

# 柱锥面交线研究

胡志刚<sup>1</sup>, 郑秋白<sup>2</sup>

(1. 河南科技学院机电学院, 河南 新乡 453003;

2. 驻马店市宇畅路桥养护工程有限公司, 河南 驻马店 463000)

**摘 要:** 论文就相交切面型回转面中的圆柱、圆锥面交线的计算进行详细探讨, 对不同输入参数下交线产生的结果进行分析, 为 CAD 中锥柱求交的部分提供一种有效的算法基础。给出了圆柱、圆锥表面交线存在的判别式, 对交线在特殊位置下存在的参数条件、不同交线数量及形态特点进行了解析和几何分析, 对一般位置下圆柱、圆锥面存在交线的特殊情况, 即表面切点的计算进行了方法讨论; 提供了相交圆柱、圆锥表面及其交线参数化绘图的程序设计思路和所涉及的一些关键问题的处理方法, 应用程序以对话框输入初始参数, 能实现自动绘制圆柱、圆锥面及其交线多面投影视图、尺寸标注及将主要尺寸、参数及交线的坐标数据写入数据文件。

**关 键 词:** 回转面; 交线; 参数方程; 绘图

**中图分类号:** TP 391.7

**文献标识码:** A

**文章编号:** 2095-302X(2015)05-0671-07

## Research on Intersections of Cone and Cylinder

Hu Zhigang<sup>1</sup>, Zheng Qiubai<sup>2</sup>

(1. School of Mechanical and Electrical Engineering, Henan Institute of Science and Technology, Xinxiang Henan 453003, China;

2. Zhumadian Yuchang Road and Bridge Maintenance Corporation Ltd, Zhumadian Henan 463000, China)

**Abstract:** This paper aims is to discuss the intersections determination of two plane tangent convolutes, a cylinder and a cone, and to analyze different intersection results under different parameters entry, so as to deliver a kind of effective mathematical basis for CAD intersection construction. For a cylinder and a cone, the existence-judgment equation of intersection lines is given. It is also analyzed that intersection existence conditions, numbers and shape properties in both parametric formulas and geometry at special spatial positions, while the method discussion was made of getting exact tangent point of two surfaces at normal spatial position. The structural diagram is delivered of parametric drawing program of multiview, some processing methods coping with several key problems of drawing intersection curve are listed, too. Different intersection lines resulting in connection with corresponding parameters entry are analyzed. The implementation has the functions of multiview drawing, dimensioning and writing main parameters and coordinate data to a data file for intersection lines.

**Keywords:** surface of revolution; intersection line; parametric equations; drawing

在工程设计及开发 CAD/CAM 应用程序的过程中, 几何体模型设计是一个极其重要的基础设计环节之一, 构成的几何体表面主要有规则曲面、非规则曲面和自由曲面等类型, 规则曲面中的切面型

回转曲面是工程设计中除了平曲面之外应用最多的曲面类型, 锥面和柱面又是其典型的代表<sup>[1]</sup>。几何体表面交线的分析与表达是模型设计中比较难以处理的问题之一, 相关文献对曲面之间交线的构

收稿日期: 2015-04-01; 定稿日期: 2015-06-10

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51375149)

作者简介: 胡志刚(1962-), 男, 江西进贤人, 副教授, 学士。主要研究方向为机械设计、CAD 及工程图学。E-mail: huzhg62@sina.com

建、实体建模中对回转面交线的分段取舍和特点分析已有较多的讨论,在组合两个包含切面型回转曲面为主要表面的基本实体模型时,如何根据其尺寸参数和相对位置参数判断有无交线产生,如何准确地绘制切面型回转曲面之间的交线,交线的数目和形态如何,如何处理形成封闭交线的两段曲线在起讫点的连接等问题,成为几何建模和视图表达的关键<sup>[2-11]</sup>,相关文献中涉及较少。建立基本几何形体表面和其交线的数学定义模型时,应分别在各自基本几何体上建立固连的坐标系,以一个基本几何体及其坐标系为主形体和主坐标系,其余几何体及其固连的坐标系可以通过平移、旋转等几何变换达到任意指定位置。当每个坐标系和其固连的几何体的相对位置不同,其数学描述也会不同,但结果是一致的,在文献[4,9-14]中已有相应地描述。在切面型回转面的建模过程中,根据特殊几何条件建模以及交线的产生条件、形态特点、演变及数目等在目前的文献中虽有所分析<sup>[4,10,12,15]</sup>,但缺乏较为全面地描述。本文以切面型曲面中最常见的圆柱面和圆锥面为例,对其交线的数学描述、初始参数与交线的形态特点,产生交线的临界参数及计算方法给出了特殊情况下的分析,并对一般位置下取得产生交线的临界参数从方法上进行了讨论,同时开发一个参数化建模与绘图的应用程序,实现形体与交线的正交投影视图的绘制,对通过输入不同参数后运行该程序可以显示不同的结果,对交线特点进行分析对比

和结果验证,可为基于交线形态特点的几何形体的设计和创建提供依据。

## 1 回转曲面交线数学模型的建立

圆柱面与圆锥面相交,坐标系的选择及初始参数不同,圆柱、圆锥面及其交线的数学表达式也不同,相应的图形结果也会不一样;例如,圆锥定义的初始参数为底圆直径和顶点到底圆的高度,定义圆锥的坐标系坐标原点位于底圆中心点, $Z$ 轴通过顶点,可以得到其圆锥面及交线的表达式<sup>[13,15]</sup>;也可以锥顶角为初始参数,以锥顶点作为坐标原点, $Z$ 轴与圆锥面轴线共轴建立坐标系。如何选择要根据应用程序所达到的目标和实际应用而定,本设计以显示完整的交线为主要目的,故圆锥面定义的坐标系和初始参数设置选择后者。

分别在圆锥面 I 和圆柱面 II 上建立两个笛卡尔坐标系,设圆锥定义坐标系为  $O-XYZ$ ,坐标原点位于圆锥顶点  $O$ , $Z$ 轴与圆锥轴线共轴,向上为正方向;圆柱定义坐标系为  $O_1-X_1Y_1Z_1$ ,原点在圆柱轴线上, $Y_1$ 与圆柱轴线重合,右为正方向;当两者处于一般位置(即圆锥面和圆柱面轴线为异面直线)时,相当于将圆柱面及其  $O_1-X_1Y_1Z_1$ 坐标系从与  $O-XYZ$ 坐标系重合的位置,先围绕  $X_1$ (或  $X$ )旋转  $\beta$ 角度,再分别沿着  $X$ 、 $Z$ 轴移动  $\Delta x$ 和  $\Delta z$ 而得到,此时  $\Delta z$ 一般应为负值, $X$ 和  $X_1$ 方向相同,圆柱面直径为  $d$ ,圆锥面锥顶角为  $\Phi$ ,如图 1 所示。

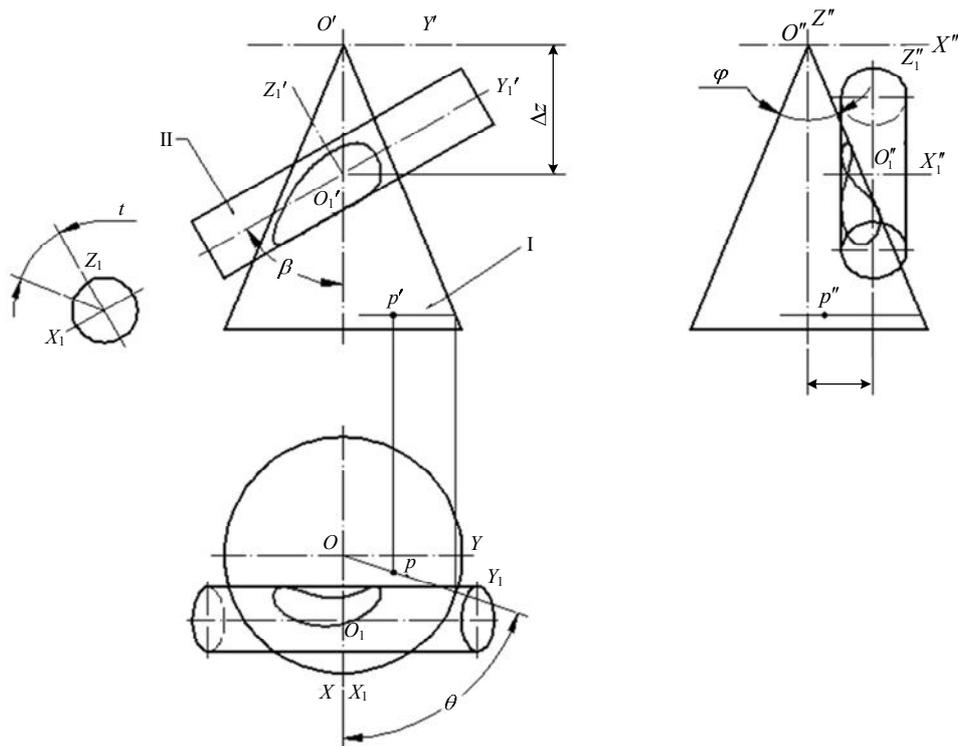


图 1 相交圆柱体、圆锥体、坐标系及基本参数

圆锥面 I 的方程为：

$$x^2 + y^2 = z^2 \tan^2 \frac{\Phi}{2}$$

其下半圆锥面参数方程为：

$$\begin{cases} x = -z \tan \frac{\Phi}{2} \cos \theta \\ y = -z \tan \frac{\Phi}{2} \sin \theta \end{cases}$$

其中， $\theta$  为自  $O$ - $XYZ$  坐标系原点  $O$  到圆锥面上任一点  $P$  在  $XY$  坐标面上的投影连线  $op$  与  $X$  轴的夹角如图 1 所示。且  $0 \leq \theta \leq 360^\circ$ ， $-\infty \leq z \leq 0$ ， $0^\circ < \Phi < 180^\circ$

圆柱面 II 方程为：

$$x_1^2 + z_1^2 = \frac{d^2}{4}$$

其参数方程为：

$$\begin{cases} z_1 = \frac{d}{2} \cos t \\ x_1 = \frac{d}{2} \sin t \end{cases}$$

其中， $t$  为圆柱面上任一点的半径线在  $O_1$ - $X_1Y_1Z_1$  坐标系  $X_1Z_1$  坐标面上的投影与  $Z_1$  轴的夹角，且

$$\begin{cases} A = \tan^2 \frac{\Phi}{2} \cos^2 \theta + \cos^2 \beta + \tan \frac{\Phi}{2} \sin \theta \sin 2\beta + \tan^2 \frac{\Phi}{2} \sin^2 \theta \sin^2 \beta \\ B = 2\Delta x \tan \frac{\Phi}{2} \cos \theta - 2\Delta z \cos^2 \beta - \Delta z \sin 2\beta \tan \frac{\Phi}{2} \sin \theta \\ C = \Delta x^2 + \Delta z^2 \cos \beta - \frac{d^2}{4} \end{cases} \quad (4)$$

是否存在表面交线要根据式(3)中  $z$  坐标是否存在，设  $\Delta = B^2 - 4AC$ ， $\Delta \geq 0$  时， $z$  有两个不相等的实值，有交线存在，即分别对应两段交线上的两

$0^\circ \leq t \leq 360^\circ$ 。

两个坐标系的坐标变换公式如下：

$$\begin{cases} x = x_1 + \Delta x \\ y = y_1 \cos \beta - z_1 \sin \beta \\ z = y_1 \sin \beta + z_1 \cos \beta + \Delta z \end{cases} \quad (1)$$

在  $O$ - $XYZ$  坐标系中定义的交线参数方程为：

$$\begin{cases} x = -z \tan \frac{\Phi}{2} \cos \theta \\ y = -z \tan \frac{\Phi}{2} \sin \theta \\ x_1 + z_1 = \frac{d^2}{4} \end{cases} \quad (2)$$

将式(1)解出的  $x_1$  和  $z_1$  代入式(2)可得出交线在  $O$ - $XYZ$  坐标系中的表达式为：

$$\begin{cases} x = -z \tan \frac{\Phi}{2} \cos \theta \\ y = -z \tan \frac{\Phi}{2} \sin \theta \\ z = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \end{cases} \quad (3)$$

其中：

个点，当  $\Delta = 0$  时，两个点重合，即两段交线形成的一条封闭空间曲线的分界点。将式(4)代入  $\Delta = B^2 - 4AC$  得到：

$$\begin{aligned} \Delta = & 4 \tan^2 \frac{\Phi}{2} \left( \frac{d^2}{4} - \Delta z^2 \cos^2 \beta \right) \cos^2 \theta + 4 \tan^2 \frac{\Phi}{2} \sin^2 \theta \beta \left( \frac{d^2}{4} - \Delta x^2 \right) \sin^2 \theta \\ & + 4 \tan \frac{\Phi}{2} \sin 2\beta \left( \frac{d^2}{4} - \Delta x^2 \right) \sin \theta - 8\Delta x \Delta z \tan \frac{\Phi}{2} \cos^2 \beta \cos \theta \\ & - 2\Delta x \Delta z \tan^2 \frac{\Phi}{2} \sin 2\beta \sin 2\theta + 4 \cos^2 \beta \left( \frac{d^2}{4} - \Delta x^2 \right) \end{aligned} \quad (5)$$

可以看出，该式是一个关于  $\theta$  的高次三角函数多项式，对于  $\Delta = 0$  的求解，可以采用数值解法求

出对应的  $\theta$  值。对于  $\beta$  处于特殊角度时可以直接求解。当  $\beta = 0$  时，两切面型表面轴线垂直：

$$\Delta = 4 \tan^2 \frac{\Phi}{2} \left( \frac{d^2}{4} - \Delta z^2 \right) \cos^2 \theta - 8\Delta x \Delta z \tan \frac{\Phi}{2} \cos \theta + 4 \left( \frac{d^2}{4} - \Delta x^2 \right) \quad (6)$$

当  $\beta = 90^\circ$  时，两轴线平行或共线：

$$\Delta = \frac{d^2}{4} - \Delta x^2 \sin^2 \theta \quad (7)$$

## 2 程序设计

用 Autolisp 语言进行程序设计开发一个名为 cone\_cyl\_intersection 的参数化绘图命令。可以在指定的绘图起点绘制相交圆柱面、圆锥面的多面正投影视图、尺寸标注,还包括原始输入尺寸、参数和产生交线的关键参数、界定不同交线形态的参数及交线数据等自动写入一个 Excel 文件中<sup>[2,16]</sup>。绘图部分程序设计框图如图 2 所示。

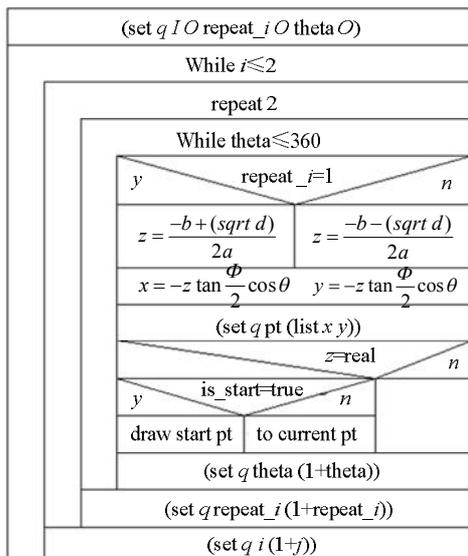


图 2 三视图绘制的程序框图

### 2.1 交线的完整显示方法

能否在视图中完整显示交线的投影与指定的圆锥面高度  $h$  有关,其必须大于交线上最低点的  $z$  坐标的绝对值  $|z_{\min}|$ ,即  $h \geq |z_{\min}|$ 。在本设计中,取  $h$  等于  $1.25|z_{\min}|$  和圆柱直径  $d$  中的最大值。

### 2.2 绘制交线的坐标变换

根据式(3)可以计算出基于圆锥面坐标系  $O-XYZ$  的交线上点的坐标,但是,要实现在 AutoCAD 构造平面上绘制交线的多面投影视图,必须把三维坐标转换成当前用户坐标系的二维坐标。设交线上某一点的坐标为  $(x, y, z)$ , AutoCAD 当前用户坐标系为  $O'-X'Y'Z'$ , 指定绘图起始点(在主视图上)的坐标为  $(x'_0, y'_0, z'_0)$ , 俯视图与绘图起始点的距离为  $1$ , 左视图与绘图起始点的距离为  $m$ , 其转换公式分别为:

$$\begin{aligned} \text{主视图} & \begin{cases} x' = x'_0 + y \\ y' = y'_0 + z \end{cases}, \quad \text{俯视图} & \begin{cases} x' = x'_0 + y \\ y' = y'_0 - x - 1 \end{cases} \\ \text{左视图} & \begin{cases} x' = x'_0 + x + m \\ y' = y'_0 + z \end{cases} \end{aligned}$$

### 2.3 消除圆锥顶点上方的交线方法

在绘制交线时,在一些情况下圆柱面会同时上和、下圆锥面相交,可同时显示分别位于锥顶点上、下两个交线,但在一般的工程设计中,只采用下方的圆锥面及其交线,因此,在计算交线上点的坐标时,要对该点的  $z$  坐标进行判断,只有  $z \leq 0$  时才执行绘图操作。

### 2.4 参数角 $\theta$ 步长 $\Delta\theta$ 的取值

在实际绘图时,因为  $z$  是一个多值函数式,因此一条封闭的交线是分两次绘制完成的,由于  $\Delta\theta$  不可能连续取值,造成交线起讫点不重合。虽然  $\Delta\theta$  的取值越小,交线图形的分辨率越高,曲线越光滑,起讫点间隙变小,但命令执行的时间也越长,本设计取  $\Delta\theta = 2^\circ$ ,当绘制交线接近起、讫端点时,程序自动取  $\Delta\theta = 0.1^\circ$ ,最后用直线连接起、讫端点。

## 3 参数初始化与回转面交线形态讨论

从式(5)、(6)和(7)中  $\Delta$  值可以判断两切面型回转曲面的交线位置及形态,特别是,当  $\Delta=0$  时,从求解的  $\cos\theta$  的值可以判断交线的数量和交线存在的  $\theta$  值域,  $\cos\theta$  为单值时,存在一条不包含锥顶点的封闭交线;  $\cos\theta$  为二值时,存在两条不包含锥顶点的封闭交线;  $\Delta>0$  不随  $\theta$  改变时,交线是两条包含锥顶点的封闭交线。由于两切面型回转面轴线处于一般位置时,  $\Delta=0$  是关于  $\cos\theta$  的高次方程,只能通过数值计算的方法求解,故下面只对式(5)、(6)对应的特殊状况进行交线的分析,对一般位置给出分析方法和进行几何及实例分析。加载命令定义程序,并执行程序命令后,根据输入的参数不同,图形将反映出各种相对位置关系和对应的交线形状<sup>[4]</sup>,以此对几何和解析分析两方面进行程序结果的验证。

### 3.1 相交特殊情况

包括圆锥、圆柱面轴线共轴,平行与正交等。

#### 3.1.1 共轴或轴线平行

当  $\beta = 90^\circ$ 。根据式(7)  $\Delta \geq 0$  时存在交线,即

$-\left|\frac{d}{2\Delta x}\right| \leq \sin\theta \leq \left|\frac{d}{2\Delta x}\right|$ , 此时  $\Delta x \neq 0$  且  $|\Delta x| > \frac{d}{2}$ , 交线处在  $-\arcsin\left|\frac{d}{2\Delta x}\right| \leq \theta \leq \arcsin\left|\frac{d}{2\Delta x}\right|$  参数区间,且不包围锥顶点的一条封闭曲线,如图 3 所示;  $|\Delta x| < \frac{d}{2}$  时,由式(7),  $\Delta > 0$ , 是两条分处锥顶点两端,且包围锥顶点的交线。

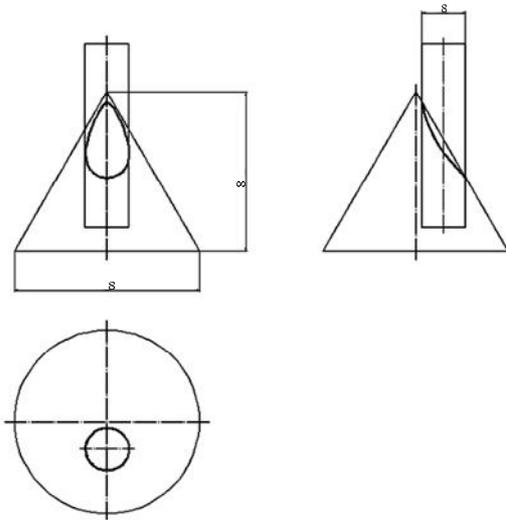


图 3 轴线平行时的交线

3.1.2 轴线正交

此时， $\beta = 0^\circ$ 。根据式(6)，当 $\Delta \geq 0$ 时存在交线，特别是，当 $\Delta = 0$ 时，有：

$$\cos \theta = \frac{\Delta x \Delta z \pm \frac{d}{2} \sqrt{\Delta x^2 + \Delta z^2 - \frac{d^2}{4}}}{\left(\frac{d^2}{4} - \Delta z^2\right) \tan \frac{\Phi}{2}}$$

从上式可知， $\Delta x^2 + \Delta z^2 - \frac{d^2}{4} \leq 0$ 时， $\cos \theta$ 无解，即存在一条包围锥顶点的交线； $\Delta x^2 + \Delta z^2 - \frac{d^2}{4} \geq 0$ 时， $\cos \theta$ 有二解，对应 4 个  $\theta$  值，即存在两条不包围锥顶点的闭合交线；当  $\Delta z = 0$ ， $\Delta x = \pm \frac{d}{2}$  时， $\cos \theta = 0$ ，在  $\theta = 90^\circ$  和  $\theta = 270^\circ$  时， $z$  坐标相等，两条闭合交线分别在该处共点；当  $\Delta x = 0$ ， $\Delta z = \pm \frac{d}{2 \sin \frac{\Phi}{2}}$  时， $\cos \theta = \pm 1$ ，

即  $\theta = 0^\circ$  和  $\theta = 180^\circ$ ，两段封闭交线有二公共点，圆柱、圆锥表面共切一圆球，主视图呈现两条相交直线段，如图 4 所示。当  $\Delta x = 0$ ， $\Delta z = \pm \frac{d}{2}$  时，代入公式得到  $z = 0$  和  $z = \pm \frac{d}{1 + \tan^2 \frac{\Phi}{2} \cos^2 \theta}$ ，交线是一条包围锥顶点的封闭曲线和一个与锥顶点重合的点。

以下从几何角度分析其交线情况：

当  $|\Delta x| = \frac{d}{2 \cos \frac{\Phi}{2}} + |\Delta z| \tan \frac{\Phi}{2}$  时，圆柱面和圆锥

面外切，交线退缩为一个外切点。

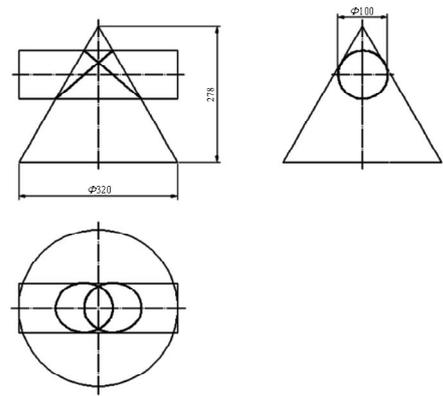


图 4 轴线正交时的交线

当  $|\Delta z| < \frac{d}{2}$ ， $|\Delta x| = \sqrt{\frac{d^2}{4} - \Delta z^2}$  时，圆柱面过锥顶点，交线是一条通过或者包围锥顶点的封闭曲线，如图 5 所示。

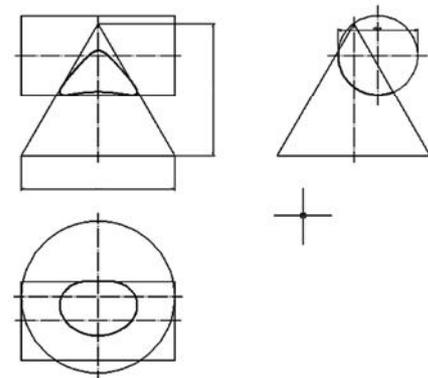


图 5 圆柱面过锥顶点的交线

$$\text{当 } |\Delta z| < \frac{d}{2}, |\Delta x| = \left[ \frac{d}{2 \sin \frac{\Phi}{2}} - |\Delta z| \right] \tan \frac{\Phi}{2} \text{ 时,}$$

圆柱面切于圆锥面上的一条素线，交线是两条包围锥顶点的封闭曲线，如图 6 所示。

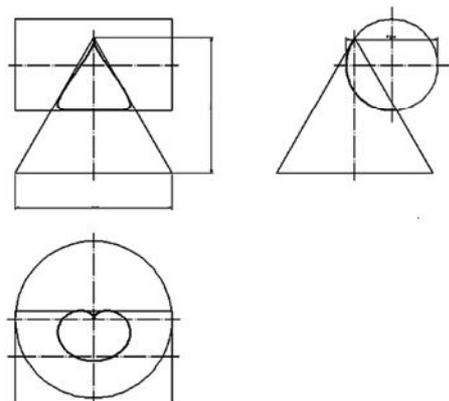


图 6 圆柱面切于圆锥面素线的两条交线

$$\text{当 } \frac{d}{2} < |\Delta z| < \left( \frac{d}{2 \sin \frac{\Phi}{2}} \right), \text{ 且 } |\Delta x| = \left( \frac{d}{2 \sin \frac{\Phi}{2}} - |\Delta z| \right) \tan \frac{\Phi}{2}$$

时, 圆柱面切于圆锥面上的一条素线, 交线是两条包围锥顶点的封闭曲线, 交线呈 8 字形态且有一个公共点, 如图 7 所示。

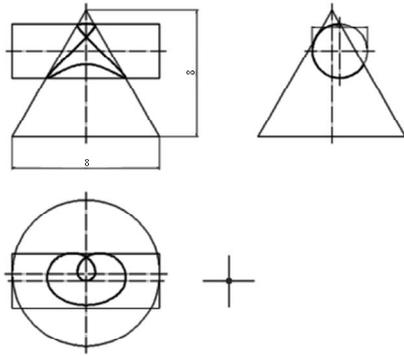


图 7 圆柱面切于圆锥面素线时的竖 8 字形交线

$$\text{当 } - \left( \frac{d}{2 \sin \frac{\Phi}{2}} - |\Delta z| \right) \tan \frac{\Phi}{2} < \Delta x < \left( \frac{d}{2 \sin \frac{\Phi}{2}} - |\Delta z| \right) \tan \frac{\Phi}{2}$$

时, 交线为两条包围锥顶点的封闭曲线。

$$\text{当 } |\Delta z| > \frac{d}{2}, \text{ 且 } |\Delta x| = \left( |\Delta z| - \frac{d}{2} \right) \tan \frac{\Phi}{2},$$

圆柱面切于圆锥面上的一条素线, 交线是两条不包围锥顶点的封闭曲线, 且有一个公共点, 如图 8 所示。

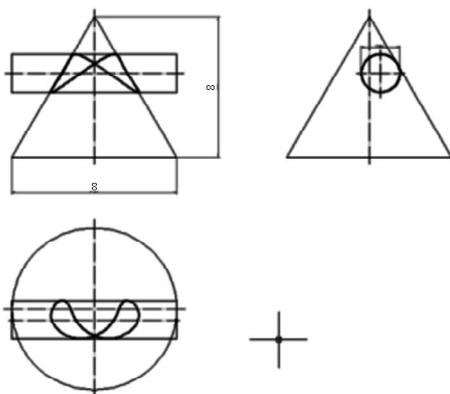


图 8 圆柱面切于圆锥面素线时的横 8 字形交线

### 3.2 相交一般情况

两轴线以一般角度相交或者是异面直线时, 可以无交线或者交于一条或两条封闭的交线。当两个回转面公切于一个平面, 并处于切平面异侧时为外切, 处于同侧时为内切。确定两个曲面内、外切点受圆柱面直径  $d$ 、圆锥顶角  $\Phi$ 、 $x$  方向位移  $\Delta x$ 、 $z$

方向位移  $\Delta z$  以及两轴线夹角等多个参数的影响, 设前 3 个参数不变, 当两曲面相切时, 若给出  $\Delta x$  的值时,  $\beta$  的数值也就确定了, 且内、外切点所对应的  $\theta$  也将确定, 此时设内、外切点所对应的  $\beta = \beta_{et}$ , 当  $|\Delta x| > \frac{d}{2 \cos \frac{\Phi}{2}} + |\Delta z| \tan \frac{\Phi}{2}$  时,  $0 \leq \beta < \beta_{et}$  或

$\pi - \beta_{et} < \beta \leq \pi$  时则无交线; 当

$$|\Delta x| < \left( \frac{d}{2 \sin \frac{\Phi}{2}} - |\Delta z| \right) \tan \frac{\Phi}{2} \text{ 时, } \beta_{et} < \beta < \pi - \beta_{et} \text{ 时有}$$

两条封闭的交线, 特别是, 当  $\beta = \beta_{et}$  或  $\beta = \pi - \beta_{et}$  时, 两条封闭交线有一个共点。计算  $\beta_{et}$  可以通过求解一般位置下圆柱和圆锥表面的共切平面得到。以下是几种常见的交线实例:

$$\text{当 } |\Delta z| < \frac{d}{2}, \beta < 90^\circ - \frac{\Phi}{2} \text{ 且 } |\Delta x| \text{ 取较小值时,}$$

交线是一条包围锥顶点的封闭曲线。

$$\text{当 } |\Delta z| < \frac{d}{2}, \beta < 90^\circ - \frac{\Phi}{2} \text{ 且 } |\Delta x| \text{ 取较大数值时,}$$

交线可能是一条或者两条封闭的空间曲线或者无交线, 如图 9 所示, 初始参数  $d=100, \Phi=60^\circ, \Delta x=35, \Delta z=40, \beta=15^\circ$  时的情况。

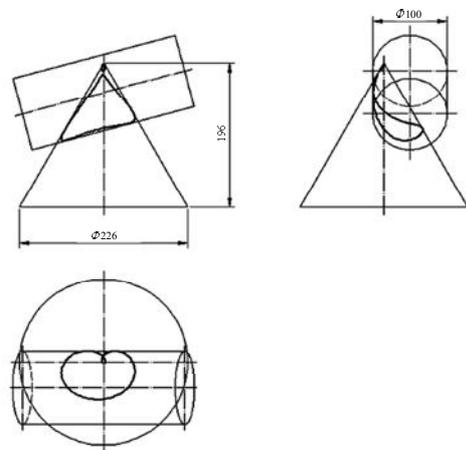


图 9  $\Delta x=35, \Delta z=40, \beta=15^\circ$  时的交线三视图

$$\text{当 } \beta < 90^\circ - \frac{\Phi}{2} \text{ 时, 交线是一条或者两条封闭的}$$

曲线。

$$\text{当 } \frac{d}{2} < |\Delta z| < \frac{d}{2 \sin \frac{\Phi}{2}}, \text{ 且 } |\Delta x| \text{ 取较大数值时, 交}$$

线是一条不包围锥顶点的封闭曲线或者无交线,  $|\Delta x|$  取较小值时, 交线是两条包围锥顶点的封闭曲线, 如图 10 所示, 初始参数为:  $d=100, \Phi=45^\circ, \Delta x=10, \Delta z=75, \beta=25^\circ$ 。

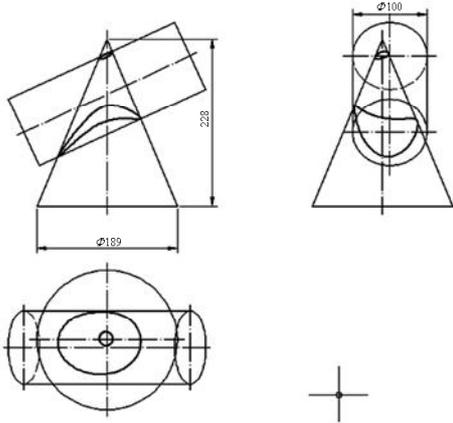


图 10  $\Delta x=10, \Delta z=75, \beta=25^\circ$  时的交线三视图

当  $|\Delta z| > \frac{d}{2 \sin \frac{\Phi}{2}}$ ，且  $|\Delta x|$  数值较大时，交线是一

条不包围锥顶点的封闭曲线或者无交线； $|\Delta x|$  数值较小时，交线是两条不包围锥顶点的封闭曲线，如图 11 所示，初始参数为： $d=80, \Phi=45^\circ, \Delta x=-10, \Delta z=150, \beta=150^\circ$ 。

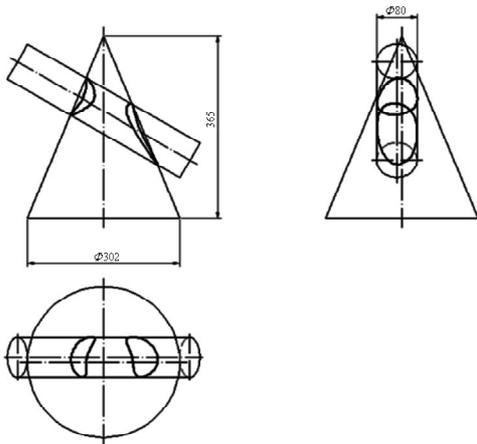


图 11  $\Delta x=-10, \Delta z=150, \beta=150^\circ$  时的交线三视图

通过详细分析交线状态创建圆柱、圆锥相交的形态图谱，并对每种形态图找到对应出初始输入尺寸和参数，以便设计和绘图时有针对性的应用<sup>[17]</sup>。

## 4 结 论

通过对交线产生、交线的分段点、数目及与锥顶点的位置关系相关的临界参数的分析，可以在建模中明确回转体的相对位置及表面交线的形态，准确地构造切面型回转体为基本形体的建模奠定基础，同时可以在应用程序中初始化参数数据，为应用程序的功能扩展提供依据。本文是以圆锥面及其固连的坐标系  $O-XYZ$  为参照来定义圆柱面及其固连坐标系  $O_1-X_1Y_1Z_1$  的位置，其一般位置可以通过将圆柱及其固连坐标系围绕  $X$  轴旋转一定角度，并

分别沿着  $Z$  轴和  $X$  轴移动一定距离而实现，因此不需要使其再围绕  $Y$  和  $Z$  轴旋转及沿着  $Y$  轴平移的变换，从而简化了坐标点的计算量和程序设计。

## 参 考 文 献

- [1] Bertoline G R, Wiebe E N, Miller C L. Fundamentals of graphics communication [M]. Boston: WCB/McGraw-Hill, 1998: 225-283.
- [2] 胡志刚, 郑秋白. 相交圆柱表面展开参数化绘图命令的Lisp二次开发[J]. 河南科技学院学报, 2014, 42(5): 66-71.
- [3] Krishnan S, Manocha D. An efficient surface intersection algorithm based on lower dimensional formulation [J]. ACM Transactions on Graphics, 1997, 16(1): 74-106.
- [4] Miller J R. Geometric approaches to nonplanar quadric surface intersection curves [J]. ACM Transactions on Graphics, 1987, 6(4): 274-307.
- [5] 谷艳华, 侯洪生, 杨得军, 等. 轴线相交的柱锥曲面交于平面曲线的理论探索[J]. 工程图学学报, 2006, 27(4): 125-129.
- [6] Miller J R. Analysis of quadric-surface-based solid models [J]. IEEE Computer Graphics & Applications, 1988, 8(1): 28-42.
- [7] Chionh E W, Goldman R N, Miller J R. Using multivariate resultants to find the intersection of three quadric surfaces [J]. ACM Transactions on Graphics, 1991, 10(4): 378-400.
- [8] 张晓东, 王园宇, 郝鹏飞, 等. 交线及其展开曲线的方程构建方法的研究[J]. 机械设计与研究, 2008, 24(2): 21-24.
- [9] 谷艳华, 于湘慧, 侯洪生, 等. 关于轴线相交的两圆锥相贯时最右点的解析分析[J]. 东北师大学报: 自然科学版, 2006, 38(4): 26-30.
- [10] 刘 敏, 林 犀, 冯 涓. 柱锥斜交相贯线解析性质分析与特殊点图解方法[J]. 图学学报, 2014, 35(5): 682-689.
- [11] 谷艳华, 侯洪生, 张秀芝. 圆柱和圆锥相交时左侧相贯线上最右点的解析证明与图解[J]. 工程图学学报, 2010, 31(4): 146-150.
- [12] Kahl F. Critical configurations for projective reconstruction from multiple views [J]. International Journal of Computer Vision, 2007, 71(1): 5-47.
- [13] 侯爱民. 偏斜交圆柱圆锥表面展开图计算机绘制数模原理[J]. 机械管理开发, 2011, 121(3): 197-198.
- [14] 高丽华. 相交圆柱与圆锥表面展开图的计算机绘制[J]. 机械设计与制造工程, 2001, 30(5): 45-46.
- [15] 张玉兰, 智艾娣. 圆柱圆锥正相交贯的数学模型及其交线画法[J]. 数学实践与认识, 2009, 39(22): 185-189.
- [16] 胡志刚. 大型椭圆形封头放样图参数化绘图的Lisp实现[J]. 河南科技学院学报, 2013, 40(5): 53-57.
- [17] 储 珺, 高满屯. 用形态图方法建立圆柱与圆锥相贯图谱[J]. 机械科学与技术, 2003, 22(1): 63-65.