

# 航空发动机压气机管道声模态无偏稀疏重构方法<sup>\*</sup>

文 璧<sup>1,2</sup>, 李泽芃<sup>1,2</sup>, 杜 军<sup>3</sup>, 王亚南<sup>1</sup>, 刘元是<sup>3</sup>, 乔百杰<sup>1</sup>, 陈雪峰<sup>1</sup>

(1. 西安交通大学 机械工程学院, 陕西 西安 710049;

2. 太行国家实验室, 四川 成都 610213;

3. 中国航发四川燃气涡轮研究院, 四川 绵阳 621022)

**摘要:** 针对应用声模态分解技术解析压气机管道内截通声模态特征时, 传统均匀环形阵列要求传感器数量多、传统稀疏估计方法精度低的问题, 本文提出了一种无偏稀疏声模态重构方法, 通过 $L_1$ 范数正则化方法实现声模态向量支撑集的求解, 再通过最小二乘实现模态幅值的无偏估计, 最后分别通过仿真分析和实验研究验证了所提方法的优越性。结果表明: 本文提出的无偏稀疏重构方法相对于经典稀疏重构方法显著提高了声模态重构精度以及辨识鲁棒性, 相对于 $L_1$ 范数正则化方法在三种不同传感器布局下, 主导声模态幅值重构精度分别提升1.74 dB, 2.36 dB和0.78 dB; 相对于 $L_{1/2}$ 范数正则化方法具有更好的阶次辨识鲁棒性。

**关键词:** 压气机; 气动声学; 管道声模态; 声阵列; 稀疏重构; 正则化

**中图分类号:** V231.92 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-4055 (2025) 04-2407055-09

**DOI:** 10.13675/j.cnki.tjjs.2407055

## 1 引言

航空发动机压气机内部流动高度复杂、气动噪声源众多, 精细化解析压气机管道内部声场、明晰压气机故障噪声产生与传播过程, 是发动机降噪设计的基础<sup>[1-3]</sup>。受限于压气机管道壁面的几何形状, 只有一部分声波可以以“旋转模态”的形式传播, 这种传播模式也被称为声模态。不同阶次的声模态可以视为压气机声场在空间(波数)域的“基向量”, 即压气机管道内的声压分布可由多个声模态线性叠加表示。开展周向声模态分析(Azimuthal mode analysis, AMA)对于揭示压气机内部流动和故障声源特性具有重要意义<sup>[4]</sup>。

最为直接的管道声模态分解方法是通过在管道壁面处布置环形麦克风阵列, 在入口处形成沿圆周方向的均匀声压测点, 随后在某一频率下对管道周向测量到的压力幅值展开离散傅里叶变换, 即可得到该频率声波的周向分布规律<sup>[5]</sup>。这种方法虽然行之有效, 但是其最高空间分辨率受限于周向测点的

数量, 在实际测量过程中所需要的麦克风传感器常常要达到上百个<sup>[6-7]</sup>。数量众多的传感器会导致声学测量系统高度复杂, 测试成本巨大。如何在保障声场测量精度和较高空间分辨率的前提下, 减少声学测量系统所需传感器数量, 是航空发动机声学测试研究的重点方向之一。

随着稀疏理论的发展, 从高度欠采样的条件下准确重构具有稀疏特征的信号成为可能<sup>[8]</sup>。对非定常叶片气动力产生的离散单音噪声而言, 其噪声主要能量在波数域中通常由代表气动噪声源的少数极高幅值声模态组成, 而其余声模态则为该频率下的宽频噪声成分, 幅值远低于主要噪声源。显然, 压气机声模态在波数域中具有稀疏特性, 应用稀疏理论来估计管道声模态参数是一种可行的方法<sup>[9]</sup>。Huang<sup>[10]</sup>最早提出利用这种稀疏性来重构声模态, 而后Yu等<sup>[11]</sup>又通过旋转模态模拟器验证了稀疏方法的有效性。然而, 当前经典的最小绝对收缩和选择算法(Least Absolute Shrinkage and Selection Operator, LASSO)采用 $L_1$ 范数惩罚函数直接重构声模态阶次与幅值, 不

\* 收稿日期: 2024-07-26; 修订日期: 2024-09-22。

基金项目: 国家自然科学基金(52305127; 52475130)。

作者简介: 文 璧, 博士生, 高级工程师, 研究领域为航空发动机先进噪声测试技术。

通讯作者: 乔百杰, 博士, 教授, 研究领域为航空发动机健康监测。E-mail: qiao1224@xjtu.edu.cn

引用格式: 文 璧, 李泽芃, 杜 军, 等. 航空发动机压气机管道声模态无偏稀疏重构方法[J]. 推进技术, 2025, 46(4): 2407055. (WEN B, LI Z P, DU J, et al. An unbiased sparse reconstruction method for duct acoustic mode on aero-engine compressor[J]. Journal of Propulsion Technology, 2025, 46(4): 2407055.)

可避免地导致声模态幅值的有偏估计,进而使声模态幅值精度不足<sup>[12-13]</sup>。

相对于LASSO模型中使用的 $L_1$ 范数正则化,非凸正则化可以表现出更强的稀疏诱导能力,进而实现更准确的求解<sup>[14-15]</sup>。最为广泛使用的非凸正则化项为 $L_{1/2}$ 范数正则化项,该正则化方法的优越性已经在图像处理、故障诊断等若干逆问题的应用中得到了验证<sup>[16]</sup>。对于声模态分解而言, $L_{1/2}$ 范数正则化项也已得到应用: Bai等<sup>[17]</sup>首先将 $L_{1/2}$ 范数正则化应用在了管道声模态重构领域中,且通过压气机实验表明该方法相对于经典的 $L_1$ 范数正则化具有更高的重构精度; Li等<sup>[18]</sup>求导了 $L_{1/2}$ 范数正则声模态重构问题闭式解的形式,相对于迭代算法进一步提升了计算效率。然而, $L_{1/2}$ 范数正则模型的目标函数是非凸的,在求解过程中可能会收敛至局部最优解而非全局最优解;同时,该模型对迭代初始值较为敏感,在声模态重构应用中可能会产生较差的结果<sup>[19]</sup>。

本文提出了一种压气机管道声模态无偏稀疏重构方法,通过目标函数凸性的LASSO方法鲁棒求解声模态阶次,再通过最小二乘精确求解声模态幅值,实现声模态少测点的鲁棒、无偏重构。

## 2 管道声模态分解方法

### 2.1 管道声模态传播模型

考虑航空发动机压气机为理想硬壁圆柱管道,且内部为不可压缩介质、均匀流动的无黏流体,则管道内声波传播过程可以由波动方程描述<sup>[20]</sup>。

$$\left(\frac{D_0^2}{D_0 t^2} - c_0^2 \nabla^2\right)p = 0 \quad (1)$$

式中 $p$ 为声压, $c_0$ 为当地声速, $t$ 为时间, $D_0 = \partial/\partial t + u_0 \cdot \partial/\partial x$ 为随流导数( $u_0$ 为流速, $x$ 为管道轴向坐标), $\nabla^2$ 为圆柱坐标 $(x, r, \varphi)$ 下的拉普拉斯算子。

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \quad (2)$$

若视压气机管道声场为谐波声源线性叠加,即有

$$p(x, r, \varphi, t) = \hat{p}(x, r, \varphi) e^{i\omega t} \quad (3)$$

式中 $\hat{p}$ 为声压的频域表示幅值。

结合压气机环形管道壁面的边界条件,波动方程的通解可由分离变量法写为Fourier-Bessel级数的通解形式。

$$\hat{p}(x, r, \varphi) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left( a_{mn}^+ e^{ik_{mn}^+ x} + a_{mn}^- e^{ik_{mn}^- x} \right) \cdot \varpi_{mn}(r) \cdot e^{im\varphi} \quad (4)$$

式中 $m$ 与 $n$ 分别为管道声模态的周向和径向阶次,+

与-分别指顺流和逆流方向, $\kappa$ 为声波的轴向波数, $a$ 为对应声模态幅值, $\varpi$ 为声模态特征因子。

若仅研究压气机管道的周向声压分布特征,则式(4)可简化为

$$\hat{p}(x, \varphi) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_m(x) \cdot e^{im\varphi} \quad (5)$$

对于压气机管道声场,如何准确获取式(5)中的截通模态声阶次 $m$ 和模态幅值 $a_m$ 是管道声模态分析问题的目标,可以为研究噪声产生机制和声源传播特性提供重要信息参考。由式(5)可知,在管道固定轴向位置处对某截通频率下的噪声开展周向声模态分解,可由空间傅里叶变换(Spatial Fourier transform, SFT)实现:

$$a_m = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \hat{p}(\varphi) \cdot e^{-im\varphi} d\varphi \quad (6)$$

在实际测量中,周向模态分解需要在某一轴向位置处布置环形的全传感器阵列(Full sensor array, FSA),形成均匀的 $K$ 个离散测点,周向模态幅值由离散傅里叶变换得到:

$$a_m = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \hat{p}_k \cdot e^{-im\varphi_k} \quad (7)$$

式中 $\varphi_k$ 为第 $k$ 个麦克风传感器的周向安装角度, $\hat{p}_k$ 为第 $k$ 个麦克风在截通频率处的声压。

采用FSA测量的方式最为直接有效,然而,由式(7)可知,准确解析声场的FSA中测点数量 $K$ 应至少为所关注声模态阶次的2倍。因此,对于声源高度复杂的航空压气机声场,在实际工程应用中,常常需要在周向壁面布置上百个麦克风传感器。使用FSA测量方式开展周向模态分解通常会导致测试系统异常复杂。同时,受限于压气机管道的几何尺寸,如此数目庞大的传感器数量也无法在实际中安装。因此,本文提出了一种无偏的稀疏估计方法,实现少传感器数量下的声模态精确重构。

### 2.2 管道声模态无偏稀疏重构

航空发动机压气机噪声由单音噪声(Tonal noise)成分和宽频噪声(Broadband noise)成分两部分组成。其中,单音噪声主要由周期性成分组成,在压气机中通常与转子叶片的旋转运动密切相关。在单音频率下开展声模态分解,噪声能量主要集中在少数气动激励源模态及其在其它叶级处的散射模态(Scattering mode),这些声模态的幅值远远高于其他宽频噪声模态。以叶片通过频率(Blade passing frequency, BPF)为例,该频率下的主要噪声成分是上游转子叶片旋转的尾迹与下游静子叶片干涉形成的强烈单音

噪声。在BPF的 $\alpha$ 阶谐波处,由转-静叶片干涉形成的旋转模态阶次可以基于Tyler-Sofrin模态理论描述。

$$m = \alpha B \pm \xi V \quad (8)$$

式中 $B$ 和 $V$ 分别为干涉的转子、静子叶片数量; $\xi$ 为任意正整数。

在BPF的 $\alpha$ 阶谐波处分解周向模态时,噪声能量集中在由式(8)表示的单音噪声模态上,其幅值远高于其它背景声模态,在波数域具有稀疏的先验特征。

对于具有稀疏先验的压气机管道声场,理论上可通过周向空间欠采样测点,突破奈奎斯特-香农采样理论的限制,由稀疏估计理论准确求解得到声场中主要噪声模态成分的阶次 $m$ 和幅值 $a_m$ 。

由式(5)可知,对于周向 $K$ 个测点阵列,其在截通频率处的声压幅值可写为

$$\mathbf{p} = \mathbf{W}\mathbf{a} \quad (9)$$

式中 $\mathbf{p} \in \mathbf{R}^K$ 为周向测量的压力幅值向量; $\mathbf{W} \in \mathbf{R}^{K \times Z}$ 为传递矩阵或字典矩阵,矩阵元素为 $W_{k,z} = \exp\{im_z \varphi_k\}$ ,且有 $m_z \in \{-M, K, 0, K, +M\}$ , $Z$ 为所关注周向模态数量, $M$ 为关注周向模态的最高阶次,且有 $Z = 2M + 1$ ; $\mathbf{a} \in \mathbf{R}^Z$ 为单音模态幅值向量。

考虑存在的背景宽频噪声模态成分及麦克风测量杂音,式(9)可以进一步表示为

$$\mathbf{p} = \mathbf{W}\mathbf{a} + \mathbf{W}\mathbf{a}_b = \mathbf{W}\mathbf{a} + \mathbf{n} \quad (10)$$

式中 $\mathbf{a}_b \in \mathbf{R}^Z$ 表示背景宽频噪声模态, $\mathbf{n}$ 为声压中的宽频噪声分量。在欠采样条件下( $K < Z$ ),直接求解方程(10)存在无穷多解。因此,可通过添加 $L_1$ 范数约束而确保解的唯一性。

$$\min_{\mathbf{a} \in \mathbf{R}^Z} \|\mathbf{a}\|_1 \quad \text{subject to} \quad \|\mathbf{p} - \mathbf{W}\mathbf{a}\|_2 \leq \delta \quad (11)$$

式中 $\|\mathbf{a}\| = \sum_{i=1}^Z |a_i|$ , $\delta$ 表示背景声模态的噪声水平。

将式(11)改写成为无约束优化问题。

$$\hat{\mathbf{a}}_{L1} = \arg \min_{\mathbf{a} \in \mathbf{R}^Z} \frac{1}{2} \|\mathbf{p} - \mathbf{W}\mathbf{a}\|_2^2 + \lambda \|\mathbf{a}\|_1 \quad (12)$$

式中 $\hat{\mathbf{a}}_{L1}$ 为通过 $L_1$ 范数正则化模型重构的单音声模态向量; $\lambda$ 为正则化参数。

式(12)也被称为LASSO回归模型,具有全局凸性,可以通过现有的凸优化算法高效求取其全局最优解。基于LASSO模型的鲁棒性估计不仅需要向量 $\mathbf{a}$ 的稀疏性,同时需要合理选取采样策略,使得构建的字典矩阵 $\mathbf{W}$ 满足约束等距条件(Restricted isometry property, RIP),即

$$\min c(\mathbf{W}) = \min \max_{0 \leq j < q \leq Z} \frac{|\langle \mathbf{w}_j, \mathbf{w}_q \rangle|}{\|\mathbf{w}_j\|_2 \|\mathbf{w}_q\|_2} \quad (13)$$

式中 $\mathbf{w}_j$ 和 $\mathbf{w}_q$ 为矩阵 $\mathbf{W}$ 的第 $j$ 和 $q$ 列。对于维度为 $K \times Z$ 的矩阵 $\mathbf{W}$ ,理论上,其相干统计量下界: $c(\mathbf{W}) \geq \sqrt{(Z-K)/((Z-1)K)}$ 。当构建的字典矩阵 $\mathbf{W}$ 的相干统计量达到下界时,则称其为最大Welch边界等效(Maximum Welch bound equality, MWBE)。在实际应用中,可通过随机选择均匀网格位置的子集作为麦克风测点位置,此时字典矩阵 $\mathbf{W}$ 有极大概率为MWBE矩阵<sup>[21-22]</sup>。因此,通过在管道周向等分网格点随机位置处采样压力脉动,可以保证单音声模态向量 $\mathbf{a}$ 的鲁棒重构。

统计学中,LASSO回归模型会产生有偏估计的结果,进而导致重构的声模态 $\hat{\mathbf{a}}_{L1}$ 精度不高。现阶段,学者多通过改进稀疏正则化项提升声模态重构精度,如选取GMC罚函数、 $L_{1/2}$ 范数等替代经典 $L_1$ 范数正则化项。尽管这类非凸正则化项在一定程度上改善了精度,然而这类估计方法产生的结果仍与真实模态幅值有所偏差,为渐进无偏估计方法。因此,本文提出了一种无偏估计方法,以进一步提升声模态重构的幅值精度。

在经典LASSO估计模型的基础上,获取解 $\hat{\mathbf{a}}_{L1}$ 的支撑集:

$$\text{supp}(\hat{\mathbf{a}}_{L1}) = \{i | \hat{a}_{L1,i} \neq 0\} \quad (14)$$

式中 $\text{supp}(\hat{\mathbf{a}}_{L1})$ 指LASSO模型解 $\hat{\mathbf{a}}_{L1}$ 的支撑集, $\hat{a}_{L1,i}$ 指解向量 $\hat{\mathbf{a}}_{L1}$ 的第 $i$ 个元素。

进而由 $\text{supp}(\hat{\mathbf{a}}_{L1})$ 构建矩阵 $\tilde{\mathbf{W}}$

$$\tilde{\mathbf{W}} = \{\mathbf{w}_j\}, \quad j \in \text{supp}(\hat{\mathbf{a}}_{L1}) \quad (15)$$

则声模态幅值可由无偏的最小二乘估计器给出

$$\hat{\mathbf{a}} = (\tilde{\mathbf{W}}^T \tilde{\mathbf{W}})^{-1} \tilde{\mathbf{W}}^T \mathbf{p} \quad (16)$$

此时求解得到的声模态幅值 $\hat{\mathbf{a}}$ 为无偏估计结果,理论上具有最高重构精度。随后将通过仿真与试验分析研究所提方法的有效性。

### 3 结果与讨论

#### 3.1 仿真设置

本小节建立了单音噪声传播的数值模型,通过对比经典的 $L_1$ 范数正则(LASSO)方法、 $L_{1/2}$ 范数正则方法对比,评估所提出的无偏稀疏重构方法(Unbiased sparse method, USM)在空间欠采样条件下对模态阶次辨识和幅值重构精度的表现。考虑理想管道

的模拟声场中,在单音频率 3 kHz 下存在阶次分别  $m = 7$  和  $m = -22$  两个主要单音模态,其余单音模态都处于截止状态。两单音模态的幅值分别设置为  $a_7 = 400 \text{ Pa}$  和  $a_{-22} = 100 \text{ Pa}$ ,且均在理想条件下传播。在奈奎斯特-香农采样定理的框架下,管道周向方向有 64 个均匀环形测点,可通过安装麦克风传感器从声场中获取声压信号。考虑本问题中所关注的仿真声场空间分辨率为  $\pm 30$ ,由截通单音模态形成的周向压力波动幅值和其对应的模态幅值如图 1 所示。其中,单音模态的幅值使用声压级(Sound pressure level, SPL)表示。

$$\text{SPL}_j = 20 \times \lg(a_j/p_0) \quad (17)$$

式中  $p_0$  为基准声压,  $p_0 = 2 \times 10^{-5} \text{ Pa}$ 。

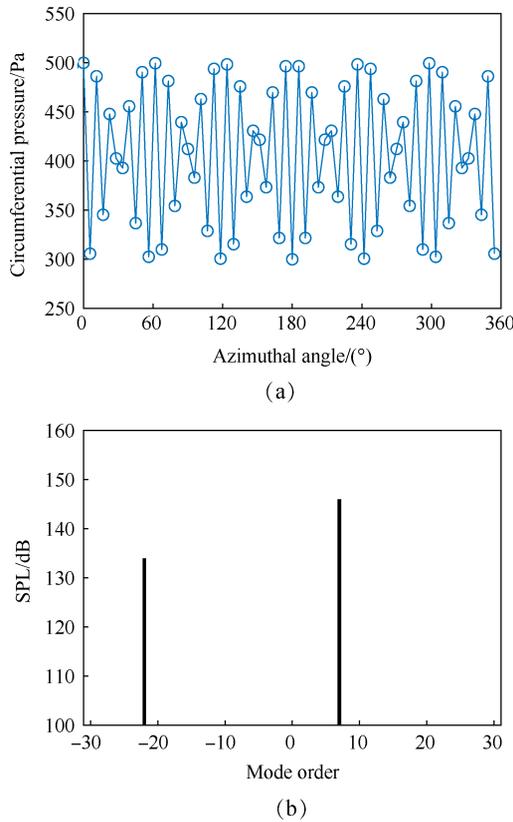


Fig. 1 Simulated tonal sound field without noise

为模拟实际应用中宽频噪声成分的干扰,在仿真案例中加入标准差为  $\sigma_n^2$  的高斯噪声。应当注意的是,加入的噪声为频率与截通频率相同、相位随机的噪声,定义其信噪比为

$$\text{SNR} = 10 \lg(E_s/E_n) \quad (18)$$

式中  $E_s$  为单音成分的能量,  $E_n$  为背景干扰噪声的能量。

对原始仿真信号加入一个信噪比为  $\text{SNR}=10 \text{ dB}$  的宽频噪声干扰,加噪后的仿真声场如图 2 所示。仿真验证研究中,从周向 64 个均匀位置中随机选取

10 个麦克风声压测点,建立对应的传递矩阵,并分别通过所提出的稀疏无偏声模态估计方法、经典的 LASSO 和  $L_{1/2}$  范数正则方法重构单音声模态。

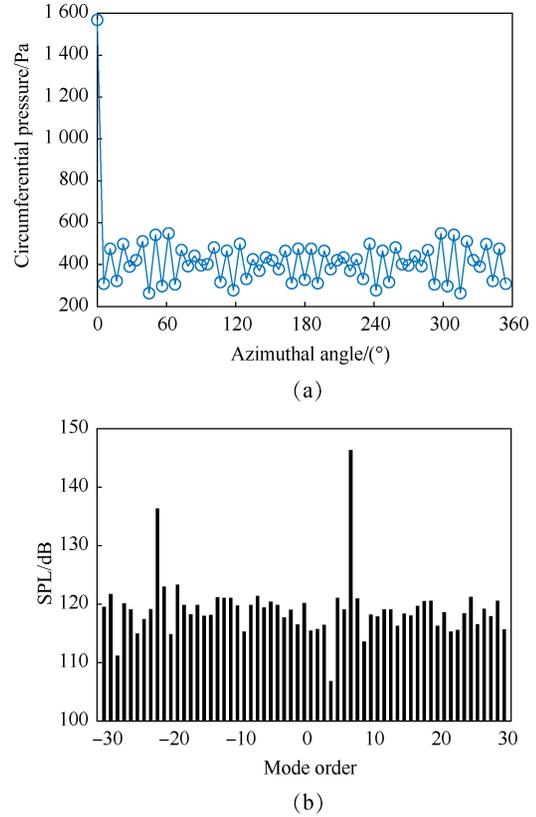


Fig. 2 Simulated tonal sound field with noise level SNR=10 dB

### 3.2 仿真重构结果分析

在仿真重构研究中,从周向 64 个均匀位置中随机选取 10 个麦克风声压测点,建立对应的传递矩阵,并分别通过所提出的非凸正则化增强声模态重构模型和经典的 LASSO 模型重构周向声场。为避免特定测点布局导致的异常估计,本小节选取了三种不同的传感器布局方案,如表 1 所示。其中,安装位置由  $0^\circ$  开始沿顺时针方向依次编号,每个位置间隔角度为  $5.625^\circ$  (即 64 等分)。

Table 1 Sub-sampled microphone schemes for mode reconstruction

布局方案	测点位置
A	#18, #22, #38, #39, #40, #44, #46, #47, #58, #60
B	#3, #6, #7, #11, #12, #24, #31, #41, #47, #51
C	#9, #10, #12, #13, #14, #22, #36, #54, #62, #63

三种不同的测点布局方案下的仿真声场重构结果如图 3 所示,可见,无偏稀疏重构方法和非凸  $L_{1/2}$  范

数正则方法在一定程度上均避免了由  $L_1$  范数产生的幅值低估现象。三种测点布局下重构绝对误差(AE)如表2所示,可见,无偏稀疏重构方法和  $L_{1/2}$  范数法重构精度均显著高于经典的  $L_1$  范数正则方法。然而,值得注意的是,在较糟糕的测点选取策略下(方案B),  $L_{1/2}$  范数正则方法对单音模态的支撑集求解错误,即发生了声模态阶次的错误辨识。这是由于  $L_{1/2}$  范数正则方法的目标函数是非凸的,当通过迭代算法求解过程中对迭代初值较为敏感,可能会收敛至局部最优解而非全局最优解,造成解向量的支撑集求解错误。而无论是所提出的无偏稀疏估计方法或是经典的  $L_1$  范数重构方法,在求解支撑集的目标函数均为凸性方程,在保证全局最优解的同时,又可以实现高效、鲁棒的求解。

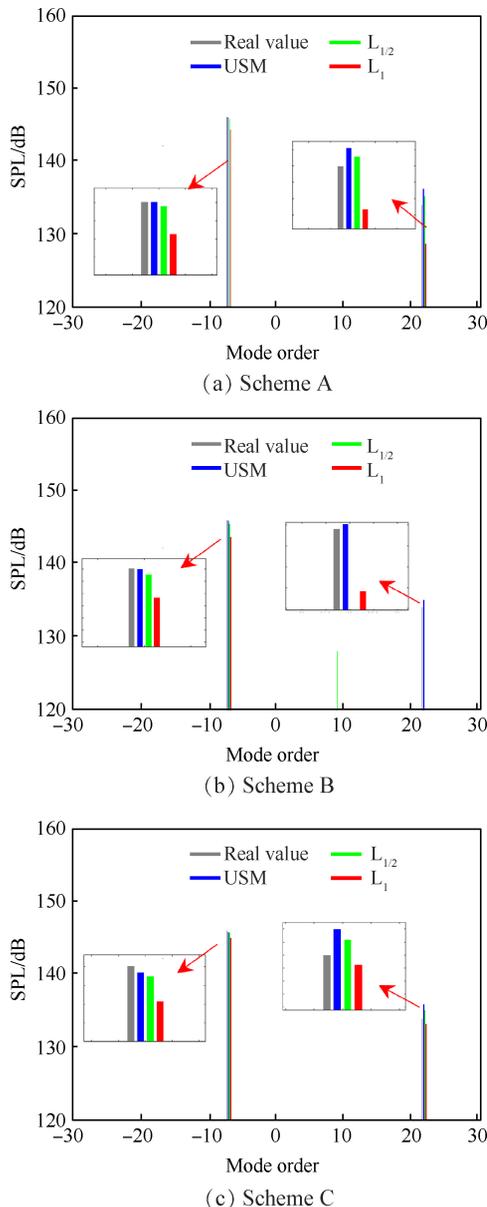


Fig. 3 Mode reconstruction results, using simulated data

Table 2 Mode reconstruction results under three sensor schemes

布局方案	重构模型	AE <sub>7</sub> /dB	AE <sub>-22</sub> /dB
A	$L_1$	1.74	5.31
	$L_{1/2}$	0.21	1.19
	USM	0.01	1.86
B	$L_1$	2.38	14.87
	$L_{1/2}$	0.51	-
	USM	0.03	1.08
C	$L_1$	0.95	0.73
	$L_{1/2}$	0.27	1.19
	USM	0.17	1.98

### 3.3 压气机声学测试实验简介与数据预处理

本节在某型号航空发动机压气机上开展了声学测试试验,测试系统关键部件如图4所示,主要由麦克风测量段、涡轮动力装置、某型3.5级轴流压气机试验器组成。测试对象3.5级轴流压气机试验器具有一级导流叶片(Inlet guide vane, IGV),三级转-静子叶片组成,其叶片数量如表3所示。压气机管道最大直径为798 mm,最高转速为12 kr/min,转轴通过齿轮箱与涡轮连接驱动。

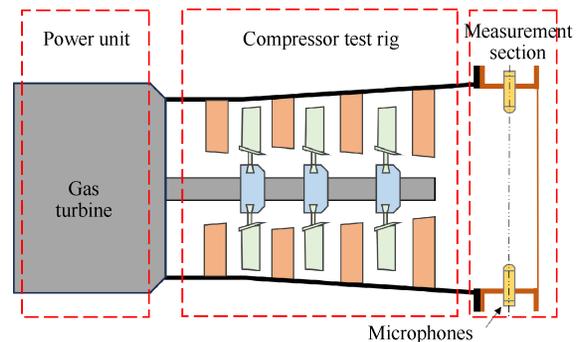


Fig. 4 Test system

Table 3 Number of blades and vanes in the aero-engine compressor

Blade categories	Number
IGV	17
First-stage rotor R1	22
First-stage stator S1	15
Second-stage rotor R2	34
Second-stage stator S2	62
Third-stage rotor R3	38
Third-stage stator S3	89

麦克风测量段沿周向等间距设计了32个传感器安装孔位,彼此间隔角度  $11.25^\circ$ ,可在压气机进气口处形成了均匀环形测量阵列,如图5所示,阵列与

IGV叶排的轴向距离约为410 mm。麦克风传感器选取型号为BSWA MPA 401传声器。在安装过程中,麦克风测头沿测量段壁面平齐,不会对压气机流场产生干扰。

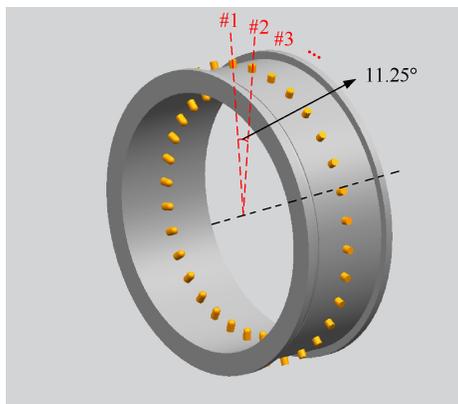


Fig. 5 An illustration of the measurement section

试验测试过程截取了40 s的声学测量数据用于分析,期间转速为 $\Omega = 7930$  r/min,约为标称额定转速的70%。在试验测试中,由于单音声模态的真实模态幅值不可知,故使用均匀全阵列(Full sensor array, FSA)测量分解的单音模态作为参考幅值,用于评估声模态稀疏重构方法的精度。测量段安装的32个麦克风传感器,采用Dewesoft数据采集系统以200 kHz的采样频率对压气机进气口管道进行周向声压测量。根据奈奎斯特-香农采样定理的限制,FSA方法可准确测量的周向模态阶次范围为 $\pm 15$ ,故仅验证稀疏方法对 $\pm 15$ 阶以内单音模态的重构表现。同时,试验在压气机转轴安装了型号为DAcs 18的磁电传感器采集键相信号。压气机单音噪声成分为转子转动引发,具有周期特性,符合一阶循环平稳周期统计特征。而宽频噪声的产生具有随机特性,符合二阶循环平稳周期统计特征。对试验测量的压气机声压中的单音成分进行有效提取,并作为声模态稀疏重构模型的输入,以降低压气机管道声场中的宽频成分对单音模态的干扰水平。本试验中,由于压气机转轴的转速不可避免地存在转速波动,故需要对共32通道的声压信号按键相信号重采样。重采样信号插值方式为线性插值,随后将其以20转为单位分段。计算各分段重采样数据的集平均(即对信号的抽波运算),将平均后数据重组可得到声压信号中所有循环成分,即单音噪声。随后将测量信号与重组单音成分求差,即得到宽频噪声成分。以安装在 $0^\circ$ 处的#1号麦克风采集的声压信号为例,单音噪声提取结果如图6所示。

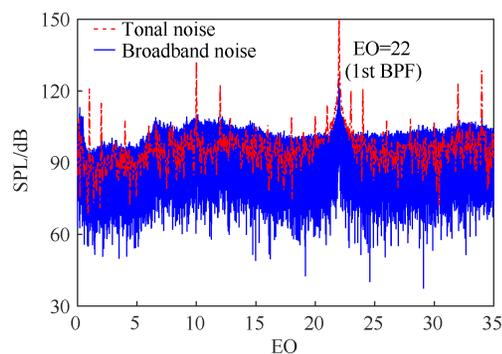


Fig. 6 Extraction of the tonal noise

在BPF处开展声模态解,通过FSA方法分解的周向模态幅值如图7所示,其中可见主导单音噪声模态阶次分别为 $m = 5$ 和 $m = -12$ 。由式(8)和压气机试验器叶片数量可知,该单音噪声模态分别为R1与IGV叶排的干涉模态及其在IGV处的散射,模态幅值分别为150.61 dB和143.00 dB。

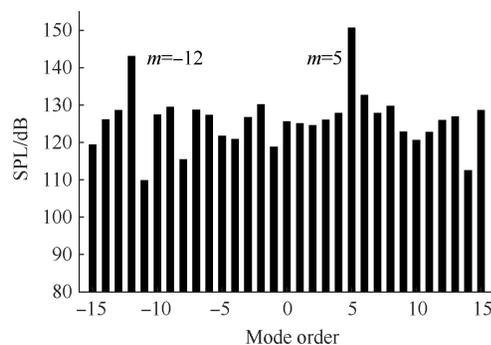


Fig. 7 Mode spectrum obtained by FSA

### 3.4 声模态分解结果实验验证

随机选取8个、10个、12个和14个测点处的BPF幅值作为声学观测,并基于测点位置分别设计传递矩阵,通过所提无偏稀疏重构方法与经典的 $L_{1/2}$ 范数、 $L_1$ 范数方法对比,分别对BPF下单音模态的阶次和幅值进行估计,结果如图8所示。可见,若选取较少数量的麦克风传感器(8个测点、10个测点), $L_{1/2}$ 范数正则方法由于其目标方程的非凸性,常常收敛至局部最优解,导致模态解向量的支撑集求解错误,造成对幅值较低的散射模态阶次的辨识错误;而无偏稀疏重构方法与 $L_1$ 范数方法均为凸的目标函数,保证了全局最优解,均可以在较少数量下准确辨识散射模态的阶次。当传感器数量增加时, $L_1$ 范数正则方法同样可以准确辨识主导单音模态阶次,且相较于 $L_1$ 范数方法有更高的精度,而本文所提出的无偏稀疏估计方法则具有最高的幅值精度,且可以保证声模态阶次的准确辨识。

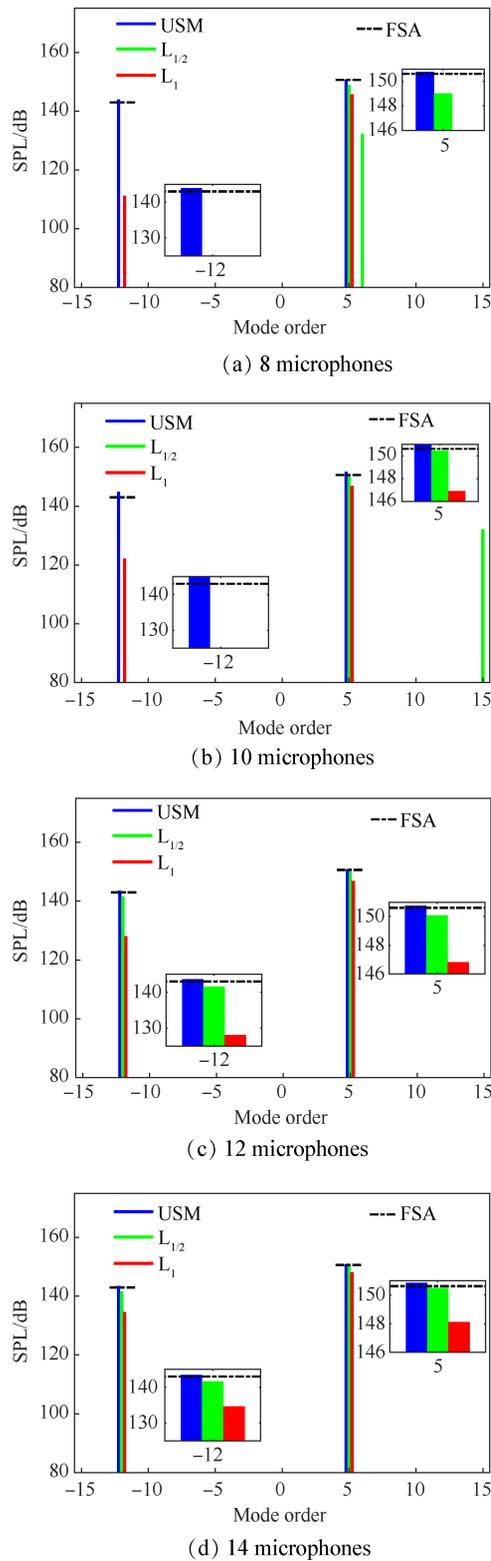


Fig. 8 Mode reconstruction results, using experimental data

## 4 结论

通过本文研究,得到如下结论:

(1)无偏稀疏重构方法远高于经典的  $L_1$  范数正则方法,避免了由 LASSO 模型直接求解模态幅值的欠估计现象,实现了声模态的无偏估计,在仿真结果

的三种布局下主导声模态幅值重构精度分别提升 1.74 dB, 2.36 dB 和 0.78 dB。

(2)由于无偏稀疏估计方法在求解支撑集过程中的目标函数为凸的,因此相对于  $L_{1/2}$  范数正则等非凸方法可以保证收敛至全局最优解,表现为对模态阶次的辨识更鲁棒。

(3)相比先进的  $L_{1/2}$  范数正则方法,本文提出的无偏稀疏估计方法可以实现与此相当甚至更高精度的声模态幅值重构。

致谢:感谢国家自然科学基金和中国航发四川燃气涡轮研究院 WDZC 专项的资助。

## 参考文献

- [ 1 ] 同航,许坤波,王良锋,等. 单级风扇声模态相关性研究及其影响[J]. 推进技术, 2021, 42(6): 1285-1292. TONG H, XU K B, WANG L F, et al. Coherence of sound mode in single-stage fan and its effects[J]. Journal of Propulsion Technology, 2021, 42(6): 1285-1292. (in Chinese)
- [ 2 ] 李志彬,王晓宇,孙晓峰,等. 单级低速轴流压气机噪声特性实验研究[J]. 推进技术, 2018, 39(6): 1275-1282. LI Z B, WANG X V, SUN X F, et al. Experimental research on noise of single-stage low-speed axial compressor [J]. Journal of Propulsion Technology, 2018, 39(6): 1275-1282. (in Chinese)
- [ 3 ] 乔渭阳,王良锋,段文华,等. 航空发动机气动声学设计的理论、模型和方法[J]. 推进技术, 2021, 42(1): 10-38. QIAO W Y, WANG L F, DUAN W H, et al. Theory, model and method of aero-engine aeroacoustic design [J]. Journal of Propulsion Technology, 2021, 42(1): 10-38. (in Chinese)
- [ 4 ] LI Z P, WANG Y N, QIAO B J, et al. Experimental investigation of aeroelastic instabilities in an aeroengine fan: using acoustic measurements [J]. Aerospace Science and Technology, 2022, 130: 107927.
- [ 5 ] BU H X, HUANG X, ZHANG X. An overview of testing methods for aeroengine fan noise [J]. Progress in Aerospace Sciences, 2021, 124: 100722.
- [ 6 ] SANDERS C, TERSTEGEN M, JESCHKE P, et al. Rotor-stator interactions in a 2.5-stage axial compressor—part II: impact of aerodynamic modeling on forced response[J]. Journal of Turbomachinery, 2019, 141(10): 101008.
- [ 7 ] TERSTEGEN M, SANDERS C, JESCHKE P, et al. Rotor-stator interactions in a 2.5-stage axial compressor—part I: experimental analysis of Tyler-Sofrin modes [J].

- Journal of Turbomachinery, 2019, 141(10): 101002.
- [ 8 ] DONOHO D L. Compressed sensing[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(4): 1289–1306.
- [ 9 ] 李泽芑, 乔百杰, 文璧, 等. 基于压缩感知的多级风扇周向声模态重构[J]. 航空动力学报, 2021, 36(7): 1388–1397.
- LI Z P, QIAO B J, WEN B, et al. Azimuthal acoustic mode reconstruction of multi-stage fan based on compressive sensing[J]. Journal of Aerospace Power, 2021, 36(7): 1388–1397. (in Chinese)
- [ 10 ] HUANG X. Compressive sensing and reconstruction in measurements with an aerospace application[J]. AIAA Journal, 2013, 51(4): 1011–1016.
- [ 11 ] YU W J, MA Z Y, LAU A S H, et al. Analysis and experiment of the compressive sensing approach for duct mode detection[J]. AIAA Journal, 2018, 56(2): 648–657.
- [ 12 ] LI Z P, QIAO B J, WEN B, et al. Generalized minimax-concave regularization for aero-engine fan acoustic mode measurements[C]. Nanjing: 2021 IEEE International Instrumentation and Measurement Technology Conference (I2MTC), 2021.
- [ 13 ] CANDÈS E J, WAKIN M B, BOYD S P. Enhancing sparsity by reweighted L1 minimization[J]. Journal of Fourier Analysis and Applications, 2008, 14: 877–905.
- [ 14 ] CHEN P, SELESNICK I W. Group-sparse signal denoising: non-convex regularization, convex optimization[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014, 62(13): 3464–3478.
- [ 15 ] CHARTRAND R. Exact reconstruction of sparse signals via nonconvex minimization[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2007, 14(10): 707–710.
- [ 16 ] GUO Z B, WANG H L, ZHANG Y, et al. Representative of  $L_{1/2}$  regularization among  $L_q$  ( $0 < q \leq 1$ ) regularizations: an experimental study based on phase diagram[J]. Acta Automatica Sinica, 2012, 38(7): 1225–1228.
- [ 17 ] BAI B H, LI X D, ZHANG T, et al. Nonconvex  $L_{1/2}$  minimization based compressive sensing approach for duct azimuthal mode detection[J]. AIAA Journal, 2020, 58(9): 3932–3946.
- [ 18 ] LI Z P, QIAO B J, WEN B, et al.  $L_{1/2}$ -norm regularization for detecting aero-engine fan acoustic mode[C]. Xi'an: 2022 IEEE International Instrumentation and Measurement Technology Conference (I2MTC), 2022.
- [ 19 ] XU Z B, ZHANG H, WANG Y, et al.  $L_{1/2}$  regularization[J]. Science China Information Sciences, 2010, 53: 1159–1169.
- [ 20 ] GOLDSTEIN M E. Aeroacoustics[M]. New York: McGraw-Hill International Book Co., 1976.
- [ 21 ] BEHN M, KISLER R, TAPKEN U. Efficient azimuthal mode analysis using compressed sensing[C]. Lyon: 22nd AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, 2016.
- [ 22 ] XIA P F, ZHOU S L, GIANNAKIS G B. Achieving the Welch bound with difference sets[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2005, 51(5): 1900–1907.

(编辑:朱立影)

# An unbiased sparse reconstruction method for duct acoustic mode on aero-engine compressor

WEN Bi<sup>1,2</sup>, LI Zepeng<sup>1,2</sup>, DU Jun<sup>3</sup>, WANG Yanan<sup>1</sup>, LIU Yuanshi<sup>3</sup>, QIAO Baijie<sup>1</sup>, CHEN Xuefeng<sup>1</sup>

(1. School of Mechanical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China;

2. Taihang National Laboratory, Chengdu 610213, China;

3. AECC Sichuan Gas Turbine Establishment, Mianyang 621022, China)

**Abstract:** To overcome the difficulty of a large number of sensors required for a uniform circular array and low accuracy of traditional sparse estimation methods when applying acoustic mode decomposition technology to analyze the characteristics of intercepted acoustic modes within compressor ducts, this paper proposes an unbiased sparse acoustic mode reconstruction method which solves for the support set of the acoustic mode solution vector using  $L_1$ -norm regularization and achieves unbiased estimation of modal amplitudes through least squares. The superiority of the proposed method is validated through both simulation analysis and experimental research. The results indicate that the unbiased sparse reconstruction method proposed in this paper significantly improves the accuracy of acoustic mode reconstruction and demonstrates better robustness compared to classic sparse reconstruction method. Compared to the  $L_1$  norm regularization method, the reconstruction accuracy of dominant acoustic mode amplitude is improved by 1.74 dB, 2.36 dB and 0.78 dB under three different sensor layouts, respectively. Compared to the  $L_{1/2}$  norm regularization method, it has better robustness in order identification.

**Key words:** Compressor; Aeroacoustics; Duct acoustic mode; Acoustic array; Sparse reconstruction; Regularization

**Received:** 2024-07-26; **Revised:** 2024-09-22.

**DOI:** 10.13675/j.cnki. tjjs. 2407055

**Foundation items:** National Natural Science Foundation of China (52305127; 52475130).

**Corresponding author:** QIAO Baijie, E-mail: qiao1224@xjtu.edu.cn