

红枣薄层干燥数学模型研究

刘坤¹, 鲁周民^{2,*}, 包蓉², 赵佳奇², 焦文月²

(1.西北农林科技大学食品科学与工程学院, 陕西 杨凌 712100; 2.西北农林科技大学林学院, 陕西 杨凌 712100)

摘要: 以电热鼓风恒温干燥箱在不同温度下干燥红枣, 研究红枣的干燥特性, 选取7个常用的薄层干燥数学模型, 并采用非线性回归法对实验数据进行拟合, 从而建立红枣薄层干燥数学模型。结果表明: 红枣的干燥过程可分为2个阶段, 加速期和降速期, 没有出现恒速期; 比较各模型的相关系数(R^2)、均方根误差(RMSE)和卡方值(χ^2), 结果Page模型拟合效果最好, R^2 为0.99921, χ^2 为0.0088687, RMSE为0.0082514, 并考察了热风温度对Page模型常数 k 和 n 的影响。经验证, 该模型能很好地描述红枣热风恒温干燥过程水分比的变化规律, 可用于预测红枣的干燥过程。

关键词: 红枣; 薄层干燥; 干燥特性; 数学模型

Mathematical Modeling of Thin-layer Drying of Red Dates (*Ziziphus jujuba* Mill)

LIU Kun¹, LU Zhou-min^{2,*}, BAO Rong², ZHAO Jia-qi², JIAO Wen-yue²

(1. College of Food Science and Engineering, Northwest A&F University, Yangling 712100, China;

2. College of Forestry, Northwest A&F University, Yangling 712100, China)

Abstract: In order to explore the drying regularity of red dates and provide a theoretical foundation for the drying of red dates, the drying characteristics of red dates were evaluated in a laboratory scale dryer. The drying experiments were carried out at 50, 60 °C and 70 °C at a constant air velocity. Seven commonly used thin-layer drying mathematical models were selected and used to fit the experimental data using non-linear regression analysis for establishing a suitable mathematical model that describes the drying of red dates. The results indicated that the drying process involved two stages, acceleration phase and deceleration phase, without a constant-rate phase. The performance of different drying models was investigated by comparing their coefficients (R^2), chi-square values (χ^2) and root mean square errors (RMSE). Among these models, the Page model was the most suitable model for describing the drying curve of red dates with a R^2 of 0.99921, χ^2 of 0.0088687 and RMSE of 0.0082514. The effect of drying air temperature on the rate constant and coefficient of the Page model was also explored. Therefore, this model can adequately describe the change regulation of water content according to the comparison of experimental values and predicted values.

Key words: *Ziziphus jujuba* Mill; thin-layer drying; drying characteristics; mathematical model

中图分类号: TS201.1

文献标识码: A

文章编号: 1002-6630(2011)15-0080-04

枣(*Ziziphus jujuba* Mill)属鼠李科枣属植物, 在我国有悠久的食用和药用历史。我国枣资源丰富, 栽培面积和产量均占世界总量的95%以上。除少数用于鲜食外, 总产量75%以上的红枣被制成干枣销往国内外^[1]。目前广大产区仍主要采用传统的自然干制法, 即晒干或晾干。自然干制虽然简便易行, 成本低廉, 但受自然条件限制, 一旦遭遇阴雨连绵天气, 枣果大量腐烂, 枣农损失惨重。人工干制有利于提高产品质量、减少

腐烂损失、避免发生丰产不丰收现象, 也将会成为今后红枣干制的主要途径。

薄层干燥是食品加工中的主要干燥形式, 指被干燥物料以薄层的形式充分暴露于一定干燥环境中的干燥过程^[2]。通过对果蔬干燥特性及其数学模型的研究可为预测和控制干燥过程、优化干燥工艺及设计干燥设备提供理论依据。近年来, 国外对农产品薄层干燥数学模型已有较多研究, 如橄榄^[3]、杏^[4]、草莓^[5]、马铃薯等^[6-9]果

收稿日期: 2010-11-02

基金项目: 财政部以大学为依托的农业科技推广体系建设项目(XTG2009-15)

作者简介: 刘坤(1986—), 男, 硕士研究生, 主要从事食品贮藏与加工研究。E-mail: sjzliukun@163.com

* 通信作者: 鲁周民(1966—), 男, 研究员, 硕士, 主要从事经济林果品保鲜贮藏与加工利用研究。

E-mail: lzm@nwsuaf.edu.cn

蔬的干燥;国内学者也对木瓜^[10]、竹荚鱼^[11]和地黄^[12]的薄层干燥数学模型进行了研究,然而目前关于红枣薄层干燥数学模型的研究还未见报道。本实验以陕西优质红枣品种狗头枣为实验材料,研究红枣的热风干燥特性并建立其薄层干燥数学模型,以期为提高红枣干燥效率、预测和控制干燥过程提供有益参考。

1 材料与方 法

1.1 材料与设备

狗头枣:采自西北农林科技大学清涧红枣实验站(干基含水量213.18%),运回实验室后选择大小、果色、成熟度较均匀的果实于温度(0±1)℃,相对湿度85%~90%条件下贮藏备用。

科伟101型电热鼓风恒温干燥箱 北京科伟永兴仪器有限公司;TD10001型电子天平 余姚市金诺天平仪器有限公司;自制烘盘(底部由不锈钢丝网制成,钢丝网的孔径为2mm)。

1.2 方法

目前红枣的热风干燥温度主要集中在50~70℃^[1],温度低于50℃,干燥时间太长,温度过高,红枣营养成分损失严重,并会产生不愉快的焦苦味。因此实验选取50、60、70℃对红枣进行热风恒温干燥,每次实验取2000g红枣作为测试样品,将试样平铺于自制的烘盘内,置于热风恒温干燥箱内进行恒温干燥。每隔1h将试样快速取出并测定其质量,实验进行至红枣干基含水量≤15%^[13]。每组实验设3个平行,取其平均值。

1.3 实验参数

试样干基含水量 M_t 为:

$$M_t/\% = \frac{m_t - m_g}{m_g} \times 100 \quad (1)$$

式中: M_t 为试样干燥至 t 时刻的干基含水量%; m_t 为试样干燥至 t 时刻的质量/g; m_g 为试样干燥至绝干时的质量/g。

试样干燥速率 D_t 为:

$$D_t = \frac{M_t - M_{t+\Delta t}}{\Delta t} \quad (2)$$

式中: D_t 为试样干燥速率/(g/(g·h)); $M_{t+\Delta t}$ 为试样 $t + \Delta t$ 时刻的干基含水量%; Δt 为干燥间隔时间/h。

试样水分比 MR 为:

$$MR = \frac{M_t - M_e}{M_0 - M_e} \quad (3)$$

式中: MR 为试样水分比,无量纲; M_e 为物料的平衡干基含水量%; M_0 为物料的初始干基含水量%。

由于 M_e 的值相对于 M_t 和 M_0 来说较小,可以忽略

不计,因而式(3)可以简化为式(4)^[14-16]。

$$MR = \frac{M_t}{M_0} \quad (4)$$

1.4 薄层干燥数学模型

国内外学者通过对不同物料的干燥过程进行研究,总结出各种薄层干燥数学模型来描述物料的干燥过程。本实验选择7个较常用的薄层干燥数学模型,采用非线性回归法对不同温度条件下的实验数据进行拟合,从而建立红枣的热风薄层干燥数学模型。所选模型如表1所示^[14-16]。

表1 常用的薄层干燥数学模型

Table 1 Commonly used mathematical models of thin-layer drying

序号	模型名称	数学表达式
1	Newton	$MR = \exp(-kt)$
2	Page	$MR = \exp(-kt^n)$
3	Henderson and Pabis	$MR = a \exp(-kt)$
4	Logarithmic	$MR = a \exp(-kt) + c$
5	Wang and Singh	$MR = 1 + at + bt^2$
6	Two-term model	$MR = a \exp(-k_0 t) + b \exp(-k_1 t)$
7	Approximation of diusion	$MR = a \exp(-kt) + (1 - a) \exp(-kt)$

注:模型中 t 为干燥时间/h; a 、 b 、 c 、 n 、 k 、 k_0 、 k_1 均为待定常数。

数学模型与实验数据的匹配程度可以用相关系数(R^2)、均方根误差(RMSE)和卡方值(χ^2)来衡量, R^2 越高、RMSE 和 χ^2 越小,数学模型的匹配程度越好^[17]。RMSE 和 χ^2 可以从下式中得到:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (MR_{\text{exp},i} - MR_{\text{pre},i})^2} \quad (5)$$

$$\chi^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (MR_{\text{exp},i} - MR_{\text{pre},i})^2}{N - Z} \quad (6)$$

式中: $MR_{\text{exp},i}$ 为任意时刻的实验值; $MR_{\text{pre},i}$ 为任意时刻的预测值; N 为观测值的个数; Z 为模型中待定常数的个数。

2 结果与分析

2.1 红枣的干燥特性

2.1.1 红枣的干燥曲线

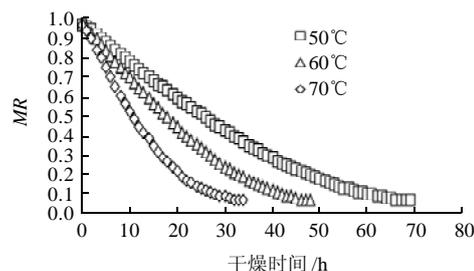


图1 不同温度条件下的干燥曲线

Fig.1 Drying curves at different temperatures

由图1可见, MR 随干燥时间延长不断下降, 干燥初期 MR 下降较快, 随后下降速度变慢并逐渐趋于平缓。在一定的温度范围内(50~70℃), 提高热风温度可以加速干燥过程, 缩短干燥时间。50℃热风条件下, 红枣的干基含水量由 213.18% ($MR=1$) 降至 15% ($MR=0.067$) 需要 68h, 时间大约是 60℃时的 1.42 倍(48h), 70℃时的 2.00 倍(34h)。

2.1.2 红枣的干燥速率曲线

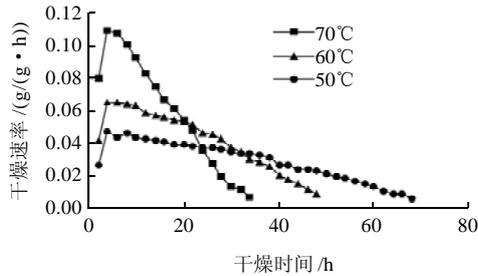


图2 不同温度时干燥速率与干燥时间的关系曲线

Fig.2 Relationship between drying rates and drying durations at different temperatures

由图2可见, 干燥初期物料预热, 干燥速率迅速增大, 前4h都达到最大干燥速率, 随后干燥速率减小, 直接进入降速干燥阶段。70℃条件下的最大干燥速率为 0.1096(g/(g·h)), 是60℃时的 1.68 倍(0.06519(g/(g·h))), 50℃时的 2.33 倍(0.04698(g/(g·h))). 70、60、50℃条件下的平均干燥速率分别为 0.05836、0.04140、0.02923 (g/(g·h)). 狗头枣的干燥过程可分为2个阶段, 加速期和降速期, 干燥

过程主要处于降速期, 有明显的加速期, 但时间很短, 没有出现明显的恒速期。试样在热风作用下有一个升温 and 水分扩散的过程, 因此红枣的干燥速率在预热阶段有一个明显的上升过程, 这个过程非常短, 红枣的干燥速率很快便达到最大, 而在随后的干燥过程中, 由于试样自由水含量不断下降, 其内部水分向外扩散的阻力不断增大, 干燥过程进入物料的内部迁移控制阶段, 干燥速率随干燥呈不断下降。

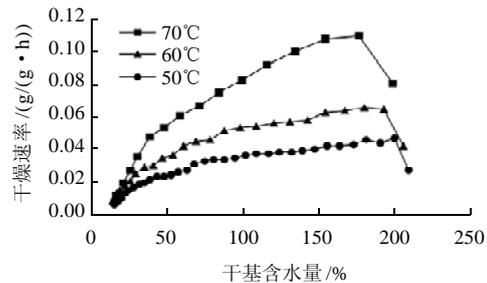


图3 不同温度时干燥速率与含水量的关系曲线

Fig.3 Relationship between drying rates and water contents at different temperatures

由图3可见, 对于50、60℃条件下的干燥过程, 当样品干基含水量大于100%时, 随着干燥的进行干燥速率下降较为缓慢, 干燥过程可近似分为初始升温阶段、恒速干燥阶段和降速干燥阶段。

2.2 红枣的干燥数学模型

2.2.1 干燥数学模型的确定

表2 不同薄层干燥数学模型的拟合结果

Table 2 Fitting results of different thin-layer drying models

模型序号	温度 /℃	模型常数		R^2	χ^2	RMSE		
1	50	$k=0.0297357$		0.99006	0.36641	0.049774		
	60	$k=0.0429457$		0.99019	0.25814	0.050880		
	70	$k=0.0696662$		0.99445	0.10662	0.039946		
2	50	$k=0.00881782$	$n=1.342982$	0.99879	0.014656	0.010491		
	60	$k=0.01391682$	$n=1.354540$	0.99924	0.0061517	0.0083922		
	70	$k=0.03329540$	$n=1.268761$	0.99960	0.0057982	0.0058707		
3	50	$a=1.095946$	$k=0.0328395$	0.98478	0.21692	0.037586		
	60	$a=1.098757$	$k=0.0475333$	0.98487	0.14866	0.037923		
	70	$a=1.084311$	$k=0.0757602$	0.99156	0.052727	0.028427		
4	50	$a=1.358446$	$k=0.0193597$	$c=-0.321382$	0.99813	0.037748	0.012541	
	60	$a=1.346952$	$k=0.0286665$	$c=-0.304329$	0.99768	0.030528	0.014125	
	70	$a=1.173810$	$k=0.0586806$	$c=-0.123440$	0.99656	0.032888	0.017269	
5	50	$a=-0.0223405$	$b=0.000123378$	0.99903	0.020954	0.011647		
	60	$a=-0.0323024$	$b=0.000258871$	0.99867	0.018425	0.014010		
	70	$a=-0.0541210$	$b=0.000782701$	0.99920	0.0056243	0.011865		
6	50	$a=-102.92847$	$b=103.911999$	$k_0=0.0583291$	$k_i=0.0578609$	0.99858	0.021652	0.011308
	60	$a=-74.79359$	$b=75.781917$	$k_0=0.08486430$	$k_i=0.0839223$	0.99895	0.0110649	0.0098334
	70	$a=-55.28584$	$b=56.290076$	$k_0=0.1273030$	$k_i=0.1256768$	0.99961	0.0049095	0.0058051
7	50	$a=1.8776912$	$k=0.0445128$	0.99777	0.037587	0.014058		
	60	$a=1.8923190$	$k=0.0647874$	0.99829	0.020400	0.012575		
	70	$a=1.8307903$	$k=0.1005394$	0.99956	0.0042205	0.0061684		

用所选的7个薄层干燥数学模型(表1)对狗头枣在不同温度条件下的干燥曲线(图1)进行拟合,得到各干燥数学模型待定常数、 R^2 、 χ^2 和RMSE值。实验数据用1stOpt软件进行拟合,拟合结果见表2。

如表2所示,对于所有数学模型, $R^2 > 0.98$, $\chi^2 < 0.4$, RMSE < 0.06 ,说明这7种数学模型对实验数据的拟合效果都比较好。用各数学模型不同温度条件下 R^2 、 χ^2 和RMSE的平均值作评价指标,对它们的拟合效果进行排序,发现Page模型(2)和Two-term模型(6)的拟合效果更佳,适于建立红枣的薄层干燥数学模型。其中,Page模型简单,待定常数少,应用方便。本实验选择Page模型作为红枣干燥的最佳薄层干燥数学模型。

2.2.2 Page模型常数k和n的确定

由表2可看出,干燥模型常数随热风温度而变化。为了考察热风温度对Page模型常数k和n的影响,采用温度(T)的一元二次方程对Page模型常数k和n进行拟合^[10],得出T与k以及T与n的关系式,从而可以用干燥时间和干燥温度作为自变量建立狗头枣的干燥数学模型:

$$MR = \exp(-kt^n) \quad (7)$$

式中: $k = 0.19752 - 0.0073439T + 0.000071398T^2$;
 $n = -0.17485 + 0.054691T - 0.00048668T^2$ 。

2.2.3 模型的验证

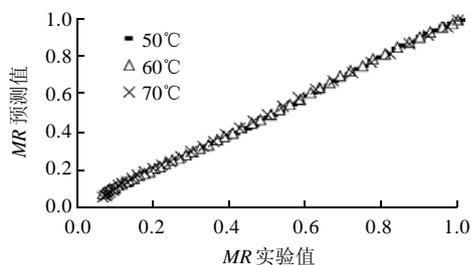


图4 Page模型预测值与实验值的比较

Fig.4 Comparison between experimental values and predicted values from Page model at different temperatures

为了对Page模型的拟合效果进行验证,对实验值和Page模型预测值进行比较,结果如图4所示,所有数据点基本上落在直线 $y=x$ 附近。经计算,实验值与预测值的相对误差均小于0.106,这说明Page模型的预测效果较好,适合对红枣的热风干燥过程进行模拟。

3 结论

3.1 红枣的热风恒温干燥过程可分为两个阶段,即加速期和降速期,其中加速期较短暂,干燥过程主要处于降速期,没有出现明显的恒速期。

3.2 所选的7个薄层干燥数学模型中,Page模型($MR = \exp(-kt^n)$)拟合精度最高,适合对红枣的热风恒温干燥过程进行模拟。

3.3 采用温度的一元二次方程对Page模型常数k和n进行拟合,从而得到以干燥时间和干燥温度的红枣薄层干燥Page数学模型($MR = \exp(-kt^n)$, $k = 0.19752 - 0.0073439T + 0.000071398T^2$, $n = -0.17485 + 0.054691T - 0.00048668T^2$),该模型可以较好地预测50~70℃热风干燥条件下红枣水分比的变化规律。

3.4 以红枣的薄层干燥数学模型为基础,结合红枣的初始含水量和热风干燥温度,可以对不同干燥时间时红枣的含水量进行较好的预测,也可根据产品含水量要求计算不同干燥温度条件下所需的干燥时间,可用于指导生产。

参考文献:

- [1] 陈锦屏, 穆启运, 田呈瑞. 不同升温方式对烘干枣品质影响的研究[J]. 农业工程学报, 1999, 15(3): 237-239.
- [2] WANG Zhengfeng, SUN Junhong, LIAO Xiaojun, et al. Mathematical modeling on hot air drying of thin layer apple pomace[J]. Food Research International, 2007, 40(1): 39-46.
- [3] DEMIR V, GUNHAN T, YAGCIOGLU A K. Mathematical modelling of convection drying of green table olives[J]. Biosystems Engineering, 2007, 98(1): 47-53.
- [4] INCI T T, DURSUN P. Modelling of drying kinetics of single apricot [J]. Journal of Food Engineering, 2003, 58(1): 23-32.
- [5] BELTAGYA A E, GAMEA G R, ESSA A H A. Solar drying characteristics of strawberry[J]. Journal of Food Engineering, 2007, 78(2): 456-464.
- [6] MORTAZA A, MOHAMMAD H K, AKBAR A. Modeling of thin-layer drying of potato slices in length of continuous band dryer[J]. Energy Conversion and Management, 2009, 50(5): 1348-1355.
- [7] ILHAN C, MUSTAFA A, HIKMET D. Mathematical modeling of drying characteristics of tropical fruits[J]. Applied Thermal Engineering, 2007, 27(11/12): 1931-1936.
- [8] FERNANDO W J N, AHMAD A L, SHUKOR S R A, et al. A model for constant temperature drying rates of case hardened slices of papaya and garlic[J]. Journal of Food Engineering, 2008, 88(2): 229-238.
- [9] HII C L, LAW C L, CLOKE M, et al. Thin layer drying kinetics of cocoa and dried product quality[J]. Biosystems Engineering, 2009, 102(2): 153-161.
- [10] 张丽华, 徐怀德, 李顺峰. 不同干燥方法对木瓜干燥特性的影响[J]. 农业机械学报, 2008, 39(11): 70-75.
- [11] 石启龙, 赵亚, 李兆杰, 等. 竹荚鱼热泵干燥数学模型研究[J]. 农业机械学报, 2009, 40(5): 110-114.
- [12] 刘宏云, 朱文学, 马海乐. 地黄真空红外辐射干燥模型[J]. 农业机械学报, 2010, 41(1): 122-126.
- [13] 王向红, 崔同, 刘孟军, 等. 不同品种枣的营养成分分析[J]. 营养学报, 2002, 24(2): 206-208.
- [14] KAMENAN B K, WANIGNON F F, PROSPER G, et al. Mathematical modelling of the thin layer solar drying of banana, mango and cassava[J]. Energy, 2009, 34(10): 1594-1602.
- [15] HII C L, LAW C L, CLOKE M. Modeling using a new thin layer drying model and product quality of cocoa[J]. Journal of Food Engineering, 2009, 90(1): 191-198.
- [16] CELMA A R, ROJAS S, RODRIGUEZ F L. Mathematical modelling of thin-layer infrared drying of wet olive husk[J]. Chemical Engineering and Processing, 2008, 47(9/10): 1810-1818.
- [17] AKPINAR E K, BICER Y, CETINKAYA F. Modelling of thin layer drying of parsley leaves in a convective dryer and under open sun[J]. Journal of Food Engineering, 2006, 75(3): 308-315.