

平板二维声子晶体声波能带结构研究^{*}

雷实建 吴利华 颜琳 赵鹤平[†]

(吉首大学物理科学与信息工程学院 吉首 416000)

摘要 利用超元胞法,研究由钢板上生长有限长度的钢柱体形成的散射体嵌入环氧树脂基体中所构成的平板二维声子晶体的声波能带结构,分析散射体的几何参数如柱体的高、半径和板的厚度对声波带隙的影响。研究表明:(1)这种新型的声子晶体具有很宽的带隙,且带隙出现在低频范围内;(2)散射体的几何参数对带隙的宽度有很大的影响,它们是控制带隙宽度的主要因素。

关键词 平板二维声子晶体,超元胞法,带隙,能带结构

Acoustic wave band structure in two-dimensional phononic crystal slab

LEI Shi-Jian WU Li-Hua YAN Lin ZHAO He-Ping

(College of Physics Science and Electronic Engineering, Jishou University, Hunan Jishou 416000)

Abstract By using the supercell method, the acoustic wave band structure of two-dimensional phononic crystal slab is investigated. The two-dimensional phononic crystal slab consists of steel cylinders implanted in a steel plate embedded in epoxy where the length of the steel cylinders is limited. The influence of the geometric parameters of the scatterer (the thickness of the slab, the radius and height of the cylinder) on the band structure is analyzed. Our calculated results indicate that this kind of phononic crystal there exist widen band gap and the band gap appear in low frequency range. We also find that the geometric parameters of the scatterer have great effects on the gap widths and they are the main factors to control the latter.

Key words Two-dimensional phononic crystal slab, Supercell method, Band gap, Band structure

1 引言

声子晶体是在光子晶体研究的基础上提出的一种新型声学功能材料,因为其结构具有人为可设计性,一经提出就受到科学界广

泛的重视。声子晶体最主要的性质就是存在声波禁带,即对频率在禁带范围内的声波的传播抑制或禁止,利用声子晶体禁带特性,人们有望设计出新型的隔音材料^[1],制作声波滤波器^[2,3]和声波导^[4]等器件,其应用前景

2009-06-22 收稿; 2009-10-21 定稿

^{*}国家自然科学基金(No. 10418014)、湖南省高等学校科研基金(No.08A055)资助的课题和湖南省教育厅科学研究项目(09C787)

作者简介:雷实建(1979-),男,河北石家庄人,硕士研究生,主要从事声子晶体研究。

吴利华(1973-),女,苗族,讲师,在读硕士。

颜琳(1974-),女,副教授,硕士。

赵鹤平(1966-),男,土家族,博士,硕士生导师。

[†]通讯作者:赵鹤平, E-mail:phhpzhao@jsu.edu.cn

极为广泛。

近年来, 大量的工作研究了一维^[5]、二维^[2-11]、三维^[1,12-17]结构布拉格散射型声子晶体的声波功能特性。2000 年 Liu 等利用多重散射法研究了三维三组元声子晶体的能带结构, 并提出了一种具有新型带隙产生机制的声子晶体——局域共振型声子晶体^[18]。以上工作都只是研究了散射体按一维、二维、三维格点嵌入基体中所构成声子晶体的能带特性, 没有研究二维与一维结构组合所构成的新型散射体嵌入基体中形成的声子晶体性能。文献[19]研究了类似于一维板与二维柱体复合结构声子晶体性能, 但主要研究材料的压电性能对带结构的影响, 而对其声波带隙的控制机制没有详细的研究。众所周知, 声子晶体是在光子晶体基础上提出的, 研究光子晶体的很多方法和模型也已经直接应用于声子晶体的研究。目前, 平板二维光子晶体已得到广泛的研究^[20], 可以实现对光的三维控制, 而且制造工艺简单, 又可以实现光学器件平面集成, 如今对平板二维光子晶体研究已经转向实际应用研发阶段。相比之下, 对平板二维声子晶体(即在平板上植入柱体形成散射体再嵌入基体中形成的声子晶体)的研究极少。类似与平板二维光子晶体可以实现对光波的三维控制, 平板二维声子晶体是否同样可以实现对声波的三维控制, 利用这一性质是否有望研制出一些新型的声学器件? 这些都是很有研究价值的问题。

本文利用超元胞法^[2-7]研究平板二维声子晶体的声波能带结构, 通过分析柱体和底板的几何参数对带结构的影响, 研究带隙的调节机制, 力图为设计新型应用性声学器件提供理论指导。

2 理论模型

图 1 为本文所研究的平板二维声子晶体的超元胞结构, 其中深色部分表示钢散射体, 它是由有限长度的钢柱按正方形排列生长在钢板上所构成; 灰色半透明的部分代表环氧树脂基体。钢材料参数为: $\rho = 7.89 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, $C_l = 5.78 \times 10^3 \text{ m/s}$, $C_t = 3.22 \times 10^3 \text{ m/s}$; 环氧树脂材料参数为: $\rho = 1.19 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, $C_l = 2.83 \times 10^3 \text{ m/s}$, $C_t = 1.16 \times 10^3 \text{ m/s}$ 。其中, C_l 表示材料的纵波波速, C_t 表示材料的横波波速。为计算方便, 本文选取单元胞晶格常数 a 为单位长度, 此时, 散射体钢板厚为 d 、边长为 5, 钢圆柱体半径为 r 、高为 H 。平板二维声子晶体结构在 x, y 方向为二维结构, 在 z 方向为一维结构。由于其在 x, y, z 方向上均为周期性结构, 所以平板二维声子晶体可视为三维声子晶体, 因而可以利用计算三维声子晶体能带的方法研究平板二维声子晶体能带结构。超元胞情形下平板二维声子晶体的对称群与简单立方晶格相同, 因此平板二维声子晶体超元胞为简单立方结构, 相应的倒格矢为 $2\pi/5a$ 。系统在 x, y, z 方向的最小周期为 $5a$ 。取 5×5 超元胞作为最小的重复单元, 波矢 $\mathbf{K}$ 限制在第一布里渊区。

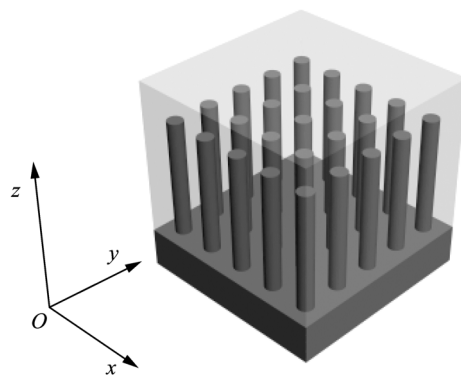


图 1 平板二维声子晶体超元胞结构图

在超元胞的情况下, 弹性波方程^[16-19]如下:

$$\omega^2 \sum_{G_1} \rho_{G-G_1} u_{K+G_1}^i = \sum_{G_1} \left\{ \mu_{G-G_1} \sum_j [(\mathbf{K} + \mathbf{G})_j (\mathbf{K} + \mathbf{G}_1)_j] u_{K+G_1}^i + \sum_l [\lambda_{K+G_1} (\mathbf{K} + \mathbf{G})_l (\mathbf{K} + \mathbf{G}_1)_l + \mu_{G-G_1} (\mathbf{K} + \mathbf{G})_i (\mathbf{K} + \mathbf{G}_1)_j] u_{K+G_1}^l \right\}, \quad (1)$$

式中 ω 为波矢在介质中传播的本征频率, λ_{K+G_1} 和 μ_{G-G_1} 为介质拉梅常数 λ 和 μ 的傅里叶分量, ρ_{G-G_1} 为介质密度 ρ 的傅里叶分量, G, G_1 表示倒戈基矢。

在计算声子晶体能带时, 最主要的是计算结构函数 P_G , 它完全由单个散射体几何形状决定, 与排列无关。在超元胞的条件下, 上文中所示散射体的结构函数为:

$$P_G = 1/V \int_V e^{-i(\mathbf{G} \cdot \mathbf{r})} d^3 r, \\ = \frac{8}{V} \frac{\sin(G_x \cdot \alpha/2) \cdot \sin(G_y \cdot \alpha/2) \cdot \sin(G_z \cdot d)}{G_x \cdot G_y \cdot G_z} + \frac{4\pi r \cdot J_1(G_\perp \cdot R) \cdot [\sin(G_z \cdot H) - \sin(G_z \cdot d)]}{V \cdot G_\perp \cdot G_z}, \quad (2)$$

式中 V 为超元胞的体积, J_1 表示一阶第一类贝塞尔 (Bessel) 函数, 其中,

$$V = 125\alpha^3,$$

$$G_\perp = \sqrt{G_x^2 + G_y^2}.$$

3 数值计算结果

本文数值计算使用了 729 个平面波, 数值结果显示是收敛的。

3.1 平板二维声子晶体的能带结构

图 2 为板厚度 $d=0.5$, 柱体的半径 $r=0.5$ 、高 $H=4$ 时, 由 (1) 式可得平板二维声子晶体的声波能带结构。由图 2 可以看出, 其能

带分为五组, 第一组能带由三条能带组成, 其中靠近的两条能带为横波模态, 另一条能带为纵波模态。第一组与第二组能带之间存在一条较宽的声波带隙, 带隙宽度为 $\Delta\omega\alpha/2\pi C_T=1.53$ 。图 3 为柱体半径 $r=0.34$, 高 $H=4$, 板厚 $d=0.5$ 时, 平板二维声子晶体的能带结构图。由图 3 我们可以清晰地看出, 在频率为 $\omega\alpha/2\pi C_T=0.13\sim 0.32, 0.45\sim 0.53$ 之间出现两条带隙, 带隙的宽度分别为 $\Delta\omega\alpha/2\pi C_T=0.19, 0.08$ 。

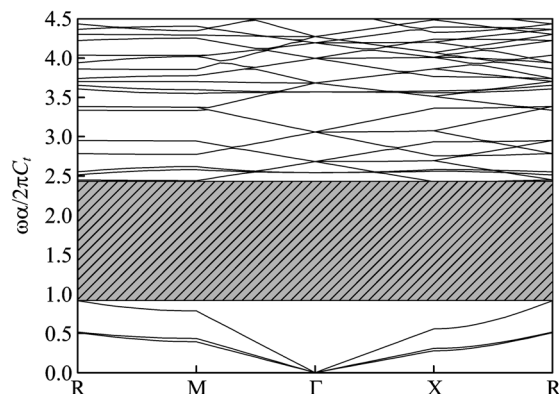


图 2 柱体半径 $r=0.5$, 高 $H=4$, 板厚 $d=0.5$ 时, 平板二维声子晶体的声波能带结构

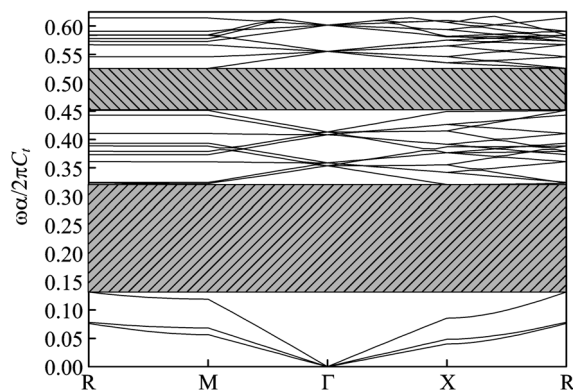


图 3 柱体半径 $r=0.34$, 高 $H=4$, 板厚 $d=0.5$ 时, 平板二维声子晶体的能带结构

3.2 柱体的半径和高度对带隙的影响

图 4 为 $d=0.5$ 时带隙宽度随柱体的半径和高度变化关系。由图中可以看出, 当柱体半径 $r \leq 0.3$ 时, 带隙宽度随柱体高度增加单调增加; 而当柱体半径 $r > 0.3$ 时, 带隙宽度随柱体高度增加则呈现先增加后减小的趋势; 当柱体高度较小 (H 为 1, 2) 时, 带隙宽度随柱体半径增加单调增加; 当柱体高度增加 (H 为 3、4 或者 5 时), 带隙宽度随柱体半径增加则呈现先增加后减小的趋势。

3.3 板的厚度对带隙的影响

图 5 是柱体高度 $H=4.5$ 不变、 r 不同时, 平板二维声子晶体带隙宽度随板厚 d 的变化关系, 其中圆形与三角形点线分别表示柱体

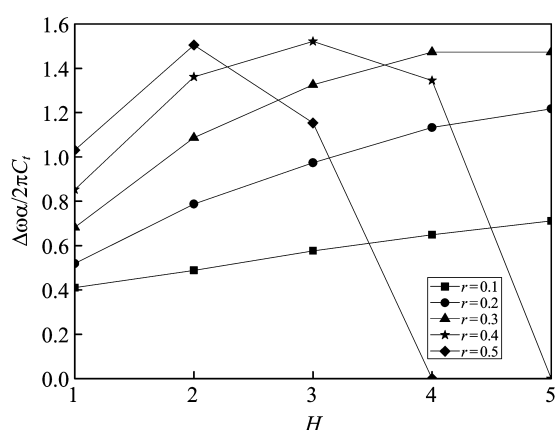


图 4 板厚 $d=0.5$ 时, 带隙宽度随柱体 H 的变化关系。不同曲线表示不同半径的柱体的情况

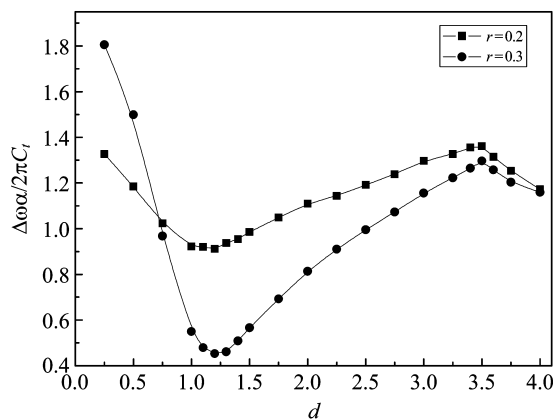


图 5 柱体高度保持不变 ($H=4.5$), r 不同时, 平板二维声子晶体声波带隙宽度与板厚 d 的关系

半径 r 为 0.2 与 0.3 的情况。从图中可看出, 起初带隙宽度随板厚增加迅速减小, 当板的厚度增加到 $d=1.2$ 时带隙最窄, 此后带隙随板厚增加逐渐增加, 在 $d=3.5$ 处带隙宽度出现峰值, 然后带隙宽度又逐渐减小。这说明板对带隙有较大的影响, 人们可以通过调节底板厚度来实现对带隙宽度的调节。

4 结论

本文采用超元胞法研究钢板上按正方形点阵结构生长有限长度钢柱体形成的散射体嵌入环氧树脂基体内构成的平板二维声子晶体的声波能带结构。计算结果发现此类声子晶体具有很宽声波带隙, 并且带隙出现在低频范围; 柱体的半径、高和板厚都对声波带隙有较大的影响, 它们都是声波带隙的有效控制因素。

以上研究结果表明, 平板二维声子晶体的声波带隙宽度很大且容易实现人为控制, 其结构看似复杂, 但易于设计, 现在的精细加工工艺完全可以制备。因而此类结构是一种较理想的声子晶体, 有望为声子晶体的实际应用开辟了一条有效的途径。

参 考 文 献

- [1] M M Sigalas, N E Economou. Elastic and acoustic wave band structure. *Journal of Sound and Vibration*, 1992, 158: 377-382.
- [2] M.S.Kushwaha, P Halevi, L Dobrzynski, et al. Acoustic band structure of periodic elastic composites. *Phys. Rev.Lett.*, 1993, 71: 2022-2025.
- [3] Vasseur J O, Deymier P A, Chenni B, et al. Experimental and Theoretical Evidence for the Existence of Absolute Acoustic Band Gaps in Two-Dimensional Solid Phononic Crystals. *Phys.Rev.Lett.*, 2001, 86: 3012-3015.
- [4] 钟兰花, 吴福根, 彭程万. 二维缺陷声子晶体中缺陷填充率对能带的影响. *应用声学*, 2009, 28: 140-146.
- [5] Anne-Christine, Hladky-Hennion, Vasseur J, et al. Sonic

- band gaps in one-dimensional phononic crystals with a symmetric stub. Phys. Rev. B, 2008, 77: 104304.
- [6] Zhang X, Zhengyou Liua, Youyan Liu, et al. Defect states in 2D acoustic band-gap materials with bend-shaped linear defects. Solid State Commun. 2004, 130: 67-71.
- [7] Hou Zhilin, Fu Xiujun, Liu Youyan. Singularity of the Bloch theorem in the fluid/solid phononic crystal. Phys.Rev.B, 2006, 73: 024304.
- [8] Khelif A, Choujaa A, Djagari-Rouhani B, et al. Phonon entropy of alloying and ordering of Cu-Au. Phys. Rev. B, 2003, 68: 14301-014308.
- [9] 牟中飞, 吴福根, 张欣, 等. 超元胞方法研究平移群对称性对声子带隙的影响. 物理学报, 2007, 56: 4694-4698.
- [10] Wu F G, Liu Z Y, Liu Y Y. Splitting and tuning characteristics of the point defect modes in two-dimensional phononic crystals. Phys. Rev. E, 2004, 69: 066609-066613.
- [12] Zhang X, Liu Z Y, Liu Y Y, et al. Elastic wave band gaps for three-dimensional phononic crystals with two structural units. Phys. Lett. A, 2003, 313: 455-460.
- [13] Kuang Weimin, Hou Zhilin, Liu You yan, et al. The band gaps of cubic phononic crystals with different shaps of scatters.J.Phys.D:Appl.Phys, 2006, 39: 2067-2071.
- [14] 温熙森, 等. 光子/声子晶体理论与技术. 第一版. 北京: 科学出版社, 2006: 38-107.
- [15] Khelif A, Choujaa A, Djagari-Rouhani B, et al. Phonon entropy of alloying and ordering of Cu-Au. Phys. Rev. B, 2003, 68: 14301-014308.
- [16] 颜琳, 赵鹤平, 王小云, 等. 二维声子晶体带结构研究. 应用声学, 2006, 25(4): 212-216.
- [17] Psarobas I E, Stefanou N. Phononic crystals with planar defect. Phys. Rev. B, 2000, 62: 5536-5540.
- [18] Z Y Liu, X X Zhang, Y W Mao, et al. Locally Resonant Sonic Materials. Science, 2000, 289: 1734-1736.
- [19] Tsung-Tsong Wu, Zi-Gui Huang, Tzu-Chin Tsai, et al. Evidence of complete band gap and resonances in a plate with periodic stubbed surface. Appl. Phys. Lett., 2008, 93: 111902-111906.
- [20] Krauss T F, Richard M. De La Rue, Brand Stuart. Two-dimensional photonic-bandgap structures operating at near-infrared wavelengths. Nature, 1996, 383: 699-702.