

$\alpha\beta\varpi$ (ABO) 图像去噪模型边缘检测算子的改进*

周 千**

(西安航空学院理学院, 西安 710077)

摘要:为了能够更好地检测图像的边缘和纹理,并有效地去除噪声,在 $\alpha\beta\varpi$ (ABO) 图像去噪模型的基础上,提出一种综合利用梯度模和水平集曲率模作为图像边缘检测算子的去噪模型。该模型保持了曲线边缘、角点等图像特征,同时,和传统的PM模型、TV模型、Y-K模型以及 $\alpha\beta\varpi$ (ABO)模型相比,使用该模型去噪后,图像的峰值信噪比(PSNR)有了明显提高,而均方根误差(RMSE)则明显降低。最后,仿真实验证明了该方法的有效性。

关键词:图像去噪;偏微分方程;水平集曲率; $\alpha\beta\varpi$ (ABO)模型;边缘检测算子

中图分类号:TP391 文献标识码:A doi:10.16507/j.issn.1006-6055.2016.05.025

Improvement of Edge Detection Operator for $\alpha\beta\varpi$ (ABO) Image Denoising Model*

ZHOU Qian**

(School of Science, Xi'an Aeronautical University, Xi'an 710077)

Abstract: In order to detect the edge and texture of the image effectively, and to remove the noise efficiently, an image denoising model is proposed, which is based on $\alpha\beta\varpi$ (ABO) model. In the new model, gradient modules and level set curvature modules are used as the image edge detection operator. The edge texture details, such as the curve edges, corners and so on, can be retained by the new model. At the same time, the PSNR have been enhanced by comparing with traditional PM model, TV model, Y-K model and $\alpha\beta\varpi$ (ABO) model. Meanwhile, the RMSE have been significantly reduced. Finally, the validity of the proposed model has been proved through the experiments.

Key words: image denoising; partial differential equation; level set curvature; $\alpha\beta\varpi$ (ABO) model; edge detection operator

1 引言

图像去噪是图像处理 and 图像分析领域中的一个重要研究课题。基于偏微分方程的图像去噪方法不但能较好地抑制噪声,还能保持图像的边缘纹理特征,较好地克服了保持图像特征和抑制噪声这一对矛盾。研究者们对此进行了大量的研究,提出了很多图像去噪方法,其中比较有代表性的有PM模型^[1]、TV模型^[2]、MCM模型等。2006年,美籍韩国学者 Seongjai Kim^[3]提出了一种混合PM模型、TV模型和MCM模型的 $\alpha\beta\varpi$ (ABO)模型,该模型能够有效地平滑混合了高斯噪声和椒盐噪声的图像。

无论是PM模型、TV模型还是 $\alpha\beta\varpi$ (ABO)模型,都是以梯度模 $|\nabla u|$ 作为图像的边缘检测算子^[1-6],在去除边缘和图像灰度渐变区以及平坦区域的孤立噪声时会产生“阶梯效应”。通过进一步

分析图像的局部特征,研究者发现仅用一阶微分量(梯度)来表征图像的局部特征是不够的,二阶微分中含有更加丰富的图像信息^[7-9]。图像的水平集曲率是一个二阶微分量,对于一幅图像来说,其水平集应该是光滑的,而当图像受到污染时,其曲率将发生变化,所以有必要将水平集曲率作为另一种边缘检测算子引入到图像去噪模型中。

受此启发,为了能够更加精确地检测图像的纹理和边缘,同时更好地去除噪声,本文提出了一种结合梯度和水平集曲率的图像去噪模型,并通过仿真实验证明该方法的有效性。

2 $\alpha\beta\varpi$ (ABO) 模型

为了有效去除高斯噪声和椒盐噪声, Seongjai Kim^[3]提出了一种混合PM模型、TV模型和MCM模型的 $\alpha\beta\varpi$ (ABO)模型:

$$u_t - |\nabla u|^\alpha \nabla \cdot \left(\frac{\nabla u}{\|\nabla u\|^{1+\varpi}} \right) = \beta(u_0 - u) \quad (1)$$

其中, $\alpha, \beta, \varpi \geq 0$, $|\nabla u|$ 和 $\|\nabla u\|$ 在数学上的定

2016-02-02 收稿, 2016-04-14 接受, 2016-09-05 网络发表

* 陕西省教育厅专项科研计划(15JK1379), 西安航空学院科研基金(2016KY1214, 2014KY1210)资助

** 通讯作者, E-mail: zhouqian_0823@163.com; Tel: 13649278360

是一样的,都是梯度模。之所以写成不同的符号,是因为 Seongjai Kim 对 $|\nabla u|$ 和 $\|\nabla u\|$ 给出了不同的差分格式。在模型(1)中,当 $\alpha = \varpi = 0$ 时,模型退化为 TV 模型,而当 $\alpha = 1, \beta = \varpi = 0$ 时,则退化为 MCM 模型,当 $\alpha = 0, \varpi > 0$ 时,则成为 PM 模型。特别地,当 $\alpha = 1 + \varpi, \varpi > 0, \beta > 0$ 时,称为强化的 TV 模型。

3 水平集曲率的定义

设平面曲线的切矢量为单位矢量 T , 记作

$$T = C_s, |T| = 1 \tag{2}$$

由于 C_s 为单位矢量,它与自身的内积为 1,即 $\langle C_s, C_s \rangle = |C_s|^2 = 1$,对该式两边求导可得 $\langle C_s, C_{ss} \rangle = 0$,可见矢量 C_{ss} 与单位切矢量 C_s 正交。现假设与 T 构成右手坐标系的单位矢量为法矢量 N ,因此矢量 C_{ss} 与 N 共线,故可表示为

$$C_{ss} = \kappa N \tag{3}$$

式中,比例系数 κ 被称为水平集曲率^[10,11]。

$$\begin{aligned} \kappa &= \operatorname{div}\left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|}\right) = \operatorname{grad}\left(\frac{1}{|\nabla u|}\right) \nabla u + \\ &= \frac{1}{|\nabla u|} \operatorname{div}(\nabla u) \\ &= \frac{u_x^2 u_{yy} - 2u_x u_y u_{xy} + u_y^2 u_{xx}}{(u_x^2 + u_y^2)^{3/2}} \end{aligned} \tag{4}$$

4 结合梯度和水平集曲率的图像去噪模型

为了有效去除噪声,同时更好地保持图像的边缘纹理特征等细节信息,受到 $\alpha\beta\varpi$ (ABO) 模型的启发,本文提出如下的去噪模型:

$$\begin{aligned} u_t - |\nabla u|^\alpha \nabla \cdot \left(\frac{\nabla u}{(|\nabla u| + |\kappa|)^{1+\varpi}}\right) \\ = \beta(u_0 - u) \end{aligned} \tag{5}$$

式中, κ 为水平集曲率, $|\kappa|$ 为曲率模。和 $\alpha\beta\varpi$ (ABO) 模型相比,该模型利用梯度和水平集曲率共同检测图像的边缘,能够更好地保护图像的边缘纹理信息。

类似于文献[12]的方法,当离散该模型时,采用自适应时间步长并忽略时间 t 的迭代。因此,在式(5)中,令 $u_t = 0$,则可通过离散方程(6)来代替式(5),以大大降低计算的复杂程度。

$$u = u_0 + \frac{1}{\beta} |\nabla u|^\alpha \nabla \cdot \left(\frac{\nabla u}{(|\nabla u| + |\kappa|)^{1+\varpi}}\right) \tag{6}$$

5 模型的数值实现

式(6)可以用下面的方法求解。

$$\text{令 } g = \frac{1}{(|\nabla u| + |\kappa|)^{1+\varpi}}, \text{ 则}$$

$$\nabla \cdot \left(\frac{\nabla u}{(|\nabla u| + |\kappa|)^{1+\varpi}}\right) = \nabla \cdot (g \nabla u) = \nabla g$$

$$\cdot \nabla u + g \nabla^2 u = \frac{\partial g}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial g}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial y} + g \nabla^2 u$$

其中,

$$\begin{aligned} \frac{\partial g}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{i,j} &= \frac{1}{2h^2} [(g_{i+1,j} - g_{i,j}) \times (u_{i+1,j} - u_{i,j}) + \\ & (g_{i-1,j} - g_{i,j}) \times (u_{i-1,j} - u_{i,j})] \end{aligned} \tag{7}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial g}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{i,j} &= \frac{1}{2h^2} [(g_{i,j+1} - g_{i,j}) \times (u_{i,j+1} - u_{i,j}) + \\ & (g_{i,j-1} - g_{i,j}) \times (u_{i,j-1} - u_{i,j})] \end{aligned} \tag{8}$$

$$\nabla^2 u \Big|_{i,j} = \frac{1}{h^2} [u_{i+1,j} + u_{i-1,j} + u_{i,j+1} + u_{i,j-1} - 4u_{i,j}]$$

又因水平集曲率 $\kappa = \frac{u_x^2 u_{yy} - 2u_x u_y u_{xy} + u_y^2 u_{xx}}{(u_x^2 + u_y^2)^{3/2}}$, 故令

$$(u_{xx})_{i,j} = \frac{1}{h^2} (u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j})$$

$$(u_{xy})_{i,j} = \frac{1}{h^2} (u_{i+1,j+1} - u_{i+1,j} - u_{i,j+1} + u_{i,j})$$

$$(u_{yy})_{i,j} = \frac{1}{h^2} (u_{i,j+1} - 2u_{i,j} + u_{i,j-1})$$

而 $|\nabla u| = \sqrt{\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2}$, 也可用式(7)和(8)进行离散。此外,为了避免计算时 $|\nabla u| = 0$, 用

$|\nabla u|_a = \sqrt{\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 + a^2}$ 代替 $|\nabla u|$, 其中 a 为一个很小的正数。

6 实验结果与分析

为了验证本文模型的有效性,在 Matlab7.0 的平台下进行了两组比较实验。第一组实验是将本文方法与 PM 模型、TV 模型以及 Y-K 模型针对高斯噪声去除进行比较,第二组实验则是将本文方法与 $\alpha\beta\varpi$ (ABO) 模型针对混合噪声(高斯噪声和椒盐噪声)去除进行比较。实验结果主要通过计算去噪后图像的峰值信噪比 (PSNR) 和均方根误差 (RMSE) 作为去噪性能的客观评价标准。

第一组实验是将本文方法与传统的利用梯度模

$|\nabla u|$ 和拉普拉斯算子模 $|\nabla^2 u|$ 作为图像边缘检测算子的去噪模型进行比较,实验结果如图 1 所示。选取标准的 Lena 图像进行实验,(b)是添加均值为 0、方差为 20 的高斯噪声图。(c)是 PM 模型去噪效果图,可以看出,噪声得到了一定的抑制,但图像边缘有不同程度的模糊,“阶梯效应”比较明显,整体效果较差,这主要是由于 PM 模型是基于梯度来进行边缘检测,容易受到噪声的影响。(d)是 TV 模型去噪效果图,去噪效果较好,但依然出现了二阶偏微分方程所固有的缺点:“阶梯效应”。为了克服阶梯效应, You 和 Kaveh^[7] 利用拉普拉斯算子模值 $|\nabla^2 u|$ 作为图像的边缘检测算子,推导出一个四阶偏微分方程,该方程能够较好地兼顾去除噪声和保持图像的特征,但作者在实验中发现,结果图像存在许多孤立的“斑”点,影响了图像的视觉效果,如图 1 (e)所示。而本文模型去噪后的图像既可以去除噪声,又保护了帽檐、头发等边缘纹理细节。这是因为同时利用梯度模和水平集曲率作为图像边缘检测算子,可以更加准确地检测图像的边缘,因此可以较好地保留图像的边缘纹理细节信息,同时,还可以避免二阶非线性扩散所特有的“阶梯效应”,如图 1(f)所示。此外,从表 1 中 PSNR 值和 RMSE 值的比较结果同样可以看出,在噪声强度相同的条件下,本文模型得到的 PSNR 值均高于其他方法,而 RMSE 值则低于其他方法,从客观角度说明了本文模型的有效性和优越性。

表 1 本文方法和其他方法图像去噪效果比较

性能参数	$\sigma = 20$		$\sigma = 30$		$\sigma = 40$	
	PSNR	RMSE	PSNR	RMSE	PSNR	RMSE
噪声图像	22.1067	20.0080	18.5964	29.9724	14.1141	50.1609
PM 模型	28.7762	9.2839	24.7228	14.8047	21.1458	22.3487
TV 模型	30.3759	7.7223	26.4406	11.8271	25.1252	13.9483
Y-K 模型	29.5822	8.4640	26.1865	27.4607	23.1622	17.7187
本文方法	31.3337	7.1695	12.5088	10.8020	25.2641	13.9102

第二组实验是利用本文方法与 $\alpha\beta\varpi$ (ABO) 模型对混合噪声进行处理,实验结果如图 2 所示。选取标准的 Pepper 图像进行实验,(b)是添加均值为 0、方差 σ 为 20 的高斯噪声,以及密度为 0.02 的椒盐噪声图。首先利用 MCM 模型去除图像中的椒盐噪声。对于剩下的高斯噪声,则分别采用 $\alpha\beta\varpi$ (ABO) 模型与本文方法进行平滑,结果如图 2 (c)和(d)所示,可以看出 $\alpha\beta\varpi$ (ABO) 模型与本文方法都能够较好地去除噪声,但是在保护边缘和纹



图 1 Lena 图像及本文方法和其他方法的去噪效果图

理方面,本文方法显然要优于 $\alpha\beta\varpi$ (ABO) 模型,如图中青椒的纹理,本文方法保护的显然更好。另外,从表 2 中 PSNR 值和 RMSE 值的比较结果同样可以看出,本文模型处理后的图像的 PSNR 值均高于 $\alpha\beta\varpi$ (ABO) 模型,而 RMSE 值则低于该模型,因此,无论是视觉方面,还是客观的数据比较,本文方法都优于 $\alpha\beta\varpi$ (ABO) 模型。

表 2 本文方法和 $\alpha\beta\varpi$ (ABO) 模型去噪效果比较

性能参数	PSNR	RMSE
噪声图像 ¹⁾	28.7389	31.5687
$\alpha\beta\varpi$ (ABO) 模型 ²⁾	31.1365	7.0748
本文方法 ³⁾	32.0530	6.3663

1) 添加均值为 0、方差为 20 的高斯噪声,以及密度为 0.02 的椒盐噪声;2) 选取参数 $\alpha = 0, \beta = 0.04, \varpi = 0.02$; 3) 选取参数 $\alpha = 0.001, \beta = 0.01, \varpi = 0.02$ 。

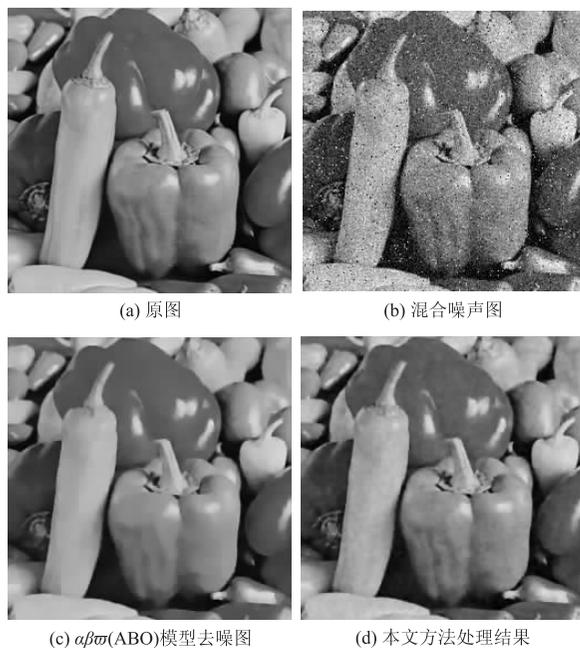


图2 Pepper 图像及 $\alpha\beta\omega$ (ABO) 模型和本文方法的去噪效果图

7 结束语

本文将梯度和水平集曲率相结合应用于图像边缘和纹理的检测,提出了一种结合梯度模和水平集曲率模的图像去噪模型,该模型不但可以保持图像的特征,如曲线的边缘、角点等,去噪后图像的峰值信噪比和传统的 PM 模型、TV 模型相比也有了明显的提高。实验结果表明,本文提出的方法既能有效地保护图像的纹理信息,也能获得更好的视觉效果。

参考文献

- [1] PERONA P, MALIK J. Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion [J]. Institute of Electrical and Electronics Engineers Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1990, 12 (7): 629-639.
- [2] RUDIN L, OSHER S, FAATEMI E. Nonlinear total variation based noise removal algorithm [J]. Physica D, 1992, 60 (4): 259-268.
- [3] KIM S. PDE-based image restoration; A hybrid model and color image denoising [J]. Institute of Electrical and Electronics Engineers Transaction on Image Processing, 2006, 15 (5): 1163-1170.
- [4] YOU Y, XU W, TANNENBAUM A, KAVEH M. Behavioral analysis of anisotropic diffusion in image processing [J]. Institute of Electrical and Electronics Engineers Transactions on Image Processing, 1996, 5 (11): 1539-1553.
- [5] CATTE F, LIONS P, MOREL J, et al. Image selective smoothing and edge detection by nonlinear diffusion [J]. Society for Industrial and Applied Mathematics Journal of Numerical Analysis, 1992, 29 (1): 182-193.
- [6] ALVAREZ L, LIONS P, MOREL J. Image selective smoothing and edge detection by nonlinear diffusion [J]. Society for Industrial and Applied Mathematics Journal of Numerical Analysis, 1992, 29 (3): 845-866.
- [7] YOU Y, KAVEH M. Fourth-order partial differential equations for noise removal [J]. Institute of Electrical and Electronics Engineers Transactions on Image Processing, 2000, 9 (10): 1723-1730.
- [8] 赵芳玲, 周千. 一种基于四阶偏微分方程的图像去噪方法 [J]. 世界科技研究与发展, 2010, 32 (3): 287-289.
- [9] 周千. 一种改进拉氏算子的四阶偏微分方程图像去噪方法 [J]. 世界科技研究与发展, 2014, 36 (3): 253-256.
- [10] 周先春, 汪美玲, 周林锋, 等. 基于 Demons 算法改进的图像去噪模型研究 [J]. 物理学报, 2015, 64 (2): 024205 (1-10).
- [11] 周先春, 汪美玲, 石兰芳, 等. 基于梯度与曲率相结合的图像平滑模型的研究 [J]. 物理学报, 2015, 64 (4): 044201 (1-7).
- [12] TONY F, OSHER S, SHEN Jianhong. The digital TV filter and nonlinear denoising [J]. Institute of Electrical and Electronics Engineers Transaction on Image Processing, 2001, 10 (2): 231-241.