

水力压裂横向多裂缝延伸模型^{*}罗天雨¹ 赵金洲² 王嘉淮¹ 郭建春²

(1.新疆石油管理局采油工艺研究院 2.“油气藏地质及开发工程”国家重点实验室·西南石油大学)

罗天雨等.水力压裂横向多裂缝延伸模型.天然气工业,2007,27(10):75-78.

摘要 随着储层改造复杂性的增加,研究者已认识到,水力压裂多裂缝现象与早期砂堵、施工压力升高等现象密切相关,但是,目前还没有完整的横向多裂缝模型来描述裂缝延伸压力与闭合应力的同时增加。为此,通过建立计算裂缝端部应力强度因子的不连续位移法,来考虑裂缝轨迹的变化、多条转向裂缝之间闭合应力的相互影响程度;同时结合物质平衡原理与压力平衡原理来描述多裂缝之间的流量动态分流;最后结合裂缝壁面滤失规律的变化、三维裂缝的延伸规律,来模拟不同方位处或同方位处起裂的多条裂缝同时延伸时,流动压力的变化。计算实例表明,与单条裂缝相比,多条裂缝同时延伸时,裂缝净压力升高、裂缝长度变短;不同方位起裂的多个裂缝,由于转向轨迹与应力场的不同,离理想方位越远则流动阻力越大。此模型为现场施工提供了依据。

关键词 完井 水力压裂 酸化压裂 压裂裂缝 数学模型

国外科技工作者 K.D.Maher^[1]总结了多裂缝的产生有许多证据,Wright^[2]用等效多裂缝理论分析了多个水平裂缝的裂缝半径、裂缝宽度、净压力、累积宽度与裂缝条数的关系。L.Weijers^[3]提出,用多裂缝理论能够拟合高的施工净压力。目前,国内的科技工作者已经认识到水力压裂多裂缝的存在及其与施工困难的关系。首先建立在不同方位起裂的转向裂缝的轨迹,在此基础上建立考虑多裂缝之间闭合应力相互影响的同方位多裂缝与不同方位多裂缝同时延伸的理论模型,以此考察存在多条裂缝延伸时的压力表现、裂缝宽度的变化,为施工提供了依据。

一、裂缝转向模型

在模拟裂缝转向延伸时,目前的思路是计算出裂缝端部应力强度因子,然后计算出裂缝的转向角度。通过假设裂纹表面位移不连续量分布特征建立裂纹尖端应力强度因子的 DDM^[4]计算方法,适合用来计算裂缝尖端的应力强度因子及模拟裂缝扩展;最大拉应力理论可用于计算裂缝转向。

在二维平面内,将裂缝离散成 N 个单元时,单元长度为 $2a$ 。设任意第 i 个单元的不连续位移 $D_x(x_i)$ 、 $D_y(x_i)$ 、 α_x 、 α_y 为研究域内任意点的应力状态, f_{mijk} 表示 f 分别对下标所示变量求导; G 为剪

切模量;坐标系 $S-M-N$ 为以各单元中心作为原点的局部坐标系,坐标系 $X-O-Y$ 为整体坐标系, (s_i, n_i) 为任意一点在局部坐标系内的坐标, (x_i, y_i) 为总体坐标系内第 i 个单元中心 M 的坐标, (x, y) 为总体坐标。域内任意点(二维问题) $Q(x, y)$ 的应力分量^[4]可由下列方程给出:

$$\alpha_x = \sum_{i=1}^N 2G[(2f_{,yy} + yf_{,yyy})D_y(x_i) + (2f_{,yy} + yf_{,yyy})D_x(x_i)] \quad (1)$$

$$\alpha_y = \sum_{i=1}^N 2G[(f_{,yy} + yf_{,yyy})D_y(x_i) + (-yf_{,xyy})D_x(x_i)] \quad (2)$$

$$\alpha_y = \sum_{i=1}^N 2G[(-yf_{,xyy})D_y(x_i) + (f_{,yy} + yf_{,yyy})D_x(x_i)] \quad (3)$$

裂缝单元示意图如图1。以 i 个单元的中点作为任意点,求出应力方程式(1)、(2)、(3)中右边各项中

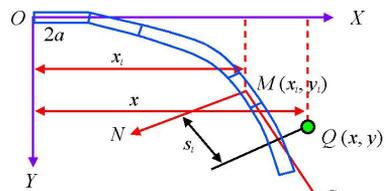


图1 裂缝单元坐标示意图

^{*} 本文受到新疆石油管理局重点项目《提高复杂裂缝油气藏压裂效果的裂缝模拟、工艺技术研究》的资助。

作者简介: 罗天雨,1971年生,1996年毕业于原西南石油学院钻井专业,现在新疆石油管理局博士后流动站工作,从事油气层增产措施与技术研究。地址:(834000)新疆维吾尔自治区克拉玛依市。电话:(0990)6878330。E-mail:lty293@163.com

的影响系数,均可得到确定值。当计算裂缝单元的应力时,需要考虑3个方面的影响:裂缝内压力、大地应力在裂缝壁面造成的束缚应力、相邻裂缝造成的闭合应力的变化。此时得到一个矩阵,联立求解可以得到各单元的不连续位移 $D_x(x_i)$ 、 $D_y(x_i)$ 。

以裂缝的尖端点 (X, Y) 为考察对象,取位于最后一个单元裂缝上的点 $(Q(x, y))$ 沿裂缝逼近尖端点,求其极限,可以得到应力强度因子。根据断裂力学应力强度因子定义及罗必塔原理:

$$K_I = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{Ga}{2\sqrt{2\pi}(1-\nu)} \left\{ \left[\frac{1}{\sqrt{r(a-r)}} \right] D_y(x_n) + \gamma \left[\frac{(a-3r)}{(a-r)r\sqrt{r[a^2-(a-r)^2]}} \right] D_x(x_n) \right\} \quad (4)$$

$$K_{II} = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{Ga}{2\sqrt{2\pi}(1-\nu)} \left\{ \gamma \left[\frac{(a-3r)}{(a-r)r\sqrt{r[a^2-(a-r)^2]}} \right] D_y(x_n) + \left[\frac{1}{\sqrt{r(a-r)}} \right] D_x(x_n) \right\} \quad (5)$$

沿裂纹轴向取微小距离外推选点可得到一系列 K_I 、 K_{II} 的近似值,利用这些近似值进行最小二乘法回归分析即可得到裂纹尖端处的应力强度因子。根据最大拉应力理论,可以得到裂缝尖端的转向角度公式为:

$$\theta_m(n) = 2\arctan \left[\frac{1}{4} \left(\frac{K_I}{K_{II}} \right) \pm \frac{1}{4} \sqrt{\left(\frac{K_I}{K_{II}} \right)^2 + 8} \right] \quad (6)$$

至此得到裂缝缝端的延伸方向,依次增加裂缝的单元数目,就可以模拟裂缝的转向延伸。

二、裂缝参数与转向摩阻计算

三维裂缝延伸模型主要包括:压裂液在缝中流动的压降方程和连续性方程、裂缝的宽度方程和高度方程等。目前裂缝的延伸模型比较成熟^[5],结合第一部分的裂缝的转向模型与闭合应力变化,就可以计算裂缝的转向延伸轨迹。它的计算方法是,根据 j 单元所在的位置,计算出来相邻裂缝在该单元处的叠加应力 α_j 、 σ_j 、 τ_{xj} ,转化到沿裂缝方向,分别表示为: δ_x 、 δ_y 、 δ_{xy} ,其中 δ_j 指相邻裂缝造成的闭合应力的变化。所以,对于所研究的裂缝 j 单元而言,任意一个单元的闭合应力 δ_j 由两部分构成:

$$\delta_j = \delta_j + \delta_j \quad (7)$$

式中: δ_j 指大地应力在裂缝壁面造成的束缚应力。

在计算裂缝的宽度时,由于裂缝面与铅垂方向的倾角 (φ) ,真实的裂缝不是铅垂方向的,需要将上述应力转化到垂直裂缝面的方向,可以应用于裂缝宽度的计算,继而计算压力消耗。

由于裂缝转向段的裂缝壁面粗糙不平,设 f 为摩擦系数; K_1 为稠度系数, $\text{Pa} \cdot \text{s}^n$; n 为流性指数; \bar{u}_s 为裂缝单元的平均流速, m/s ; \bar{W}_s 为裂缝单元的平均宽度, m , $\Delta p - p_a$ 。对于非牛顿液体,转向段裂缝的压降方程:

$$\Delta p = \sum \left\{ f \frac{16}{3\pi} 2^{\pi+1} K_1 \left(\frac{2n+1}{n} \right)^n \frac{\bar{u}_s^n}{W_s^{\pi+1}} dx \right\} \quad (8)$$

而非转向段的摩擦阻力计算按常规计算可以得到,叠加转向部分与非转向部分的摩擦阻力就可以得到总的摩擦阻力。

三、多裂缝理论

1. 流量分流理论

多条裂缝同时存在、同时延伸时流量分流遵循两个原则,压力平衡原则与体积平衡原则,也就是 Kirchoff 第一定律和 Kirchoff 第二定律^[6]。多裂缝水力系统的存在物质平衡(Kirchoff 第一定律):

$$Q_r = \sum_{j=1}^m Q_j \quad (9)$$

式中: Q_r 为压裂处理的总注入排量, m^3/s ; Q_j 为各条裂缝中的流量, m^3/s ; m 为裂缝条数。

Kirchoff 第二定律是压力连续准则,对于横向上的任意两条裂缝,忽略各裂缝之间液柱高度造成的压差、摩擦阻力、射孔压降,则任意两个裂缝之间的压力关系为:

$$\Delta p_{nj} + \delta_j = \delta_i + \Delta p_{ni} \quad (10)$$

式中: Δp_{nj} 为第 j 条裂缝内的净压力, Pa ; δ_j 为任意 j 裂缝端部的闭合应力。

Δp_{nj} 可以根据第一部分的内容计算出来,联立式(9)、(10)两个式子,结合裂缝的延伸压力,可计算每个裂缝的具体分流流量。

2. 滤失规律的研究

多条裂缝存在时,假设在均质地层的情况下,最外面的两个裂缝面的滤失情况与里面被包裹状态的裂缝面的滤失情况必然不同。首先考察滤失系数的计算原理:压裂液向地层滤失受3种机理的控制,与之相对应地,影响综合滤失系数 (C) 的3个因素就是受压裂液黏度数控制的滤失系数 (C_1) ,受地层流体压缩性控制的滤失系数 (C_2) 和造壁性滤失系数 (C_3) 。从他们的表达式来看^[6],滤失系数与缝内外的压差 (Δp) 密切相关,没有压差就没有滤失。对于同方位的多个裂缝而言,最外面的两个裂缝面的滤失是不受影响的;但是对于内部的裂缝壁面而言,由于裂缝之间所束缚的岩石空间比较小,在压裂初期,

裂缝壁面有一定的吸收液体的能力;随着时间的推移,流体滤失进入岩石以后,如果不能扩散出去,将迅速增加岩体内部的压力,减小缝内外的压差,造成滤失的减小甚至丧失。对于不同方位的多个裂缝而言,裂缝之间的捕捉岩石较多,而且与无限远处岩体连接的流通通道较宽,在压裂的初期,各个裂缝两边的滤失规律(滤失系数)可以认为相同。

3. 多裂缝同时延伸理论

(1) 等效多裂缝理论

由于多条裂缝同时延伸时,各裂缝之间的影响非常复杂,一种简单的处理方法是,不管多裂缝在纵、横方向上的重叠形态如何,将裂缝的复杂延伸形态看作是等效的多条裂缝在同时延伸。L. Weijers^[7]提出了“等效多裂缝”的概念并应用于裂缝延伸模拟。通常有3个重要参数,即 M_v 为多裂缝数量; M_L 为参与滤失的多裂缝数量; M_o 为参与竞争宽度的多裂缝数量。对于多个水平裂缝,假设3个参数 $M_v = M_L = M_o$,单一裂缝的模拟裂缝净压、裂缝半径、裂缝宽度分别是 α 、 R 、 Δ ,则多个裂缝净压、裂缝半径、裂缝宽度的变化规律为:

$$\alpha_M = \alpha M^{2/3}; R_M = RM^{-2/3} \Delta_M = \Delta M^{-5/6} \quad (11)$$

不妨将多个水平裂缝得到的结论拓展到多个纵向裂缝同时延伸时的裂缝参数的变化规律。这样,计算一个三维裂缝延伸的裂缝参数,根据上述理论反算裂缝的条数与其它参数,但上述理论将裂缝的转向摩擦阻力看作是裂缝条数的增加造成的,因此有欠妥当。

(2) 同方位延伸多裂缝理论

假设同一方位产生了多个同时延伸的裂缝,而且裂缝延伸轨迹类似、间距一致,如图2所示。此时最关键的问题是计算裂缝之间的闭合应力的影响与滤失规律的变化。

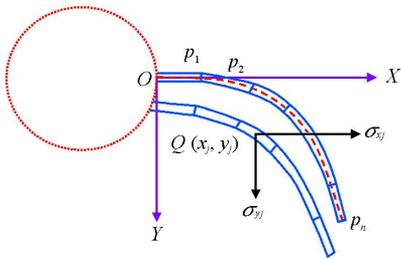


图2 多裂缝之间应力相互影响示意图

该裂缝所处位置的闭合应力,加上其他裂缝对本裂缝作用的应力,构成总的闭合应力。假设有两条裂缝,其中单元分别表示为 i 、 j ,两条裂缝相互影

响。对于目标裂缝中的任意一个单元 j ,作用应力的计算方法为:

$$\alpha_j = \sum_{i=1}^N 2G[(2f_{,yy} + y_j f_{,yyy})D_y(x_i) + (2f_{,xy} + y_j f_{,xyy})D_x(x_i)] \quad (12)$$

$$\sigma_j = \sum_{i=1}^N 2G[(f_{,yy} + y_j f_{,yyy})D_y(x_i) + (-y_j f_{,xyy})D_x(x_i)] \quad (13)$$

$$\tau_{x_j y_j} = \sum_{i=1}^N 2G[(-y_j f_{,xyy})D_y(x_i) + (f_{,yy} + y_j f_{,xyy})D_x(x_i)] \quad (14)$$

对于两个裂缝中对应的两个单元,分别设为 i_k 与 j_k , d 为裂缝之间的间距。则坐标之间的关系为:

$$x_{jk} = x_{ik}; y_{jk} = y_{ik} + d \quad (15)$$

裂缝的延伸轨迹与单条裂缝的延伸方法相同;同方位的多裂缝的分流流量基本一致。至此,可以得到完整的同方位多裂缝同时延伸的模型。

(3) 不同方位延伸的多裂缝理论

一般情况下,不同方位延伸的多个裂缝的显著特点是,各个裂缝相距有一定距离,缝口闭合应力不同,轨迹不同,分流流量不同,而同方位的多裂缝延伸模型是不同方位多裂缝延伸模型的特例。

四、应用分析

以同方位起裂的一条、三条裂缝为例。某套管射孔(直井): $\sigma_1 = 61 \times 10^6 \text{ Pa}$, $\sigma_2 = 56 \times 10^6 \text{ Pa}$, $\sigma_3 = 70 \times 10^6 \text{ Pa}$, $p_p = 35 \times 10^6 \text{ Pa}$, $a = 0.6$, $v = 0.35$, 转向角度 $\theta = 30^\circ/60^\circ$, 滤失系数 $c = 0.0005 \text{ m/s}^{0.5}$, $E = 35000 \times 10^6 \text{ Pa}$, 产层 $H = 22 \text{ m}$, 在测试压裂阶段,盐水为注入介质, $q = 3 \text{ m}^3/\text{min}$, $v_{sp} = 0 \text{ m}^3/\text{m}^2$ 。

采用本文的方法来编制三维多裂缝同时延伸的程序,模拟测试压裂阶段多裂缝的同时延伸,以裂缝的延伸净压力为研究对象,截取计算结果中某一小段,模拟结果表明,本文的方法能够模拟多裂缝的同时延伸。

五、结论

(1) 在一定的地层条件下,转向角度大,则裂缝流动阻力大。比如在 30° 转向角度时,在6 min左右时,裂缝净压力为1.4 MPa,而在 60° 转向角度时,在6 min时,裂缝净压力为2.6 MPa。造成这个现象的主要原因是,裂缝缝口附近的闭合应力大于地层的远井闭合应力。

(2) 在相同的起裂位置,裂缝条数增加,多条裂

缝相互干扰,平均单缝宽度减少,闭合应力增加,则净压增加,流动阻力增加,出现较高的裂缝延伸净压与泵压。比如在 30° 转向角度时,在6 min时,一条裂缝净压力为1.4 MPa,而三条裂缝的延伸净压为2.9 MPa。

参 考 文 献

- [1] MAHRER K D, AUD W W, HANSEN J T. Far-field hydraulic fracture geometry: A changing paradigm [J]. SPE 36441, 1996.
- [2] SATO, K WRIGHT C A, ICHIKAWA M. Post-frac analyses indicating multiple fractures created in a volcanic formation [J]. India Oil and Gas Conference, New Delhi, SPE 39513, 1998; 10-12.
- [3] WEIJERS L, WRIGHT C A. Simultaneous propagation of multiple hydraulic fractures-evidence, impact and modeling implications [J]. SPE 64772, 2000.
- [4] 黄醒春, 顾隽超, 夏小和. 压载条件下裂纹断裂扩展的位移不连续数值分析 [J]. 上海交通大学学报, 2001, 35 (10): 1486-1490.
- [5] 王鸿勋, 张士诚. 水力压裂设计数值计算方法 [M]. 北京: 石油工业出版社, 1998; 178-184.
- [6] 米卡尔 J. 埃克诺米德斯, 肯尼斯 G. 诺尔特. 油藏增产措施 [M]. 3 版. 张保平, 等译. 北京: 石油工业出版社, 2002; 232-234.
- [7] WEIJERS L, WRIGHT C, et al. Simultaneous Propagation of Multiple Hydraulic Fractures-Evidence, Impact and Modeling Implications [J]. SPE 64772, 2000.

(收稿日期 2007-05-07 编辑 钟水清)