

基于符号级预编码的单比特雷达通信一体化系统发射波形设计

何卓远 陈胜焱* 朱晗 席峰* 李洪涛 刘中

(南京理工大学电子工程与光电技术学院 南京 210094)

摘要: 在大规模多输入多输出(MIMO)通信和雷达系统中,采用单比特数模转换器(DAC)是一种降低发射系统硬件成本和功耗的有效方法。该文研究单比特量化下雷达通信一体化系统的发射波形设计,在给定通信服务质量约束下最小化雷达发射波束图的积分旁瓣主瓣比,通过提升发射波束的功率集中程度以获得良好的发射波束赋形性能。针对单比特量化导致发射波形仅具有低自由度可行域的问题,该文采用符号级预编码技术,基于有益干扰(CI)原理充分利用空域和时域自由度来辅助波形设计。由于所提出的波形设计问题具有非凸分式二次目标函数和大量的非凸离散约束,该文提出了一种基于丁克尔巴赫(Dinkelbach)变换和交替方向乘法(ADMM)的算法来有效求解该NP-难问题。仿真结果表明,所设计的波形能够显著降低对DAC分辨率的需求,并在满足下行用户通信质量需求的条件下具有良好的雷达发射波束图性能。

关键词: 雷达通信一体化; 波形设计; 单比特量化; 符号级预编码; 交替方向乘法

中图分类号: TN958

文献标识码: A

文章编号: 2095-283X(2025)04-0854-13

DOI: 10.12000/JR24217

CSTR: 32380.14.JR24217

引用格式: 何卓远, 陈胜焱, 朱晗, 等. 基于符号级预编码的单比特雷达通信一体化系统发射波形设计[J]. 雷达学报(中英文), 2025, 14(4): 854–866. doi: 10.12000/JR24217.

Reference format: HE Zhuoyuan, CHEN Shengyao, ZHU Han, *et al.* Transmit waveform design for symbol-level precoding-based one-bit dual-functional radar-communication[J]. *Journal of Radars*, 2025, 14(4): 854–866. doi: 10.12000/JR24217.

Transmit Waveform Design for Symbol-level Precoding-based One-bit Dual-functional Radar-communication

HE Zhuoyuan CHEN Shengyao* ZHU Han XI Feng*

LI Hongtao LIU Zhong

(School of Electronic and Optical Engineering, Nanjing University of Science and Technology,
Nanjing 210094, China)

Abstract: This study explores the use of one-bit Digital-to-Analog Converters (DAC) to mitigate the challenges of high hardware costs and excessive power consumption in large-scale Multiple-Input Multiple-Output (MIMO) communication and radar systems. The present study focuses on the design of one-bit transmit waveforms for dual-functional radar and communication systems. Under preset communication Quality of Service (QoS) constraints, the objective was to minimize the integral sidelobe-to-mainlobe ratio of the radar transmit beampattern. This should help enhance the power concentration of the transmitted beampattern and improve the performance of the beampattern synthesis. To address the limited Degrees of Freedom (DoF) caused by

收稿日期: 2024-10-29; 改回日期: 2025-03-23; 网络出版: 2025-04-24

*通信作者: 陈胜焱 chenshengyao@njust.edu.cn; 席峰 xifeng@njust.edu.cn

*Corresponding Authors: CHEN Shengyao, chenshengyao@njust.edu.cn; XI Feng, xifeng@njust.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金(62471230, 62171224), 江苏省自然科学基金(BK20221486)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (62471230, 62171224), Natural Science Foundation of Jiangsu Province (BK20221486)

责任编辑: 唐波 Corresponding Editor: TANG Bo

©The Author(s) 2025. This is an open access article under the CC-BY 4.0 License

(<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)

one-bit quantization, this study employs symbol-level precoding technology and then fully utilizes the DoFs in spatial and temporal domains to assist waveform design based on the principle of Constructive Interference (CI). To address the nonconvex fractional quadratic objective function and the multiple nonconvex discrete constraints inherent in the proposed waveform design problem, this study introduces an algorithm that combines the Dinkelbach transform with the Alternating Direction Method of Multipliers (ADMM). This approach effectively tackles the NP-hard problem. The numerical results demonstrate that the designed waveform significantly reduces the required DAC resolution and achieves excellent radar beampattern performance while satisfying the QoS requirements of downlink multiuser communications.

Key words: Dual-Function Radar-Communication (DFRC); Waveform design; One-bit quantization; Symbol-Level Precoding (SLP); Alternating Direction Method of Multipliers (ADMM)

1 引言

随着无线通信和网络技术的迅猛发展, 有限的频谱资源已经难以支持大规模的频谱扩张, 这一现状迫使人们考虑通信系统与其他系统的频谱共享^[1]。得益于雷达系统和通信系统所用频段接近以及系统结构的相似性, 雷达系统与通信系统之间的频谱共享作为有效解决频谱资源紧张的一种方法获得了广泛研究^[2]。其中, 雷达通信一体化(Dual-Functional Radar-Communication, DFRC)作为雷达-通信联合系统设计工作的一大分支, 得益于其能够通过共享发射机同时实现雷达和通信功能, 在更有效利用硬件资源的同时具有更低的干扰、功耗和成本的特点, 逐渐成为当今的研究重点^[3]。当前DFRC系统已经在车联网、无人机、室内定位、多功能射频等领域得到了广泛的应用^[4]。在DFRC系统中, 采用大规模多输入多输出(Multiple-Input Multiple-Output, MIMO)为核心技术能够实现更大的通信容量和可靠性^[5]、更好的目标探测^[6]和参数估计性能^[7]。但对于大规模MIMO系统而言, 其中一大难题便是高分辨率数模转换器(Digital-to-Analog Converters, DAC)所导致的庞大硬件成本和功耗。对此, 一种可行的解决方法是采用低分辨率DAC(例如单比特)进行量化, 以一定程度的性能损失换取硬件成本和功耗的大幅降低^[8]。

目前, 单比特发射波形设计在雷达探测和无线通信应用中均得到了广泛的研究。在雷达领域, 文献^[9]以最小化合成波束图和期望发射波束图之间的差异为目标, 通过近似函数逼近单比特信号的方法设计发射波形, 但最终得到的发射波形并非准确的单比特波形; 文献^[10,11]考虑将发射能量集中在期望方向的同时减小旁瓣区域的能量, 以雷达发射功率的积分旁瓣主瓣比(Integrated Sidelobe-to-Mainlobe Ratio, ISMR)为性能指标设计单比特发射波形, 并分别使用交替方向乘子法(Alternating Direction Method of Multipliers, ADMM)和半定松弛

(Semi-Definite Relaxation, SDR)技术处理问题中的单比特离散约束; 文献^[12]在进行发射波形设计的同时考虑雷达接收波束图, 通过联合设计单比特发射波形和接收滤波器, 最大化雷达的输出信干噪比。在通信领域, 早期工作考虑了具有较低复杂度的线性预编码方法, 例如文献^[13]考虑了单比特量化下的迫零预编码方法, 文献^[14]考虑了最大比传输预编码方法。线性预编码方法虽然有着较低的计算复杂度, 在实际应用场景具有优势, 但在多用户、高信噪比条件下较高的误码率使得人们在新的方向上寻求突破。由于线性块级预编码(Block-Level Precoding, BLP)难以补偿单比特量化导致的严重信号失真, 学者们近年来结合单比特量化本身的非线性特点, 开始考虑利用信道状态信息和瞬时传输符号进行编码设计的非线性符号级预编码(Symbol-Level Precoding, SLP)方法^[15-17]。文献^[18]综合比较了传统线性BLP以及非线性SLP技术, 并通过大量实验验证了非线性SLP在单比特通信中具有更好的性能表现。

应当指出, 上述单比特发射波形设计工作主要集中于雷达或通信场景的单独应用, 鲜有考虑雷达和通信双功能协同设计。同时, 由于单比特量化所导致的复杂离散约束, 常规基于无穷比特量化的DFRC波形设计方法^[5-7]难以适用, 这使得单比特DFRC波形设计具有一定的挑战性。截至目前, 仅有少量的单比特DFRC波形设计方法被提出。文献^[19]以雷达目标参数估计克拉美罗界为约束, 以最小化通信符号均方误差(Mean Square Error, MSE)为目标, 在ADMM框架下构建了一种单比特DFRC波形设计方法; 文献^[20]以最小化多用户干扰(Multi-User Interference, MUI)和雷达波形相似度加权和为目标, 在交替最小化框架下提出了一种结合二元离散粒子群优化-模拟退火混合算法的波形设计方法; 文献^[21]则以最小化通信MSE和负雷达信量干噪比(Signal-to-Quantization-plus-Interference-

plus-Noise Ratio, SQINR)加权和为目标,联合设计正交频分复用(Orthogonal Frequency-Division Multiplexing, OFDM)发射波形和接收滤波器,以同时提高通信和雷达性能。然而,上述工作在多用户通信方面仅考虑了诸如MSE, MUI等基于二阶统计量的通信性能指标,这类性能指标由于优化的是平均通信性能,并不能保证每个用户的通信性能,且不能完全反映用户的通信符号检测性能。

针对上述问题,本文采用SLP方式来保证每个用户的通信服务质量(Quality of Service, QoS),在有益干扰(Constructive Interference, CI)框架下准确控制每个用户的最低信噪比(Signal-to-Noise Ratio, SNR)。与传统线性预编码通过最小化MUI来提升通信性能不同,基于CI的SLP (CI-based SLP, CI-SLP)根据通信符号检测原理,创造性地利用MUI来生成满足通信需求的用户接收信号,使用户接收信号尽可能远离通信符号检测的判决边界^[22-24],从而达到增强通信性能的目标。在DFRC波形设计中,与传统BLP认为MUI只会降低用户信干噪比不同,CI-SLP将其当作改善通信性能的积极因素,更充分地利用了波形设计的自由度,以同时提升雷达和通信性能^[23]。这一特点也能够部分弥补单比特量化所导致的自由度损失。

在单比特DFRC系统中,本文采用相移键控(Phase-Shift Keying, PSK)通信模式,根据CI-SLP方式约束每个用户的接收信号SNR来保证通信性能,并通过最小化发射波束的ISMR来优化雷达探测性能。本文将该DFRC的单比特发射波形设计描述为一个非凸离散约束下的分式二次函数最小化问题,并基于分式规划和ADMM技术提出一种有效的求解算法。该算法首先利用丁克尔巴赫(Dinkelbach)变换将分式目标函数转化为整式二次函数,然后在ADMM框架下引入辅助变量对单比特离散约束进行等效替换后迭代求解。仿真结果表明,本文算法所设计的单比特DFRC波形在满足用户QoS约束的情况下具有良好的雷达发射波束赋形性能。

2 系统模型与问题表述

考虑一个如图1所示的DFRC系统,其中基站配置一个包含 N 个阵元的均匀线性发射天线阵列,能够向期望方向上发射探测波束的同时为 K 个单天线用户提供通信服务,其中多用户通信采用CI-SLP方式。

在雷达和DFRC系统中,为最大化发射机效率,发射波形通常采用恒模设计以保证饱和发射。在恒模波形设计中,发射波形的每个码元分布在图2中半径为 E_0 的圆周上。为了保证发射波形的相位精

度,常规MIMO系统通常会使用10位以上的高分辨率DAC,从而带来较高的硬件成本和功耗。在大规模MIMO系统的应用场景中,为了降低高分辨率DAC带来的成本和功耗,可将其替换为低分辨率的单比特DAC,其每个通道应采用二进制编码方式(如 $\pm\alpha$)^[9]。这种替换也大大简化了大规模MIMO发射机的硬件结构。

若对每个发射天线的实部和虚部通道均部署单比特DAC,定义发射阵列发出的单比特波形为 $\mathbf{x}[l] = [x_1[l], x_2[l], \dots, x_N[l]]^T$,其中 $l = 1, 2, \dots, L$ 为发射波形快拍数。将 L 个快拍序列堆叠成向量形式,有 $\mathbf{x} = [\mathbf{x}^T[1], \mathbf{x}^T[2], \dots, \mathbf{x}^T[L]]^T \in \mathcal{X} = \{\pm\alpha \pm j\alpha\}^{NL}$ (1)

此时发射波形的每个元素均匀分布在极坐标圆周上,可以正好对应于正交相移键控(Quadrature Phase Shift Keying, QPSK)星座符号,其可行域如图2中的4个红点处所示。

在式(1)中, α 是一个跟天线发射功率相关的参数,若假定每个天线都使用其最大可用功率发射DFRC波形,则发射波形 \mathbf{x} 的每个元素功率可表示为 $|x_n[l]|^2 = 2\alpha^2 = P_{\text{tot}}/N, \forall n, l$ 。由此, $\alpha = \sqrt{P_{\text{tot}}/(2N)}$,其中 P_{tot} 为最大总发射功率。

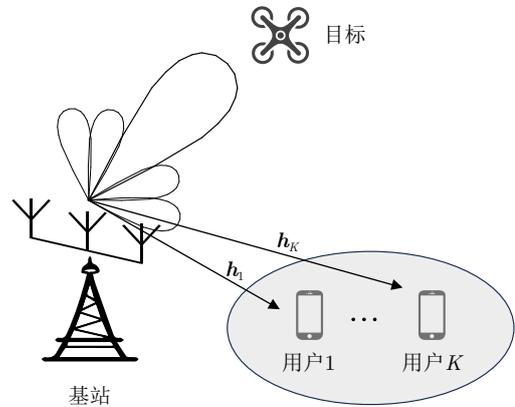


图1 雷达通信一体化系统示意图

Fig. 1 Illustration of Dual-Functional Radar-Communication (DFRC) system

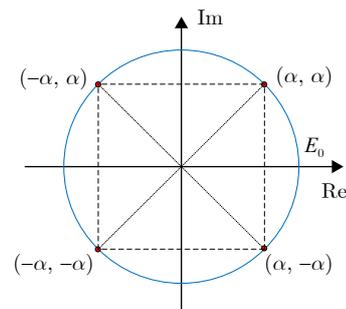


图2 发射波形元素的可行域

Fig. 2 The feasible set of the transmit waveform entries

2.1 雷达探测性能指标

在远场条件下，对于第 l 个时刻， θ 方向的信号可以表示为 $\mathbf{a}^T(\theta)\mathbf{x}[l]$ ，其中 $\mathbf{a}(\theta)$ 为阵元间距为半波长下的均匀线阵导向向量，即

$$\mathbf{a}(\theta) = [1, e^{-j\pi \sin(\theta)}, \dots, e^{-j\pi(N-1)\sin(\theta)}]^T \quad (2)$$

将 L 个快拍的信号组成一个向量，可获得合成信号

$$\begin{aligned} \mathbf{y}(\theta) &= [\mathbf{a}^T(\theta)\mathbf{x}[1], \mathbf{a}^T(\theta)\mathbf{x}[2], \dots, \mathbf{a}^T(\theta)\mathbf{x}[L]]^T \\ &= (\mathbf{I}_L \otimes \mathbf{a}^T(\theta)) \mathbf{x} \end{aligned} \quad (3)$$

其中， \mathbf{I}_L 表示 $L \times L$ 的单位矩阵， \otimes 表示Kronecker积运算。由此， θ 方向的发射波束图 $P(\theta)$ 可表示为

$$P(\theta) = \mathbf{y}^H(\theta)\mathbf{y}(\theta) = \mathbf{x}^H (\mathbf{I}_L \otimes (\mathbf{a}^*(\theta)\mathbf{a}^T(\theta))) \mathbf{x} \quad (4)$$

一般来说，雷达信号照射区域可分为主瓣区域 Θ_m 和旁瓣区域 Θ_s 。为了保证良好的探测性能，一般期望发射的能量集中在主瓣区域 Θ_m 内，同时期望旁瓣区域 Θ_s 的能量尽可能小。由此，可以采用发射波束图的ISMR，即旁瓣区域的功率积分和主瓣区域的功率积分的比值，作为雷达性能的评价指标。ISMR体现了雷达发射波束能量的集中程度^[25]，具体可表示为

$$\text{ISMR} = \frac{\int_{\Theta_s} \mathbf{x}^H (\mathbf{I}_L \otimes (\mathbf{a}^*(\theta)\mathbf{a}^T(\theta))) \mathbf{x} d\theta}{\int_{\Theta_m} \mathbf{x}^H (\mathbf{I}_L \otimes (\mathbf{a}^*(\theta)\mathbf{a}^T(\theta))) \mathbf{x} d\theta} = \frac{\mathbf{x}^H \Omega_s \mathbf{x}}{\mathbf{x}^H \Omega_m \mathbf{x}} \quad (5)$$

定义 $\mathbf{A}(\Theta) = \int_{\Theta} \mathbf{a}^*(\theta)\mathbf{a}^T(\theta)d\theta$ ，则 Ω_s 和 Ω_m 可以表示为： $\Omega_s = \mathbf{I}_L \otimes \mathbf{A}(\Theta_s)$ ， $\Omega_m = \mathbf{I}_L \otimes \mathbf{A}(\Theta_m)$ 。

2.2 多用户通信性能指标

假设第 l 时刻期望发送给用户的符号 $s[l]$ 是从PSK星座中独立选择的，且该星座在基站和用户处

都是已知的。对于第 k 个用户，其接收到的信号可表示为

$$r_k[l] = \mathbf{h}_k^T \mathbf{x}[l] + n_k[l] \quad (6)$$

其中， \mathbf{h}_k 是基站与第 k 个用户之间的瑞利衰落信道， $n_k[l] \sim \mathcal{CN}(0, \sigma_k^2)$ 是第 k 个用户接收的加性高斯白噪声。

在给定星座符号信息和已知信道状态信息的条件下，为了使接收端能够从有噪接收信号 $r_k[l]$ 中正确解码出符号 $s_k[l]$ ，需要对发射波形 $\mathbf{x}[l]$ 进行线性/非线性预编码处理。SLP是一种新型的非线性预编码方法，与常规线性预编码方法不同，其创造性地利用MUI将用户的接收信号尽可能推离PSK符号判决边界，以减轻MUI对解码性能的影响。此时，MUI不再只是一种有害干扰，而具有有益作用，因此也被称为有益干扰(CI)^[22]。需要说明的是，CI-SLP作为一种非线性预编码方式，其产生的发射波形 $\mathbf{x}[l]$ 与期望符号 $s_k[l]$ 之间通常没有显式的数学表达式，而需要通过求解非线性优化问题来确定^[18]。

不失一般性，下面以QPSK星座为例来说明CI-SLP方式，如图3(a)所示。设第 k 个用户在 l 时刻接收到的无噪信号为： $\tilde{r}_k[l] = \mathbf{h}_k^T \mathbf{x}[l] = \overrightarrow{OD}$ 。为了量化用户的QoS需求，定义第 k 个用户所需的SNR为 Ψ_k ，则 $\overrightarrow{OA} = \sigma_k \sqrt{\Psi_k} s_k[l]$ 代表满足给定SNR需求的期望信号。当完全消除MUI时， $\tilde{r}_k[l]$ 应位于 A 点处。然而与消除MUI不同，CI-SLP利用MUI将 $\tilde{r}_k[l]$ 更远处推离判决边界，从而进一步提升符号检测性能，此时 $\tilde{r}_k[l]$ 位于的区域被称为有益区域(即图3(a)中的绿色区域部分)。为了确保 $\tilde{r}_k[l]$ 位于给定的有益区域内，可以在图中寻找 D 点在 \overrightarrow{OA} 方向的投影点 B ，同时延伸 \overrightarrow{BD} 找到其与有益区域边界的交点 C ，则无噪接收信号与有益区域边界需满足 $|\overrightarrow{BC}| - |\overrightarrow{BD}| \geq 0$ 。为了方便表述，将图3(a)顺时针旋转 $\angle s_k[l]$ 得到图3(b)，有

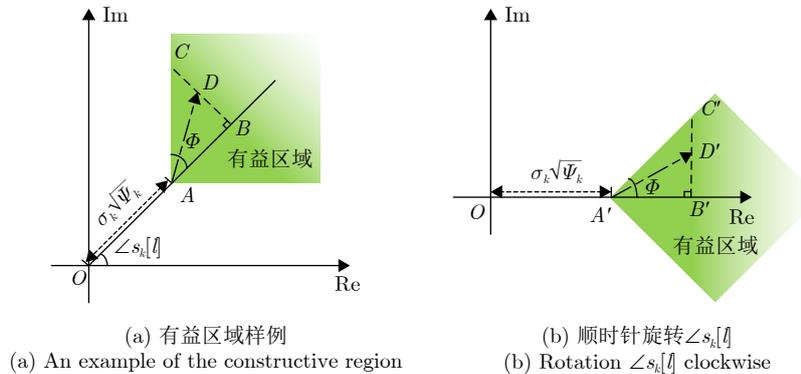


图3 QPSK符号的有益区域

Fig. 3 The constructive region for a QPSK symbol

$$\begin{aligned}
|\overline{BC}| - |\overline{BD}| &= |\overline{B'C'}| - |\overline{B'D'}| \\
&= \Re \left\{ \overline{OD'} - \overline{OA'} \right\} \tan \Phi - \Im \left\{ \overline{OD'} \right\} \\
&= \Re \left\{ \mathbf{h}_k^T \mathbf{x}[l] e^{-j\angle s_k[l]} - \sigma_k \sqrt{\Psi_k} \right\} \\
&\quad \cdot \sin \Phi - \left| \Im \left\{ \mathbf{h}_k^T \mathbf{x}[l] e^{-j\angle s_k[l]} \right\} \right| \\
&\quad \cdot \cos \Phi \geq 0
\end{aligned} \tag{7}$$

其中, $\Phi = \pi/M$ 表示有益区域角度范围的一半, M 为PSK调制所使用的相位数量。在QPSK中, $M = 4$ 。

式(7)给出了给定用户QoS需求下, 发射波形 $\mathbf{x}[l]$ 与期望符号 $s_k[l]$ 之间的约束关系, 该约束与后续优化目标函数相结合, 可共同确定CI-SLP的非线性映射。由于CI-SLP需要逐符号进行预编码计算, 其计算复杂度相比于传统的块级预编码更高。因此在大规模用户数或对实时性要求严格的场景下, CI-SLP的应用可能会受到实际计算能力的制约。

除PSK星座外, CI-SLP同样适用于其他调制方式的星座符号。例如, 对于正交幅度(Quadrature Amplitude Modulation, QAM)调制, 可以根据星座符号位置的不同(内部星座点、外部星座边点和外部星座角点), 将其划分为3类有益区域^[26]。每类有益区域都是凸区域, 均可通过线性等式和不等式约束表示。由于这些约束均为凸约束, 本文提出的算法也同样适用于QAM调制方式。

2.3 问题表述

本文主要研究以雷达性能为中心的单比特DFRC, 在满足每个通信用户QoS需求的前提下, 通过最小化雷达发射波束图的ISMR设计共用发射波形 \mathbf{x} 。该波形设计可表示为

$$\begin{aligned}
\min_{\mathbf{x}} \quad & \frac{\mathbf{x}^H \boldsymbol{\Omega}_s \mathbf{x}}{\mathbf{x}^H \boldsymbol{\Omega}_m \mathbf{x}} \\
\text{s.t.} \quad & \Re \left\{ \mathbf{h}_k^T \mathbf{x}[l] e^{-j\angle s_k[l]} - \sigma_k \sqrt{\Psi_k} \right\} \sin \Phi \\
& - \left| \Im \left\{ \mathbf{h}_k^T \mathbf{x}[l] e^{-j\angle s_k[l]} \right\} \right| \cos \Phi \geq 0, \forall k, l \\
& \mathbf{x} \in \mathcal{X}
\end{aligned} \tag{8}$$

为了简化表述, 定义参数

$$\begin{aligned}
\gamma_{k,l}^1 &= \frac{e^{-j\angle s_k[l]} \left(\sin \Phi + e^{-j\frac{\pi}{2}} \cos \Phi \right)}{\sigma_k \sqrt{\Psi_k} \sin \Phi}, \forall k, l; \\
\gamma_{k,l}^2 &= \frac{e^{-j\angle s_k[l]} \left(\sin \Phi - e^{-j\frac{\pi}{2}} \cos \Phi \right)}{\sigma_k \sqrt{\Psi_k} \sin \Phi}, \forall k, l
\end{aligned} \tag{9}$$

则问题(8)可等效描述为

$$\begin{aligned}
\min_{\mathbf{x}} \quad & \Gamma(\mathbf{x}) \triangleq \frac{\mathbf{x}^H \boldsymbol{\Omega}_s \mathbf{x}}{\mathbf{x}^H \boldsymbol{\Omega}_m \mathbf{x}} \\
\text{s.t.} \quad & \Re \left\{ \gamma_{k,l}^j \tilde{\mathbf{h}}_{k,l}^T \mathbf{x} \right\} \geq 1, \forall j, k, l \\
& \mathbf{x} \in \mathcal{X}
\end{aligned} \tag{10}$$

其中, $\tilde{\mathbf{h}}_{k,l} = \mathbf{c}_l \otimes \mathbf{h}_k, \forall k, l$, \mathbf{c}_l 为单位矩阵 \mathbf{I}_L 的第 l 列。

在问题(10)中, 目标函数 $\Gamma(\mathbf{x})$ 是一个分式二次函数, 且 $\mathbf{x} \in \mathcal{X}$ 包含大量的非凸离散约束。因此, 该问题是一个复杂的非凸约束分式规划问题, 难以直接求解。在第3节中, 本文将基于分式规划和ADMM技术, 提出一种有效的求解算法。

3 Dinkelbach-ADMM单比特DFRC波形设计算法

本节基于分式规划、ADMM和梯度投影法提出了一种有效算法来求解问题(10)。由于 $\Gamma(\mathbf{x})$ 是一种非凸分式二次函数, 会给后续处理造成困难, 需对其预先进行处理。对于此类目标函数, 存在多种可行的处理方法, 典型的方法有二次上界函数近似^[10]和SDR^[11]。但是, 前者采用的近似函数在部分情形下难以较为准确地逼近原目标函数, 而后者具有较高的计算复杂度。本文根据分式规划理论, 采用Dinkelbach变换对 $\Gamma(\mathbf{x})$ 进行处理, 以换取更低的计算复杂度和更优的性能表现。

根据Dinkelbach变换原理, 问题(10)可等效表示为^[27-30]

$$\begin{aligned}
\min_{\mathbf{x}} \quad & \Upsilon(\mathbf{x}) \triangleq \xi \mathbf{x}^H \boldsymbol{\Omega}_s \mathbf{x} - \mathbf{x}^H \boldsymbol{\Omega}_m \mathbf{x} \\
\text{s.t.} \quad & \Re \left\{ \gamma_{k,l}^j \tilde{\mathbf{h}}_{k,l}^T \mathbf{x} \right\} \geq 1, \forall j, k, l \\
& \mathbf{x} \in \mathcal{X}
\end{aligned} \tag{11}$$

其中, ξ 是一个迭代更新的Dinkelbach辅助变量。在第 t 次迭代中, ξ 可通过式(12)进行更新

$$\xi^{(t)} = \frac{\mathbf{x}^{(t)H} \boldsymbol{\Omega}_m \mathbf{x}^{(t)}}{\mathbf{x}^{(t)H} \boldsymbol{\Omega}_s \mathbf{x}^{(t)}} \tag{12}$$

应当指出, 问题(11)中仍然包含离散波形约束 $\mathbf{x} \in \mathcal{X}$ 。该约束理论上可通过穷举法得到最优解, 但计算复杂度随着变量规模的增加呈现指数级增长, 这对于大规模MIMO系统来说是难以承受的。因此, 本文基于ADMM框架, 通过引入辅助变量将离散约束问题松弛成连续约束问题进行求解。

为了便于处理, 首先将相关复向量和复矩阵通过式(13)变换实数化

$$\begin{aligned}
\mathbf{x}_R &= [\Re(\mathbf{x})^T \Im(\mathbf{x})^T]^T \in \mathbb{R}^{2NL}, \\
\boldsymbol{\Omega}_{n,R} &= \begin{bmatrix} \Re(\boldsymbol{\Omega}_n) & -\Im(\boldsymbol{\Omega}_n) \\ \Im(\boldsymbol{\Omega}_n) & \Re(\boldsymbol{\Omega}_n) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2NL \times 2NL}, \forall n = m, s, \\
\hat{\mathbf{h}}_{j,k,l} &= [\Re(\gamma_{k,l}^j \tilde{\mathbf{h}}_{k,l})^T \Im(\gamma_{k,l}^j \tilde{\mathbf{h}}_{k,l})^T]^T \in \mathbb{R}^{2NL}, \forall j, k, l
\end{aligned} \tag{13}$$

由此, 问题(11)可改写为

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{x}_R} \xi \mathbf{x}_R^T \boldsymbol{\Omega}_{s,R} \mathbf{x}_R - \mathbf{x}_R^T \boldsymbol{\Omega}_{m,R} \mathbf{x}_R \\ & \text{s.t. } \hat{\mathbf{h}}_{j,k,l}^T \mathbf{x}_R \geq 1, \forall j, k, l \\ & \quad \mathbf{x}_R \in \mathcal{X}_R = \{\pm\alpha\}^{2NL} \end{aligned} \quad (14)$$

定义辅助变量 $\mathbf{e} = \mathbf{x}_R \in \mathbb{R}^{2NL}$ ，问题(14)可以变换为式(15)连续约束问题^[10]：

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{e}, \mathbf{x}_R} \xi \mathbf{e}^T \boldsymbol{\Omega}_{s,R} \mathbf{x}_R - \mathbf{e}^T \boldsymbol{\Omega}_{m,R} \mathbf{x}_R \\ & \text{s.t. } \mathbf{e} = \mathbf{x}_R \\ & \quad \|\mathbf{e}\|_2^2 = LP_{\text{tot}} \\ & \quad \hat{\mathbf{h}}_{j,k,l}^T \mathbf{x}_R \geq 1, \forall j, k, l \\ & \quad |x_{R,i}| \leq \alpha, \forall i = 1, 2, \dots, 2NL \end{aligned} \quad (15)$$

下面简要说明该变换的合理性^[10]。假设满足约束条件 $\mathbf{e} = \mathbf{x}_R$ ，根据约束条件 $\|\mathbf{e}\|_2^2 = LP_{\text{tot}}$ ，可以得到 $\|\mathbf{e}\|_2^2 = \|\mathbf{x}_R\|_2^2 = LP_{\text{tot}}$ 。在此基础上，若满足约束条件 $|x_{R,i}| \leq \alpha, \forall i$ ，则有 $|x_{R,i}| = \alpha = \sqrt{LP_{\text{tot}}/(2N)}$ 。此时，显然有 $\mathbf{e} = \mathbf{x}_R \in \mathcal{X}_R$ 。

根据ADMM原理，问题(15)的增广拉格朗日函数可定义为

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_\rho(\mathbf{e}, \mathbf{x}_R, \mathbf{w}) &= \xi \mathbf{e}^T \boldsymbol{\Omega}_{s,R} \mathbf{x}_R - \mathbf{e}^T \boldsymbol{\Omega}_{m,R} \mathbf{x}_R \\ & \quad + \mathbf{w}^T (\mathbf{e} - \mathbf{x}_R) + \frac{\rho}{2} \|\mathbf{e} - \mathbf{x}_R\|_2^2 \end{aligned} \quad (16)$$

其中， \mathbf{w} 为拉格朗日乘子， $\rho > 0$ 为惩罚因子。

在ADMM框架下，我们分别在各约束条件下通过最小化 $\mathcal{L}_\rho(\mathbf{e}, \mathbf{x}_R, \mathbf{w})$ 来交替优化变量 \mathbf{e}, \mathbf{x}_R 和 \mathbf{w} 。于是，第 k 次迭代更新过程可描述为^[31]

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{e}^{(k)} &= \arg \min \mathcal{L}_\rho(\mathbf{e}, \mathbf{x}_R^{(k-1)}, \mathbf{w}^{(k-1)}) \\ & \text{s.t. } \|\mathbf{e}\|_2^2 = LP_{\text{tot}} \\ \mathbf{x}_R^{(k)} &= \arg \min \mathcal{L}_\rho(\mathbf{e}^{(k)}, \mathbf{x}_R, \mathbf{w}^{(k-1)}) \\ & \text{s.t. } \hat{\mathbf{h}}_{j,k,l}^T \mathbf{x}_R \geq 1, \forall j, k, l \\ & \quad |x_{R,i}| \leq \alpha, \forall i \\ \mathbf{w}^{(k)} &= \mathbf{w}^{(k-1)} + \rho (\mathbf{x}_R^{(k)} - \mathbf{e}^{(k)}) \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

下面分别求解问题(17)中的每个子问题。

3.1 优化变量 \mathbf{e}

固定变量 \mathbf{x}_R 和 \mathbf{w} ，去除无关变量，关于 \mathbf{e} 的优化问题可表示为

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{e}} \xi \mathbf{e}^T \boldsymbol{\Omega}_{s,R} \mathbf{x}_R - \mathbf{e}^T \boldsymbol{\Omega}_{m,R} \mathbf{x}_R + \mathbf{w}^T \mathbf{e} + \frac{\rho}{2} \|\mathbf{e} - \mathbf{x}_R\|_2^2 \\ & \text{s.t. } \|\mathbf{e}\|_2^2 = LP_{\text{tot}} \end{aligned} \quad (18)$$

该问题仅包含一个等式约束，可通过拉格朗日乘子法直接求解。定义问题(18)的拉格朗日函数为

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_1(\mathbf{e}, \eta) &= \xi \mathbf{e}^T \boldsymbol{\Omega}_{s,R} \mathbf{x}_R - \mathbf{e}^T \boldsymbol{\Omega}_{m,R} \mathbf{x}_R + \mathbf{w}^T \mathbf{e} \\ & \quad + \frac{\rho}{2} \|\mathbf{e} - \mathbf{x}_R\|_2^2 + \eta (LP_{\text{tot}} - \|\mathbf{e}\|_2^2) \end{aligned} \quad (19)$$

其中， η 为拉格朗日乘子。令 $\frac{\partial \mathcal{L}_1}{\partial \mathbf{e}} = 0$ ，可以得到 \mathbf{e} 的迭代更新公式为

$$\mathbf{e}^{(k)} = \frac{(\rho I - \xi \boldsymbol{\Omega}_{s,R} + \boldsymbol{\Omega}_{m,R}) \mathbf{x}_R^{(k-1)} - \mathbf{w}^{(k-1)}}{\rho - 2\eta} \quad (20)$$

另外，由于 \mathbf{e} 还需要满足约束 $\|\mathbf{e}\|_2^2 = LP_{\text{tot}}$ ，因此 η 的值可直接确定。将 η 的取值代入到式(20)中，可以得到

$$\mathbf{e}^{(k)} = \sqrt{LP_{\text{tot}}} \frac{(\rho I - \xi \boldsymbol{\Omega}_{s,R} + \boldsymbol{\Omega}_{m,R}) \mathbf{x}_R^{(k-1)} - \mathbf{w}^{(k-1)}}{\left\| (\rho I - \xi \boldsymbol{\Omega}_{s,R} + \boldsymbol{\Omega}_{m,R}) \mathbf{x}_R^{(k-1)} - \mathbf{w}^{(k-1)} \right\|_2} \quad (21)$$

3.2 优化变量 \mathbf{x}_R

固定变量 \mathbf{e} 和 \mathbf{w} ，去除无关变量，可以通过求解式(22)问题更新 \mathbf{x}_R

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{x}_R} \xi \mathbf{e}^T \boldsymbol{\Omega}_{s,R} \mathbf{x}_R - \mathbf{e}^T \boldsymbol{\Omega}_{m,R} \mathbf{x}_R - \mathbf{w}^T \mathbf{x}_R + \frac{\rho}{2} \|\mathbf{e} - \mathbf{x}_R\|_2^2 \\ & \text{s.t. } \hat{\mathbf{h}}_{j,k,l}^T \mathbf{x}_R \geq 1, \forall j, k, l \\ & \quad |x_{R,i}| \leq \alpha, \forall i \end{aligned} \quad (22)$$

显然，问题(22)是一个凸二次规划问题，可使用已有凸优化工具箱(如CVX)求解。然而，随着DFRC系统参数规模的增加，约束数量也增多，采用常规凸优化工具箱求解的计算复杂度高，难以满足大规模MIMO应用需求。由于问题(22)的目标函数是一个简单的二次形式，能够快捷地计算其梯度，因此本文采用梯度投影法求解该问题。

定义 $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{2NL \times 2KL}$ 为所有 $2KL$ 个向量 $\hat{\mathbf{h}}_{j,k,l}^T$ 组成的矩阵，问题(22)可重新表示为

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{x}_R} f(\mathbf{x}_R) \triangleq \xi \mathbf{e}^T \boldsymbol{\Omega}_{s,R} \mathbf{x}_R - \mathbf{e}^T \boldsymbol{\Omega}_{m,R} \mathbf{x}_R - \mathbf{w}^T \mathbf{x}_R \\ & \quad + \frac{\rho}{2} \|\mathbf{e} - \mathbf{x}_R\|_2^2 \\ & \text{s.t. } \mathbf{x}_R \in \mathcal{I}, \mathcal{I} = \mathcal{B} \cap \mathcal{H} \end{aligned} \quad (23)$$

其中，集合 $\mathcal{B} = \{\mathbf{x}_R \mid |x_{R,i}| \leq \alpha, \forall i\}$ 表示每个元素的取值范围约束，集合 $\mathcal{H} = \{\mathbf{x}_R \mid \mathbf{H}^T \mathbf{x}_R \succcurlyeq \mathbf{1}_{2KL}\}$ 表示基于SLP的半空间约束， $\mathbf{1}_{2KL}$ 是维度为 $2KL$ 的全1向量。于是目标函数 $f(\mathbf{x}_R)$ 的梯度可表示为

$$\nabla f(\mathbf{x}_R) = (\xi \boldsymbol{\Omega}_{s,R}^T - \boldsymbol{\Omega}_{m,R}^T) \mathbf{e} - \mathbf{w} + \rho (\mathbf{x}_R - \mathbf{e}) \quad (24)$$

根据梯度投影法原理^[32]，每次迭代可分为两步：

(1) 梯度下降。第 r 次迭代变量沿梯度方向的更新值为： $\tilde{\mathbf{x}}_R^{(r)} = \mathbf{x}_R^{(r-1)} - \tau \nabla f(\mathbf{x}_R^{(r-1)})$ ，其中 τ 为下降步长，可通过非精确线搜索(如反向回溯线搜索)得到；

(2) 交替投影，即 $\mathbf{x}_R^{(r)} = \mathcal{P}_{\mathcal{I}}(\tilde{\mathbf{x}}_R^{(r)})$ ，其中 $\mathcal{P}_{\mathcal{I}}(\cdot)$ 为投影算子。由于 \mathcal{I} 为 \mathcal{B} 和 \mathcal{H} 的交集，很难通过一

次投影将 $\tilde{\mathbf{x}}_R^{(r)}$ 直接投影到此交集上,为此需要进行多次交替投影,直到满足给定的终止条件。

对于集合 \mathcal{B} ,由于变量各元素 $x_{R,1}, x_{R,2}, \dots, x_{R,2NL}$ 之间没有耦合,该集合上的投影可直接表示为

$$\mathcal{P}_{\mathcal{B}}(x) = \begin{cases} \alpha, & x > \alpha \\ x, & -\alpha \leq x \leq \alpha \\ -\alpha, & x < -\alpha \end{cases} \quad (25)$$

对于集合 \mathcal{H} ,若 $\mathbf{x}_R \in \mathcal{H}$,其在 \mathcal{H} 上的投影为其自身。对任意 $\mathbf{x}_R \notin \mathcal{H}$,其投影应在 \mathcal{H} 的边界上,即

$$\mathcal{P}_{\mathcal{H}}(\mathbf{x}) = \mathbf{x} - \mathbf{H}(\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1}(\mathbf{H}^T \mathbf{x} - \mathbf{1}_{2KL}) \quad (26)$$

梯度投影算法的具体流程如算法1所示。

通过上述迭代,问题(15)最终将收敛到一个局部最优解,此时的解应当满足 $\mathbf{e} = \mathbf{x}_R \in \mathcal{X}_R$ 。但ADMM算法实现中,该约束可能没有精确满足。为保证最终的解完全满足单比特约束 $\mathbf{x}_R \in \mathcal{X}_R$,本文对算法输出结果再进行一次单比特量化^[10],即 $\mathbf{x}_R = \mathcal{Q}(\mathbf{x}_R)$,其中 $\mathcal{Q}(\cdot)$ 为单比特量化算子,定义为

$$\mathcal{Q}(x) = \begin{cases} \alpha, & x \geq 0 \\ -\alpha, & x < 0 \end{cases} \quad (27)$$

最后,原问题(11)的解可表示为

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_R(1:NL) + \mathbf{j}\mathbf{x}_R(NL+1:2NL) \quad (28)$$

综上所述,本文提出的Dinkelbach-ADMM算法的具体流程如算法2。

3.3 计算复杂度分析

本文提出的单比特发射波形设计算法的计算复杂度主要与发射天线数 N 、通信用户数 K 、DFRC快拍数 L 和算法迭代次数相关。在内循环ADMM算法的每次迭代中,更新变量 \mathbf{e} 的计算复杂度为 $\mathcal{O}(N^2L^2)$ 。对于变量 \mathbf{x}_R 的更新,计算复杂度主要由式(24)中矩阵 $(\xi\Omega_{s,R}^T - \Omega_{m,R}^T)\mathbf{e}$ 的生成和梯度投影运算产生。其中,生成矩阵 $(\xi\Omega_{s,R}^T - \Omega_{m,R}^T)\mathbf{e}$ 的复杂度为 $\mathcal{O}(N^2L^2)$,梯度投影运算每次迭代的复杂度为 $\mathcal{O}(NKL^2)$ 。假设梯度投影算法的最大迭代次

算法1 梯度投影算法

Alg. 1 Gradient projection algorithm

输入: $\xi, \mathbf{e}, \Omega_{s,R}, \Omega_{m,R}, \mathbf{w}, \mathbf{H}, \alpha, \rho, \kappa_1, \kappa_2, \tau_0, \delta_1, \delta_2$ 。

输出: \mathbf{x}_R 。

初始化: $\mathbf{x}_R^{(0)} \in \mathcal{I}$, 设置 $r = 0$;

第1步: 根据式(24)计算梯度 $\nabla f(\mathbf{x}_R^{(r)})$, 令 $r = r + 1$, $\tau = \tau_0$;

第2步: 计算 $\tilde{\mathbf{x}}_R^{(r)} = \mathbf{x}_R^{(r-1)} - \tau \nabla f(\mathbf{x}_R^{(r-1)})$;

第3步: 若 $\tilde{\mathbf{x}}_R^{(r)} \in \mathcal{I}$, 则令 $\mathbf{x}_R^{(r)} = \tilde{\mathbf{x}}_R^{(r)}$, 跳至第6步, 否则令 $\mathbf{v}^{(0)} = \tilde{\mathbf{x}}_R^{(r)}$, $i = 0$;

第4步: 令 $i = i + 1$, 根据式(25)计算 $\tilde{\mathbf{v}}^{(i)} = \mathcal{P}_{\mathcal{B}}(\mathbf{v}^{(i-1)})$, 根据式(26)计算 $\mathbf{v}^{(i)} = \mathcal{P}_{\mathcal{H}}(\tilde{\mathbf{v}}^{(i)})$;

第5步: 若 $\|\mathbf{v}^{(i)} - \mathbf{v}^{(i-1)}\| < \delta_2$, 令 $\mathbf{x}_R^{(r)} = \mathbf{v}^{(i)}$, 进行下一步, 否则返回第4步;

第6步: 若 $f(\mathbf{x}_R^{(r)}) < f(\mathbf{x}_R^{(r-1)}) + \kappa_1 \nabla f(\mathbf{x}_R^{(r-1)})^T (\mathbf{x}_R^{(r)} - \mathbf{x}_R^{(r-1)})$, 进行下一步, 否则令 $\tau = \kappa_2 \tau$, 返回第2步;

第7步: 若 $\mathbf{x}_R^{(r)} - \mathbf{x}_R^{(r-1)} < \delta_1$, 输出 \mathbf{x}_R , 否则返回第1步。

算法2 Dinkelbach-ADMM算法

Alg. 2 Dinkelbach-ADMM algorithm

输入: $\Theta_s, \Theta_m, \mathbf{h}_k, \Psi_k, s_k[l], \Phi, P_{\text{tot}}, \rho, \nu, \varepsilon_1, \varepsilon_2$ 。

输出: \mathbf{x} 。

初始化: $\{\mathbf{e}^{(0)}, \mathbf{x}_R^{(0)}, \mathbf{w}^{(0)}\}$, 设置 $t = 0$;

第1步: 根据式(28)构造 $\mathbf{x}^{(0)}$, 根据式(12)更新 $\xi^{(0)}$;

第2步: 令 $t = t + 1$, $k = 0$;

第3步: 令 $k = k + 1$, 根据式(21)更新 $\mathbf{e}^{(k)}$, 根据算法1更新 $\mathbf{x}_R^{(k)}$, 根据式(17)更新 $\mathbf{w}^{(k)}$;

第4步: 若 $\|\mathbf{e}^{(k)} - \mathbf{x}_R^{(k)}\|_2 < \varepsilon_1$ 或 $\|\mathbf{x}_R^{(k)} - \mathbf{x}_R^{(k-1)}\|_2 < \varepsilon_2$, 根据式(27)和式(28)更新 $\mathbf{x}^{(t)}$, 根据式(12)更新 $\xi^{(t)}$, 进行下一步, 否则返回第3步;

第5步: 若 $|\xi^{(t)} - \xi^{(t-1)}| < \nu$, 输出 \mathbf{x} , 否则返回第2步。

数为 R_{\max} ，则更新变量 \mathbf{x}_R 的总计算复杂度为 $\mathcal{O}(R_{\max}NKL^2 + N^2L^2)$ 。假设ADMM算法的最大迭代次数为 K_{\max} ，则ADMM算法的复杂度为 $\mathcal{O}(K_{\max}(R_{\max}NKL^2 + N^2L^2))$ 。假设外循环Dinkelbach变换的最大迭代次数为 T_{\max} ，则整个算法的复杂度为 $\mathcal{O}(T_{\max}K_{\max}(R_{\max}NKL^2 + N^2L^2))$ 。

4 仿真实验

本节将在两个典型实验场景下评估所提单比特DFRC发射波形设计算法的性能。具体仿真实验参数设置如下：发射天线数 $N = 20$ ，DFRC快拍数 $L = 50$ ，发射总功率 $P_{\text{tot}} = 30$ dBm；雷达发射波束图以 1° 为采样间隔，在整个空域 $\theta \in [-90^\circ, 90^\circ]$ 均匀采样；通信用户数 $K = 2$ ，假定通信信号在传输过程中经历多条漫反射路径的传播，通信信道服从瑞利衰弱模型，即 $h_k \sim \mathcal{CN}(0, 1)$ 。所有用户的期望星座符号为QPSK符号集，并设定所有用户的SNR要求和接收噪声功率相同，均为 $\psi_k = 12$ dB， $\sigma^2 = \sigma_k^2 = 10$ dBm。

在所提出的算法中，初始值 $\mathbf{e}^{(0)}$ 和 $\mathbf{x}_R^{(0)}$ 为随机生成的列向量，其元素服从均值为0、方差为 α^2 的高斯分布，通过对 $\mathbf{x}_R^{(0)}$ 进行交替投影，得到初始化值 $\mathbf{x}_R^{(0)} \in \mathcal{I}$ ， $\mathbf{w}^{(0)} = \mathbf{0}$ 。对于罚因子 ρ ，目前没有统一的最优选择方法，本文根据文献[33]初步确定估计值为 $\rho_0 = \sqrt{\lambda_{\min}\lambda_{\max}}$ ，其中 λ_{\min} 和 λ_{\max} 分别为 $\xi\Omega_{s,R} - \Omega_{m,R}$ 的最小特征值和最大特征值，然后在 $[\rho_0, 10\rho_0]$ 范围内采用二分法选出一个合适值。此外，实验中的其他参数设置如下： $\kappa_1 = 0.1$ ， $\kappa_2 = 0.5$ ， $\tau_0 = 1$ ， $\delta_1 = \delta_2 = 10^{-4}$ ， $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \nu = 10^{-4}$ 。

为了检验发射波束图性能，本文将所提设计

(SLP-DFRC, 1-bit)与单比特量化BLP-DFRC^[20](BLP-DFRC, 1-bit)和无穷比特量化恒模SLP-DFRC (SLP-DFRC, ∞ -bit)进行对比。其中，恒模SLP-DFRC可视为文献[23]采用ISMR作为雷达度量的改进型。同时，为了评估通信功能对雷达性能的影响，我们将单比特量化雷达发射波形设计^[10](Radar-Only, 1-bit)以及仅考虑雷达功能的无穷比特量化恒模雷达发射波形设计^[25](Radar-Only, ∞ -bit)作为发射波束图性能的基准。需要说明的是，由于文献[20]侧重于雷达与通信性能的加权优化，我们设置权重因子为0.75，以实现雷达与通信性能的折中，并采用文献[10]的波形协方差矩阵作为其期望雷达波形的协方差矩阵。具体仿真样例设置如下。

例1：设计一个单主瓣雷达发射波束，主瓣区域为 $\Theta_m = [-10^\circ, 10^\circ]$ ，旁瓣区域为 $\Theta_s = [-90^\circ, -10^\circ] \cup [10^\circ, 90^\circ]$ 。

例2：设计一个对称双主瓣雷达发射波束，主瓣区域为 $\Theta_m = [-40^\circ, -30^\circ] \cup [30^\circ, 40^\circ]$ ，旁瓣区域为 $\Theta_s = [-90^\circ, -40^\circ] \cup [-30^\circ, 30^\circ] \cup [40^\circ, 90^\circ]$ 。

4.1 算法收敛性分析

本节对所提算法的收敛性进行验证。图4(a)展示了在两个样例下所提算法的目标函数值随迭代次数的变化曲线。可以看出，随着迭代次数的增加，目标函数值均逐渐收敛到一个稳态值。相比于例1，例2所需的迭代次数更少，这主要是由于不同样例下，算法所设置的合适罚因子 ρ 有所不同。

此外，Dinkelbach辅助变量 ξ 的变化情况反映了目标函数经过Dinkelbach变换后的收敛情况。图4(b)给出了 ξ 随Dinkelbach变换次数的变化曲

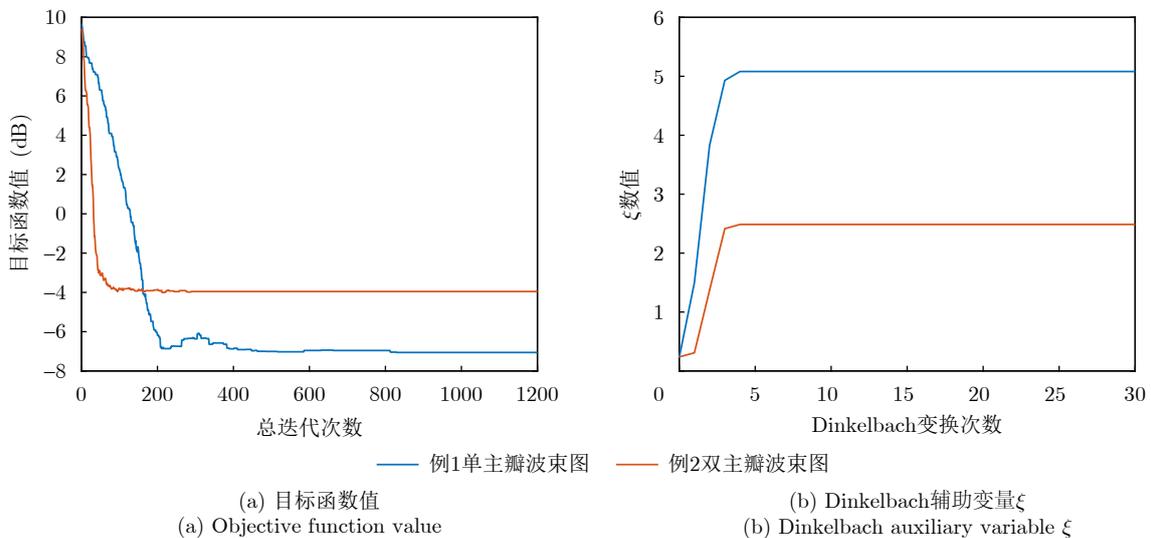


图4 目标函数值和Dinkelbach辅助变量 ξ 随迭代次数的变化曲线

Fig. 4 The variations of objective function value and Dinkelbach auxiliary variable ξ with the number of iterations

线。可以发现, ξ 在迭代过程中单调递增, 且迭代后能收敛到一个稳定值, 这一现象进一步验证了本文所采用的Dinkelbach变换的收敛性。

4.2 波形分析

本节对不同设计算法形成的发射波形进行对比分析。图5展示了4种不同发射波形设计下的波形序列相位分布图。可以看到, 恒模波形序列的相位分布在 $[-\pi, \pi]$, 这要求DAC具备较高的分辨率以确保发射波形的相位精度。相比之下, 单比特波形的相位仅位于 $\{-3\pi/4, -\pi/4, \pi/4, 3\pi/4\}$ 4种离散相位中, 因此只需使用单比特DAC即可保证相位精度, 显著降低了DAC的分辨率需求。这意味着MIMO发射系统中的高分辨率DAC可以被成本更低、结构

更简单的单比特DAC替代, 进而实现了硬件结构的简化。此外, 由于高分辨率DAC是MIMO发射系统的硬件成本和功耗的主要来源之一, 单比特发射波形的应用对于大规模MIMO阵列, 在降低硬件成本和功耗方面具有显著的优势。

4.3 雷达性能分析

本节主要验证所提波形设计方法的雷达发射波束图性能。由图6(a)和图6(b)可知, 本文设计的单比特SLP-DFRC波形在满足用户QoS需求的条件下, 能够将发射波束能量集中在期望主瓣区域 Θ_m 内, 在空域中形成性能良好的发射波束。但由于波形相位可行域的减小, 单比特SLP-DFRC波形的波束旁瓣电平相比恒模SLP-DFRC波形明显升高, 雷

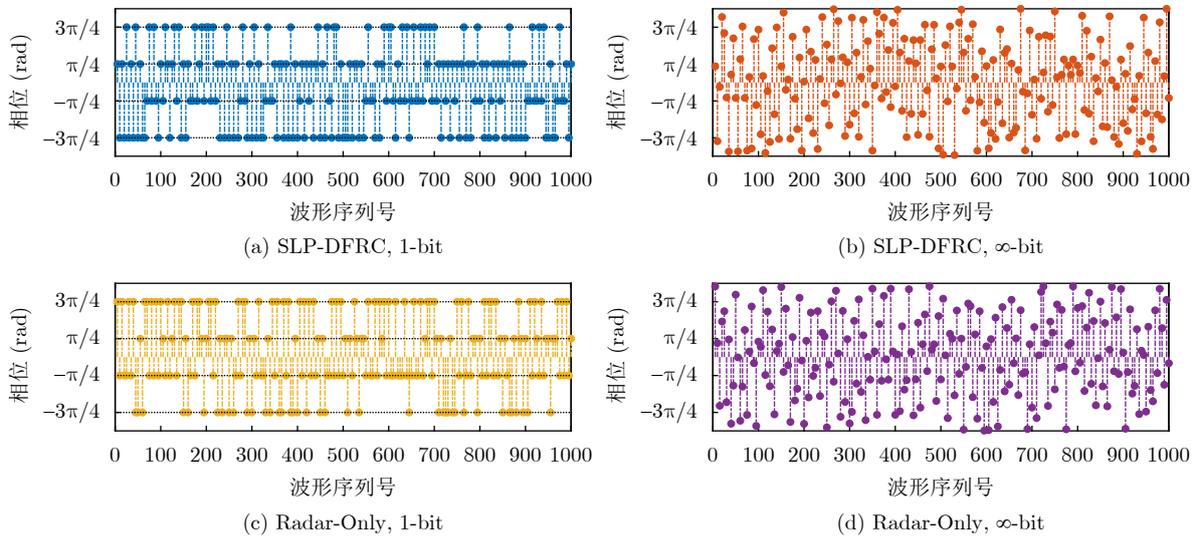
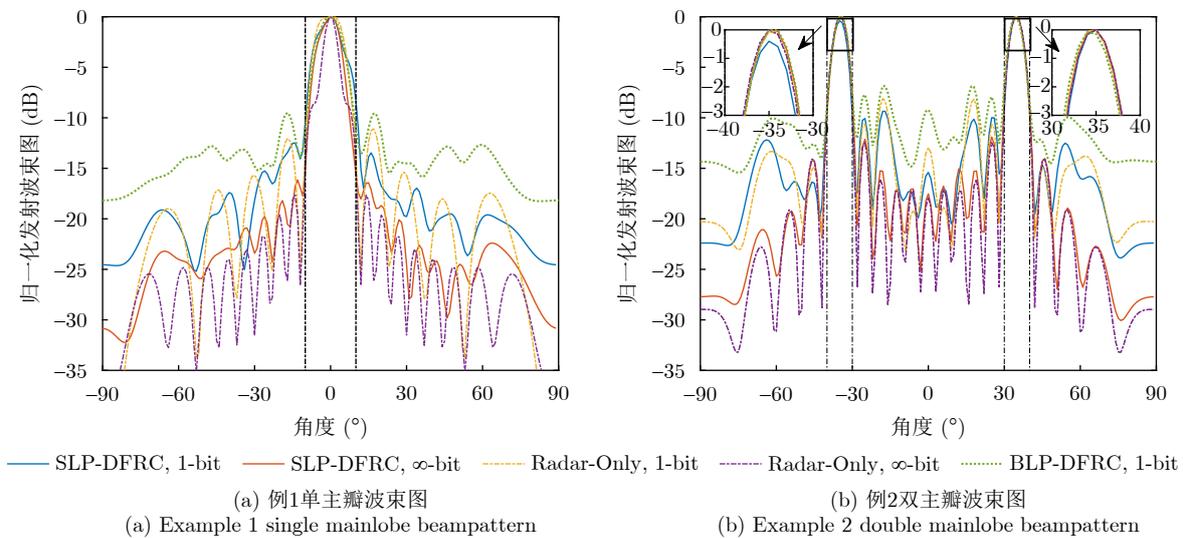


图5 不同发射波形设计下的波形序列相位分布图

Fig. 5 Comparison of the phase diagram of waveform sequence in different transmit waveform design



(a) 例1单主瓣波束图
(a) Example 1 single mainlobe beampattern

(b) 例2双主瓣波束图
(b) Example 2 double mainlobe beampattern

图6 不同发射波形设计下的雷达发射波束图

Fig. 6 Comparison of the radar transmit beampattern in different transmit waveform design

达性能有所损失。这一结果与单比特MIMO雷达波形与恒模MIMO雷达波形之间的性能差异类似，是由于单比特发射机简化了DAC结构所导致的，以一定程度的性能损失换取硬件成本和功耗的显著降低，这种性能损失可考虑通过扩大发射阵列的规模来弥补。同时，与单比特雷达波形相比，单比特SLP-DFRC波形的发射波束主瓣略微向内凹陷，旁瓣电平升高，波束图性能有所下降，这主要归因于CI-SLP约束减少了发射波形的自由度。此外，通过比较两类不同的单比特DFRC波形，不难发现单比特SLP-DFRC波形的发射波束图性能明显优于单比特BLP-DFRC波形，这表明CI-SLP通过有效利用MUI缓解了通信功能需求对雷达性能的负面影响。

表1给出了不同发射波形设计下的ISMR数值。从表1可以发现，单比特量化会导致约4 dB的ISMR性能损失。同时还可观察到，相较于BLP技术为实现通信功能所造成的4~5 dB的巨大ISMR损失，采用CI-SLP技术的单比特SLP-DFRC波形雷达性能损失明显减小，仅产生0.5~1.0 dB的ISMR损失，在单比特DFRC的实现上展现出显著优势。此外，比较例1和例2的ISMR性能可知，当雷达发射波束形状的复杂度增加时，ISMR性能会进一步下降。因此在该工作场景下，增加发射阵列规模以提升雷达探测性能的需求更加迫切。

为此，我们进一步绘制了所提算法在例2场景中不同发射阵列规模 N 下形成的发射波束图。由图7可以看出，随着 N 的增加，发射波束的功率更加集中于主瓣区域 θ_m 内，且归一化旁瓣电平明显降低。这也同样表明，将单比特发射波形与大規模MIMO技术结合能够显著提高雷达的发射波束图性能。

4.4 通信性能分析

本节主要验证不同预编码技术的通信性能，我们通过误码率具体量化发射波形的通信性能。图8展示了例2场景中平均误码率与用户SNR需求的关系，其中文献[20]的用户SNR需求定义为 $\Psi = P_{tot}/\sigma_k^2$ 。在相同的通信需求下，例1场景中的平均

误码率性能与图8基本一致，因此本文不再重复给出。由图8可以看出，未进行预编码处理的仅雷达波形不具备通信能力，而经过预编码的DFRC波形可以让用户从接收信号中解码出传输符号。不同于BLP体制，CI-SLP体制得益于对MUI的有效利用，在对雷达性能影响更小的同时展现出良好的误码率性能表现。随着用户SNR需求 Ψ 的提高，CI-SLP可以进一步将接收信号推离判决边界，使得其在高SNR条件下显著优于BLP。此外可以注意到，用户数 K 的增加仅会对通信性能带来微小影响，且随着 Ψ 的提高，这一影响会逐渐减小。

4.5 通信需求对雷达性能的影响

本节分析通信性能需求提升对雷达发射波束图性能的影响，主要探究用户SNR需求 Ψ 和用户数量

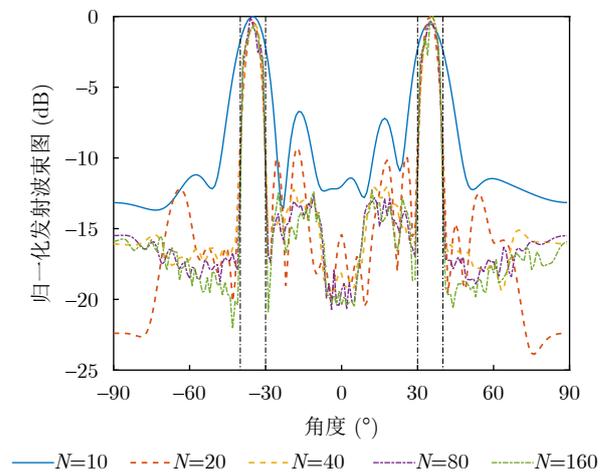


图7 发射阵列规模 N 对发射波束图性能的影响

Fig. 7 The influence of different antennas number N on the performance of the transmit beam pattern

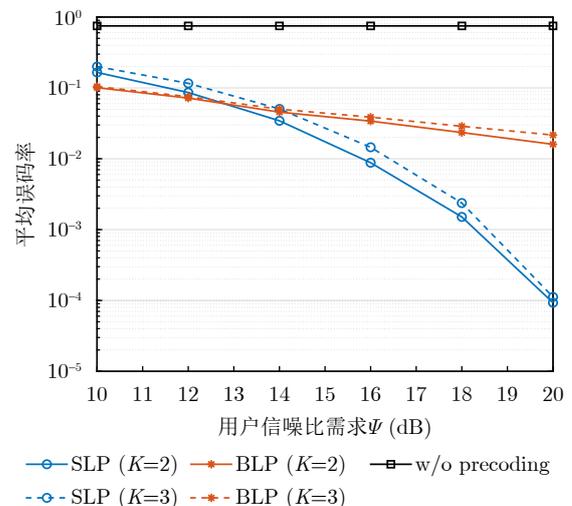


图8 平均误码率与通信性能需求的关系图

Fig. 8 Average symbol error rate versus communication requirements

表1 不同发射波形设计下的ISMR (dB)

Tab. 1 Comparison of ISMR in different transmit waveform design (dB)

发射波形形式	例1	例2
SLP-DFRC, 1-bit (所提设计)	-7.06	-3.96
SLP-DFRC, ∞ -bit	-10.72	-7.93
Radar-Only, 1-bit (文献[10])	-8.12	-4.50
Radar-Only, ∞ -bit (文献[25])	-11.58	-8.47
BLP-DFRC, 1-bit (文献[20])	-2.61	-0.41

K 两个因素。图9给出了用户数 $K=2$ (实斜线)和 $K=3$ (虚斜线)时, ISMR与用户SNR需求 Ψ 的关系。由图9可以看出, 在不同的用户数下, 雷达发射波束的ISMR性能均随着 Ψ 的增加而逐渐下降,

且在用户数较多时ISMR性能有明显降低。因此, 在单比特SLP-DFRC系统中, 应合理选择通信的性能需求, 以减小通信功能对雷达探测性能的负面影响, 实现雷达探测与多用户通信之间的性能权衡。

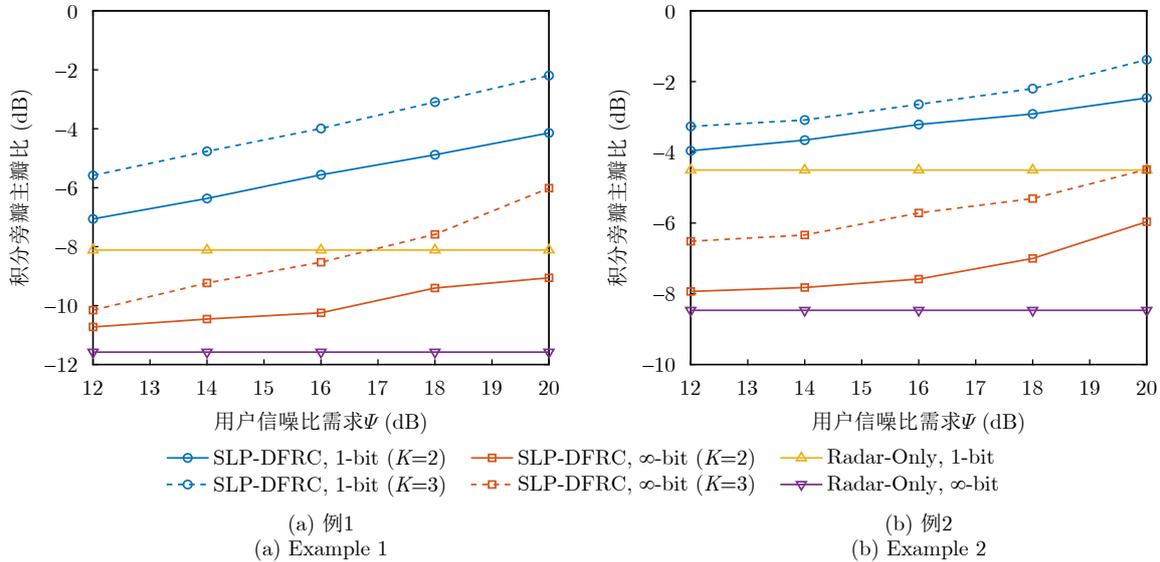


图9 雷达性能与通信性能需求的关系图(实斜线 $K=2$, 虚斜线 $K=3$)

Fig. 9 Radar performance versus communication requirements (solid lines represents the $K=2$ scenario, and dashed lines represents the $K=3$ scenario)

5 结语

针对单比特DFRC发射波形设计问题, 本文建立了一种以最小化雷达发射波束ISMR为目标, 在CI-SLP体制下精确保证每个通信用户最低接收SNR的单比特DFRC发射波形设计问题模型。为有效处理该问题中存在的非凸分式二次目标函数和非凸离散约束, 本文基于Dinkelbach变换、ADMM和梯度投影技术提出了一种有效的求解算法。仿真结果表明, 所设计的单比特DFRC波形能够显著减小对DAC分辨率的需求, 并在满足用户QoS需求的条件下具有良好的雷达发射波束图性能, 具有广泛的应用前景。特别是在低成本限制或大规模阵列部署的场景下, 本文的单比特DFRC发射波形可应用于无人机、车联网、智能家居等领域, 推动这些系统实现成本与性能之间的平衡。此外, 本文仅考虑了发射端的波形设计工作, 为进一步提升雷达的探测性能, 单比特DFRC系统的接收端优化乃至收发联合设计也是我们未来工作中将进一步探讨的问题。

利益冲突 所有作者均声明不存在利益冲突

Conflict of Interests The authors declare that there is no conflict of interests

参考文献

- [1] SAAD W, BENNIS M, and CHEN Mingzhe. A vision of 6G wireless systems: Applications, trends, technologies, and open research problems[J]. *IEEE Network*, 2020, 34(3): 134–142. doi: [10.1109/MNET.001.1900287](https://doi.org/10.1109/MNET.001.1900287).
- [2] FANG Xinran, FENG Wei, CHEN Yunfei, *et al.* Joint communication and sensing toward 6G: Models and potential of using MIMO[J]. *IEEE Internet of Things Journal*, 2023, 10(5): 4093–4116. doi: [10.1109/JIOT.2022.3227215](https://doi.org/10.1109/JIOT.2022.3227215).
- [3] WEI Zhiqing, QU Hanyang, WANG Yuan, *et al.* Integrated sensing and communication signals toward 5G-A and 6G: A survey[J]. *IEEE Internet of Things Journal*, 2023, 10(13): 11068–11092. doi: [10.1109/JIOT.2023.3235618](https://doi.org/10.1109/JIOT.2023.3235618).
- [4] LU Shihang, LIU Fan, LI Yunxin, *et al.* Integrated sensing and communications: Recent advances and ten open challenges[J]. *IEEE Internet of Things Journal*, 2024, 11(11): 19094–19120. doi: [10.1109/JIOT.2024.3361173](https://doi.org/10.1109/JIOT.2024.3361173).
- [5] ELBIR A M, MISHRA K V, and CHATZINOTAS S. Terahertz-band joint ultra-massive MIMO radar-communications: Model-based and model-free hybrid beamforming[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2021, 15(6): 1468–1483. doi: [10.1109/JSTSP.2021.3117410](https://doi.org/10.1109/JSTSP.2021.3117410).

- [6] HUA Haocheng, XU Jie, and HAN T X. Optimal transmit beamforming for integrated sensing and communication[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2023, 72(8): 10588–10603. doi: [10.1109/TVT.2023.3262513](https://doi.org/10.1109/TVT.2023.3262513).
- [7] ZHANG Ruoyu, CHENG Lei, WANG Shuai, *et al.* Integrated sensing and communication with massive MIMO: A unified tensor approach for channel and target parameter estimation[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2024, 23(8): 8571–8587. doi: [10.1109/TWC.2024.3351856](https://doi.org/10.1109/TWC.2024.3351856).
- [8] SAXENA A K, FIJALKOW I, and SWINDLEHURST A L. Analysis of one-bit quantized precoding for the multiuser massive MIMO downlink[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2017, 65(17): 4624–4634. doi: [10.1109/TSP.2017.2715006](https://doi.org/10.1109/TSP.2017.2715006).
- [9] CHENG Ziyang, LIAO Bin, HE Zishu, *et al.* Transmit signal design for large-scale MIMO system with 1-bit DACs[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2019, 18(9): 4466–4478. doi: [10.1109/TWC.2019.2925343](https://doi.org/10.1109/TWC.2019.2925343).
- [10] WEI Tong, CHENG Ziyang, and LIAO Bin. Transmit beampattern synthesis for MIMO radar with one-bit digital-to-analog converters[J]. *Signal Processing*, 2021, 188: 108228. doi: [10.1016/j.sigpro.2021.108228](https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2021.108228).
- [11] WEI Tong, CHU Ping, CHENG Ziyang, *et al.* Transmit beampattern design for MIMO radar with one-bit DACs via block-sparse SDR[C]. 2020 IEEE 11th Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop (SAM), Hangzhou, China, 2020: 1–5. doi: [10.1109/SAM48682.2020.9104317](https://doi.org/10.1109/SAM48682.2020.9104317).
- [12] DENG Minglong, CHENG Ziyang, HE Zishu, *et al.* Joint design of one-bit transmit waveform and receive filter for MIMO radar in signal dependent interference[C]. 2022 IEEE Radar Conference (RadarConf22), New York City, USA, 2022: 1–6. doi: [10.1109/RadarConf2248738.2022.9764158](https://doi.org/10.1109/RadarConf2248738.2022.9764158).
- [13] SAXENA A K, FIJALKOW I, and SWINDLEHURST A L. On one-bit quantized ZF precoding for the multiuser massive MIMO downlink[C]. 2016 IEEE Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop (SAM), Rio de Janeiro, Brazil, 2016: 1–5. doi: [10.1109/SAM.2016.7569670](https://doi.org/10.1109/SAM.2016.7569670).
- [14] JACOBSSON S, DURISI G, COLDREY M, *et al.* Linear precoding with low-resolution DACs for massive MU-MIMO-OFDM downlink[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2019, 18(3): 1595–1609. doi: [10.1109/TWC.2019.2894120](https://doi.org/10.1109/TWC.2019.2894120).
- [15] LI Ang, LIU Fan, MASOUROS C, *et al.* Interference exploitation 1-bit massive MIMO precoding: A partial branch-and-bound solution with near-optimal performance[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2020, 19(5): 3474–3489. doi: [10.1109/TWC.2020.2973987](https://doi.org/10.1109/TWC.2020.2973987).
- [16] WU Zheyu, JIANG Bo, LIU Yafeng, *et al.* A novel negative ℓ_1 penalty approach for multiuser one-bit massive MIMO downlink with PSK signaling[C]. 2022 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), Singapore, Singapore, 2022: 5323–5327. doi: [10.1109/ICASSP43922.2022.9747030](https://doi.org/10.1109/ICASSP43922.2022.9747030).
- [17] WANG Yiran and LI Ang. ADMM based interference exploitation multi-user one-bit massive MIMO precoding[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2023, 72(7): 9561–9566. doi: [10.1109/TVT.2023.3244404](https://doi.org/10.1109/TVT.2023.3244404).
- [18] LI Ang, MASOUROS C, SWINDLEHURST A L, *et al.* 1-bit massive MIMO transmission: Embracing interference with symbol-level precoding[J]. *IEEE Communications Magazine*, 2021, 59(5): 121–127. doi: [10.1109/MCOM.001.2000601](https://doi.org/10.1109/MCOM.001.2000601).
- [19] CHENG Ziyang, SHI Shengnan, HE Zishu, *et al.* Transmit sequence design for dual-function radar-communication system with one-bit DACs[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2021, 20(9): 5846–5860. doi: [10.1109/TWC.2021.3070586](https://doi.org/10.1109/TWC.2021.3070586).
- [20] YU Xiaoyou, YANG Qi, XIAO Zhu, *et al.* A precoding approach for dual-functional radar-communication system with one-bit DACs[J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2022, 40(6): 1965–1977. doi: [10.1109/JSAC.2022.3155532](https://doi.org/10.1109/JSAC.2022.3155532).
- [21] LIN Qi, SHEN Hong, LI Zhicheng, *et al.* One-bit transceiver optimization for mmWave integrated sensing and communication systems[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2025, 73(2): 800–816. doi: [10.1109/TCOMM.2024.3440830](https://doi.org/10.1109/TCOMM.2024.3440830).
- [22] MASOUROS C and ZHENG Gan. Exploiting known interference as green signal power for downlink beamforming optimization[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2015, 63(14): 3628–3640. doi: [10.1109/TSP.2015.2430839](https://doi.org/10.1109/TSP.2015.2430839).
- [23] LIU Rang, LI Ming, LIU Qian, *et al.* Dual-functional radar-communication waveform design: A symbol-level precoding approach[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2021, 15(6): 1316–1331. doi: [10.1109/JSTSP.2021.3111438](https://doi.org/10.1109/JSTSP.2021.3111438).
- [24] WANG Chao, WANG Chengcai, LI Zan, *et al.* STAR-RIS-enabled secure dual-functional radar-communications: Joint waveform and reflective beamforming optimization[J]. *IEEE Transactions on Information Forensics and Security*, 2023, 18: 4577–4592. doi: [10.1109/TIFS.2023.3297452](https://doi.org/10.1109/TIFS.2023.3297452).
- [25] CHENG Ziyang, HAN Chunlin, LIAO Bin, *et al.* Communication-aware waveform design for MIMO radar with good transmit beampattern[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2018, 66(21): 5549–5562. doi: [10.1109/TSP.2018.2811438](https://doi.org/10.1109/TSP.2018.2811438).

- TSP.2018.2868042.
- [26] LIU Rang, LI Hongyu, LI Ming, *et al.* Secure symbol-level precoding design for QAM signals in MU-MISO wiretap systems[C]. ICC 2020--2020 IEEE International Conference on Communications (ICC), Dublin, Ireland, 2020: 1–6. doi: [10.1109/ICC40277.2020.9149044](https://doi.org/10.1109/ICC40277.2020.9149044).
- [27] SOLTANALIAN M, TANG Bo, LI Jian, *et al.* Joint design of the receive filter and transmit sequence for active sensing[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2013, 20(5): 423–426. doi: [10.1109/LSP.2013.2250279](https://doi.org/10.1109/LSP.2013.2250279).
- [28] TANG Bo and TANG Jun. Joint design of transmit waveforms and receive filters for MIMO radar space-time adaptive processing[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2016, 64(18): 4707–4722. doi: [10.1109/TSP.2016.2569431](https://doi.org/10.1109/TSP.2016.2569431).
- [29] WU Wenjun, TANG Bo, and WANG Xuyang. Constant-modulus waveform design for dual-function radar-communication systems in the presence of clutter[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2023, 59(4): 4005–4017. doi: [10.1109/TAES.2023.3234927](https://doi.org/10.1109/TAES.2023.3234927).
- [30] CHEN Shengyao, FENG Qi, RAN Longyao, *et al.* Reconfigurable intelligent surface-enabled array radar for interference mitigation[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2024, 60(5): 7437–7452. doi: [10.1109/TAES.2024.3417955](https://doi.org/10.1109/TAES.2024.3417955).
- [31] 陈胜垚, 何煦, 冯起, 等. 智能超表面辅助的雷达通信一体化系统恒模发射波形与无源波束形成联合设计[J]. 中国科学: 信息科学, 2024, 54(12): 2841–2857. doi: [10.1360/SSI-2024-0034](https://doi.org/10.1360/SSI-2024-0034).
- CHEN Shengyao, HE Xu, FENG Qi, *et al.* Joint design of constant modular transmit waveform and passive beamforming for RIS-aided dual-functional radar and communication[J]. *SCIENTIA SINICA Informationis*, 2024, 54(12): 2841–2857. doi: [10.1360/SSI-2024-0034](https://doi.org/10.1360/SSI-2024-0034).
- [32] JIANG Xue, CHEN Jiayi, LIU Xingzhao, *et al.* Phase-only robust minimum dispersion beamforming[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2020, 68: 5664–5679. doi: [10.1109/TSP.2020.3026177](https://doi.org/10.1109/TSP.2020.3026177).
- [33] GHADIMI E, TEIXEIRA A, SHAMES I, *et al.* Optimal parameter selection for the alternating direction method of multipliers (ADMM): Quadratic problems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2015, 60(3): 644–658. doi: [10.1109/TAC.2014.2354892](https://doi.org/10.1109/TAC.2014.2354892).

作者简介

何卓远, 硕士生, 主要研究方向为雷达通信一体化。

陈胜垚, 博士, 副教授, 主要研究方向为压缩感知、阵列信号处理、雷达信号处理、雷达通信一体化。

朱 晗, 硕士生, 主要研究方向为雷达通信一体化。

席 峰, 博士, 副教授, 主要研究方向雷达信号处理、统计和阵列信号处理、雷达通信一体化。

李洪涛, 博士, 副教授, 主要研究方向雷达系统、雷达信号处理、阵列信号处理。

刘 中, 博士, 教授, 主要研究方向雷达系统、雷达信号处理、阵列信号处理。

(责任编辑: 于青)