 原理框图

Fig. 6 Functional block diagram of $G_{ANF}(s)$

加入自适应陷波器后,干扰信号D(s)到输 出电流 i_{τ} 的系统误差传递函数可表示为:

$$\frac{i_x}{D(s)} = \frac{(s^2 + \Omega^2)(\Omega - \varepsilon \sin \theta) \cdot B_1}{B_2 + B_3}, \quad (16)$$

其中:

$$B_1 = 1 + K_{as}G_{b}(s)G_{c}(s)G'_{w}(s)$$

 $B_2 = \varepsilon \sin \theta s^2 + 2\Omega \varepsilon \cos \theta s + \varepsilon^2 \Omega - \Omega^2 \varepsilon \sin \theta$ $B_3 = -K_{as}(s^2 + \Omega^2)(\Omega - \varepsilon \sin \theta)G_{b}(s)G_{c}(s)G'_{w}(s).$

当 $s = j\Omega$, $\epsilon \neq 0$ 时, 存在 $i_x(j\Omega) = 0$ 。因此, 当频率与转速同频时,同频电流能被有效抑制。 由式(8)可知抑制同频电流并不能完全消除同频 振动力,还需进一步补偿位移刚度力。在系统稳 定的基础上增加位移刚度补偿模块 $G_{cm}(s)$,实现 同频振动力的抑制。 $G_{cm}(s)$ 原理框图如图 7 所 $示,其中<math>\epsilon_1$ 为补偿系数。

由图 3 控制系统框图可知反馈进入控制器的 位移 r_r 可以表示为:

$$r_x = k_{ad} k_s \left[x_{sr}(s) + x(s) \right]. \tag{17}$$

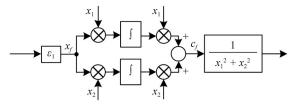


图 7 $G_{cm}(s)$ 原理框图

Fig. 7 Functional block diagram of $G_{cm}(s)$

由式(3)和式(6)可知,转子不平衡引起同频 扰动,传感器误差引起谐波扰动,因此有如下

$$\begin{cases} x(s)|_{s=j\Omega} = f_d(j\Omega) \\ x(s)|_{s=ih\Omega} = 0, k=2, 3, 4, \dots \end{cases}$$
 (18)

$$\begin{cases} x(s)|_{s=j\Omega} = f_d(j\Omega) \\ x(s)|_{s=jk\Omega} = 0, k=2,3,4,\cdots \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_{sr}(s)|_{s=jk\Omega} = x_{sr}(j\Omega) \\ x_{sr}(s)|_{s=jk\Omega} = x_{sr}(jk\Omega), k=2,3,4,\cdots \end{cases}$$
(18)

$$\begin{cases} r_x(s) \mid _{s=j\Omega} = K_{as} \left[x_{sr}(j\Omega) + f_d(j\Omega) \right] \\ r_x(s) \mid _{s=jk\Omega} = K_{as} x_{sr}(jk\Omega), k = 2, 3, 4, \cdots \end{cases}$$
(20)

由图4和图7可知:

$$\frac{c_f}{x_f} = \frac{A^2 s}{s^2 + \Omega^2},\tag{21}$$

$$x_1^2 + x_2^2 = A^2$$
, (22)

$$c = \left[\frac{\varepsilon_1 A^2 s}{s^2 + \Omega^2} \cdot \left(i_x - \frac{k_x}{K_{as} k_i} x_1\right) \cdot \frac{1}{x_1^2 + x_2^2} - i_x\right] \cdot G_{rc}(s), \tag{23}$$

$$i_x = G_w(s) \left[\frac{u_1}{1 + G_{ANF}(s)} \cdot G_c(s) + c \right]. \quad (24)$$

由式(15)、式(22)、式(23)和式(24)整理 可得:

$$E(s) = \frac{i_x}{u_1} = C_1 \left[\frac{G_c(s)G_w(s)}{1 + G_{ANF}(s)} - C_2 \right], \quad (25)$$

$$C_{1} = \frac{s^{2} + \Omega^{2}}{s^{2} + \Omega^{2} - \left[\varepsilon_{1}s - \left(s^{2} + \Omega^{2}\right)\right]G_{rc}(s)G_{w}(s)},$$

$$C_{2} = \frac{\varepsilon_{1}s}{s^{2} + \Omega^{2}} \cdot \frac{k_{x}}{K_{as}k_{i}} \cdot \frac{G_{ANF}(s)G_{rc}(s)G_{w}(s)}{1 + G_{ANF}(s)}.$$

由于传感器跳动带来的同频扰动叠加在转 子不平衡所导致的同频位移信号中,但不产生同 频位移刚度力。所以抑制谐波振动力需要将传 感器跳动带来的同频扰动识别出来,使 $x_{sr}(i\Omega) = 0$,此时进入控制器的同频信号为转子 的真实同频位移信号。当 $\epsilon \neq 0$ 时,控制电流中 各谐波成分表示为:

$$\begin{cases} i_{x}(s) \mid & = -\frac{k_{x}}{k_{i}K_{as}} r_{x}(j\Omega) = -\frac{k_{x}}{k_{i}} f_{d}(j\Omega) \\ i_{x}(s) \mid & = 0, k = 2, 3, 4, \dots \end{cases}$$
(26)

将控制电流式(26)代入电磁力式(2),可知

抑制所有谐波振动力:

第4期

$$\begin{cases} f_{x}(s) \mid & = k_{x} f_{d}(j\Omega) + k_{i} i_{x}(j\Omega) = 0 \\ f_{x}(s) \mid & = 0, k = 2, 3, 4, \dots \end{cases}$$
 (27)

3.3 复合控制方法的稳定性分析

为便于表达,定义[24]:

$$S_{0}(s) = \frac{G_{w}(s)}{1 + G_{s}(s)G_{w}(s)G_{b}(s)K_{ss}}, \quad (28)$$

式(28)和 $G_f(s)$ 可以分别表述为:

$$S_0(s)|_{s=i\omega} = L(\omega)e^{j\theta_a(\omega)}, \qquad (29)$$

$$G_f(s)|_{s=j\omega} = K_b(\omega)e^{j\theta_b(\omega)}.$$
 (30)

重复控制系统的稳定性需满足以下条件:

$$\frac{\pi}{2} < \gamma < \frac{3\pi}{2},\tag{31}$$

$$0 < K_{rc} < \frac{2\min|\cos\gamma|}{\max\{K_{h}(\omega)L(\omega)\}}, \quad (32)$$

其中, γ 由三部分组成: $S_0(s)$ 产生的 $\theta_a(\omega)$, $G_f(s)$ 产生的 $\theta_b(\omega)$ 和时间延迟元件 $e^{T_1}s$ 产生的 $T_1\omega$ 。 且 $\gamma = \theta_a(\omega) + \theta_b(\omega) + T_1\omega$ 。

加入自适应陷波器后,由式(16)可知特征方程为:

$$B_2 + B_3 = 0. (33)$$

在加入重复控制器后系统稳定的前提下,特征方程可简化为:

 $(\Omega - \epsilon \sin \theta)(s^2 + \Omega^2) + B_4 S_1(s) = 0, (34)$ 其中:

$$B_4 = \varepsilon \sin \theta s^2 + 2\Omega \varepsilon \cos \theta s + \varepsilon^2 \Omega - \Omega^2 \varepsilon \sin \theta,$$

$$S_1(s) = \frac{1}{1 + K_{as}G_p(s)G_c(s)G'_w(s)}.$$

当 ϵ =0时,存在s= $\pm j\Omega$ 。将 ϵ 作为自变量,s作为因变量,对式(34)在 ϵ =0,s= $i\Omega$ 处求偏导得到:

$$\frac{\partial s}{\partial \varepsilon}\Big|_{\varepsilon=0, s=j\Omega} = -(\cos\theta - j\sin\theta)S_1(j\Omega).$$
 (35)

要想加入算法后的系统闭环特征函数的根都在复平面的左半平面,须满足条件:

$$-\frac{\pi}{2} < \arg \left[S_1 \left(j\Omega \right) \right] - \theta < \frac{\pi}{2}. \tag{36}$$

在上述系统稳定前提下,加入同频位移刚度 补偿后,系统的传递函数为:

$$\frac{i_{x}}{D(s)} = \frac{-K_{as}E(s)}{1 + K_{as}E(s)G_{p}(s)}.$$
 (37)

式(37)的特征方程为:

$$1 + K_{as}E(s)G_{b}(s) = 0. (38)$$

将式(25)代入式(38)后可简化为:

$$s^2 + \Omega^2 - \varepsilon_1 S_2(s) s = 0,$$
 (39)

其中:

$$S_2(s) =$$

$$\frac{G_{rc}(s)G_{w}(s)D_{1}+G_{\text{ANF}}(s)G_{rc}(s)G_{w}(s)G_{\rho}(s)k_{x}/k_{i}}{\left[1+G_{rc}G_{w}(s)\right]D_{1}+K_{as}G_{c}(s)G_{w}(s)G_{\rho}(s)},$$

$$D_{1}=1+G_{\text{ANF}}(s).$$

当 $\varepsilon_1 = 0$ 时,存在 $s = \pm j\Omega$ 。将 ε_1 作为自变量,s作为因变量,对式(39)在 $\varepsilon_1 = 0$, $s = j\Omega$ 处求偏导,得到:

$$\frac{\partial s}{\partial \varepsilon_1}\Big|_{\varepsilon_1=0, s=j\Omega} = \frac{1}{2} S_2(j\Omega).$$
 (40)

要想加入算法后的系统闭环特征函数的根都在复平面的左半平面,须满足条件:

$$\frac{\pi}{2} < \arg \left[S_2(j\Omega) \right] < \frac{3\pi}{2}.$$
 (41)

综上所述,通过选择合适的参数,使式(31)、式(32)、式(36)和式(41)同时被满足,可以保证系统的稳定性。

3.4 复合控制器的设计

根据 AMB 转子系统的参数绘制系统各阶段 传递函数 $S_0(s)$, $S_1(s)$ 和 $S_2(s)$ 的相频曲线如图 8 (a)~图 8(c)。

在本文中AMB转子系统中,谐波电流的一次、三次和五次谐波分量占主导地位。一阶低通滤波器 Q(s)的截止频率应略大于五次谐波的频率 $(6\ 283\ rad/s)$,截止频率设计为 $10\ 000\ rad/s$ 。因此,只需要分析 $(0,10\ 000)\ rad/s$ 中 λ 的相频特性。频率为 $10^4\ rad/s$ 时, $S_o(s)$ 相位滞后约为 -70° ,为满足式(31), $\omega=10^4\ rad/s$,当采样时间 T_s 为 $0.000\ 1\ s$ 时, $T_1=N_1T_s$, N_1 是正整数。

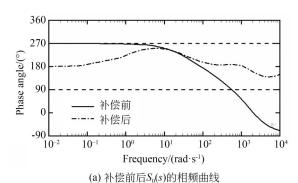
可得:

$$2.8 < N_1 < 5.9.$$
 (42)

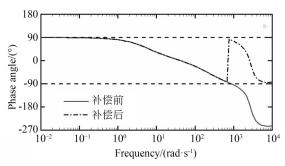
根据图 8(a)相位补偿前曲线和参考文献 [19]设计相位补偿器为:

$$G_{f}(s) = G_{1}(s)G_{2}(s) = \frac{s+1}{s} \cdot \left(\frac{0.002s+1}{0.0001s+1}\right)^{2}.$$
(43)

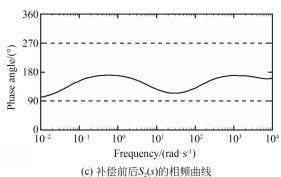
当 N_1 = 4 时, 经相位补偿后 $G_f(s)S_0(s)e^{T_1}s$ 相频图如图 8(a)补偿后曲线所示,可以看出相位范围 $\gamma \in (139.4^\circ, 250.1^\circ)$, 满足式(31)相位稳定性条件。根据 γ 的范围,我们可以得出



(a) Phase-frequency characteristic before and after of $S_0(s)$



(b) 补偿前后 $S_1(s)$ 的相频曲线 (b) Phase-frequency characteristic before and after of $S_1(s)$



(c) Phase-frequency characteristic before and after of $S_2(s)$

图 8 $S_0(s)$, $S_1(s)$ 和 $S_2(s)$ 的相频曲线相频曲线 Fig. 8 Phase-frequency characteristic of $S_0(s)$, $S_1(s)$ and $S_2(s)$

 $\min|\cos \gamma| = 0.342, K_b(s)L(s)$ 的幅频计算可以得到 $\max \{K_b(\omega)L(\omega)\}=1.6$,最后根据式(32)条件, K_{κ} 应满足:

$$K_{rc} < 0.428.$$
 (44)

在设计自适应陷波器相位补偿参数时,考虑了包括重复控制器在内的系统的稳定性。系统相位补偿前后的相图如图 8(b)所示,为了满足式(36)中稳定条件的要求,当 $\Omega > 700 \text{ rad/s}$ 需要相位补偿,相位补偿为 170° 。在设计位移刚度力补偿参数时,考虑了包括重复控制器和自适应陷波器在内的系统的稳定性, $S_{\circ}(s)$ 的相频曲线如图 8

(c)所示,满足式(41)的稳定性条件。

4 仿真与实验结果

为验证所提出的控制方法的有效性,使用MATLAB进行了仿真分析,并使用高速磁悬浮电机实验平台进行了实验,实验平台如图9所示。所提出的控制算法在基于TMS320F28377D的控制器中实现,采样和控制频率为10kHz。仿真和实验中使用的参数均列于表1中。

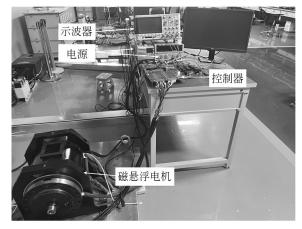


图 9 磁悬浮电机实验系统

Fig. 9 Experiment system of magnetically suspended rotor

表1 磁悬浮转子系统参数

Tab. 1 Parameter of magnetically suspended rotor

系统参数	参数值		
	25. 98		
转子赤道转动惯量 $J_r/(kg \cdot m^2)$	0.64		
转子极转动惯量 $J_z/(kg \cdot m^2)$	0.84		
磁轴承中心到转子中心距离 $l_{\scriptscriptstyle m}/{ m mm}$	123		
位移传感器中心到转子中心距 $\it l_s/mm$	168		
比例系数	1.5		
积分系数	0.001		
微分系数	35		
阻尼	0.005		
反馈系数	2.0		
电流刚度 N/A	416		
位移刚度 N/m	2.8×10^{6}		
K_{rc}	0.06		
$\theta/(\degree)$	-170		
ε	5		
$oldsymbol{arepsilon}_1$	1		

图 10 为转速 200 Hz 时控制电流 i_x和振动力 f, 的 FFT 的仿真结果,图 10(a)为在没有使用振 动抑制方法的情况下,电流 ix的一次、三次和五 次谐波分量非常明显,分别为-14.8 dB,-28.6 dB和-33.3dB,加入重复控制方法后,如图10 (b) 所示, 谐波分量分别被抑制到-40.7 dB, -49.8 dB 和 -53.3 dB, 谐波电流得到有效抑 制,振动力的一次、三次和五次谐波分量分别由 -15.9 dB, -23.3 dB 和 -29.1 dB 降 低 到 $-25.4 \, dB, -49.1 \, dB \, 和 \, -48.5 \, dB, 三次和五次$ 谐波分量显著降低,但由于同频位移刚度力的存 在,一次谐波分量仍然明显。加入本文所提算法 后,如图 10(c)所示,电流的一次谐波分量增加到 -22.1 dB,但仍小于未使用振动抑制方法时一 次谐波分量,增加的部分用于补偿同频位移刚度 力,同时振动力的一次谐波分量显著降低,其他 谐波分量无明显变化。加入本文所提出方法后 振动力的谐波分量得到有效抑制,验证了该方法 的有效性。

根据电流传感器和位移传感器的测量,通过式(2)可计算振动力,并对其进行FFT处理。图

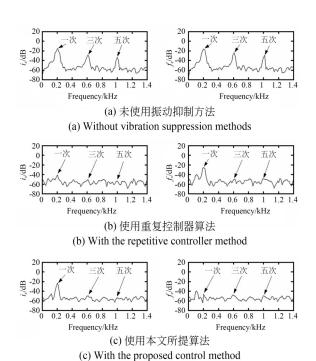


图 10 转速 200 Hz 时算法抑制前后 i_x 和 f_x 的 FFT 仿真结果 Fig. 10 FFT simulation results of i_x and f_x before and after algorithm suppression when the speed is 200 Hz

11 为转速 200 Hz 时控制电流 i_x 和振动力 f_x 的 FFT的实验结果。图 11(a)为未使用振动抑制方 法的情况,加入重复控制方法后,如图 11(b)所 示,控制电流的一次、三次和五次谐波分量分别 由-16.6 dB,-30.5 dB和-34.5 dB被抑制到 $-42.6 \, dB$, $-48.7 \, dB$, $-52.3 \, dB$, 谐波电流得到 有效抑制。振动力的一次、三次和五次谐波分量 分别由-18.2 dbB,-25.8 dB和-30.6 dB被抑 制到-22.8 dB,-47.2 dB和-50 dB,-次谐波 分量仍然明显。加入本文所提测出算法后,如图 11(c)所示,电流的一次谐波分量增加到-22.9 dB,仍小于未使用振动抑制方法时电流的一次谐 波分量,同时振动力的一次谐波分量也被明显抑 制。此时振动力的一次、三次和五次谐波分量分 别为-43.3 dB,-46.2 dB和-47.6 dB,分别减 少 94.4%,90.4% 和 85.9%。实验结果与前文 仿真结果相似,验证了本文所提出方法的有 效性。

为了比较不同转速下的实验效果,在转速

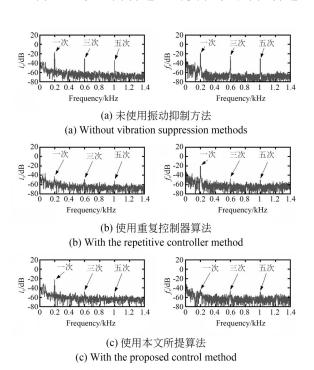


图 11 转速 200 Hz 时算法抑制前后 i_x 和 f_x 的 FFT 实验 结果

Fig. 11 FFT experimental results of i_x and f_x before and after algorithm suppression when the speed is 200 Hz

250 Hz时进行实验,表 2为转速 200 Hz时算法抑制前后 f_x 的 FFT 实验结果,表 3为转速 250 Hz时算法抑制前后 f_x 的 FFT 实验效果。由表 2和表 3 实验数据对比可知,抑制效果近似一致,故仅在表 3 列出了转速为 250 Hz时振动力 f_x 的 FFT 实验数据,也验证了本文所提方法的有效性。

表 2 转速 200 Hz 时算法抑制前后 f_x 的 FFT 实验结果

Tab. 2 FFT experimental results of f_x before and after algorithm suppression when the speed is 200 Hz

(dB)

	一次	三次	五次
未使用	-18.2	-25.8	-30.6
重复控制	-22.8	-47.2	-50
本文	-43.3	-46.2	-47.6

5 结 论

在本研究中,通过建立磁悬浮轴承转子系统 模型,分析了质量不平衡和传感器跳动产生的振 动机理,提出了基于重复控制和可变相位自适应

参考文献:

- [1] 刘虎,杨振鹏,武登云.基于位移信号的磁悬浮飞 轮转速估计[J]. 光学 精密工程,2020,28(5): 1116-1123.
 - LIU H, YANG ZP, WU DY. Estimation of rotor speed using displacement signals in magnetic suspended flywheel [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2020, 28(5): 1116-1123. (in Chinese)
- [2] 李海涛,侯林,韩邦成.双框架磁悬浮控制力矩陀 螺框架系统的扰动抑制[J]. 光学精密工程, 2019, 27(4): 868-878.
 - LI H T, HOU L, HAN B C. Disturbance rejection for the DGMSCMG's gimbal system[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2019, 27(4): 868-878. (in Chinese)
- [3] 熊万里,孙文彪,刘侃,等.高速电主轴主动磁悬浮技术研究进展[J]. 机械工程学报,2021,57 (13):1-17.
 - XIONG W L, SUN W B, LIU K, et al. Active magnetic bearing technology development in high-speed motorized spindles[J]. Journal of Mechanical

表 3 转速 250 Hz 时算法抑制前后 f_x 的 FFT 实验结果

Tab. 3 FFT experimental results of f_x before and after algorithm suppression when the speed is 250 Hz

(dB)

	一次	三次	五次
未使用	-16.1	-23.3	-30
重复控制	-23.7	-48.7	-50.7
本文	-42.6	-46.1	-48.2

陷波反馈的同频位移刚度补偿的复合控制方法,然后以X方向为例分析,设计了插入式重复控制器和可变相位自适应陷波反馈的谐波振动抑制的复合控制方法,计算了该方法的参数并分析了系统的稳定性,最后对所提出的方法进行了仿真和实验。实验结果表明:采用该算法后,一次、三次和五次谐波振动分别减少94.4%,90.4%和85.9%。谐波振动得到了有效抑制,验证了所提出的复合控制方法对谐波振动抑制的有效性。本文所提算法可应用于鼓风机、压缩机、分子泵等恒速运行的磁悬浮高速电机,也可扩展至更高的转速范围。

- Engineering, 2021, 57(13): 1-17. (in Chinese)
- [4] 吴华春,涂星,周建,等. 磁悬浮转子不平衡振动控制研究综述[J]. 轴承, 2022(3): 1-9. WU H C, TU X, ZHOU J, et al. Review on unbal
 - anced vibration control for magnetic suspension rotor [J]. Bearing, 2022(3): 1-9. (in Chinese)
- [5] 纪历,马雪晴,陈震民. 磁悬浮高速电机转子低频振动机理及补偿方法[J]. 中国机械工程,2022,33 (17):2053-2060.
 - JI L, MA X Q, CHEN Z M. Low frequency vibration mechanism for AMB high-speed motor rotor systems and its compensation strategy [J]. *China Mechanical Engineering*, 2022, 33 (17): 2053-2060. (in Chinese)
- [6] 高峻泽,柳亦兵,周传迪,等.主动磁悬浮轴承-储 能飞轮转子系统振动主动控制[J]. 轴承,2022 (3):80-85.
 - GAO JZ, LIU YB, ZHOU CD, *et al.* Active vibration control of active magnetic bearing-energy storage flywheel rotor system [J]. *Bearing*, 2022 (3): 80-85. (in Chinese)

- [7] DU L, CUI P L, ZHOU X X, et al. Unbalance vibration control for MSCMG based on high-precision synchronous signal detection method[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2021, 21(16): 17917-17925.
- [8] XU X B, LIU J H, CHEN S. Synchronous force elimination in the magnetically suspended rotor system with an adaptation to parameter variations in the amplifier model[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2018, 65(12): 9834-9842.
- [9] CUI P L, DU L, ZHOU X X, et al. Synchronous vibration moment suppression for AMBs rotor system in control moment gyros considering rotor dynamic unbalance[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2022, 27(5): 3210-3218.
- [10] 王雨楠,刘昆. 基于变步长LMS方法的磁悬浮飞轮振动抑制[J]. 动力学与控制学报,2022,20 (3):77-82.
 - WANG Y N, LIU K. Vibration suppression of magnetic levitation flywheel based on variable step size lms method[J]. *Journal of Dynamics and Control*, 2022, 20(3): 77-82. (in Chinese)
- [11] 徐向波,陈劭,刘晋浩.重复控制与积分正反馈组合的磁轴承低功耗控制[J].光学精密工程,2017,25(8):2149-2154.
 - XU X B, CHEN S, LIU J H. Low power control of magnetic bearing combined by repetitive control and positive integral feedback [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2017, 25(8): 2149-2154. (in Chinese)
- [12] 崔培玲,盖玉欢,房建成,等.主被动磁悬浮转子的不平衡振动自适应控制[J]. 光学 精密工程, 2015, 23(1): 122-131.
 - CUI P L, GE Y H, FANG J C, *et al.* Adaptive control for unbalance vibration of active-passive hybrid magnetically suspended rotor [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2015, 23(1): 122-131. (in Chinese)
- [13] HERZOG R, BUHLER P, GAHLER C, et al. Unbalance compensation using generalized Notch filters in the multivariable feedback of magnetic bearings [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 1996, 4(5): 580-586.
- [14] ZHENG S Q, CHEN Q, REN H L. Active balancing control of AMB-rotor systems using a phase-shift Notch filter connected in parallel mode [J].

 IEEE Transactions on Industrial Electronics,
 2016, 63(6): 3777-3785.

- [15] CUIPL, DUL, ZHOUXX, et al. Harmonic vibration control of MSCMG based on multisynchronous rotating frame transformation [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2022, 69 (2): 1717-1727.
- [16] 徐向波,陈劭,张亚楠.基于复数相移陷波的磁悬浮转子系统自平衡控制[J].光学精密工程,2016,24(4):764-770.

 XU X B, CHEN S, ZHANG Y N. Autobalancing control of magnetically suspended motor systems based on plural phase-shift Notch filter[J]. Opt. Precision Eng., 2016, 24(4):764-770. (in Chinese)
- [17] LI J L, LIU G, ZHENG S Q, et al. Micro-jitter control of magnetically suspended control moment gyro using adaptive LMS algorithm [J]. IEEE/ ASME Transactions on Mechatronics, 2022, 27 (1): 327-335.
- [18] HE J X, DENG Z Q, PENG C, et al. Reduction of the high-speed magnetically suspended centrifugal compressor harmonic vibration using cascaded phase-shifted Notch filters[J]. IEEE Sensors Journal, 2021, 21(2): 1315-1323.
- [19] XU X B, LIU J H, CHEN S. Internal model control for reduction of bias and harmonic currents in hybrid magnetic bearing [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2019, 115: 70-81.
- [20] CUI P L, LIU Z Y, XU H, et al. Harmonic vibration force suppression of magnetically suspended rotor with frequency-domain adaptive LMS [J].

 IEEE Sensors Journal, 2020, 20(3): 1166-1175.
- [21] YANG R D, DENG Z Q, PENG C, et al. Frequency-varying suppression of vibration for active magnetic bearing using improved resonant controller[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2022, 69(12): 13494-13503.
- [22] LIJL, LIUG, CUIPL, et al. An improved resonant controller for AMB-rotor system subject to displacement harmonic disturbance [J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2022, 37(5): 5235-5244.
- [23] LIU G, LI J L, ZHENG S Q, et al. Suppression of synchronous current using double input improved adaptive Notch filter algorithm [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2020, 67 (10):

8599-8607.

[24] CUI P L, DU L, ZHOU X X, et al. Harmonic vibration moment suppression using hybrid repetitive

control for active magnetic bearing system [J]. *Journal of Vibration and Control*, 2021, 28: 2421-2434.

作者简介:



李俊峰(1997一),男,河南驻马店人,硕士研究生,2020年于中原工学院获得学士学位,主要从事磁悬浮高速电机磁轴承控制方面的研究。E-mail:ljf2021@bjfu.edu.cn

通讯作者:



徐向波(1982一),男,山东烟台人,教授,博士生导师,2006年于山东大学获得学士学位,2009年、2013年于北京航空航天大学分别获得硕士、博士学位,主要从事磁悬浮执行机构、精密机电控制系统技术等方面的研究。E-mail:xuxiangbo@bjfu.edu.cn

导师简介:



陈 劭(1963一),男,北京人,教授,硕士生导师,2007年于北京林业大学获得博士学位,主要从事振动分析与抑制、水泵动力学分析等方面的研究。 E-mail:chenshao@bjfu.edu.cn