

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2022.0129

基于改进 ADRC 的四旋翼姿态控制器设计

鄢化彪¹, 徐炜宾², 黄绿娥^{2,*}

(1. 江西理工大学 理学院, 赣州 341000; 2. 江西理工大学 电气工程与自动化学院, 赣州 341000)

摘 要: 针对四旋翼无人机姿态自抗扰控制 (ADRC) 系统应对复杂干扰时, 基于传统 fal 函数设计的扩张状态观测器 (ESO) 抗扰动能力不足、易产生抖振的问题, 提出一种改进型 ADRC 并用于四旋翼姿态控制。基于正弦函数构建一种新型光滑非线性 xfal 函数以改进 ESO, 利用 Lyapunov 函数对改进 ESO 的稳定性进行证明。通过仿真平台, 与其他 ADRC 进行比较。实验结果表明: 改进型 ADRC 和标准 ADRC 相比, 当四旋翼无人机不受干扰时, 在其抖振区间内, 俯仰角均方误差降低了约 38.7%; 当四旋翼无人机分别受到连续干扰、突发干扰、复杂干扰时, 在各自计算区间内, 俯仰角均方误差分别降低了约 78.4%、80.2%、83.3%。因此, 改进型 ADRC 在有效减小抖振的同时, 还具备优良的抗干扰能力。

关键词: 四旋翼无人机; 自抗扰控制; 扩张状态观测器; 姿态控制; xfal 函数

中图分类号: V249.1; TP273

文献标志码: A **文章编号:** 1001-5965(2023)12-3283-10

近年来, 四旋翼无人机凭借其低成本、便捷性^[1], 受到了极为广泛的应用^[2]。在常见的民用领域, 四旋翼无人机被应用于交通运输业、农业、林业等很多行业^[3-4], 并为这些行业带来了颠覆性的变化。

同时, 四旋翼无人机是一个非线性、多自由度、欠驱动、强耦合的复杂系统, 在无人机的飞行过程中, 会存在诸多因素对其进行干扰, 一旦四旋翼无人机受扰后飞行不稳定, 就极有可能发生炸机等事件, 对人们的财产、生命安全造成影响。因此, 确保飞行稳定是四旋翼无人机广泛应用的基础。

目前, 对四旋翼无人机的姿态控制主要有: 比例积分微分 (proportional integral derivative, PID) 控制^[5]、滑模控制^[6]、深度学习^[7]、反步法^[8]、自抗扰控制 (active disturbance rejection control, ADRC) 器^[9]等。在实际中, 由于四旋翼无人机的精准模型难以获得^[10], 因而基于精准模型的控制策略仅停留在理论层面, 难以应用于实际。虽然 PID 控制不依赖于控制对象模型的准确程度, 但是线性方法难以

保证系统的全局稳定, 处理外界干扰能力有限^[11]。

ADRC 保留了 PID 控制不依赖于控制对象精准模型的优点, 并且通过安排过渡过程, 解决了 PID 控制中“快速性”和“超调性”的矛盾^[12]; 其核心在于将外部扰动及系统内部不确定因素视为一个总扰动, 然后对总扰动进行估计并在扰动到来之前给予补偿^[13]。

文献 [14] 提出一种基于迭代学习控制的自适应 ADRC 姿态控制器, 该方法具备快速的暂态响应和改善的无抖振稳态性能; 文献 [15] 将 ADRC 与广义预测控制相结合, 设计一种新型自抗扰广义预测控制器, 在满足控制精度时, 同样具有快速性, 并能有效地克服系统的外部干扰和多变量耦合作用; 文献 [16] 将动态面控制和 ADRC 相结合, 设计了一种基于自抗扰的动态面控制器, 提高了系统自适应性、鲁棒性和抗干扰能力; 文献 [17] 将标准 ADRC 算法进行一定程度的结构变动, 设计了一种内外环

收稿日期: 2022-03-08; 录用日期: 2022-07-02; 网络出版时间: 2022-07-13 10:00

网络出版地址: kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20220711.1710.001.html

基金项目: 国家自然科学基金 (11765008); 江西省青年科学基金 (20161BA216128)

* 通信作者. E-mail: 9320080310@jxust.edu.cn

引用格式: 鄢化彪, 徐炜宾, 黄绿娥. 基于改进 ADRC 的四旋翼姿态控制器设计 [J]. 北京航空航天大学学报, 2023, 49 (12): 3283-3292.

YAN H B, XU W B, HUANG L E. Design of quadrotor attitude controller based on improved ADRC [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2023, 49 (12): 3283-3292 (in Chinese).

嵌套结构的改进型 ADRC, 并对扩张状态观测器 (extended state observer, ESO) 的输出进行滤波处理, 以削弱抖振。在实际飞行实验中, 验证了该算法具有很强的指令跟踪能力及抗干扰能力。虽然上述文献对 ADRC 的改进均取得一定成果, 但是上述文献对 ADRC 的改进基于宏观层面, 并未深入 ADRC 的工作机理进行改进。文献 [18] 将 fal 非线性函数改进为 faln 函数, 并将其用于改进 ESO, 实验表明改进后的 ADRC 中能够使四旋翼飞行器系统抵抗外界强干扰的能力更强。文献 [19] 基于正态分布函数设计了 galn 函数, 用于改进 ESO, 仿真结果表明改进后的 ESO 具有更好的误差跟随性能和更好的观测性能。

然而, 前人对 ADRC 的研究很少考虑多种复合干扰的情况。在四旋翼无人机的飞行过程中, 很少存在单一的干扰, 实际上会受到许多未知的干扰同时作用。因此, 考虑多种干扰, 提高无人机的综合抗扰能力, 将更有利于四旋翼无人机的稳定飞行。本文通过对 ESO 的工作机理分析, 依据“大误差, 小增益; 小误差, 大增益”的工程思想, 基于正弦函数构建了一种新型的 xfal 非线性曲线函数以改进 ESO。最后通过仿真设计多组干扰实验, 并与其他改进 ADRC 进行比较, 验证了本文改进型 ADRC 的综合抗扰能力。

1 四旋翼无人机数学模型建立

1.1 动力学模型

四旋翼无人机, 可根据电机分布情况, 分为“十”字型和“X”型。以“X”型为例, 假设四旋翼无人机具备以下条件: ①无人机为均匀刚体, 质量均匀分布; ②无人机结构严格对称; ③机体重心与中心重合; ④忽略各螺旋桨自身转动惯量

四旋翼无人机的动力学模型为^[17]

$$\begin{cases} \ddot{z} = -g + \frac{\cos \theta \cos \varphi}{m} U_1 \\ \ddot{\varphi} = \frac{I_z - I_x}{I_y} \dot{\theta} \dot{\psi} + \frac{1}{I_y} U_2 \\ \ddot{\theta} = \frac{I_y - I_z}{I_x} \dot{\varphi} \dot{\psi} + \frac{1}{I_x} U_3 \\ \ddot{\psi} = \frac{I_x - I_y}{I_z} \dot{\theta} \dot{\varphi} + \frac{1}{I_z} U_4 \end{cases} \quad (1)$$

式中: U_1 、 U_2 、 U_3 、 U_4 分别为各通道虚拟控制量; I_x 、 I_y 、 I_z 分别为机体各轴的转动惯量; φ 、 θ 、 ψ 分别为机体绕各轴转动角度; z 为高度; m 为质量; g 为重力加速度。

各通道虚拟控制量为

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ \frac{\sqrt{2}}{2}d & -\frac{\sqrt{2}}{2}d & -\frac{\sqrt{2}}{2}d & \frac{\sqrt{2}}{2}d \\ \frac{\sqrt{2}}{2}d & \frac{\sqrt{2}}{2}d & -\frac{\sqrt{2}}{2}d & -\frac{\sqrt{2}}{2}d \\ C & -C & C & -C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中: T_i 分别为各螺旋桨拉力; C 为螺旋桨拉力-反扭矩系数; d 为臂长。

进一步, 可得系统动力分配模型为

$$\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\sqrt{2}}{d} & \frac{\sqrt{2}}{d} & \frac{1}{C} \\ 1 & -\frac{\sqrt{2}}{d} & \frac{\sqrt{2}}{d} & -\frac{1}{C} \\ 1 & -\frac{\sqrt{2}}{d} & -\frac{\sqrt{2}}{d} & \frac{1}{C} \\ 1 & \frac{\sqrt{2}}{d} & -\frac{\sqrt{2}}{d} & -\frac{1}{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} \quad (3)$$

1.2 动力单元模型

四旋翼无人机垂直起飞时, 根据旋翼叶素理论, 对螺旋桨拉力和转矩分析则有^[20]

$$T = C_T n^2 \quad (4)$$

$$M = C_M n^2 \quad (5)$$

式中: T 为螺旋桨拉力; M 为螺旋桨转矩; n 为电机转速; C_T 为拉力系数; C_M 为反扭矩系数。

假设无人机飞行时具备以下条件: ①电机时间常数为零; ②电池电压恒定; ③式(4)和式(5)维持整个飞行过程。

通过实际实验所得数据, 可知空心杯电机转速和油门有以下近似关系:

$$n = C_A \sigma^{\frac{1}{2}} \quad (6)$$

式中: C_A 为油门-转速系数; σ 为油门。

由式(4)和式(5), 可得

$$T = C'_T \sigma \quad (7)$$

$$M = C'_M \sigma \quad (8)$$

式中: C'_T 为油门-拉力系数; C'_M 为油门-反扭矩系数。

1.3 油门分配模型

将式(7)代入式(3), 可得

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \end{bmatrix} = \frac{1}{4C'_T} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\sqrt{2}}{d} & \frac{\sqrt{2}}{d} & \frac{1}{C} \\ 1 & -\frac{\sqrt{2}}{d} & \frac{\sqrt{2}}{d} & -\frac{1}{C} \\ 1 & -\frac{\sqrt{2}}{d} & -\frac{\sqrt{2}}{d} & \frac{1}{C} \\ 1 & \frac{\sqrt{2}}{d} & -\frac{\sqrt{2}}{d} & -\frac{1}{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} \quad (9)$$

考虑到实际工程中更倾向于以下动力分配方式:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} \quad (10)$$

式中: u_i 为各通道控制器控制量, 虚拟控制量 U_i 与其存在以下关系:

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = \frac{1}{4C_T} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{2}}{d} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\sqrt{2}}{d} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} \quad (11)$$

如此, 便建立了油门和控制器控制量之间的对应关系, 使得对模型的输入输出处理方式更加贴近于实际工程设计, 提高了仿真的有效性与真实性。

2 自抗扰控制器设计

2.1 系统解耦

通过四旋翼系统模型可知, 四旋翼无人机姿态控制系统由俯仰角通道、翻滚角通道、偏航角通道组成, 四旋翼姿态控制框图如图 1 所示。

由式(1)可知, 四旋翼内部姿态角之间相互耦合, 难以设计。而自抗扰控制具有天然的解耦性,

可对系统模型进行简化。以俯仰角通道为例, 进行系统解耦:

联合式(1)和式(11), 并加入外部扰动 Δ , 可得俯仰通道的模型为

$$\ddot{\theta} = \frac{I_y - I_z}{I_x} \dot{\varphi} \dot{\psi} + \frac{2\sqrt{2}C_T d}{I_x} u_3 + \Delta \quad (12)$$

令 θ_1 为俯仰角, θ_2 为俯仰角速度, 则有

$$\begin{cases} \dot{\theta}_1 = \theta_2 \\ \dot{\theta}_2 = \frac{I_y - I_z}{I_x} \dot{\varphi} \dot{\psi} + \frac{2\sqrt{2}C_T d}{I_x} u_3 + \Delta \end{cases} \quad (13)$$

再将俯仰通道的内部耦合及外部扰动视为一个总扰动 ω_0 , 对系统进行解耦, 则俯仰角通道可简化为

$$\begin{cases} \dot{\theta}_1 = \theta_2 \\ \dot{\theta}_2 = \omega_0 + b u_3 \end{cases} \quad (14)$$

$$\text{式中: } \begin{cases} \omega_0 = \frac{I_y - I_z}{I_x} \dot{\varphi} \dot{\psi} + \Delta \\ b = \frac{2\sqrt{2}C_T d}{I_x} \end{cases}$$

鉴于实际中参数 b 不易获得, 故将其作为一个可变的参数 b_0 , 再以参数调节的方式接近于 b 。对于产生的误差 $(b-b_0)u_3$ 同样作为总扰动 ω_0 的一部分, 则有

$$\begin{cases} \dot{\theta}_1 = \theta_2 \\ \dot{\theta}_2 = \omega_0 + b_0 u_3 \end{cases} \quad (15)$$

$$\text{式中: } \omega_0 = \frac{I_y - I_z}{I_x} \dot{\varphi} \dot{\psi} + (b - b_0)u_3 + \Delta。$$

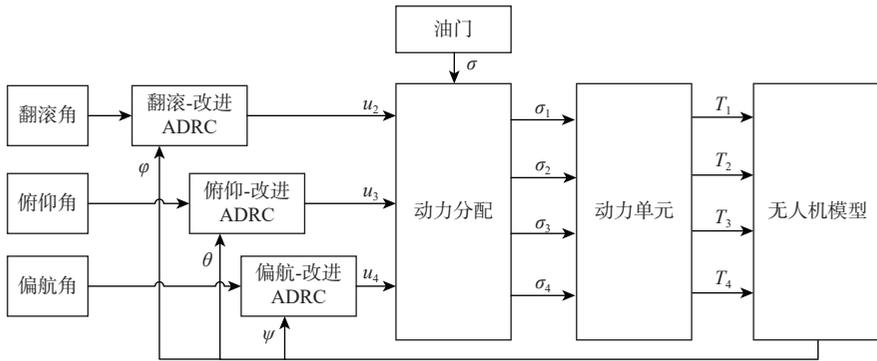


图 1 四旋翼姿态控制框图

Fig. 1 Block diagram of the quadrotor attitude control

2.2 俯仰通道自抗扰控制器设计

自抗扰控制器一般由跟踪微分器(tracking differentiator, TD), 非线性状态误差反馈律(nonlinear state error feedback law, NLSEF)和 ESO 这 3 部分组成。

考虑到四旋翼结构高度对称, 因而各姿态角通道控制器设计完全相同。故本文以俯仰角通道为例, 设计姿态自抗扰控制器。

1) 跟踪微分器

TD 是给期望值 v 安排一个合适的过渡过程 v_1 , 同时输出 v_1 的微分信号 v_2 。

由式(15)可知, 俯仰通道为二阶系统。对俯仰通道, TD 表达式为

$$\begin{cases} \dot{v}_1 = v_2 \\ \dot{v}_2 = fhan(v_1 - v, v_2, r, h) \end{cases} \quad (16)$$

式中: r 为速度因子; h 为滤波因子; $fhan$ 为最速综

合函数,其表达式为

$$\text{fhan}(x_1, x_2, r_0, h_0) = \begin{cases} d_0 = r_0 h_0^2 \\ a_0 = h_0 x_2 \\ y_0 = x_1 + a_0 \\ a_1 = \sqrt{d_0(d_0 + 8|y_0|)} \\ a_2 = a_0 + \text{sign}(y_0)(a_1 - d_0)/2 \\ s_1 = [\text{sign}(y_0 + d_0) - \text{sign}(y_0 - d_0)]/2 \\ a = (a_0 + y_0 - a_2)s_1 + a_2 \\ s_2 = [\text{sign}(a + d_0) - \text{sign}(a - d_0)]/2 \\ \text{fhan} = -r_0[a/d_0 - \text{sign}(a)]s_2 - r_0 \text{sign}(a) \end{cases} \quad (17)$$

式中: x_1 和 x_2 为系统状态; r_0 和 h_0 为函数参数。

2) 扩张状态观测器

ESO 是 ADRC 的核心部分,其功能是依据系统的输入和输出对系统的内部状态变量及总扰动进行估计。

由式(15),将 ω_0 视为一个状态,扩张成新的状态变量 θ_3 ,则有

$$\begin{cases} \dot{\theta}_1 = \theta_2 \\ \dot{\theta}_2 = \theta_3 + b_0 u_3 \\ \dot{\theta}_3 = \omega \\ y = \theta_1 \end{cases} \quad (18)$$

对式(18)的扩张系统,可建立如下状态观测器:

$$\begin{cases} e = z_1 - y \\ \dot{z}_1 = z_2 - \beta_1 e \\ \dot{z}_2 = z_3 - \beta_2 \text{fal}\left(e, \frac{1}{2}, \delta\right) + b_0 u_3 \\ \dot{z}_3 = -\beta_3 \text{fal}\left(e, \frac{1}{4}, \delta\right) \end{cases} \quad (19)$$

式中: e 为角度估计偏差; y 为系统输出; z_i 为各状态变量的估计值; b_0 为控制器增益参数; β_i 为观测器参数; fal 为非线性函数,其表达式为

$$\text{fal}(x, \alpha, \delta) = \begin{cases} \frac{x}{\delta^{1-\alpha}} & |x| \leq \delta \\ \text{sign}(x)|x|^\alpha & |x| > \delta \end{cases} \quad (20)$$

式中: x 为自变量; α 为幂次; δ 为线性区间长度。

3) 非线性状态误差反馈律

NLSEF 是依据“大误差小增益,小误差大增益”的工程思想,对 PID 线性加权控制的一种改进,本质上是一种非线性 PD 控制。

取 fal 函数为非线性函数,则 NLSEF 的表达式为

$$\begin{cases} e_1 = v_1 - \theta_1 \\ e_2 = v_2 - \theta_2 \\ u_0 = \beta_{01} \text{fal}(e_1, \alpha_1, \delta) + \beta_{02} \text{fal}(e_2, \alpha_2, \delta) \\ u_3 = \frac{u_0 - z_3}{b_0} \end{cases} \quad (21)$$

式中: β_{0i} 为控制器参数; e_1 为角度偏差; e_2 为角速度偏差; u_0 为 NLSEF 输出控制量; u_3 为 ADRC 最终输出的俯仰通道控制量。

3 扩张状态观测器改进

3.1 构建 xfal 函数

1) 扩张状态观测器误差分析

将式(19)中非线性曲线用 g_i 表示,再联合式(18),可得系统 ESO 的误差方程为

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = e_2 - \beta_1 e_1 \\ \dot{e}_2 = e_3 - \beta_2 g_1(e_1) \\ \dot{e}_3 = -\beta_3 g_2(e_1) - \omega \end{cases} \quad (22)$$

式中: e_i 为 ESO 对系统状态变量 θ_i 的跟踪误差。由此可见,非线性曲线会影响 ESO 的观测精度,对 ESO 的功能有着重要影响。

2) fal 函数分析

为便于分析非线性函数增益对误差的影响,将误差区间划分为 3 部分:切换区间、小误差区间、大误差区间。切换区间是指在原点部分,误差容易反复切换的区间;小误差区间是指大于切换区间,而误差仍然比较小的区间;大误差区间是指误差比较大的区间。

在切换区间,误差增益过大容易引起误差反复切换,产生抖振现象;在小误差区间,则需要较大的误差增益,加快误差收敛;在大误差区间,则需要较小的误差增益,避免超调现象。

fal 函数是韩京清研究员基于幂次函数设计而成。为减小低幂次函数在切换区间由于高增益产生的抖振现象,韩京清研究员将 fal 函数在切换区间设计成线性函数,在消除抖振上取得一定成果,但如此也影响了 fal 函数的光滑连续性。

图 2 为 fal 函数在 $\delta = 0.1$, α 分别取 0.25、0.50、0.75 时的曲线。由图 2 可知:当需要加快误差收敛时,在提高低误差区间误差增益的同时,也会提高线性

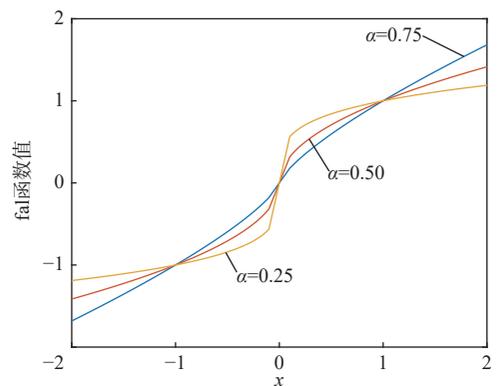


图 2 fal 函数的曲线

Fig. 2 Curves of fal function

函数的斜率, 即提高切换区间的增益, 亦会产生抖振。因此, 基于 fal 函数设计的 ESO 存在“性能”与“抖振”的矛盾, 有着很大的局限性。所以, 为提高 ESO 的性能, 需采用更加合适的非线性曲线。

3) xfal 函数

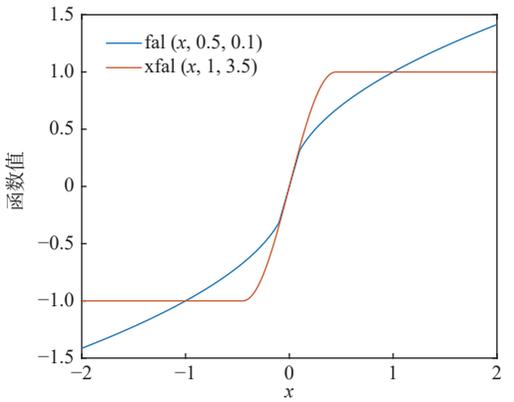
按照文献 [21], 非线性曲线选取原则为: 奇函数、光滑连续、原点近线性、饱和特性, 其核心思想依旧是: 大误差小增益, 小误差大增益。考虑到正弦函数具有奇函数、光滑连续、原点近线性的特点, 再稍加改进, 使其具备饱和特性, 构成 xfal 函数:

$$xfal(x, R, K) = \begin{cases} R \sin(Kx) & |x| \leq \frac{\pi}{2K} \\ R & |x| > \frac{\pi}{2K} \end{cases} \quad (23)$$

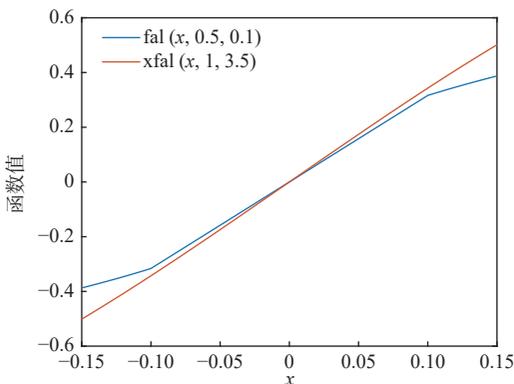
式中: $R > 0$ 为幅值; $K > 0$ 为速度因子。

若以 xfal 作为 ESO 的非线性曲线, 则参数 R 主要影响大误差区间, 参数 K 主要影响小误差区间和切换区间。通过调节 R , 可以使误差在大误差区间获得合适的低增益; 通过调节 K , 可以调节小误差区间和切换区间误差的收敛速率, 在“抗扰能力”和“抖振”之间进行有效平衡。

xfal 函数光滑连续, 结构简单, 符合非线性曲线的选取原则。图 3 为 fal 和 xfal 曲线比较, 图 4 为



(a) 整体比较



(b) 原点放大比较

图 3 fal 和 xfal 函数曲线比较

Fig. 3 Comparison of fal and xfal function curves

fal 和 xfal 函数的误差增益图。由图 3 和图 4 可知, 相比与 fal 函数, xfal 函数在保持切换区间的近线性同时, 仍能很好的实现小误差区间高增益、大误差区间低增益的特性, 且对误差的增益更为平滑。因此, 将 xfal 函数用于设计 ESO 可以有效提高其抗扰性能、减小抖振。

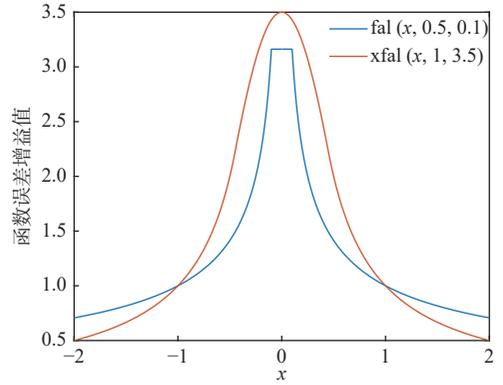


图 4 fal 和 xfal 函数误差增益图

Fig. 4 Error gain plot of fal and xfal function

3.2 改进扩张状态观测器的收敛性条件

将 xfal 函数代入式 (19) 中, 可得改进后的 ESO 表达式为

$$\begin{cases} \dot{e} = z_1 - y \\ \dot{z}_1 = z_2 - \beta_1 e \\ \dot{z}_2 = z_3 - \beta_2 xfal_1(e) + b_0 u \\ \dot{z}_3 = -\beta_3 xfal_2(e) \end{cases} \quad (24)$$

当系统扰动为零, 重新计算误差表达式, 有

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = e_2 - \beta_1 e_1 \\ \dot{e}_2 = e_3 - \beta_2 xfal_1(e_1) \\ \dot{e}_3 = -\beta_3 xfal_2(e_1) \end{cases} \quad (25)$$

进一步表示为

$$\dot{e} = -A(e)e \quad (26)$$

式中: $e = [e_1, e_2, e_3]^T$;

$$A(e) = \begin{bmatrix} \beta_1 & -1 & 0 \\ \beta_2 \frac{xfal_1(e_1)}{e_1} & 0 & 1 \\ \beta_3 \frac{xfal_2(e_1)}{e_1} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (27)$$

由 xfal 的定义, 易知 xfal 有界, 且 $xfal \in [0, R]$ 。

令 $F_i = \frac{xfal_i(e_1)}{e_1}$, $B = \beta_1 \beta_2 F_1 - \beta_3 F_2$, 显然 $F_i > 0$ 。当满足 $B > 0$ 时, 可得主对角线元素均为正定矩阵 D , 使 $DA(e)$ 为对称正定矩阵^[22]。

其中:

$$D = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\beta_2 F_1}{B} + \lambda_1 & -\eta \\ -\frac{\beta_2 F_1}{B} - \lambda_1 & \eta & \frac{1}{B} + \lambda_2 \\ \eta & -\frac{1}{B} - \lambda_2 & \eta \end{bmatrix} \quad (28)$$

式中: η 、 λ_1 、 λ_2 均为无穷小的正数。

取误差系统的 Lyapunov 函数为^[23]

$$V(t) = \int_0^t (DA(e)e, \dot{e}) dt + C_0 \quad (29)$$

式中: $t > 0$, C_0 为常数。

将其展开,有

$$\begin{aligned} V(t) &= \int_0^t (DA(e)e, \dot{e}) dt + C_0 = \\ &\int_0^t (DA(e)e, -A(e)e) dt + C_0 = \\ &\int_0^t -(A(e)e)' \cdot DA(e)e dt + C_0 = \\ &\int_0^t [-(\beta_1 e_1 - e_2)^2 - \eta(\beta_2 F_1 - e_3)^2 - \\ &\eta(\beta_3 F_2)^2] dt + C_0 \end{aligned} \quad (30)$$

由于 $\eta \rightarrow 0$, 进一步有

$$V(t) \approx C_0 - \int_0^t (\beta_1 e_1 - e_2)^2 dt \quad (31)$$

在平衡点处, $\int_0^t (\beta_1 e_1 - e_2)^2 dt$ 有界, 故当 C_0 足够大时, 有 $V(t) > 0$ 。

对 $V(t)$ 求导, 有

$$\dot{V}(t) = -(\beta_1 e_1 - e_2)^2 - \eta(\beta_2 F_1 - e_3)^2 - \eta(\beta_3 F_2)^2 \leq 0 \quad (32)$$

当且仅当 $e = 0$ 时, $\dot{V}(t) = 0$ 。故当系统满足 $B > 0$ 时, 由式(31)和式(32), 可知系统平衡点处是 Lyapunov 意义下渐近稳定的。而在平衡点处, 有 $F_i = xfal_i(e_i)/e_i \approx R$, 且有 $R > 0$, 则系统稳定条件 $B > 0$ 可简化为 $\beta_1 \beta_2 - \beta_3 > 0$ 。当系统满足此条件时, 系统是渐近稳定的。

4 四旋翼无人机姿态控制仿真

4.1 仿真平台及参数说明

根据第2节和第3节所述控制器设计思路, 通过 MATLAB软件的 Simulink 平台对四旋翼无人机姿态控制进行仿真实验, 并与标准 ADRC 及文献[18]、文献[19]中改进的 ADRC 进行对比分析。其中, 各 ADRC 的 TD、NLSEF 取相同参数, 仅 ESO 各异。为确保实验数据能够真实反馈效果, 以各 ADRC 在无干扰时能正常完成期望为基础, 多次实验取最佳参数。

鉴于四旋翼无人机三通道角度控制效果相似性, 仅对俯仰通道进行仿真实验。相关参数如表1~表3所示。

表1 四旋翼无人机仿真参数

Table 1 Four-rotor UAV simulation parameters

参数	数值
质量 m/kg	0.057
力臂 d/m	0.059
转动惯量 $I_x/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	4.45×10^{-4}
转动惯量 $I_y/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	4.29×10^{-4}
转动惯量 $I_z/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	8.6×10^{-4}
油门-拉力系数 C_T/N	3.8×10^{-4}
油门 σ	0~1 000

表2 TD 和 NLSEF 参数

Table 2 TD and NLSEF parameters

类型	r	h	α_1	α_2	β_{01}	β_{02}	δ
TD	800	0.005					
NLSEF			0.75	0.75	80	4	0.005

表3 ESO 参数

Table 3 ESO parameters

参数	fal	faln	galn	xfal
b_0	40	40	40	40
α_1	0.5	0.5	0.4	
α_2	0.25	0.25	0.35	
β_1	180	180	180	180
β_2	2 160	2 160	2 160	2 160
β_3	24 000	24 000	24 000	24 000
h	0.005	0.005	0.005	0.005
δ	0.025	0.025		
K_1				3
K_2				4
R_1				2
R_2				2

4.2 实验设计及结果分析

设四旋翼无人机初始俯仰角为 0° , 期望指令为

$$\varepsilon(t) = \begin{cases} 30 & t \geq 2 \\ 0 & t < 2 \end{cases}, \text{ 仿真时间为 } 10 \text{ s}。$$

对俯仰角回路添加不同干扰, 设计5组实验, 观察指令跟踪效果, 以验证控制器性能。其中: fal 为标准 ADRC 采用的非线性曲线; faln 为文献[18]中的设计曲线; galn 为文献[19]中的设计曲线; xfal 为本文设计曲线。

实验1 在无干扰下, 进行跟踪实验, 验证控制器的响应效果。

实验2 在全过程对控制输出加入幅值为 100、角速度为 10 rad/s 的正弦波, 验证控制器面对连续扰动的抗扰效果, 模拟无人机在实际中常遇到的连续干扰情况。

实验3 在第5s对控制输出时加入幅值为

100、脉冲宽度为 0.5 s 的矩形方波, 验证控制器应对突发扰动的效果, 模拟无人机受到突发干扰的情况。

实验 4 在全过程对反馈角度加入白噪声, 验证控制器的抗扰效果, 模拟无人机受到内部干扰时的情况。

实验 5 将以上 3 种干扰叠加, 验证控制器的综合抗扰性能。

为衡量无人机受扰后波动情况, 对俯仰角进行实际角度和期望角度的均方误差 (mean square error, MSE) 计算, 以 MSE 值作为波动指标, 计算方式为

$$E_{MSE} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\hat{y}_i - y_i)^2 \tag{33}$$

式中: N 为样本总数; \hat{y}_i 为第 i 个期望角度; y_i 为第 i 个实际角度。实验 1 的计算区间取期望为 30° 时, 无人机稳定后的抖振区间, 即 $t \in [2.4, 10]$; 实验 3 的计算区间取方波干扰区间, 即 $t \in [5, 5.8]$; 实验 2、实验 4 和实验 5 的计算区间取实验 1 的计算区间。

最后, 控制量概率密度分布图, 以便直观比较各 ADRC 输出控制量差异。

图 5~图 9 为无人机添加不同干扰后的姿态控制效果及控制量分布情况, 表 4 为无人机在各干扰

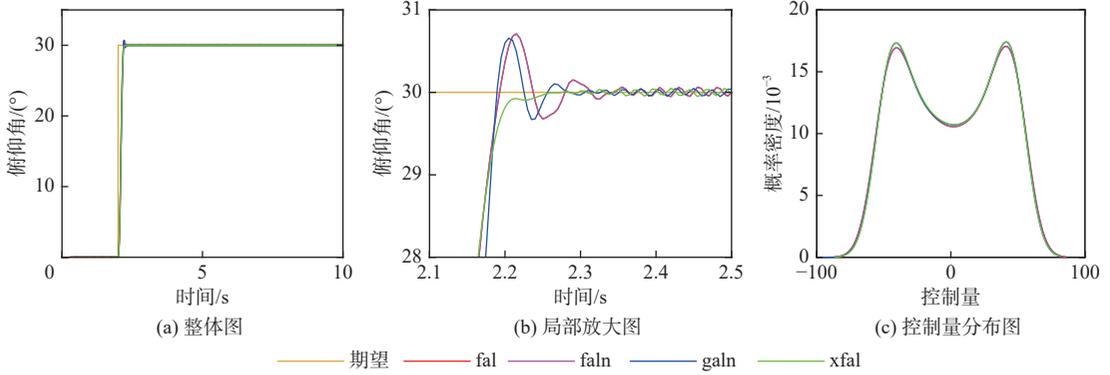


图 5 无干扰下响应曲线

Fig. 5 Response curves without disturbance

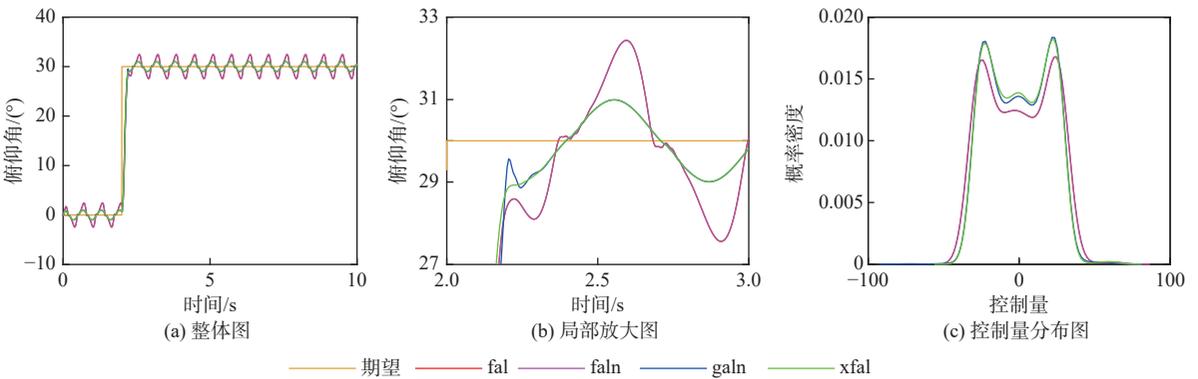


图 6 连续干扰下响应曲线

Fig. 6 Response curves under continuous disturbance

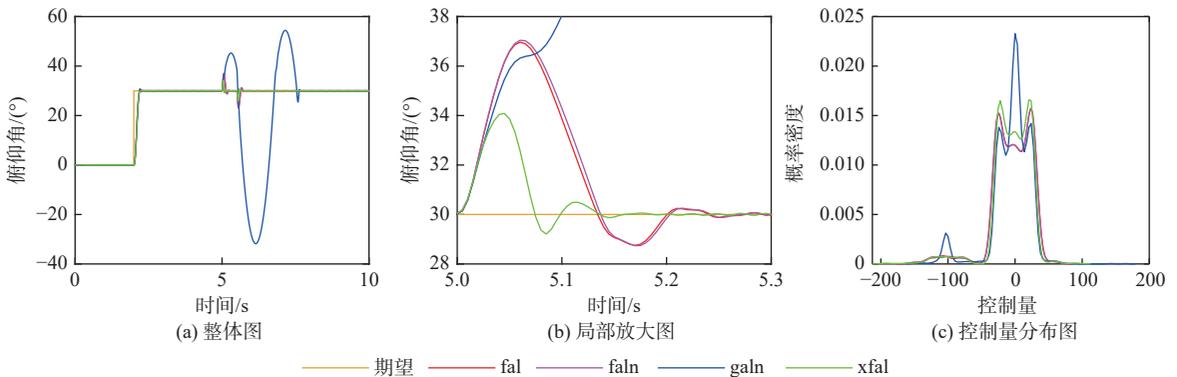


图 7 突发干扰下响应曲线

Fig. 7 Response curves under sudden disturbance

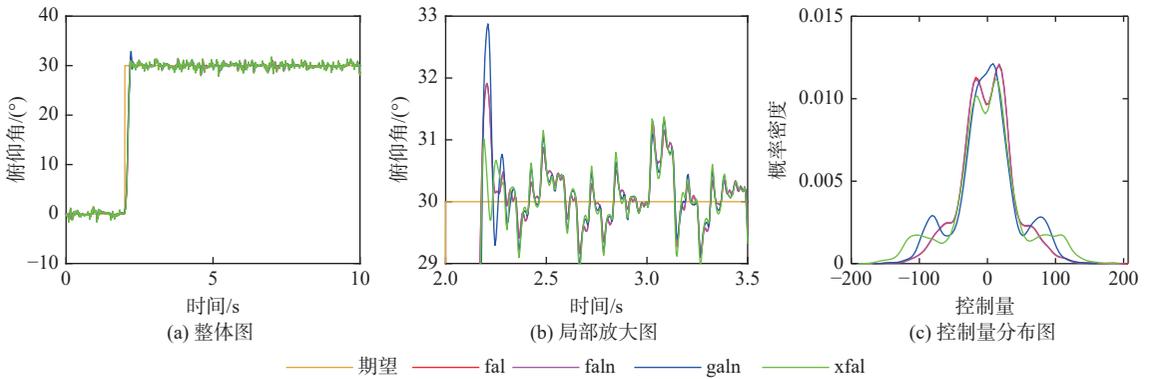


图8 白噪声干扰下响应曲线

Fig. 8 Response curves under white noise disturbance

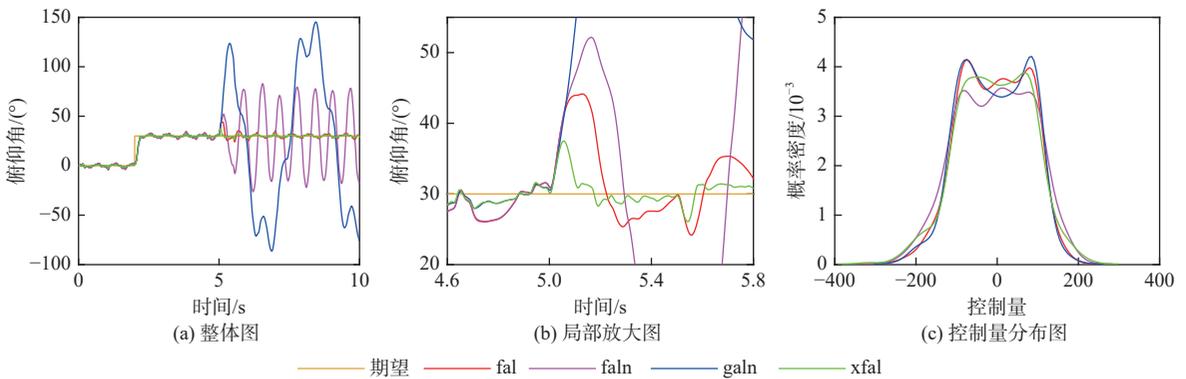


图9 综合干扰下响应曲线

Fig. 9 Response curves under combined disturbance

表4 无人机在各个干扰下的均方误差

Table 4 Mean square error of UAV under various disturbances

控制器	无干扰	正弦波	方波	白噪声	综合干扰
fal	0.001 63	2.096 8	6.938 5	0.262 1	7.190 4
faln	0.001 63	2.096 8	7.288 0	0.257 4	*
galn	0.000 98	0.456 4	*	0.245 6	*
xfal	0.001 00	0.454 2	1.374 7	0.291 0	1.197 5

注：“*”表示失控，无均方差。

下的均方误差。

由图5~图9的控制量图分布可知，除galn在受到突发干扰下失控时，极低的误差增益使其控制量接近0部分占比较大，其他情况下各ADRC的控制量分布大致相同。即使在综合干扰下，galn和faln均出现了失控现象，但ESO对扰动的补偿使各ADRC的输出分布并无太大差异。

从图5可以看出，无人机在无扰动时，各ADRC均能快速响应，对指令进行有效跟踪，均能对四旋翼无人机进行很好的姿态控制。其中，在上升期间，仅xfal无超调现象，较为平缓，其他曲线均存在超调现象，超调范围在2%左右。此后，各ADRC均存在一定抖振现象，抖振范围在0.1°左右。由表4可知，galn和xfal较fal和faln产生的抖振更

低，其原因在于这2种曲线更加光滑，故误差收敛也更加平滑，另外一方面，也说明xfal能够有效减小系统抖振。

再由图6~图9和表4可以看出，无论是连续干扰还是突发干扰，xfal均能对扰动产生的影响进行很好的抑制作用。这是由于xfal在低误差区间的高增益、高误差区间合适的低增益，使得ESO可以更加快速、稳定的对误差进行收敛，以及对扰动进行更为准确的估计和补偿。但是，过高的增益在一定程度上放大了内部白噪声的影响，因此，在白噪声干扰下，xfal的表现并不出色。faln正是改进了fal在高误差区间的增益特性，使得faln在白噪声下表现更加良好，而galn亦是凭借在高误差区间的极低增益，在白噪声下表现良好。

但误差较大时，过低的误差增益会无法对误差进行有效调整，影响误差的收敛。例如：在图中，galn遇到稍大突发干扰，产生失控现象；由图9可知，在多种复合干扰下，改进后的faln效果却比改进之前的fal更差，产生了失控现象。这些现象都是由于未对干扰进行综合考虑造成的。同样，无人机在实际飞行中受到的干扰是未知的、复杂化的，同一时间很可能存在多种干扰源。考虑单一干扰的抗扰能力的提高，而忽视可能减弱的其他性能，

如此会降低算法的适用性, 并不利于算法的实际应用。

再由图 9、表 4 可知, 在多种复合干扰下, 与其他 3 种算法相比, x_{fal} 波动最小, 最为稳定, 可见 x_{fal} 具有更强的综合抗扰性、稳定性。因此, 本文改进型 ADRC 在有效减小抖振的同时, 也具有更好的抗扰能力、更强的鲁棒性。

5 结 论

1) 建立了“油门”输入的四旋翼无人机模型, 并以此搭建四旋翼无人机仿真平台, 使仿真更符合实际控制情况。

2) 深入 ESO 的工作机理, 构建了一种新型的非线性光滑曲线 x_{fal} 用于改进 ADRC。

3) 通过仿真与其他 ADRC 相比较, 验证了本文改进型 ADRC 在有效减小抖振的同时, 还具备优良的抗干扰能力。

为使本文改进型 ADRC 综合抗扰性能进一步提升, 仍需对控制器进行优化设计。

参考文献 (References)

- [1] 李俊芳, 李峰, 吉月辉, 等. 四旋翼无人机轨迹稳定跟踪控制[J]. 控制与决策, 2020, 35(2): 349-356.
LI J F, LI F, JI Y H, et al. Trajectory stable tracking control of quadrotor UAV[J]. Control and Decision, 2020, 35(2): 349-356(in Chinese).
- [2] PETRLÍK M, BÁČA T, HEŘT D, et al. A robust UAV system for operations in a constrained environment[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2020, 5(2): 2169-2176.
- [3] ZHOU L H, ZHANG J Q, DOU J X, et al. A fuzzy adaptive backstepping control based on mass observer for trajectory tracking of a quadrotor UAV[J]. International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, 2018, 32(12): 1675-1693.
- [4] QI G Y, HUANG D H. Modeling and dynamical analysis of a small-scale unmanned helicopter[J]. Nonlinear Dynamics, 2019, 98(3): 2131-2145.
- [5] JITHU G, JAYASREE P R. Quadrotor modelling and control[C]// 2016 International Conference on Electrical, Electronics, and Optimization Techniques (ICEEOT). Piscataway: IEEE Press, 2016: 1167-1172.
- [6] NGUYEN K D, HA C. Design of synchronization controller for the station-keeping hovering mode of quad-rotor unmanned aerial vehicles[J]. International Journal of Aeronautical and Space Sciences, 2019, 20(1): 228-237.
- [7] 华和安, 方勇纯, 钱辰, 等. 基于线性滤波器的四旋翼无人机强化学习控制策略[J]. 电子与信息学报, 2021, 43(12): 3407-3417.
HUA H A, FANG Y C, QIAN C, et al. Reinforcement learning control strategy of quadrotor unmanned aerial vehicles based on linear filter[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2021, 43(12): 3407-3417(in Chinese).
- [8] SAIF A W A, ALIYU A, AL DHAIFALLAH M, et al. Decentralized backstepping control of a quadrotor with tilted-rotor under wind gusts[J]. International Journal of Control, Automation and Systems, 2018, 16(5): 2458-2472.
- [9] 张钊, 杨忠, 段雨潇, 等. 主动变形四旋翼自抗扰飞行控制方法[J]. 控制理论与应用, 2021, 38(4): 444-456.
ZHANG Z, YANG Z, DUAN Y X, et al. Active disturbance rejection control method for actively deformable quadrotor[J]. Control Theory & Applications, 2021, 38(4): 444-456(in Chinese).
- [10] 唐志勇, 马福源, 裴忠才. 四旋翼的改进 PSO-RBF 神经网络自适应滑模控制[J]. 北京航空航天大学学报, 2023, 49(7): 1563-1572.
TANG Z Y, MA F Y, PEI Z C. Improved PSO-RBF neural network adaptive sliding mode control for quadrotor systems[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2023, 49(7): 1563-1572(in Chinese).
- [11] 高俊山, 段立勇, 邓立为. 四旋翼无人机抗干扰轨迹跟踪控制[J]. 控制与决策, 2021, 36(2): 379-386.
GAO J S, DUAN L Y, DENG L W. Anti-interference trajectory tracking control of quadrotor UAV[J]. Control and Decision, 2021, 36(2): 379-386(in Chinese).
- [12] HAN J Q. From PID to active disturbance rejection control[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2009, 56(3): 900-906.
- [13] 张勇, 陈增强, 张兴会, 等. 四旋翼无人机系统 PD-ADRC 串级控制[J]. 系统工程与电子技术, 2018, 40(9): 2055-2061.
ZHANG Y, CHEN Z Q, ZHANG X H, et al. PD-ADRC cascade control for quadrotor system[J]. Systems Engineering and Electronics, 2018, 40(9): 2055-2061(in Chinese).
- [14] 王术波, 韩宇, 陈建, 等. 基于 ADRC 迭代学习控制的四旋翼无人机姿态控制[J]. 航空学报, 2020, 41(12): 3241-12.
WANG S B, HAN Y, CHEN J, et al. Active disturbance rejection control of UAV attitude based on iterative learning control[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2020, 41(12): 3241-12(in Chinese).
- [15] 陈增强, 李毅, 孙明玮, 等. 四旋翼无人飞行器 ADRC-GPC 控制[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2016, 48(9): 176-180.
CHEN Z Q, LI Y, SUN M W, et al. ADRC-GPC control of a quadrotor unmanned aerial vehicle[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2016, 48(9): 176-180(in Chinese).
- [16] 张勇, 陈增强, 张兴会, 等. 基于自抗扰的四旋翼无人机动面姿态控制[J]. 吉林大学学报(工学版), 2019, 49(2): 562-569.
ZHANG Y, CHEN Z Q, ZHANG X H, et al. Dynamic surface attitude control of quad-rotor UAV based on ADRC[J]. Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition), 2019, 49(2): 562-569(in Chinese).
- [17] 石嘉, 裴忠才, 唐志勇, 等. 改进型自抗扰四旋翼无人机控制系统设计与实现[J]. 北京航空航天大学学报, 2021, 47(9): 1823-1831.
SHI J, PEI Z C, TANG Z Y, et al. Design and realization of an improved active disturbance rejection quadrotor UAV control system[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2021, 47(9): 1823-1831(in Chinese).
- [18] 陈志旺, 张子振, 曹玉洁. 自抗扰 fal 函数改进及在四旋翼姿态控制中的应用[J]. 控制与决策, 2018, 33(10): 1901-1907.
CHEN Z W, ZHANG Z Z, CAO Y J. Fal function improvement of ADRC and its application in quadrotor aircraft attitude control[J]. Control and Decision, 2018, 33(10): 1901-1907(in Chinese).
- [19] 杨文奇, 卢建华, 姜旭, 等. 基于改进 ESO 的四旋翼姿态自抗扰控

制器设计[J]. 系统工程与电子技术, 2022, 44(12): 3792-3799.

YANG W Q, LU J H, JIANG X, et al. Design of quadrotor attitude active disturbance rejection controller based on improved ESO[J]. Systems Engineering and Electronics, 2022, 44(12): 3792-3799(in Chinese).

[20] 杨盛毅, 唐胜景, 刘超, 等. 基于动力系统模型的四旋翼推力估计方法[J]. 北京理工大学学报, 2016, 36(6): 558-562.

YANG S Y, TANG S J, LIU C, et al. Thrust estimation of quadrotor based on propulsion system model[J]. Transactions of Beijing Institute of Technology, 2016, 36(6): 558-562(in Chinese).

[21] 于洪国, 康忠健, 陈瑶. 基于双曲正切函数的二阶时变参数扩张状态观测器[J]. 控制理论与应用, 2016, 33(4): 530-534.

YU H G, KANG Z J, CHEN Y. Time-varying parameter second-

order extended state observer based on hyperbolic tangent function[J]. Control Theory & Applications, 2016, 33(4): 530-534(in Chinese).

[22] 周涛. 基于反双曲正弦函数的扩张状态观测器[J]. 控制与决策, 2015, 30(5): 943-946.

ZHOU T. Extended state observer based on inverse hyperbolic sine function[J]. Control and Decision, 2015, 30(5): 943-946(in Chinese).

[23] ZHAO H X, CHEN S L, LI M. A sufficient condition for the stability of the third-order extended state observer[C]// Proceedings of the 32nd Chinese Control Conference. Piscataway: IEEE Press, 2013: 1526-1531.

Design of quadrotor attitude controller based on improved ADRC

YAN Huabiao¹, XU Weibin², HUANG Lve^{2,*}

(1. School of Science, Jiangxi University of Science and Technology, Ganzhou 341000, China;

2. School of Electrical Engineering and Automation, Jiangxi University of Science and Technology, Ganzhou 341000, China)

Abstract: An improved active disturbance rejection control (ADRC) was proposed for quadrotor attitude control to address the extended state observer (ESO) based on the traditional fal function's problems with easy chattering and insufficient anti-interference ability when responding to complex disturbances. A new smooth nonlinear xfal function was constructed based on the sine function to improve ESO. The stability of the improved ESO was proved by Lyapunov function. Finally, the improved ADRC was compared with other ADRCs through simulation platform. The results demonstrate that when compared to the standard ADRC, the mean square error of the pitch angle is reduced by approximately 38.7% in its chattering interval, and by approximately 78.4%, 80.2%, and 83.3% in their respective calculation intervals when the quadrotor was subjected to continuous interference, sudden interference, and complex interference, respectively. This indicates that the improved ADRC has excellent anti-interfere capabilities.

Keywords: quadrotor UAV; active disturbance rejection control; extended state observer; attitude control; xfal function