

激波不稳定性效应的 $k-\varepsilon$ 可压缩修正湍流模型

韩省思, 叶桃红*, 朱旻明, 陈义良

中国科学技术大学热科学和能源工程系, 合肥 230027

* 联系人, E-mail: thye@ustc.edu.cn

2008-06-08 收稿, 2008-09-15 接受

国家自然科学基金(批准号: 50776085)资助项目

摘要 针对高速可压缩湍流流动, 在已有的压力膨胀项和可压缩耗散率的可压缩性修正湍流模型基础上, 引入激波不稳定性效应修正, 发展了一个新的可压缩性修正 $k-\varepsilon$ 湍流模型. 新模型采用抑制湍流动能和耗散率方程中湍流动能产生项的方法模拟激波不稳定性效应, 压力膨胀项和可压缩耗散率的可压缩性修正采用广泛使用的 Sarkar 修正模型. 新模型物理意义明确, 形式简单, 可适用于超声速复杂湍流流动. 对自由流动中超声速混合层和复杂的超声速横侧射流干扰流场的多个工况进行计算分析以及与实验结果的比较, 表明本文发展的 $k-\varepsilon$ 模型能抑制过大的湍流动能增长, 预测结果显著优于标准 $k-\varepsilon$ 模型. 对超声速混合层流动, 新模型准确预测到了混合层增长速率随对流马赫数增加而减小的趋势, 与实验结果符合地较好. 对复杂横侧射流干扰流场中的分离流动, 激波不稳定性修正抑制激波区域过大的湍流动能增长, 计算出较宽的激波区域, 从而显著改善了对强分离流动的预测结果. 流体分离越强, 修正模型效果越明显, 即使在强分离情况下, 新模型的预测结果也与实验结果较好吻合.

关键词

可压缩湍流
激波不稳定性
 $k-\varepsilon$ 湍流模型
数值模拟

超声速飞行器飞行中, 燃烧室内部及飞行器周围流场结构复杂, 存在激波与边界层相互作用和激波之间相互作用等复杂的物理现象. 由于近年来对高超声速飞行器研究的关注, 可压缩流体研究重新成为热点问题^[1]. 流体可压缩性是一个复杂的物理问题, 数值模拟方面集中于采用直接数值模拟(DNS)和大涡模拟(LES)等方法研究结构简单的可压缩流场, 如可压缩混合层、可压缩边界层、正激波与均匀湍流相互作用等. Pantano和Sarkar^[2]利用DNS研究高速可压缩混合层流动, 指出压力应变项抑制湍流能量向纵向传递, 导致混合层发展速率变慢. 李新亮等人^[3]利用DNS研究可压缩尖锥边界层, 显示了近壁湍流的典型拟序结构. 黄章峰等人^[4,5]采用DNS研究超音速湍流边界层流动, 发现近壁区相干结构主要表现为准流向涡或涡对; 马赫数为 4.5 的平板边界层压缩性效应较强而必须考虑, Morkovin假说不再成立. 此外在实验方面, 赵玉新等人^[6,7]以NPLS实验技术为基础研究了激波与湍流的相互作用及超声速混合层流

动. 总之, 数值模拟及实验方面的基础研究丰富了对可压缩湍流的认识.

由于DNS和LES方法计算量过大, 工程中主要使用雷诺平均的RANS方法. 随着流动 Ma 增加, 流体呈现出越来越强的可压缩性, RANS方法中基于不可压缩的湍流模型预测结果精度变差, 如预测的超声速混合层厚度过大、大逆压梯度下流体分离区过小等. 杨晓东等人^[8,9]针对激波/边界层干扰流场评估了非线性两方程湍流模型及双时间尺度湍流模型. Chassaing等人^[10]深入分析了可压缩性效应表现出来的各种物理现象, 汇总分析了一阶矩和二阶矩湍流模型在可压缩流动中的修正方法. Krishnamurty和Shyy^[11]以标准 $k-\varepsilon$ 模型为框架对可压缩性修正进行了综述, 主要包括两部分: 脉动压力和脉动速度散度之间的相关(或称压力膨胀项)和可压缩性引起的湍流动能的耗散率(或称可压缩性耗散率). 很多研究人员对这两部分修正提出了形式各异的模型^[11], 其中Sarkar模型^[12]应用比较广泛. 由于湍流量之间的相关性, 因此

狭义可压缩性修正可拓展到 $k-\omega$ 模型^[13]中。梁德旺和王国庆^[14]应用狭义可压缩性修正的 $k-\varepsilon$ 和 $k-\omega$ 模型计算了亚声速平板流动和跨声速喷管流动。尽管如此, Sarkar^[12]将超声速混合层中标准 $k-\varepsilon$ 模型的计算结果与DNS结果进行比较、分析, 拟合得到了修正模型。因此, 模型参数对标准 $k-\varepsilon$ 模型有一定的依赖性, 理论上可以直接将其引入到其他 $k-\varepsilon$ 模型以及二阶矩模型, 但加入后效果如何还有待研究。在此本文仍以标准 $k-\varepsilon$ 模型为框架进行研究。

Krishnamurty和Shyy^[11]指出基于压力膨胀项和可压缩性耗散率修正模型对平均流场的改进不是很明显, 因此近年来研究人员开始寻求其他途径研究这个问题。Sinha等人^[15]指出, 除了上面提到的可压缩性影响修正外, 另外一些重要的物理过程在湍流模型中没有考虑或没有被正确模化。在存在滞止点的流动和激波/边界层相互作用的流动中, 基于Boussinesq涡黏性假设的湍流模型在激波区域计算出特别大的湍流动能值及过大的湍流黏性系数^[16], Sinha等人^[15]称这种现象为激波不稳定性效应(shock unsteadiness)。一般来说, 流体分离会产生低频脉动。超声速流动中, 流体分离多是由激波引起, 典型流场是激波/湍流边界层相互作用。众多研究者从实验或数值模拟中观察到了激波/边界层相互作用中激波引起的低频脉动。Dussauge等人^[17]对这方面的研究做了综述分析, 指出由激波引起的脉动频率比进口边界层中的湍流特征频率低很多, 并且根据众多的实验结果推断分离泡(separated bubble)的三维结构可能是不稳定性脉动的源头。

由于激波存在不稳定性脉动, 因此实验中测量到的激波厚度比计算的厚, 也即实际的激波区域中应变率要小。标准 $k-\varepsilon$ 模型框架下, 湍流动能产生项约与应变率平方成正比, 因此不考虑激波不稳定性效应计算的湍流动能过大。目前研究者对激波不稳定性物理机制了解得还不深入, 因此将其影响加入到湍流模型中困难较大, 这方面的文献很少。Sinha等人^[15]通过对均匀各项同性湍流与正激波相互作用的DNS数据分析, 提出一个激波不稳定性修正模型, 但是该模型只能严格应用在激波前后流动参数为定值的一维流场中, 一般的流动无法应用。尽管如此, 文献^[15]中指出, 从某种意义上说, 抑制激波区域中过大的湍流动能产生表征了对激波不稳定性效应的修正。从这个思路出发, 在Sarkar^[12]的可压缩性修正

模型基础上, 耦合本文发展的新的激波不稳定性修正模型, 得到新的激波不稳定性效应的 $k-\varepsilon$ 可压缩修正湍流模型。为验证修正模型的效果, 本文选取超声速混合层流动和复杂的超声速横侧射流干扰流场两类流动的多个工况进行了数值模拟, 并将计算结果与实验结果进行了对比, 从多个方面对修正模型的预测效果进行了检测。

1 湍流模型

标准 $k-\varepsilon$ 湍流模型求解湍流动能及其耗散率方程, 适用于高 Re 数湍流流动, 其控制方程为(1)~(4)式, 其中上标“ $\sim$ ”表示 Favre 平均量, “ $''$ ”表示 Favre 平均的脉动量, “ $-$ ”表示 Reynolds 平均量, “ $'$ ”表示 Reynolds 平均的脉动值。模型常数 $C_{\varepsilon 1}$, $C_{\varepsilon 2}$, C_{μ} , σ_k 和 σ_{ε} 取下面的默认值: $C_{\varepsilon 1}=1.44$, $C_{\varepsilon 2}=1.92$, $C_{\mu}=0.09$, $\sigma_k=1.0$, $\sigma_{\varepsilon}=1.3$, 其中湍流动能产生项 $P_k = -\overline{\rho u_i'' u_j''} \partial \tilde{u}_i / \partial x_j$ 。

$$\frac{D(\bar{\rho}k)}{Dt} = P_k - \bar{\rho}\varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right], \quad (1)$$

$$\frac{D(\bar{\rho}\varepsilon)}{Dt} = C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \cdot P_k - C_{\varepsilon 2} \bar{\rho} \frac{\varepsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{\varepsilon}} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right], \quad (2)$$

$$-\overline{\rho u_i'' u_j''} = \mu_t \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \left(\bar{\rho}k + \mu_t \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} \right) \delta_{ij}, \quad (3)$$

$$\mu_t = C_{\mu} \bar{\rho} \frac{k^2}{\varepsilon}. \quad (4)$$

1.1 膨胀可压缩性修正^[2]

湍流动能控制方程(1)及其耗散率方程(2)在推导过程中均用到了不可压缩流动中速度散度为零的条件, 因此, 在速度散度不为零的可压缩流动中, 湍流动能及其耗散率的控制方程形式会有所不同。采用和不可压缩流动中湍流动能一样的模化方法, 湍流动能的控制方程形式为

$$\frac{D(\bar{\rho}k)}{Dt} = P_k - \bar{\rho}\varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + p' \frac{\partial u_i''}{\partial x_i}, \quad (5)$$

式中右端最后一项为可压缩流动增加的项, 即脉动压力和脉动速度散度之间的相关(或称压力膨胀项), 是体现流动可压缩性的重要部分。

通过简单的数学推导^[3], 可压缩湍流流动中的湍流动能耗散率 ε 可写为无散度部分 ε_s 和速度散度不为零引起的可压缩部分 ε_d 两项的和:

$$\bar{\rho}\varepsilon = \bar{\rho}\varepsilon_s + \bar{\rho}\varepsilon_d, \quad (6)$$

其中 ε_d 的模化是可压缩修正的重要部分.

因此, 随着流动 Ma 数增加, 流体膨胀可压缩性对湍流演变的影响主要体现在压力-散度项和可压缩性耗散率的影响上. 本文采用文献中广泛采用的 Sarkar 修正模型模化这两部分.

无散度部分 ε_s 的演化方程认为与不可压缩流动中一样, 即为方程(2), 而可压缩部分 ε_d 与湍流马赫数 M_t 和 ε_s 有关, 形式为

$$\varepsilon_d = \alpha_1 \varepsilon_s M_t^2, \quad (7)$$

其中 $\alpha_1 = 0.5$ 为模型常数. 湍流马赫数 M_t 定义为

$$M_t = \sqrt{2k} / a, \quad (8)$$

式中 a 为当地声速, 对于理想气体有 $a = \sqrt{\gamma RT}$.

压力膨胀项的模化形式为

$$\overline{p' \frac{\partial u_i''}{\partial x_i}} = -\alpha_3 P_k M_t^2 + \alpha_4 \bar{\rho} \varepsilon_s M_t^2, \quad (9)$$

其中湍动能产生项 $P_k = -\overline{\rho u_i'' u_j''} \partial \tilde{u}_i / \partial x_j$, 模型常数 $\alpha_3 = 0.4$ 和 $\alpha_4 = 0.2$.

1.2 激波不稳定性修正

标准 $k-\varepsilon$ 模型是线性两方程湍流模型, 雷诺应力和湍流黏性系数模化形式如(3)和(4)式所示. 定义可压缩流动中的应变率张量

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{1}{3} \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij}, \quad (10)$$

则雷诺应力和湍流黏性系数表达式可重新写为

$$-\overline{\rho u_i'' u_j''} = 2\mu_t S_{ij} - \frac{2}{3} \bar{\rho} k \delta_{ij}, \quad \mu_t = C_\mu \bar{\rho} \frac{k^2}{\varepsilon}. \quad (11)$$

由(11)式可以看出, 应变率大于某个值时, 雷诺应力中的正应力分量会变为负值, 与物理事实相违背. 负的正应力得出很小的湍流动能耗散率, 过大的湍流动能, 由此得到过大的湍流黏性系数^[16]. 超声速流场中强激波区域速度梯度很大, 数值模拟中容易出现这种现象, 激波不稳定性修正即是对这种现象的模化.

标准 $k-\varepsilon$ 模型中, 湍流动能产生项形式为

$$P_k = -\overline{\rho u_i'' u_j''} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} = 2\mu_t |S|^2 - \frac{2}{3} \bar{\rho} k \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_i}, \quad (12)$$

式中 $S = \sqrt{S_{ij} S_{ij}}$, 可以看出湍流动能产生项 P_k 约与应变率的平方成正比. 大应变率下, 采用(12)式计算的 P_k 值很大, 因此需要进行修正. Chang 和 Seung^[16] 从可实现性角度出发, 数学上推导得到湍流黏性系数的

范围, 过程如下.

将雷诺应力 Schwartz 不等式 $(\overline{u'_\alpha u'_\beta})^2 \leq \overline{u'^2_\alpha} \overline{u'^2_\beta}$ ($\alpha, \beta = 1, 2, 3$) 对 α, β 求和得到 $\overline{u'_i u'_j u'_j u'_i} \leq (2k)^2$, 带入(11)式即得到该限定的形式为

$$\mu_t \leq \sqrt{2/3} \bar{\rho} k / |S|, \quad (13)$$

其中 k 是湍流动能. 可以看出, 限定不包含任何假设, 具有很好的通用性. 事实上, 应用广泛的可实现性 $k-\varepsilon$ 模型(realizable $k-\varepsilon$ model)中的“可实现性”也是从雷诺应力 Schwartz 不等式出发得到. 湍流动能和应变率确定的流场中, 湍流黏性系数的值有一上限. 将(13)式带入(12)式可以得到

$$P_k \leq \sqrt{\frac{8}{3}} \bar{\rho} k |S| - \frac{2}{3} \bar{\rho} k \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_i}, \quad (14)$$

(14)式即为湍流动能产生项的限定形式, 因此湍流动能产生项的限定值可以选为

$$P_{k_lim} = \sqrt{\frac{8}{3}} \bar{\rho} k |S| - \frac{2}{3} \bar{\rho} k \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_i}. \quad (15)$$

湍流动能及耗散率输运方程(1)和(2)中的湍流动能产生项 P_k 则需要模化为

$$P_k = \min \left(-\overline{\rho u_i'' u_j''} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j}, P_{k_lim} \right), \quad (16)$$

式中“min”指两者中的较小值.

综合考虑狭义可压缩性修正及激波不稳定性修正, 修正的 $k-\varepsilon$ 湍流模型控制方程如(17)式所示. 控制方程中新出现的可压缩性耗散率、压力膨胀项以及激波不稳定性效应的模化形式分别如(7), (9)和(16)式所示. 由此即构成了高速流动中 $k-\varepsilon$ 湍流模型广义可压缩性修正的框架. 可以看出, 新模型物理意义明确, 形式比较简单, 很容易在标准 $k-\varepsilon$ 模型框架上修改实现.

$$\begin{cases} \frac{D(\bar{\rho} k)}{Dt} = P_k - \bar{\rho}(\varepsilon_s + \varepsilon_d) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + \overline{p' \frac{\partial u_i''}{\partial x_i}}, \\ \frac{D(\bar{\rho} \varepsilon_s)}{Dt} = C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon_s}{k} \cdot P_k - C_{\varepsilon 2} \bar{\rho} \frac{\varepsilon_s^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon_s}{\partial x_j} \right], \\ \mu_t = C_\mu \bar{\rho} \frac{k^2}{\varepsilon_s + \varepsilon_d}. \end{cases} \quad (17)$$

2 修正 $k-\varepsilon$ 模型的算例验证

为验证上述修正模型的预测效果, 选取稳态二

维超声速混合层和超声速横侧射流干扰流场算例的多个工况进行了数值模拟。超声速混合层是典型的自由发展流动, 流场结构简单, 是超声速流动研究的基础流动之一^[18]。超声速横侧射流干扰流场流动则是一个复杂的流动, 包含了复杂的流动特征^[19]。流场中存在大应变率的弧形激波、 λ 激波等结构。因此, 这两组算例可以比较全面地评价本文发展的模型对超声速流动的预测能力。

2.1 超声速混合层算例

高速流动下混合层的一个重要特征是混合层厚度的增长速率(spreading rate)随对流马赫数的增加显著降低^[2]。不考虑可压缩性修正的 $k-\varepsilon$ 模型预测的混合层厚度比实验值大很多。

二维混合层的示意图如图1所示。两股不同速度的超声速气流在分离片后面混合发展。表征分离片后面自由发展流场的两个重要的无量纲参数是对流马赫数 M_c 和混合层增长速率 C_δ , 定义形式为

$$M_c = \frac{\tilde{u}_1 - \tilde{u}_2}{\tilde{a}_1 + \tilde{a}_2}, \quad (18)$$

$$C_\delta = \frac{d\delta}{dx} \frac{\tilde{u}_1 + \tilde{u}_2}{\tilde{u}_1 - \tilde{u}_2}, \quad (19)$$

其中 δ 是混合层的厚度, 定义式为

$$\delta(x) = (\tilde{u}_1 - \tilde{u}_2) / (\partial \tilde{u} / \partial y)_{\max}, \quad (20)$$

式中 $(\partial \tilde{u} / \partial y)_{\max}$ 代表混合层一个 y 方向截面上最大速度梯度。比热比($\gamma = C_p / C_v$)变化不大的流体, 具有相同对流马赫数的混合层, 其增长速率相同^[20,21]。一般来说, 混合层增长速率常用无量纲的形式 $C_\delta / C_{\delta 0}$ 来表征, 其中 $C_{\delta 0}$ 是不可压缩情况下混合层的增长速率。

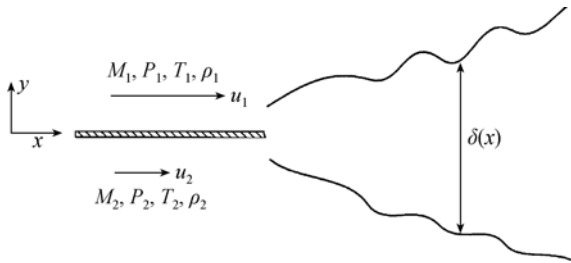


图1 二维混合层示意图

计算的超声速混合层工况与Kral^[20]采用的计算工况相同。计算区域主流方向长203 mm, 垂直方向长76 mm, 计算网格为81×100。考虑到混合层在垂直方向的梯度很大, 对混合层中心区域的网格进行了

加密, 从中心区域到外部的自由流动, 网格逐渐变稀疏。计算了6组不同对流马赫数下的超声速混合层工况, 不同工况下来流马赫数如表1所示。与文献^[20]中的设置一样, 上下自由来流的压力和温度相同, 分别为 $P_\infty = 101.3$ kPa, $T_\infty = 800$ K。

表1 超声速混合层计算工况流动参数

M_c	0.1	0.25	0.5	1.0	1.5	2.0
M_1	1.6	1.9	2.4	3.4	4.4	5.4
M_2	1.4	1.4	1.4	1.4	1.4	1.4

分别采用标准 $k-\varepsilon$ 模型和修正的 $k-\varepsilon$ 模型对超声速混合层的6个工况进行了计算。图2为对流马赫数 $M_c = 2.0$ 情况下, 两个模型计算的横向速度分布。可以看出, 充分发展的混合层基本上呈线性增长, 与实验结果一致^[18,22-24]。修正的 $k-\varepsilon$ 模型预测的混合层厚度约为标准 $k-\varepsilon$ 模型结果的1/4。



图2 $M_c = 2.0$ 工况下混合层横向速度分布图

(a) 标准 $k-\varepsilon$ 模型; (b) 修正 $k-\varepsilon$ 模型

图3为不同对流马赫数工况下计算的混合层增长速率与实验结果^[18,22-24]的比较。与Kral^[20]一致, 采用 $M_c = 0.1$ 情况下混合层增长速率作为不可压缩下的增长速率 $C_{\delta 0}$ 对其余工况无量纲化。图3中实验结果表明, 随对流马赫数增大, 混合层发展越受抑制, 增长速率显著减小。标准 $k-\varepsilon$ 模型计算的增长速率虽然呈

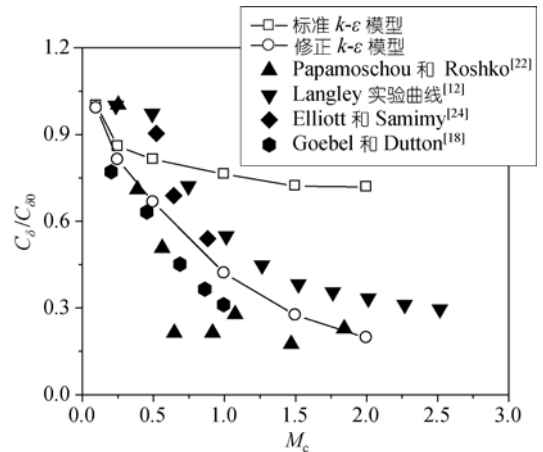


图3 混合层增长速率计算值与实验结果的比较

现减小的趋势, 但 $M_c > 1.0$ 后, 基本上不再改变, 维持在一个较大值上, 与实验结果相差较大. 修正的 $k-\varepsilon$ 模型显著改善了计算结果, 计算的增长速率随对流马赫数增加逐渐减小, 与实验趋势一致, 数值大小也与实验结果比较吻合.

可压缩流动的湍流模型修正, 基本出发点之一是抑制过大的湍流动能增长. 图 4 为对流马赫数分别为 1.5 和 2.0 工况下流场 $x=200$ mm 截面处计算的湍流动能分布. 选取的截面位于流场尾部, 保证混合层充分发展. 可以看到, 混合层中湍流动能呈钟形分布, 略微不对称. 两种工况下, 修正的 $k-\varepsilon$ 模型均显著抑制了中心区域过大的湍流动能增长. 随对流马赫数增加, 标准模型计算的湍流动能峰值增长越快, 由此得出过大的湍流黏性系数. 而湍流黏性系数在动量方程中出现在扩散项, 也即表征扩散能力的强弱, 较大的湍流黏性系数表明“扩散”能力越强. 因此标准 $k-\varepsilon$ 模型计算的混合层厚度较大. 修正的 $k-\varepsilon$ 模型抑制湍流动能增长, 给出比较合理的黏性系数, 从而得到受抑制的混合层增长.

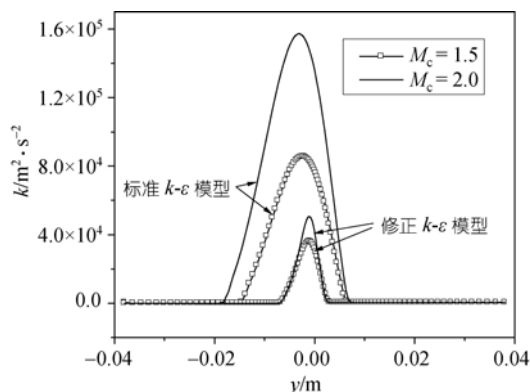


图 4 混合层 $x=200$ mm 处计算的湍流动能分布

此外对计算结果分析发现, 激波不稳定性限定 (即(16)式)在计算混合层 6 个工况中没有起作用. 限定只对激波区域进行修正得到了验证.

2.2 超声速横侧射流干扰流场算例

典型的超声速横侧射流流动如图 5 所示, 射流以一定角度进入超声速主流. 这种流场的研究对冲压发动机中燃料喷射、高速飞行器矢量控制等热点问题的研究及设计有较高参考价值.

横侧射流与超声速主流干扰流场结构相当复杂. 如图 5 所示, 射流对主流形成阻塞, 在喷口上游形成弧形激波, 弧形激波与边界层相互作用形成 λ 激波,

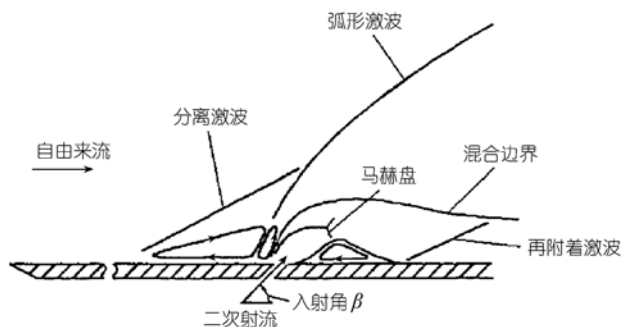


图 5 典型横侧射流流场结构图

喷口上游在激波干扰下形成较大分离区, 射流急剧膨胀形成滑移面、马赫盘等射流羽流特征. 喷口下游出现射流诱导的低压区, 低压区和周围流场之间通过再压缩激波达到平衡.

复杂横侧射流干扰流场预测的难点是对喷口前分离区长度的预测. 没有进行可压缩性修正的常规 RANS 湍流模型对分离流动的预测存在一定的缺陷, 预测结果与实验差距较大. 段毅等人^[25]比较了 Spalart-Allmaras 单方程湍流模型、Menter 的 $k-\omega$ SST 双方程湍流模型和 Gatski 等人的非线性显式代数应力 EASM $k-\omega$ 湍流模型 3 种无修正的湍流模型对干扰流场中分离流动的预测, 结果 SST 和 EASM 模型在低压比下能比较准确地模拟到分离区, 但高压比下与实验差距较大. Sriram 和 Mathew^[26]采用高阶离散格式并对湍流模型加入低雷诺数效应和狭义可压缩性修正, 在一定程度上改善了计算结果, 并发现可压缩性修正对计算结果影响比较明显. 因此, 本算例可以较好地用来验证可压缩性修正的 $k-\varepsilon$ 模型对复杂分离流动的预测效果.

选取的超声速横侧射流干扰流场算例是 Spaid 和 Zukoski^[19]的 3 个实验工况. 实验中超声速主流为空气, 横侧射流氮气垂直喷射入主流 (入射角 $\beta = 90^\circ$). 射流狭缝宽 0.2667 mm, 狭缝中心距进口 228.6 mm, 距出口 146.1 mm. 3 种工况下主流和射流流动参数如表 2 所示, 射流静压与主流静压之比分别为 $p_j/p_\infty = 8.788, 17.145, 32.442$.

表 2 主流和射流流动参数

序号	主流			射流		
	M_∞	p_∞	T_∞	M_j	p_j	T_j
Case1	3.5	3145.7	83.7	1.0	27645.2	226.4
Case2	3.5	3154.8	84.4	1.0	54088.4	227.3
Case3	3.5	3154.8	85.0	1.0	102349.1	227.3

计算区域为 $374.7\text{ mm} \times 152.4\text{ mm}$, 射流进口设置 5 个网格, 对喷口附近网格进行加密, 网格总数约为 24500. 采用耦合解法求解全流场. 为了对存在强激波系的复杂流场结构进行准确模拟, 采用高分辨率、低耗散的AUSM⁺空间离散格式^[27].

修正 $k-\varepsilon$ 模型计算的流场流线分布如图 6 所示, 其中(a)~(c)分别对应 Case1~Case3 工况(下同). 从图 6 可以看出, 修正模型可以捕捉到图 5 中所示的细微涡结构, 准确地分辨出喷口上游的分离区、下游低压尾迹区内的低速流动、马赫罩分布等复杂结构, 也捕捉到了上游分离区和马赫罩之间很小的回流区. 表明修正的 $k-\varepsilon$ 模型具有较高的计算精度.

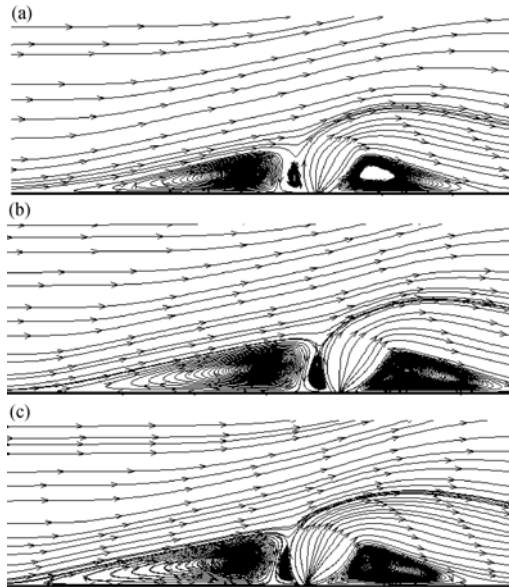


图 6 修正 $k-\varepsilon$ 模型计算的流线分布

图 7 为 Case3 工况下修正 $k-\varepsilon$ 模型计算出的马赫数分布, 流场中最大马赫数出现在马赫罩中, 最大值为 5.78. 高喷射压力的工况 3, 局部马赫数超过 5, 对应图6(c)可以看出, 修正模型计算的流场光滑稳定, 各种涡的结构清晰可见, 表明修正 $k-\varepsilon$ 模型适用于复杂超声速流动.

图 8 为下壁面压力分布. 线性RANS湍流模型对分离流动的预测存在一定缺陷, 因此研究人员尝试采用非线性湍流模型^[25,26]改善计算结果. 为了从更多方面验证修正的 $k-\varepsilon$ 模型对分离流动的预测精度, 采用Launder^[28]的雷诺应力湍流模型进行了计算. 图 8 中“RSM”指雷诺应力模型计算结果. 结合图 5 和 6, 图 8 壁面压力分布表明喷口上游流动出现较大分离

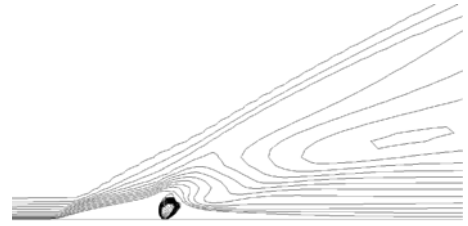


图 7 Case3 工况下修正 $k-\varepsilon$ 模型计算的马赫数分布

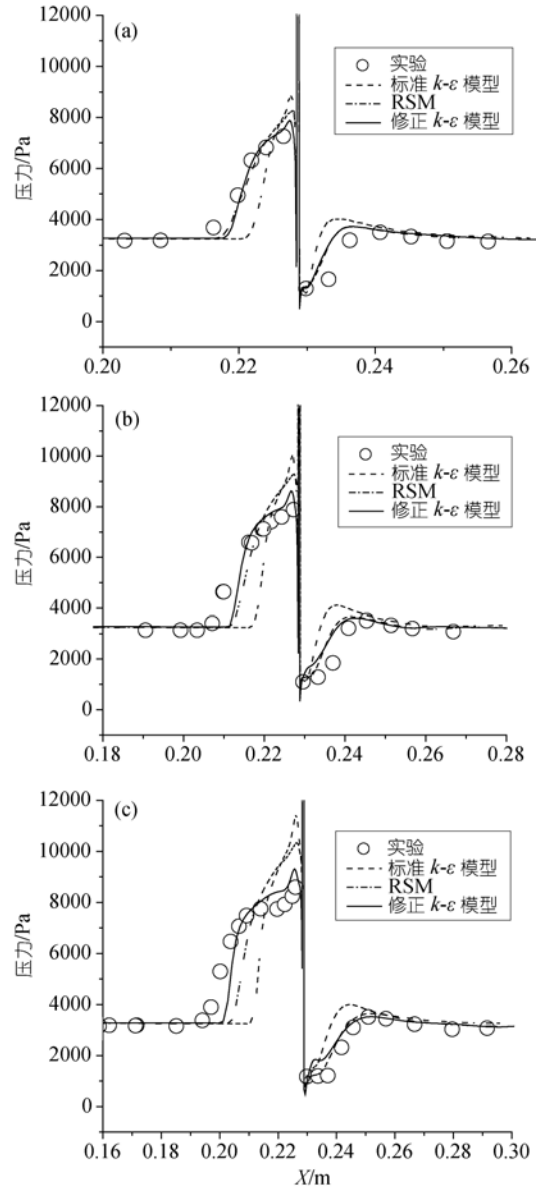


图 8 流场下壁面静压分布

区. 随射流压力增加, 分离区长度增大, 分离区内压力也增大. 由于高压射流对周围流场的诱导作用, 喷口下游产生低压尾迹区, 其下游出现了再压缩激波,

调节流场与周围流场取得平衡. 三个湍流模型均计算出了这样的流场结构, 但计算精度差异较大且随射流压力增加而增大.

对强分离流动的预测一直是验证湍流模型的重要依据. 从图 8 可以看出, 标准 $k-\varepsilon$ 模型预测的分离区长度比实验值小很多, 喷流后的再压缩激波位置比实验值靠前, 峰值也比实验值大. 随着流体分离逐渐增强, 标准 $k-\varepsilon$ 模型的预测精度逐渐变差. 与标准 $k-\varepsilon$ 模型相比, 雷诺应力模型改善了预测结果: 计算的分离区变大; 喷口上游附近计算的压力峰值也有所减小; 下游再压缩激波的位置与实验结果较好符合. 但随喷射压力增加, 雷诺应力模型计算的分离区长度与实验差距增大. 总体来说, 修正的 $k-\varepsilon$ 模型计算结果较好, 即使在高喷射压力下, 预测的分离区大小也与实验比较吻合. 与其余两个模型相比, 修正 $k-\varepsilon$ 模型的优势较明显.

从上面可知修正的 $k-\varepsilon$ 模型改善了对分离流动的预测结果. 图 9 为 Case3 工况下采用修正的 $k-\varepsilon$ 模型计算的实际的湍流动能产生项表达式(16)与原始的表达式(12)得到的湍流动能产生项的差值 ΔP_k 的分布云图, 也即

$$\Delta P_k = \min \left(-\overline{\rho u_i'' u_j''} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j}, P_{k_lim} \right) - \left(-\overline{\rho u_i'' u_j''} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} \right). \quad (21)$$

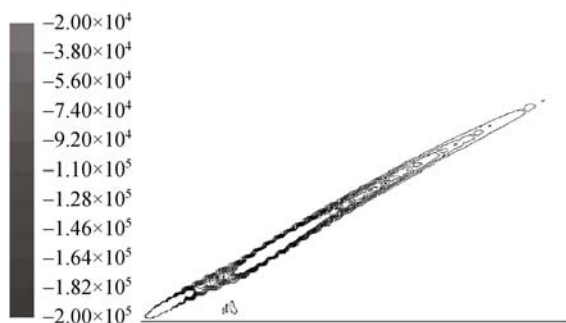


图 9 Case3 工况下激波不稳定性修正作用区域

对应 Case3 工况下的马赫分布图 7, 从图 9 可以看出, 激波不稳定性修正起作用的区间主要在激波附近区域. 图 9 中数值均是负值, 分布区间为 $(-2.0 \times 10^5, -2.0 \times 10^4)$, 越靠近激波内部, 这个数值的绝对值越大, 也即修正越明显, 对流场的影响也就越大.

图 10 为 Case3 工况下计算的 $y=5$ mm 处的湍流量分布, 图 10(a)为修正 $k-\varepsilon$ 模型式(21)计算的湍流动能产生项差值. 可以看出喷口(其中心位置坐标为

$x=0.2286$ m)上游的回流区中, 激波不稳定性修正起作用的区域主要在区间(0.205 m, 0.21 m)内. 对应图 8(c)可以看出这个区域即是激波区域. 图 10(b)为 $y=5$ mm 处两个模型计算的湍流动能分布, 可以看出采用修正 $k-\varepsilon$ 模型计算时, 图 10(a)中修正起作用的区域对应图 10(b)中湍流动能开始上升的阶段. 对比图 10(b)中两个模型计算结果可以看出, 激波不稳定性修正使得湍流动能峰值变小, 上升曲线的斜率变小, 得到更宽的激波区域, 这与 Sinha 等人 [15] 得出的激波不稳定性效应使得激波区域变宽的结论一致. 受抑制的湍流动能增长和较宽的激波区域使得分离区起始位置前移, 因此本文发展的修正的 $k-\varepsilon$ 模型计算出了较大的分离区, 在分离流动计算中表现出了明显的优势.

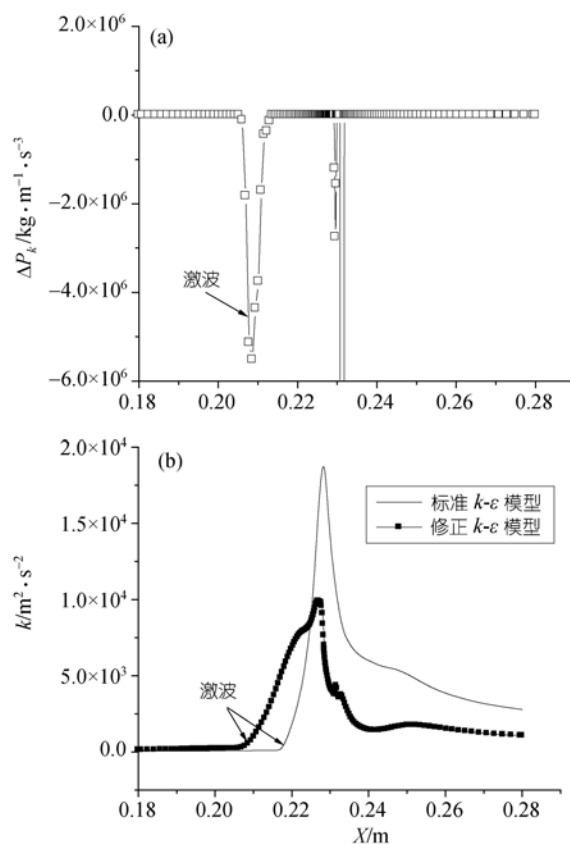


图 10 Case3 工况下 $y=5$ mm 处湍流量分布

(a) ΔP_k 分布; (b) 湍流动能 k 分布

3 结论

本文将激波不稳定效应对高速可压缩湍流流动的影响引入到标准 $k-\varepsilon$ 模型可压缩性修正中, 并提出了一个新的激波不稳定性修正模型. 耦合狭义可压缩性修正模型, 发展了一个同时考虑激波不稳定性

修正和狭义可压缩性修正的 $k-\varepsilon$ 湍流模型. 为检验修正模型对超声速流动的预测能力, 计算了超声速混合层和超声速横侧射流干扰流场两类流动的多种工况, 结果表明:

(i) 随着对流马赫数 M_c 的增加, 超声速混合层的增长速率呈现显著下降的趋势, 标准 $k-\varepsilon$ 模型无法准确捕捉到这种趋势, 预测的增长速率在 M_c 大于 1.0 后基本维持不变, 与实验差距较大, 在较大对流马赫数 $M_c=2.0$ 情况下得到的增长速率为实验值的 4 倍左右. 而修正的 $k-\varepsilon$ 模型准确计算出了混合层的发展趋势, 即使在较大的对流马赫数下, 与实验结果符合也较好.

(ii) 超声速横侧射流干扰流场中, 喷射压力越

大, 流体分离区越大. 标准 $k-\varepsilon$ 模型对分离流动的计算精度较差, 分离区预测过小. 修正的 $k-\varepsilon$ 模型显著改善了计算结果, 预测值与实验符合较好. 初步结果表明, 在流体分离严重的工况下, 修正模型的计算结果优于雷诺应力模型的计算结果.

(iii) 修正的 $k-\varepsilon$ 模型通过抑制湍流动能增长改进计算结果. 超声速混合层算例中, 修正模型计算的湍流动能峰值显著减小, 得到较小的湍流黏性系数, 从而预测出受抑制的混合层发展趋势. 存在强激波的横侧射流干扰流场中, 激波不稳定性修正作用在激波区域, 抑制了该区域中过大的湍流动能增长, 计算的激波区域变宽、梯度减小, 从而使分离点向上游移动, 计算出较大的分离区.

参考文献

- 1 Lele S K. Compressibility effects on turbulence. *Ann Rev Fluid Mech*, 1994, 26: 211—254[doi]
- 2 Pantano C, Sarkar S. A study of compressibility effects in the high speed turbulent shear layer using direct simulation. *J Fluid Mech*, 2002, 451(2): 329—371
- 3 李新亮, 傅德薰, 马延文. 可压缩尖锥边界层湍流的直接数值模拟. *中国科学 G 辑: 物理学 力学 天文学*, 2008, 38(1): 89—101
- 4 黄章峰, 周恒, 罗纪生. 超音速平板边界层湍流的直接数值模拟及分析. *中国科学 G 辑: 物理学 力学 天文学*, 2006, 36(1): 46—58
- 5 黄章峰, 周恒, 罗纪生. 基于 DNS 数据库的超音速湍流边界层近壁区相干结构的研究. *中国科学 G 辑: 物理学 力学 天文学*, 2006, 36(6): 653—661
- 6 赵玉新, 易仕和, 何霖, 等. 激波与湍流相互作用的实验研究. *科学通报*, 2007, 52(2): 140—143
- 7 赵玉新, 易仕和, 田立丰, 等. 超声速湍流混合层实验图像的分形度量. *中国科学 G 辑: 物理学 力学 天文学*, 2008, 38(5): 562—571
- 8 杨晓东, 马晖杨. 应用于激波/边界层相互作用的非线性湍流模式. *力学学报*, 2003, 35(1): 57—63
- 9 杨晓东, 朱建州, 马晖杨. 应用于激波/边界层相互作用的非线性与多尺度湍流模式. *中国科学技术大学学报*, 2003, 33(2): 191—196
- 10 Chassaing P, Antonia R A, Anselmetti F, et al. *Variable density fluid turbulence*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2002
- 11 Krishnamurthy V S, Shyy W. Study of compressibility modifications to the $k-\varepsilon$ turbulence model. *Phys Fluids*, 1997, 9: 2769—2788[doi]
- 12 Sarkar S. The pressure dilatation correlation in compressible flows. *Phys Fluids A*, 1992, 4: 2674—2682[doi]
- 13 Wilcox D C. *Turbulence Modeling for CFD*. La Canada, CA: DCW Industries Inc, 1994
- 14 梁德旺, 王国庆. 两方程湍流模型的可压缩性修正及其应用. *空气动力学学报*, 2000, 18(1): 98—104
- 15 Sinha K, Mahesh K, Candler G V. Modeling shock unsteadiness in shock/turbulence interaction. *Phys Fluids*, 2003, 15: 2290—2297[doi]
- 16 Chang H P, Seung O P. On the limiter of two equation turbulence models. *Int J Comput Fluid Dyn*, 2005, 19: 79—86[doi]
- 17 Dussauge J P, Dupont P, Debieve J F. Unsteadiness in shock wave boundary layer interactions with separation. *Aerosp Sci Tech*, 2006, 10: 85—91[doi]
- 18 Goebel S G, Dutton J C. An experimental study of turbulent compressible mixing layers. *AIAA J*, 1991, 29: 538—546[doi]
- 19 Spaid F W, Zukoski E E. A study of the interaction of gaseous jets from transverse slots with supersonic external flows. *AIAA J*, 1968, 6: 205—212[doi]
- 20 Kral L D. Recent experience with different turbulence models applied to the calculation of flow over aircraft components. *Prog Aerosp Sci*, 1998, 34: 481—541[doi]
- 21 Shyy W, Krishnamurthy V S. Compressibility effects in modeling complex turbulent flows. *Prog Aerosp Sci*, 1997, 33: 587—645[doi]
- 22 Papamoschou D, Roshko A. The compressible turbulent shear layer—an experimental study. *J Fluid Mech*, 1988, 197: 453—477[doi]
- 23 Kline S J, Cantwell B J, Lilley G M. 1980-81 AFOSR-HTTM-Stanford Conference on Complex Turbulent Flows. CA: Stanford University, 1981
- 24 Elliott G S, Samimy M. Compressibility effects in free shear layers. *Phys Fluids Part A*, 1990, 2(7): 1231—1240[doi]
- 25 段毅, 杨永, 张强. 二维超声速横侧射流湍流数值模拟. *空气动力学学报*, 2005, 23(4): 506—510
- 26 Sriram A T, Mathew J. Improved prediction of plane transverse jets in supersonic crossflows. *AIAA J*, 2006, 44(2): 405—407[doi]
- 27 Liou M S. A sequel to AUSM: AUSM+. *J Comput Phys*, 1996, 129: 364—382[doi]
- 28 Launder B E. Second-moment closure and its use in modeling turbulent industrial flows. *Int J Numer Methods Fluids*, 1989, 9: 963—985[doi]