



时滞对轴流压气机喘振的影响

徐鉴*, 陈振

同济大学航空航天与力学学院, 上海 200092

*联系人, E-mail: xujian@tongji.edu.cn

收稿日期: 2012-08-23; 接受日期: 2012-11-13

国家自然科学基金重点项目(批准号: 11032009)和上海市重点学科资助项目(编号: B302)资助

摘要 在压气系统中, 压力上升和空气扰动之间总是有一定的时间滞后. 本文对经典的 MG 模型进行推广得到时滞 MG 模型. 通过理论分析和数值模拟, 研究了时滞对轴流压气机喘振和旋转失速的影响. 以往的研究认为旋转失速的产生仅受到节流阀参数的影响, 而喘振工况的出现要受到节流阀参数以及 Greitzer 参数 B 的影响, Greitzer 参数 B 大于临界值时, 压气机进入到喘振工况. 本文研究发现时滞也会对喘振现象产生本质的影响, 即存在着临界时滞, 当时滞小于临界时滞时, 压气机的不稳定工作形式是大振幅的喘振状态, 而时滞大于临界时滞, 压气机工作在旋转失速状态.

关键词 喘振, 旋转失速, 时滞 MG 模型, Hopf 分岔

PACS: 02.30.Oz, 47.20.Ky, 47.60.+i

doi: 10.1360/132012-716

旋转失速和喘振是压气机工作过程最容易遇到的两种不稳定的工作状态, 旋转失速时, 气流的脉动是以扰动波的形式沿压气机周向变化和传播^[1], 此时流场是非轴对称的, 其气流脉动频率和脉动振幅与流路的容积特性无关, 主要取决于压气机的工况. 喘振的产生不仅和压气机本身有关, 还和气流流路的整个容积有关, 在这个过程中压气机后面级的反压条件一直在做周期变化. 对于压气机设计者来说, 知道压气机进入到哪种不稳定的工作状态是很重要的, 因为旋转失速和喘振引起的后果是不一样的. 当压气机进入到旋转失速时, 仅依靠增加节流阀开度, 不能够使压气机从不稳定工作状态退出, 而需要降低压气机转速, 这样会损失压升效率. 而且长时间的旋

转失速会导致压气机内部气流过热, 降低叶片的使用寿命. 当压气机进入到喘振时, 会导致内部存在过大的轴向气压, 压气机叶片承受周期性的反压, 容易疲劳破坏. 但是此时通过增加压气机进气量, 能够使压气机周向失速状况得到缓解甚至退出到稳定, 因此有必要知道给定的压气机系统会进入到哪种不稳定的工作状态^[2]. 总而言之, 压气机一旦进入到旋转失速或者喘振状态, 会导致压气机性能急剧恶化, 并造成压气机叶片振动断裂等严重事故. 研究这两种不稳定流动产生的因素并且避免压气机进入这两种状态就具有了重要意义, Edward 等人^[3]展望了今后 50 年压气机研究的主要方向和研究的问题, 其中两个主要的问题就是喘振的控制和旋转失速的控制, 因

引用格式: 徐鉴, 陈振. 时滞对轴流压气机喘振的影响. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2013, 43: 380–389

Xu J, Chen Z. Effects of delay on surge in axial compressors (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2013, 43: 380–389, doi: 10.1360/132012-716

为可以预见,喘振和旋转失速的研究依然是热点问题.

20 世纪 70 年代 Greitzer 对压气机旋转失速和喘振进行了深入的研究,得到了一个无量纲的参数——Greitzer 参数 B , 发现压气机的不稳定工作状态和 B 值的大小有很大的关系,已有结果表明, B 值会导致压气机旋转失速状态和到喘振状态^[3]. 1986 年 Moore 和 Greitzer^[4]联合提出了描述压气机压升和流量耦合的非线性动力学模型 MG 模型. 这个模型中指出失速的形成是由压气机内存在的旋转模态波发展而成的,并且得到了实验的验证. MG 模型不仅能够准确地捕捉到压气机系统的非线性动力学特性而且形式上非常简洁,在压气机不稳定流动现象的研究中 MG 模型始终处于主导地位,近些年的研究主要集中在以 MG 模型为基础,来对旋转失速和喘振进行控制,得到了很多控制喘振和旋转失速的重要策略^[8,9]以及对 MG 模型本身进行非线性动力学分岔分析研究^[10,11]. 还有一些学者考虑了 MG 模型建立过程中,约化了很多因素,因此试图去完善 MG 模型,建立起了考虑黏性的 MG 模型和高阶的 MG 模型,使模型能够更加精确地描述和预测旋转失速和喘振的发生^[12,13,14]. 但是 MG 模型没有探讨压气机的压升扰动和进气流量的扰动之间的时间滞后的影响,而 Haynes, Hendricks, Epstein 在文献[5]中指出压气机叶片压升的时间滞后是实际存在的,并且这个时间滞后的存在能够扩展压气机稳定工作的范围. 而把时滞值作为参数研究其对压气机系统旋转失速和喘振现象产生的影响,国内外对此还处于空白. 在以往的研究中,许多经典的模型建模过程中忽略了时滞对系统的作用,然而有时滞的存在对耦合系统的动力学行为会产生本质的影响. 本文中所指出的压气机内部的时滞,可以看作是当进气流量减小时,不稳定的气流在压气机每一级叶片上调整所需要的时间,而对于这样一个实际存在的对压气机内部气流紊乱起调整作用的参数,到底会对压气机的旋转失速和喘振的出现起到什么作用? 这样的问题还未见报道,这些问题构成了本文研究的动机,我们试图通过建立新的模型,来透彻地研究时滞对轴流压气机旋转失速和喘振的影响. 文中对传统 MG 模型中加入了时滞的影响,建立了含有时滞项的模型,然后对模型进行非线性动力学分析以及对模型进行数值仿真,来发现时滞对压气机旋转失速和喘振的影响.

1 时滞 MG 模型的建立

轴流压气机中,时滞存在于压气机叶片上压升变化与入口流量变化之间,当进口空气流量发生变化时,由于气流具有黏性,气流和叶片之间有一定大小的摩擦,压气机后面每一级叶片上气压并不是瞬时发生改变,而是需要一个调整的过程,表现为叶型响应的滞后. 这个时间滞后的大小和压气机转速和叶片的结构以及气体的黏性和惯性大小有关. 以往压气机研究中^[6],压升和流量扰动之间假定满足准稳态假设,即认为压升的变化满足稳态的压升变化,此时压升满足

$$\frac{P_s - P_T}{\rho U^2} = \psi_c(\phi). \quad (1)$$

$\psi_c(\phi)$ 具有如图 1 中实线所示的形式^[4],虚线为压气机节流线,节流线和稳态特性线的交点为系统平衡点,当平衡点位于最大压升左侧时,由于压升线的斜率为正,系统有可能进入到旋转失速或者喘振这两种不稳定的工作状态.

准稳态假设,忽略了时滞的影响,不能够准确地描述压缩系统的不稳定状态. Moore^[6]的研究中提出了关于时滞的一阶瞬变响应模型,假定单级叶片上压升的瞬态响应为

$$\frac{\Delta P}{\frac{1}{2}\rho U^2} = F(\phi) - \tau \dot{\phi}. \quad (2)$$

$F(\phi)$ 表示每一级叶片上的压升的轴对称性能,具有图 2 中的形式^[6].

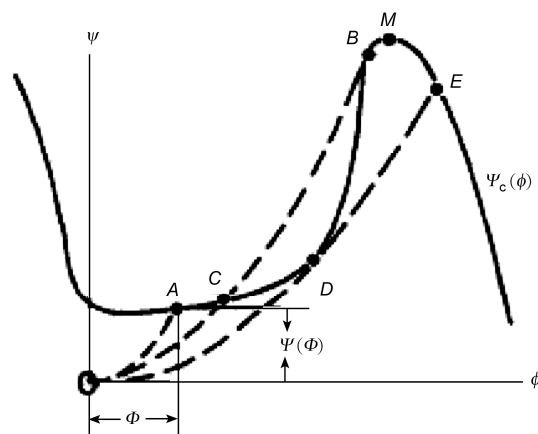


图 1 稳态压升变化曲线与节流线
Figure 1 Law of pressure rise and stramlines.

这个假设考虑了压气机中时滞的存在, Haynes, Hendricks, Epstein^[5]的研究发现建模时不考虑时滞的影响, 通过理论预测旋转失速的出现比真实状况要提前, 考虑时滞的影响能够增加压缩机的稳定性, 使旋转失速的预测更加准确. 但是 Moore 和 Greitzer 的研究中, 没有把时滞作为独立参数来研究时滞参数对压气机系统喘振和旋转失速的影响. 因此并不清楚叶片上气流调整需要的时间的大小, 对整个压气机进入到不稳定的工作有何影响. 由于考虑时滞项的存在, 建模时会出现时滞微分方程, 大大增加了求解的难度. 因此前人研究中, 都会对时滞做类似于方程(2)的处理, 可是这样的处理方法近似解的误差非常大, 当时滞稍稍增大时, 误差甚至超过了几倍. 而且考虑时滞不仅能够增加模型的准确性, 有时时滞参数会对系统的动力学特性产生本质的影响. 因此需要建立新的模型来研究时滞对压气机中的作用. 压气机模型如图 3 所示.

如图 3 中, 压气机管道的直径 R , 平均转速 U , 定义无量纲的时间 ξ

$$\xi = Ut / R. \quad (3)$$

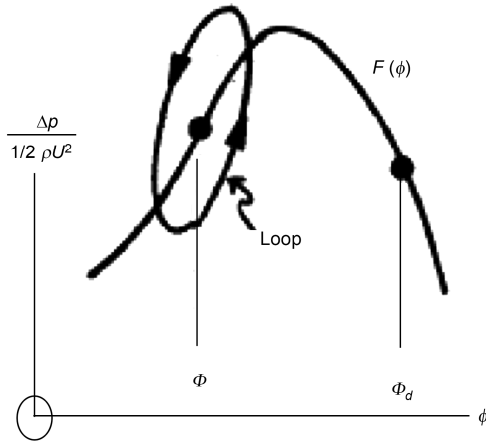


图 2 假定的压气机压升方程的形式

Figure 2 Selected model of pressure rise in compressor.

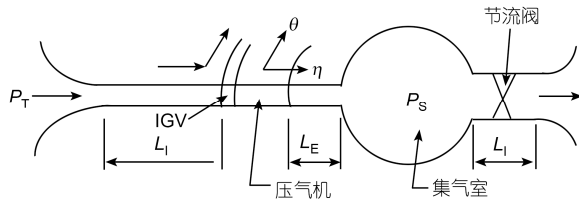


图 3 压气机模型

Figure 3 Scheme of compressor configuration.

当进口流量发生变化时, 压升的变化存在时间的滞后, 假定单级叶片的压升方程满足

$$\frac{\Delta P}{\frac{1}{2} \rho U^2} = F(\phi(\xi - \tau)). \quad (4)$$

式中, ΔP 为压升变化, F 为压升系数方程, ϕ 为气流流量系数, ρ 为气体的密度, ξ 为无量纲时间, τ 为时间滞后.

假定压气机的级数为 N 级, 压气机总压升为

$$\frac{P_E - P_I}{\rho U^2} = NF[\phi(\xi - \tau)]. \quad (5)$$

根据文献[4]中的推导得到, 得到压缩系统中进口导叶、进气管道、出气管道和导叶中的压升为

进口导叶:

$$\frac{p_1 - p_0}{\rho U^2} = \frac{1}{2} K_G h^2. \quad (6)$$

进气管道:

$$\frac{p_T - p_0}{\rho U^2} = \frac{1}{2} (\phi^2 + h^2) + (\tilde{\phi}_\xi)_0. \quad (7)$$

出气管道和导叶:

$$\frac{p_s - p_E}{\rho U^2} = -l_E \frac{d\Phi}{d\xi} - (m-1)(\tilde{\phi}_\xi)_0. \quad (8)$$

由方程(5)–(8)得压缩系统的总压升

$$\Psi(\xi) = \frac{P_s - P_T}{\rho U^2} = NF[\phi(\xi - \tau, \theta)] - \frac{1}{2} \phi^2 - l_c \frac{d\Phi}{d\xi} - m(\tilde{\phi}_\xi)_0 - \frac{1}{2} (1 - K_G h^2). \quad (9)$$

其中, $\Psi(\xi)$ 为总的压升系数, l_E 为出口导管长度, l_I 为进口导管长度, 导管长度 $l_c = l_E + l_I$, $\tilde{\phi}_\xi$ 为进口导管处的速度势, m 为管道参数, K_G 为进口导叶处的压升损失系数, 本文中取其值为 1, h 为周向速度系数, Φ 为平均流量系数, 满足

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \phi(\xi, \theta) d\theta = \Phi(\xi). \quad (10)$$

对方程(9)中的参数按照文献[4]中方法做一系列处理, 通过对方程(9)两端积分, 得到修正后的模型

$$\begin{aligned}
\Psi(\xi) + l_c \frac{d\Phi}{d\xi} &= \psi_c [\Phi(\xi - \tau) - Y_{\theta\theta}(\xi - \tau, \theta)] \\
&\quad - mY_{\xi}(\xi, \theta), \\
\Psi(\xi) + l_c \frac{d\Phi}{d\xi} &= -\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \psi_c [\Phi(\xi - \tau) \\
&\quad - Y_{\theta\theta}(\xi - \tau, \theta)] d\theta, \\
l_c \frac{d\Psi}{d\xi} &= \frac{1}{4B^2} [\Phi(\xi) - F^{-1}(\Psi)].
\end{aligned} \quad (11)$$

式中, Y 为压气机入口处的气流扰动势, 满足

$$Y(\xi, \theta) = (\tilde{\phi}')_0, \quad \int_0^{2\pi} Y(\xi, \theta) d\theta = 0.$$

方程(11)中第一个和第二个方程为动量守恒方程, 第三个方程为质量守恒方程, 方程中 B 参数^[3]为

$$B = \frac{U}{2a_s} \sqrt{\frac{V_p}{A_c L_c}}.$$

其中, a_s 为声速, A_c 为压气机管道截面积, V_p 为燃烧室体积, L_c 压气机管道长度.

上面得到的模型为含有时滞项的偏微分方程, 为了将其化为常微分方程, 将压气机进口处的扰动写成一次谐波形式^[4] $Y = WJ(\xi) \sin(\theta - r\xi)$, 得到含有时滞项的 MG 模型:

$$\begin{aligned}
\dot{\Phi} &= \frac{1}{2l_c} [\Phi(\xi - \tau) - \Phi(\xi)] + \left[-\frac{\Psi - \psi_{c0}}{H} + 1 \right. \\
&\quad \left. + \frac{3}{2} \left(\frac{\Phi(\xi - \tau)}{W} - 1 \right) \left(1 - \frac{1}{2} J(\xi - \tau) \right) \right. \\
&\quad \left. - \frac{1}{2} \left(\frac{\Phi(\xi - \tau)}{W} - 1 \right)^3 \right] \frac{H}{l_c}, \\
\dot{\Psi}(\xi) &= \frac{W}{4B^2 l_c} \left[\frac{\Phi(\xi)}{W} - \frac{1}{W} F^{-1}(\Psi) \right], \\
\dot{J}(\xi) &= \frac{3H}{mW} \sqrt{J(\xi) * J(\xi - \tau)} \left[1 - \left(\frac{\Phi(\xi - \tau)}{W} - 1 \right)^2 \right. \\
&\quad \left. - \frac{1}{4} J(\xi - \tau) \right].
\end{aligned} \quad (12)$$

系统的平衡点, 对应着 $\dot{\Phi}$, $\dot{\Psi}$, $\dot{J}$ 为零, 方程(12)中, $\dot{J}(\xi) = 0$ 对应着 $J(\xi) = 0$ 或者 $J(\xi) = 4\{1 - [(\Phi(\xi - \tau)/W) - 1]^2\}$, 前者代表着压气机入口处的气流扰动波动消失, 压气机可以进入到稳态或者单纯的喘振, 而后者对应着旋转失速的状态, 压气机叶片上气流分离, 压气机入口处的气流扰动存在以谐波形式存在的扰动波, 应该看到的是, 此时周向扰动振幅是一

个常量, 压气机旋转失速是一种平衡态.

2 时滞 MG 系统的非线性动力学分析

由于喘振是沿着压气机轴线出现的一维气流振荡, 当系统进入到喘振状态时, 扰动波的振幅衰减到零, 这在模型中对应于 $J=0$, 将喘振的这个条件带入到方程(12)的前两个式子中, 并将节流阀特性函数 $F^{-1}(\Psi) = r\sqrt{\Psi}$ 代入, 得到关于流量系数和压升系数的时滞微分方程

$$\begin{aligned}
\dot{\Phi} &= \frac{1}{2l_c} [\Phi(\xi - \tau) - \Phi(\xi)] + \left[-\frac{\Psi - \psi_{c0}}{H} + 1 \right. \\
&\quad \left. + \frac{3}{2} \left(\frac{\Phi(\xi - \tau)}{W} - 1 \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{\Phi(\xi - \tau)}{W} - 1 \right)^3 \right] \frac{H}{l_c}, \\
\dot{\Psi}(\xi) &= \frac{W}{4B^2 l_c} \left(\frac{\Phi(\xi)}{W} - \frac{r}{W} \sqrt{\Psi} \right).
\end{aligned} \quad (13)$$

其中 r 为节流阀参数.

假定系统的平衡点为 (Φ_0, Ψ_0) , 做变换 $\Phi_1 = \Phi - \Phi_0$, $\Psi_1 = \Psi - \Psi_0$ 并对出现的 $\sqrt{\Psi_1 + \Psi_0}$ 作泰勒展开

$$\sqrt{\Psi_1 + \Psi_0} = \sqrt{\Psi_0} + \frac{\Psi_1}{2\sqrt{\Psi_0}} - \frac{\Psi_1^2}{8\Psi_0^{3/2}} + \frac{\Psi_1^3}{16\Psi_0^{5/2}} + o(\Psi_1)^4. \quad (14)$$

可以得到平衡点位于(0,0)的系统

$$\begin{aligned}
\dot{\Phi}_1 &= \frac{1}{2l_c} [\Phi_1(\xi - \tau) - \Phi_1(\xi)] + \left[-\frac{\Psi_1}{H} + \frac{3}{2} \frac{\Phi_1(\xi - \tau)}{W} \right. \\
&\quad \left. - \frac{3}{2} \left(\frac{\Phi_0}{W} - 1 \right) \frac{\Phi^2(\xi - \tau)}{W^2} - \frac{3}{2} \left(\frac{\Phi_0}{W} - 1 \right)^2 \frac{\Phi_1(\xi - \tau)}{W} \right. \\
&\quad \left. - \frac{1}{2} \frac{\Phi_1^3(\xi - \tau)}{W^3} \right] \frac{H}{l_c}.
\end{aligned} \quad (15)$$

$$\dot{\Psi}_1 = \frac{W}{4B^2 l_c} \left[\frac{\Phi_1(\xi)}{W} - \frac{r}{W} \left(\frac{\Psi_1}{2\Psi_0^{1/2}} - \frac{\Psi_1^2}{8\Psi_0^{3/2}} + \frac{\Psi_1^3}{16\Psi_0^{5/2}} \right) \right].$$

系统对应的线性系统的特征方程为

$$\lambda^2 + d_1 \lambda - d_2 \lambda e^{-\lambda \tau} - d_3 e^{-\lambda \tau} + d_4 = 0. \quad (16)$$

其中,

$$\begin{aligned}
d_1 &= \frac{r}{8B^2 l_c \sqrt{\Psi_0}} + \frac{1}{2l_c}, \quad d_2 = \frac{1}{2l_c} - \frac{3H}{Wl_c} + \frac{3H\Phi_0}{2W^2 l_c}, \\
d_3 &= \frac{Wr + 6Hr}{16B^2 l_c^2 W \sqrt{\Psi_0}}, \quad d_4 = \frac{4\sqrt{\Psi_0} + r}{16B^2 l_c^2 \sqrt{\Psi_0}} + \frac{3Hr\Phi_0}{16B^2 l_c^2 W^2 \sqrt{\Psi_0}}.
\end{aligned}$$

假定方程(16)有一对纯虚根 $\pm i\omega$, 将 $\lambda = \pm i\omega$ 代入到特征

方程, 分离实部虚部, 得

$$\begin{aligned} d_2 \omega \sin(\omega \tau) + d_3 \cos(\omega \tau) &= d_4 - \omega^2, \\ d_2 \omega \cos(\omega \tau) - d_3 \sin(\omega \tau) &= d_1 \omega. \end{aligned} \quad (17)$$

ω 为系统的振动频率, $\omega \neq 0$.

由方程(17)中消去 $\cos(\omega \tau)$, $\sin(\omega \tau)$ 项, 得到

$$\omega_0^4 - (2d_4 - d_1^2 + d_2^2)\omega_0^2 + d_4^2 - d_3^2 = 0. \quad (18)$$

因此得到

$$\omega_0^2 = \frac{(2d_4 - d_1^2 + d_2^2) \pm \sqrt{(2d_4 - d_1^2 + d_2^2)^2 - 4(d_4^2 - d_3^2)}}{2} \quad (19)$$

和

$$\tau_j = \frac{1}{\omega_0} \left[\arccos \left(\frac{d_3(d_4 - \omega_0^2) + d_1 d_2 \omega_0^2}{d_3^2 + d_2^2 \omega_0^2} \right) + 2j\pi \right]. \quad (20)$$

从方程(20)可以看出存在着多个临界的时滞使得特征方程(16)有存虚根, 由于时滞来自于压气机入口处的气流扰动, 因此最小的临界时滞成为工程上最为关注的指标, 于是, 由方程(19)和(20)得到时滞系统发生 Hopf 分岔时参数的临界值

$$\tau_{\text{cri}} = 2.16635, \omega_c = 0.220743.$$

当节流阀参数 r 的选定使交点落在特性线右支时, 此时特征值的实部小于零, 压气机处于稳定状态. 当选定节流阀参数 r 的值使节流曲线和压气机特性线交点落在左支时, 而此时选择 Greitzer 参数小于临界值, 存在一个临界时滞 τ_{cri} , 通过对方程(16)的实部关于时滞的变化率分析得知, 当时滞值 $\tau > \tau_{\text{cri}}$ 时, 对应的特征值实部小于零, 此时压气机进入到旋转失速状态. 当 $\tau = \tau_{\text{cri}}$ 时, 系统存在一对纯虚根. 当时滞的值 $\tau < \tau_{\text{cri}}$ 时, 雅可比矩阵对应的特征值实部穿越虚轴, 系统发生 Hopf 分岔而失稳, 系统进入到周期振动, 对应于压气机发生喘振现象, 如图 4 所示. 图中 $\Re(\lambda)$ 和 $\Im(\lambda)$ 分别表示特征值的虚部和实部. 由此可知, 旋转失速的产生仅与节流阀参数的大小有关, 若不考虑时滞的存在, 当节流阀参数值使交点位于左支时, 如果当 Greitzer 参数大于临界值时, 并且对应的特征值的实部满足横截条件, 则系统进入到喘振状态. 这与文献[2]中的结论一致. 而本文中发现, 当 Greitzer 参数小于临界值时, 如果此时的时滞值很小时, 系统也会进入到喘振状态.

至今研究时滞动力学的数学工具, 主要有中心流形法、多尺度法和 IHB 等近似方法. 这些传统的方

法有着严密的数学理论框架和证明. 但是其计算过程相对复杂, 特别是对于较大时滞来说, 利用多尺度法求出比较高的精确解是有困难的, 求出的近似解只适用于小时滞的情况^[7]. 而文献[7]中提出的摄动增量法(PIS)不但较中心流形方法简便, 也比多尺度法的近似计算的精度高, 非常适合处理带有时滞的动力学系统. 因此我们利用摄动增量法研究喘振现象发生时对应的时滞系统的 Hopf 分岔问题, 得到系统的 Hopf 分岔图, 如图 5 所示, 其中实线为摄动增量法求出的近似解, 点线为数值仿真结果.

从图 5 中可以看出, 对于每一特定的轴流压缩系统, 都存在一个临界时滞, 当压气机叶片压升与扰动

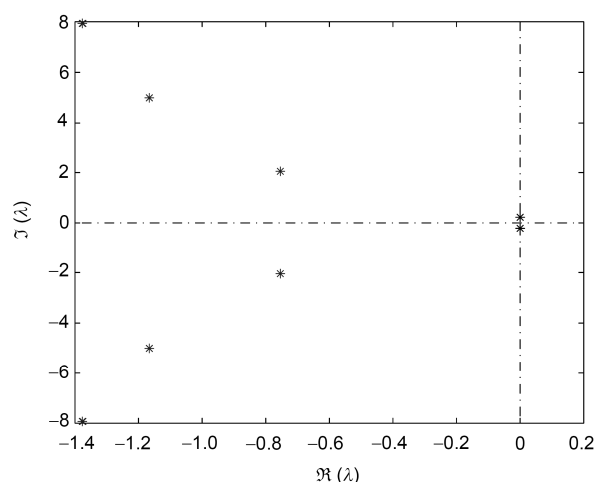


图 4 压缩机系统时滞 MG 模型的特征根分布图

Figure 4 Distribution of eigenvalues in delayed MG model for compressor system.

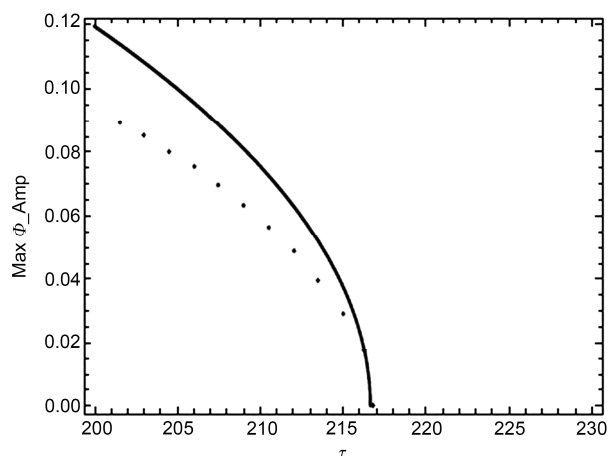


图 5 时滞 MG 模型的 Hopf 分岔图

Figure 5 Hopf bifurcation in delayed MG model.

变化之间的真实时滞值小于临界时滞时, 压气机系统会由旋转失速通过 Hopf 分岔进入到周期振动, 对应于压气机中的喘振现象. 当时滞值大于临界时滞时, 系统的压升和流量就会从周期振动退出稳定到某一不为零的特定值, 压气机工作状态从喘振退出进入到旋转失速. 图 6 和图 7 表示时滞值取为小于和大于临界时滞时, 对应的压气机压升时间历程图和对应的相图, 从图中可以得知小时滞时压气机中的压力会出现周期振荡, 流量和压升相图中出现极限环振动, 而大的时滞值系统会稳定下来.

3 时滞、 B 参数、节流参数对压气机不稳定工作的影响

数值仿真过程中压缩系统参数的值为 $m=2$, $H=0.18$, $W=0.25$, $\psi_{c0}=0.3$, $l_c=3$.

压气机稳态特性线:

$$\psi_c(\phi) = \psi_{c0} + H \left[1 + \frac{3}{2} \left(\frac{\phi}{W} - 1 \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{\phi}{W} - 1 \right)^3 \right].$$

$$\text{节流线: } \Psi = \frac{1}{r} (\Phi + 1)^2.$$

图 8 中, 压气机特性线满足三次曲线形式, 而节流线为二次曲线, 当节流线与稳态特性线的交点位于特性线最高点右侧时, 压气机处于稳定工作状态,

减小节流参数, 交点向左移动, 压升增加, 压气机效率增大. 当交点位于最高点时, 压气机的效率达到最大值, 此时若继续减小节流参数, 则交点会进入到最高点左侧, 压气机进入不稳定工作状态, 有可能是旋转失速也有可能是喘振, 具体是哪种状态, 还需要考虑其他的因素.

图 9 中对应的为压气机系统的稳定状态, 此时由于开关参数比较大, 压气机特性线与节流线的交点位于右支, 进气量满足压气机正常工作需要的流量, 图 9(a)和(b)可以看出, 压气机压升和流量都会稳定下来, 而周向扰动的振幅衰减到零, 压气机增压的作用得到体现, 压气机此时处于稳定工作状态.

减小压气机节流参数, 意味着压气机进口气体流量减小, 此时压气机的压升会先增加到最大值, 此时压气机的效率最高, 但是由于最高点左侧压升线的斜率为正, 压气机将会进入到不稳定工作状态. 一般情况下, 压气机都不会工作在效率最大值处, 而是希望工作在压升最大值的右侧.

当交点向左移动到特性线最高点左侧时, 如图 8 所示, 压气机叶片上将出现气流分离, 在级的上游出现堵塞团, 如果不改变恶劣的进气条件, 压气机将会进入到旋转失速状态. 如图 10 中对应为压气机处在旋转失速工作状态下, 此时交点位于左支, 但是 Greitzer 参数没有超过临界值, 从图中可以看到系统

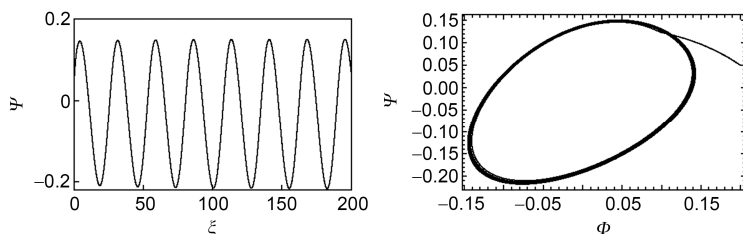


图 6 $\tau=1.8$ 时压缩系统压升随时间的变化及相图

Figure 6 Transient compressor behavior for $\tau=1.8$.

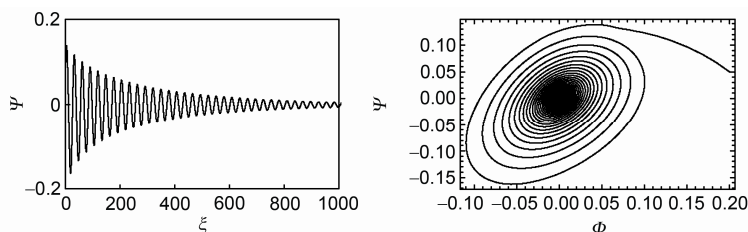


图 7 $\tau=2.3$ 时压缩系统压升随时间的变化及相图

Figure 7 Transient compressor behavior for $\tau=2.3$.

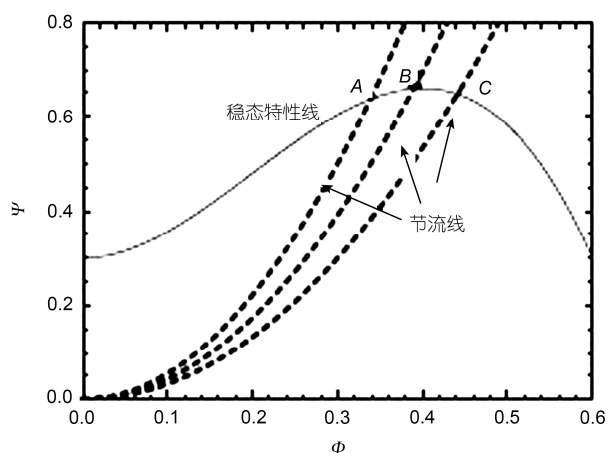
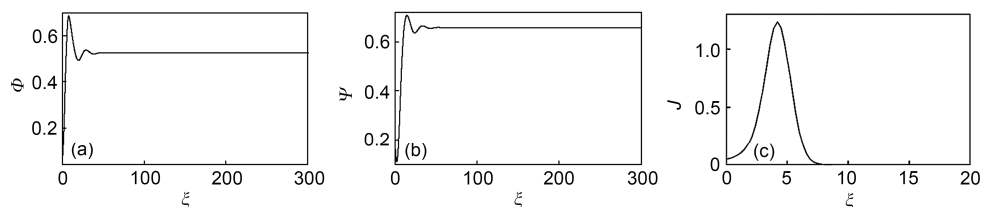


图 8 压气机压升特性线与节流线

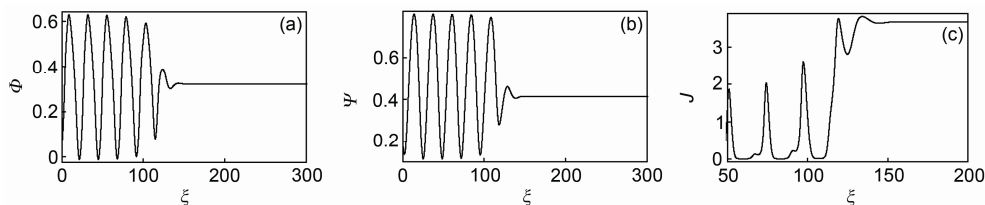
Figure 8 Characteristic curves of pressure rise and streamlines.

的压升和流量会稳定下来, 但是扰动的振幅却增大到一定值, 旋转失速工况出现, 这时压气机周向存在一扰动模态波, 会造成压气机叶片上气流的分离, 降低压气机效率。

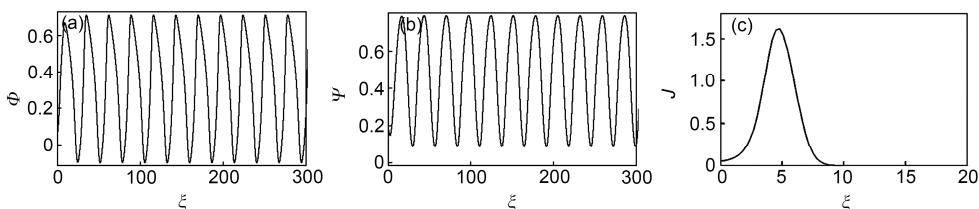
Greitzer^[2]指出, 对于每个压气机系统, 存在一个重要的参数 B , 这个参数与压缩机的转速和结构有关, 存在一个临界的参数 B_{cri} , 当系统的参数 B 的值大于 B_{cri} 时, 系统会进入到喘振状态. 小于 B_{cri} 时, 进入到旋转失速. 如图 11 所示, 对应着压气机的喘振工况, 此时的 Greitzer 参数 B 超过了临界值, 系统由旋转失速的稳态进入到周期振动的喘振工况. 压气机内的压升和气流流量产生持续的周期振荡, 从图 11(c)中可以看到, 此时周向扰动一次谐波的振幅衰减到零, 周向扰动消失, 喘振状态对应着压气机的轴

图 9 $\tau=0.03, B=0.5, r=0.65$ 时, 压升、流量、扰动振幅随时间的变化

(a) 压升系数, (b) 流量系数, (c) 扰动一次谐波振幅

Figure 9 Transient behaviors of pressure rise, mass flow and disturbed amplitude versus time for $\tau=0.03, B=0.5, r=0.65$. (a) Pressure rise, (b) mass flow, (c) disturbed amplitude.图 10 $\tau=0.03, B=0.5, r=0.5$ 时, 压升、流量、扰动振幅随时间的变化

(a) 压升系数, (b) 流量系数, (c) 扰动一次谐波振幅

Figure 10 Transient behaviors of pressure rise, mass flow and disturbed amplitude versus time for $\tau=0.03, B=0.5, r=0.5$. (a) Pressure rise, (b) mass flow, (c) disturbed amplitude.图 11 $\tau=0.03, B=0.6, r=0.5$ 时, 压升、流量、扰动振幅随时间的变化

(a) 压升系数, (b) 流量系数, (c) 扰动一次谐波振幅

Figure 11 Transient behaviors of pressure rise, mass flow and disturbed amplitude versus time for $\tau=0.03, B=0.6, r=0.5$. (a) Pressure rise, (b) mass flow, (c) disturbed amplitude.

向振动, 是一种低频大振幅的振动, 会对叶片产生持续的往返作用的力, 使叶片发生疲劳断裂, 从而导致压气机的损毁, 造成严重的事故, 因此喘振状态是压气机工作中必须避免的情况.

以往的研究中, 没有探讨时滞对轴流压气机工作状态的影响, 认为压气机的旋转失速受到节流参数的影响, 而喘振受节流参数与 Gieitzer 参数 B 共同影响, 而在本文中发现, 时滞参数 τ 也会对压气机的喘振产生影响, 如图 12 所示, 当 Gieitzer 参数 B 小于临界值时, 取定一个比较小的时滞值, 压气机也会进入到喘振工况, 小的时滞值代表着当进口流量减少时, 压升也迅速地发生变化, 气流的调整时间短, 叶片上气流快速分离, 使压气机内部气流出现紊乱, 从

而使压气机从旋转失速进入到工作状态更加恶劣的喘振, 这个时滞的大小, 受到气流黏性, 叶片的结构等因素的影响. 如果在发动机工作时, 采取一定的措施, 增加时滞大小, 在压气机进入到恶劣的工作状况, 能够减缓压气机进入到喘振状态的可能性, 甚至避免出现喘振, 由此避免了由此所到来的风险. 而且可以预测到, 压气机中叶片上的时滞值, 具有可控性, 在今后的研究中, 能够通过实验得到控制时滞大小的策略. 这对于压气机旋转失速与喘振的主动控制, 提供了一种新的思路, 具有重要的意义. 需要指出的是, 时滞参数和参数 B 只有在压气机进气流量很小的情况, 压气机进入到不稳定工作后才会发挥作用, 如图 13 和图 14 所示, 在大的节流参数时, 压气机进气

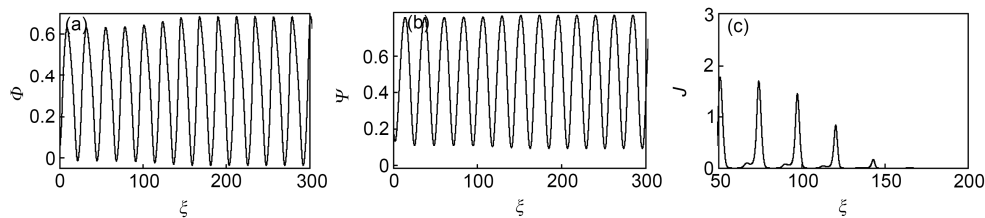


图 12 $\tau=0.02, B=0.5, r=0.5$ 时, 压升、流量、扰动振幅随时间的变化

(a) 压升系数, (b) 流量系数, (c) 扰动一次谐波振幅

Figure 12 Transient behaviors of pressure rise, mass flow and disturbed amplitude versus time for $\tau=0.02, B=0.5, r=0.5$. (a) Pressure rise, (b) mass flow, (c) disturbed amplitude.

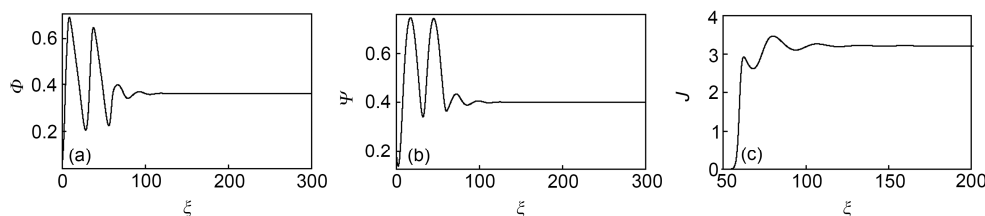


图 13 $\tau=0.03, B=0.6, r=0.57$ 时, 压升、流量、扰动振幅随时间的变化

(a) 压升系数, (b) 流量系数, (c) 扰动一次谐波振幅

Figure 13 Transient behaviors of pressure rise, mass flow and disturbed amplitude versus time for $\tau=0.03, B=0.6, r=0.57$. (a) Pressure rise, (b) mass flow, (c) disturbed amplitude.

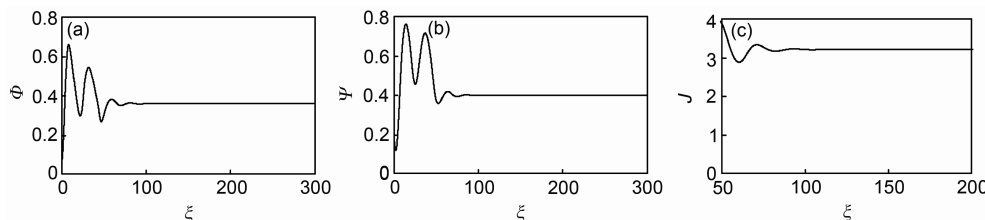


图 14 $\tau=0.02, B=0.6, r=0.57$ 时, 压升、流量、扰动振幅随时间的变化

(a) 压升系数, (b) 流量系数, (c) 扰动一次谐波振幅

Figure 14 Transient behaviors of pressure rise, mass flow and disturbed amplitude versus time for $\tau=0.02, B=0.6, r=0.57$. (a) Pressure rise, (b) mass flow, (c) disturbed amplitude.

情况良好, 压气机不会进入到喘振状况。

通过数值分析我们可以看到, 节流参数和 Greitzer 参数对压气机系统的影响和前人所做的研究一致, 我们探讨了时滞的影响, 发现了以往所没有发现的现象, 即在从旋转失速转化到喘振的过程中, 时滞的大小也会导致系统进入喘振或者退回到旋转失速状态。而且时滞的影响只是在稳态特性线和节流线的交点处于一个不大的范围内才能体现。

4 结论

本文首先在经典的 MG 模型的基础上推导了含有时滞项的模型, 然后对时滞 MG 模型进行非线性动力学理论分析, 发现系统存在一个临界时滞 τ_{cri} , 当时滞值在临界时滞左右两侧变化时, 系统会在临界时滞处发生 Hopf 分岔, 系统的稳定性发生变化, 对应着压气机将进入旋转失速或者喘振状态。减小节流阀参数值, 节流线和稳态特性线的交点进入到压气机特性线的左支, 以往的研究结果表明, 此时压气机是进入到旋转失速还是喘振, 由 Greitzer 参数 B 值的大小来决定, 若 B 大于临界值时, 系统会进入到喘振状态。而小的 B 值对应着旋转失速的状态。新建的时滞 MG 模型, 在取定时滞值时, 能够得到相同的结论。但是时滞值发生变化时, 我们发现了新的现象, 在从失速发展到喘振的过程中, 时滞值的大小也会对此产生影响, 同样存在一个临界的时滞值 τ_{cri} , 当

时滞值小于临界时滞时, 系统也会出现表征喘振的轴向的周期振动, 也就是说, 在从旋转失速到喘振变化的很小的范围内, 压气机叶片上压升变化的时间滞后的大小也会对系统的不稳定工作形式产生本质的影响。参数变化时, 从旋转失速到喘振的过程是短暂的, 而且是非常复杂的, 至今我们尚未完全认识到两者之间的关系, 我们的研究进一步地揭示了影响旋转失速向喘振转变的因素, 而且从我们的研究中发现, 当压气机进气量减小时, 为了避免压气机进入到喘振状态, 采取一定的措施, 使压气机叶片上压升变化的时间滞后增大, 来保证气流从紊乱状态调整到有序的状态所需要的时间, 能够减轻压气机内部的气流分离状况。当然需要认识到的是, 这个时滞并不是可以随意地取很大, 因为时滞的大小受到了转速以及气流的性质等因素的限制, 这些问题还需要进一步地研究。把时间滞后考虑到压气机失速与喘振状态的研究, 推动了对压气机从旋转失速发展到喘振状态的过程的认识, 在工程上如果能够采用合理的措施来控制压升和扰动之间时滞的大小, 从而主动的影响压气机的工作状态, 这将对避免压气机事故的发生具有重要的意义。但是必须认识到的是, 我们只是在理论上得到了有意义的结论, 这样的结论还需要在实际的实验中验证, 而且还存在着压气机中时滞大小如何测定, 叶片的设计中哪些因素会对时滞的大小产生影响等一系列问题, 这些问题会推动着我们作进一步的研究。

参考文献

- Emmons H W, Person C E, Grant H P. Compressor surge and stall propagation. J Turbomach-Trans ASME, 1955, 77: 455-469
- Greitzer E M. Surge and rotating stall in axial flow compressors: Parts I, II. ASME J Eng Power, 1976, 98(2): 190-211
- Edward M, Greitzer E M. Some aerodynamic problems of aircraft engines: Fifty years after the 2007 IGTI scholar lecture. J Turbomach-Trans ASME, 2009, 131(3): 031101
- Moore F K, Greitzer E M. A theory of post-stall transients in axial compression system: Part I. J Eng Gas Turb Power, 1986, 108(1): 68-76
- Haynes J M, Hendricks G J, Epstein A H. Active stabilization of rotating stall in a Three-Stage axial compressor. J Turbomach, 1994, 116(2): 226-239
- Moore F K. A theory of rotating stall of multistage axial compressors: Part I—small disturbances. J Eng Gas Turb Power, 1984, 106(2): 313-320
- Xu J, Chung K W, Chan C L. An efficient method for studying weak resonant double Hopf bifurcation in nonlinear systems with delay feedbacks. SIAM J Appl Dyn Syst, 2007, 6(1): 29-60
- Gu G X, Sparks A, Banda S S. An overview of rotating stall and surge control for axial flow compressors. IEEE Trans Control Sys Technol, 1999, 7(6): 639-647
- Henderson E, Sparks A. On the suitability of bifurcation stabilization control laws for high order Moore-Greitzer compressor models. In: the Proceedings of American Control Conference. Piscataway: IEEE, 1997. 1: 801-805
- Chaturvedi N A, Bhat S P. Output-feedback semiglobal stabilization of stall dynamics for preventing hysteresis and surge in

- axial-compressors. IEEE Trans Control Sys Technol, 2006, 14(2): 301–307
- 11 Xiao M Q. Quantitative characteristic of rotating stall and surge for Moore-Greitzer PDE model of an axial flow compressors. SIAM J Appl Dynl Sys, 2008, 7(1): 39–62
 - 12 Coller B D. Hopf-Hopf interactions of surge and rotating stall. J Comput Nonlinear Dyn, 2006, 1: 320–327
 - 13 Birnir B, Hou S M, Wellander N. Derivation of the viscous Moore-Greitzer equation for aeroengine flow. J Math Phys, 2007, 48: 065209
 - 14 Xiao M Q, Basar T. Center manifold of the viscous Moore-Greitzer PDE model. SIAM J Appl Math, 2000, 61(3): 855–869
 - 15 Humbert J S, Krener A J. Analysis of higher order Moore-Greitzer compressor models. In: the Proceeding of IEEE International Conference on Control Applications. Hartford: IEEE, 1997

Effects of delay on surge in axial compressors

XU Jian* & CHEN Zhen

School of Aerospace Engineering and Applied Mechanics, Tongji University, Shanghai 200092, China

Time delay always exists between pressure rising and air disturbance in a compression system. A classical MG model is extended to propose a delayed MG model. Both analytical method and numerical simulation are employed to investigate the effect of the time delay, an important physical parameter, on axial compressor surge and rotating stall. Previous studies perform that the rotating stall is only produced by throttle valve and the surge by both throttle valve and Greitzer parameter. The present paper reveals that the delay is an important factor and it may also lead the qualitative change of the surge, namely, there exists a critical delay so that the compression system performs the surge with a large amplitude when value of the delay is less than the critical delay, and the compression system works in rotating stall when value of the delay is greater than the critical delay.

surge, rotating stall, delay MG model, Hopf bifurcation

PACS: 02.30.Oz, 47.20.Ky, 47.60.+i

doi: 10.1360/132012-716