

基于稀疏网格配置方法的超燃冲压发动机 高维不确定性量化^{*}

高嘉豪, 何森生, 刘成诚, 张斌, 刘洪

(上海交通大学 航空航天学院 高超声速创新技术研究实验室, 上海 200240)

摘要: 为了定量地研究随机不确定性对超燃冲压发动机性能评估及优化设计可能带来的影响及其规律特征, 基于高斯过程描述发动机工作状态及来流环境等控制参数随机误差, 建立由自由来流条件、进气道压缩系统以及燃烧加热等构成的发动机输入边界不确定性表征。耦合全局敏感度分析、稀疏网格技术、概率配置方法及等压燃烧热力学分析模型, 提出了面向超燃冲压发动机高维不确定性量化方法, 研究量化了上述随机不确定性输入对典型超燃冲压发动机性能的影响及其不确定性传递特征。结果表明: 马赫数6.0巡航条件下, 发动机的比冲对进气道的压缩过程最为敏感, 占比达到65%~70%, 而对燃烧加热的敏感性最低, 进气道压缩系统的初始压缩激波以及来流马赫数对于整个超燃冲压发动机的比推力敏感性要显著高于其他输入因素; 随着燃烧室入口马赫数由2.0增大到3.0, 单一因素存在5%不确定性导致的发动机比冲性能评估的不确定度由最小的5.5%快速放大到约7.63%, 系统朝着不稳定的方向发展, 多种随机不确定性共同作用下的发动机性能不确定性传递存在一定的耦合效应; 高速进气道正常工作需要处理的空气动能与外部注入的燃料热能之比随飞行马赫数增加呈现近似2次方指数型增长, 从能量流视角开展进一步的分析研究, 将有助于深度理解超燃冲压发动机性能不确定性的传递行为。

关键词: 超燃冲压发动机; 高维不确定性量化; 随机配置方法; 敏感度分析; 热力循环模型

中图分类号: V434 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-4055 (2021) 06-1201-12

DOI: 10.13675/j.cnki. tjjs. 190809

High Dimensional Uncertainty Quantification in Scramjet Performance Analysis Using Sparse Grid Collocation Methods

GAO Jia-hao, HE Miao-sheng, LIU Cheng-cheng, ZHANG Bin, LIU Hong

(Hypersonic Innovation Technology Research Laboratory, College of Aeronautics and Astronautics,
Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200240, China)

Abstract: In order to quantitatively study the possible impact of stochastic uncertainty on the performance evaluation and optimization design of the scramjet engine, based on the Gaussian process, the stochastic errors of control parameters such as the engine operating conditions and the freestream flow parameters has been described in this paper, and the uncertainty of the engine's input boundary consisting of freestream flow conditions, the intake initial compression system, and combustion heating has been established. Coupled with global sensitivity

^{*} 收稿日期: 2019-11-23; 修订日期: 2020-04-02。

基金项目: 国家自然科学基金 (51906146; 91741113)。

作者简介: 高嘉豪, 硕士生, 研究领域为高超声速空气动力学。E-mail: chickenwest@sjtu.edu.cn

通讯作者: 何森生, 博士, 助理研究员, 研究领域为燃烧空气动力学。E-mail: hms880912@sjtu.edu.cn

引用格式: 高嘉豪, 何森生, 刘成诚, 等. 基于稀疏网格配置方法的超燃冲压发动机高维不确定性量化[J]. 推进技术, 2021, 42(6): 1201-1212. (GAO Jia-hao, HE Miao-sheng, LIU Cheng-cheng, et al. High Dimensional Uncertainty Quantification in Scramjet Performance Analysis Using Sparse Grid Collocation Methods [J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2021, 42(6): 1201-1212.)

analysis, sparse grid technology, probabilistic collocation method, and isobaric combustion thermodynamic analysis model, a high-dimensional uncertainty quantification method for the scramjet is proposed, and the transfer characteristics of the above stochastic uncertainties input as well as their impact on scramjet performance are quantified for typical scramjet. The results show that the specific impulse of the engine is most sensitive to the compression process of the intake, accounting for 65% to 70%, and the least sensitive to combustion heating under a cruise condition of Mach 6.0, and the uncertainties coming from the initial compression shock and incoming Mach number of the high Mach number inlet compression system are significantly higher than the other input factors for the specific thrust sensitivity of the entire scramjet. As the combustor entrance Mach number increased from 2.0 to 3.0, the uncertainty of the specific impulse performance evaluation of the engine induced by a single factor of 5% will quickly increase from a minimum of 5.5% to 7.63%, indicating an unstable developing direction, and there is a certain coupling effect in the transmission of engine performance uncertainty under the combination of multiple stochastic uncertainties. The ratio of the kinetic energy of the air that needs to be processed to the high-speed intake to the heat energy of the externally injected fuel exhibits an exponential growth of approximately square power as the freestream Mach number increases, further analysis and research utilizing an energy and exergy analysis tool will be very helpful for a deeper understanding on the transfer behavior of the performance uncertainty of the scramjet engine.

Key words: Scramjet engine; High-dimensional uncertainty quantification; Stochastic collocation method; Sensitivity analysis; Thermodynamic analysis model

1 引 言

在高超声速飞行器中,超燃冲压发动机由于其自吸气的特性,相较于其他系统有着较大的优势^[1],是未来高超声速动力系统的主要发展方向之一。然而冲压发动机是一个多尺度多物理效应强耦合的高维系统,对于其机理的研究较为困难,另外,在实际的使用过程中,由于测量技术、制造工艺,飞行环境等影响,超燃冲压发动机的输入因素都不可能是完全理想化的,即存在一定程度的随机不确定性,这使得实际情况下冲压发动机详细工作机理和性能优化设计的研究变得更加困难。因此,对于超燃冲压发动机来说,深入地认知可能存在的随机不确定性并量化其对发动机工作过程和性能的影响与精细的流动物理场分析同等重要。

通过大涡模拟(Large-eddy simulation, LES)数值研究方法对超燃冲压发动机内/外流场进行高精度计算是目前精度较高的流动物理场分析方法, Huan等^[2]首次尝试了基于LES对超燃冲压发动机燃烧室内流场进行不确定量化分析,因巨大的计算量需要开展多重降维处理和分析,寻求更高效的分析模型和方法仍然是该领域研究的重点。超燃冲压发动机热力学性能分析作为一种简单快速的性能分析方法,也有着较为深入的研究与发展。Roux等^[3-5]提出了一种简单的热力学分析方法,可以对超燃冲压发

动机的性能进行快速分析,提出不同燃烧室燃烧模型来适应各种燃烧,并通过此方法对非理想流动进行了探究,在热力学分析中加入了喷流等非理想因素。Yang等^[6]和Zhang等^[7]等发展了基于多种燃烧模式的冲压发动机热力学分析模型,在考虑温度限制约束下,对超燃冲压发动机在不同压缩比、不同当量比条件下的性能进行了分析,得到了超燃冲压发动机比推力随着压缩比和当量比的变化规律。Zhang等^[7]等通过考虑温度限制和壅塞限制的超燃冲压发动机热力学性能分析,对不同马赫数中不同压缩比和当量比的发动机性能进行了分析,得到了更为准确的冲压发动机性能曲线以及极限边界。

Smart等^[8]分析了澳大利亚昆士兰大学超声速中心关于Hyshot-II超燃冲压发动机的飞行试验数据,其飞行马赫数在 $Ma=7\sim 8$ 区间,得到了燃料管路压力有 $\pm 6.9\text{kPa}$ 的不确定性。Constantine等^[9]给出了HyShot-II在DLR的HEG中的地面测试^[10]来流条件实验数据,结果表明,该实验测量喷管补给区的滞止压力 p_0 、温度 T_0 和焓 H_0 、以及加注氢燃料的气室压力 p_{H_2} 等来流条件测量值存在随机波动。Ekoto等^[11]研究了不同形状但是具有周期性质的粗糙壁面对于超声速边界层的影响,发现了方形凹槽类粗糙面和菱形凹槽类粗糙面对边界层内应力造成不同的影响,得到了仅壁面粗糙程度形式的不同,就可以对流动造成较大影响的结论。而壁面粗糙程度的随机性是

很大的,这也是不确定性的一个方面。这些不确定量即使变化范围较小,也可能对发动机产生很大的影响,甚至会导致超燃冲压发动机不启动^[12]。

由于误差实际存在,在对超燃冲压发动机的研究过程当中,对于这些不确定性的研究也是十分重要的。目前,对于不确定性的研究主要是通过不确定量化方法,即 Uncertainty quantification(UQ),是近年来国际上热门的研究课题,其应用领域包括水文学、流体力学、数据同化和天气预测等。由于UQ问题中的大量随机参数引起超大计算量,如何设计高效的高精度数值方法变得非常重要,与其相关的计算技术和数学理论也引起人们的高度重视。

不确定量化方法可以分为侵入式和非侵入式两种,非侵入式有 Monte Carlo 方法、Collocation 和 Least Squares 等;侵入式则主要指 generalized Polynomial Chaos-Galerkin(gPC-Galerkin)方法。Monte Carlo 方法是一种传统研究不确定性量化问题的方法,有着广泛的适用性和鲁棒性,但存在精度低,计算量大的问题。在早期大多采用改进采样过程(如 Latin 超立方体采样^[13])的 Monte Carlo 法,随后基于 Polynomial Chaos Expansions, PCE 方法逐渐取代了 Monte Carlo 法。2000年以后,Xiu等^[14-15]先后提出了不确定量化标杆性计算方法-加速收敛的不确定密度函数多项式基类 gPC 方法以及结合 Monte Carlo 法、传统 Galerkin 优点的 Collocation 方法对于高维的不确定性问题。Xiu等^[15]在2005年文中对比了三种配置点的选择,证明了高维条件下 Smolyak 稀疏网格的实用性。

在超燃冲压发动机的研究中,不确定量化方法已经有了初步的应用。Witteveen等^[16]介绍了燃料注入过程不确定性对发动机性能包线的影响过程,结合配置点法,文中发展了一套不确定量化解决方案,能够对随机不确定性、主观不确定性和数值误差进行量化分析,他们研究了 HyShot-II 超燃冲压发动机的实验数据^[8]和不确定传播过程,得出结论:壁面压力结果的99%置信区间有8.026%不确定度,其中主观不确定性贡献最后结果不确定性的主要部分^[17]。Crow^[18]研究了 Hyshot-II 和 HyFire-2 两种构型超燃冲压发动机^[19-20]中热辐射计算的不确定性问题。对于热辐射的计算,作者使用了离散坐标方法,该方法涉及到分子谱模型和网格加密,因此作者主要研究这两种数值过程中参数的主观不确定性。通过将不确定性当作线性扰动加入到计算当中,作者发现 DOM 计算的热辐射有5%的不确定度。Gianluca等^[21]引入 Multifidelity Multilevel Monte Carlo 即多保真多重蒙特

卡洛方法用于对 HiFire-2 进行不确定性分析。

本文通过热力学方法建立超燃冲压发动机性能分析模型,引入稀疏网格配置高精度不确定性量化方法描述多种系统状态和工作环境随机不确定性的传递,结合全局敏感度分析研究获得超燃冲压发动机性能敏感的主要不确定性参数,在此基础上,进一步研究多种主要不确定性输入变量之间耦合效应及其对超燃冲压发动机比冲性能分析的影响规律。基于UQ的热力学性能分析的本质是通过构建发动机系统状态及工作环境与系统性能之间复杂而又确定的物理关系,研究并量化系统状态及工作环境的不确定性所引起的系统性能不确定度,进而得到系统性能的不确定性传递行为及度量。

2 物理模型与计算方法

2.1 基于热力学方法的发动机性能分析模型

真实的超燃冲压发动机工作过程是一个高度非线性的多物理、多尺度耦合复杂动力学过程,对其流动物理过程的精细化数值解析伴随着计算成本的指数化增长,对此图1给出了非常形象化的展示。另外,面向超燃冲压发动机的不确定性研究已表明,尽管基于NS方法的流场解析能够获得相对准确的流场性能评估和不确定性传递行为特征,却面临着非常庞大的“维数灾难”问题^[2]。在此基础上,为了进一步简化问题,本文基于经典的热力学方法建立发动机性能分析模型。

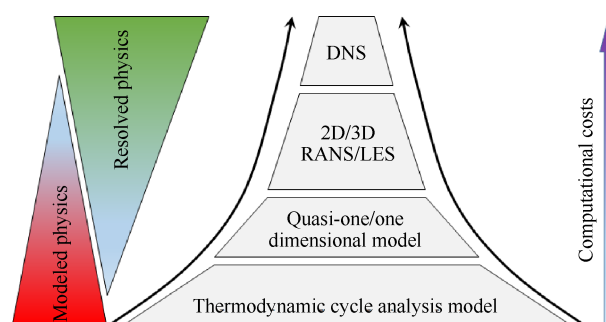


Fig. 1 Contradiction between physical analysis and computational cost on scramjet

图2给出了本文采用的等压燃烧循环模型示意图,作为一种简单快速的性能分析方法,在超燃冲压发动机总体性能分析和优化设计研究中得到了广泛的应用^[6-7,21]。

该模型中,超燃冲压发动机燃烧室采用等压燃烧方式,详细的数学模型推导过程可以进一步参考相关文献^[6-7,21]。整个热力学循环主要涵盖三个

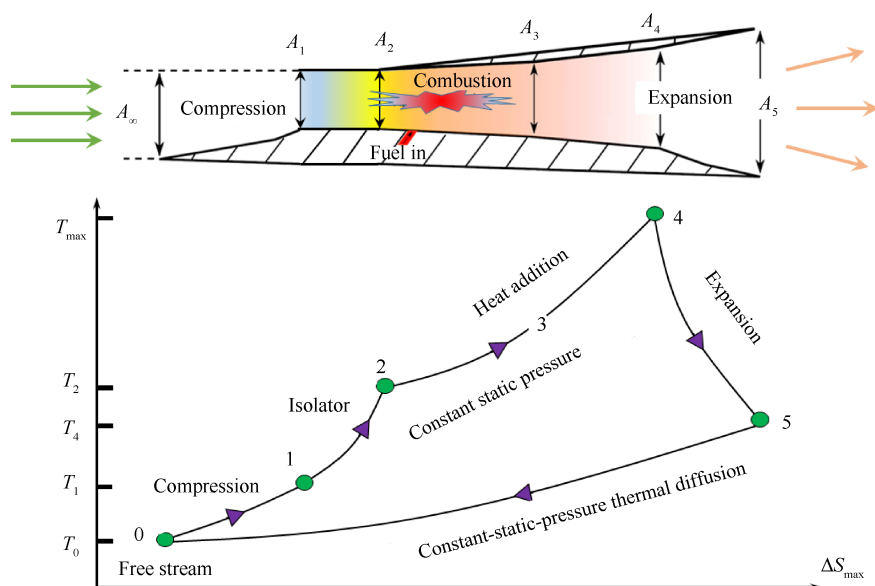


Fig. 2 Thermodynamic cycle analysis model of a hypersonic scramjet engine

基本过程,即压缩、加热、膨胀。

2.1.1 压缩过程

考虑到高超声速飞行环境下,超燃冲压发动机的进气道压缩系统与飞行环境和状态参数(尤其是飞行攻角、来流马赫数等)之间存在强耦合效应,本文引入多波系设计方法来表征进气道减速增压过程,以明确压缩波系的设计不确定性对发动机性能评估的影响。

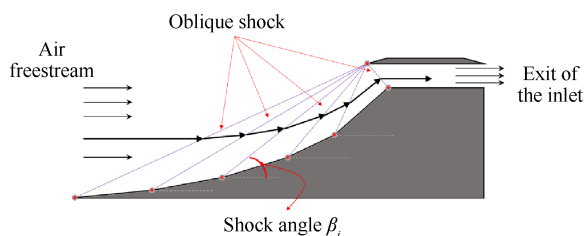


Fig. 3 Compression shock system based on multi-wave methods modeling for hypersonic inlet

如图3所示,整个进气压缩过程(涵盖隔离段)包含6道压缩激波,以进气道的出口马赫数为输出变量,波系结构的设计和计算过程满足以下三个基本约束:(1)出口速度的方向要与来流方向一致。(2)出口速度为一个给定的值。(3)给定激波角不应大于90°。按照平面斜激波关系式,来流的出口角度可以通过式(1)给出的几何关系和斜激波前后角度关系求出,式中 δ, β, Ma_1 和 γ 分别代表斜激波后气流偏转角、激波角、波前马赫数和绝热指数。迭代计算出口马赫数 Ma_2 ,通过约束(2)~(4)进一步给出燃烧室入口状态参数,式中 T^*, u, h, R 分别代表气流的总温、绝

对速度、静焓和气体常数,下标2和 ∞ 分别代表燃烧室入口和自由流截面,限于篇幅,详细的设计流程这里不再赘述。

$$\tan \delta = \frac{Ma_1^2 \sin^2 \beta - 1}{\left[Ma_1^2 \left(\frac{\gamma + 1}{2} - \sin^2 \beta \right) + 1 \right] \tan \beta} \quad (1)$$

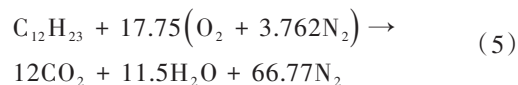
$$T_2^* = T_\infty^* \quad (2)$$

$$h_2 + \frac{1}{2} u_2^2 = h_\infty + \frac{1}{2} u_\infty^2 \quad (3)$$

$$u_2 = Ma_2 \sqrt{\gamma_2 R T_2^*} \quad (4)$$

2.1.2 燃烧加热过程

复杂燃烧过程被简化为等压加热过程,对于煤油和空气燃烧系统,其放热反应可以通过式(5)进行描述^[6-7],由此可以进一步通过式(6)确定给定当量比下燃烧室的总温升比。对于等压燃烧过程,燃烧室出口的状态参数将可以基于式(7),(8),(9),(10)计算得出。式中 q, C_p 分别为煤油的低热值和考虑燃烧环境的燃气定压比热,下标2和4分别代表燃烧室入口和出口截面。



$$\tau = \frac{\phi q}{16.19 C_p T_\infty^*} + 1 \quad (6)$$

$$h_4 + \frac{1}{2} u_4^2 = h_2 + \frac{1}{2} u_2^2 + \frac{\phi q}{16.19} \quad (7)$$

$$p_4 = p_2 \quad (8)$$

$$u_4 = u_2 \quad (9)$$

$$Ma_4 = \frac{u_4}{\sqrt{\gamma_4 RT_4}} \quad (10)$$

2.1.3 膨胀过程

尾喷管内的气流流动近似为等熵膨胀过程,且认为喷管出口达到完全膨胀状态,即喷管出口静压应等于外界自由来流静压,喷管出口状态参数将通过式(11)~(13)确定,下标5代表喷管出口截面。

$$h_5 + \frac{1}{2} u_5^2 = h_4 + \frac{1}{2} u_4^2 \quad (11)$$

$$p_5 = p_\infty \quad (12)$$

$$Ma_5 = \frac{u_5}{\sqrt{\gamma_5 RT_5}} \quad (13)$$

喷管的出口速度一旦确定,则发动机的比冲 I_{sp} (Specific impulse) 可以通过式(14)给出,式中 ϕ, g 分别代表燃料当量比及重力加速度。

$$I_{sp} = \frac{16.19(u_5 - u_\infty)}{\phi g} \quad (14)$$

图4给出了本文热力学模型与文献结果的对比,由于进气道压缩系统采用了不同的模型,局部压缩比条件下发动机性能评估结果存在细微的差别,证明了本文热力学分析模型的正确性。

2.2 不确定性因素的辨识及其高维特性

如图5所示,描述湍流、燃烧及其相互作用等复杂物理过程的认知不确定性因素不在本文讨论的范畴。影响其热力学过程及性能的不确定性因素主要为发动机系统状态及飞行环境带来的随机不确定性,按照来源主要可以分为三部分:(1)跨大气层飞行过程中,大气环境本身存在一定程度的随机波动现象^[23-24],这就导致来流的静压、静温及马赫数均存在一定的不确定性。(2)燃料喷注与燃烧过程,已有

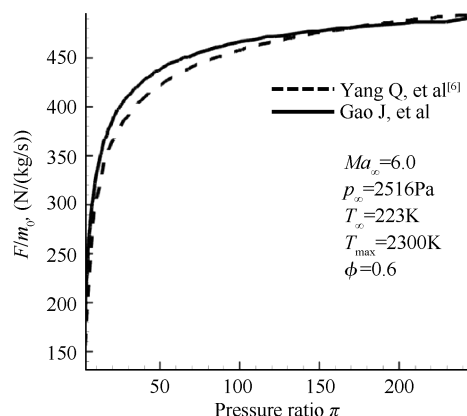


Fig. 4 Comparison of specific thrust performance vs inlet pressure ratio between the present model and results of reference

的研究已经揭示,超声速燃烧过程存在不稳定振荡会导致燃料喷注环境的局部振荡,进而影响燃料喷注的真实压降,尽管这里涉及复杂的流体动力过程,从简化问题的角度出发,在这里统一使用当量比和燃烧效率参数的不确定性来分别描述这两个重要的燃烧释热过程。(3)即为制造和加工引起的系统误差,在这里主要是进气道的多波系组成的压缩系统引起的不确定性。值得注意的是,来流状态的另一个重要输入参数攻角也是引起发动机工作状态的重要不确定性来源之一,著名的 HyShot-II 飞行试验^[8]充分证明了这一点,当然,高超声速进气道特有的流动物理特征可以将飞行攻角带来的不确定性耦合到进气道的压缩波系中。综合上述分析,结合以往针对超燃冲压发动机以及高超声速飞行器不确定性量化的初步探索研究,本文选定自由来流状态参数静压 p_∞ , 静温 T_∞ , 马赫数 Ma_∞ , 进气道6道压缩激波的激波角 β_i ($i=1\sim6$) 以及燃料注入和燃烧释热相关的当量

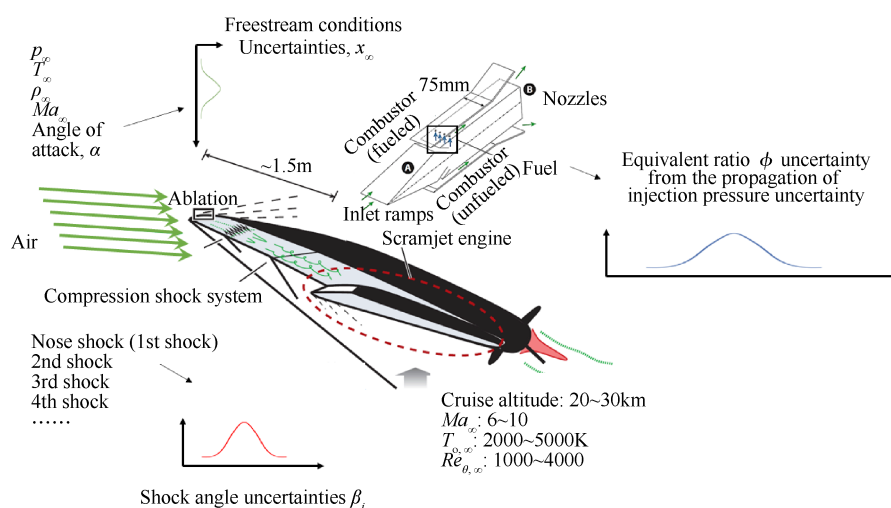


Fig. 5 Thermal-dynamic process in a scramjet under multiple epistemic uncertainty boundary conditions

比 ϕ 和燃烧效率 η 共 11 个维度的随机不确定性输入量。

2.3 高维不确定性量化的数学方法

基于上述发动机系统状态及飞行环境导致的多种随机不确定性辨识,耦合全局敏感度分析、稀疏网格技术、概率配置方法的高维不确定性分析与发动机热力学性能分析模型,提出了多种随机不确定性耦合导致的发动机性能不确定性量化方法,主要分为 3 个步骤:

(1) 利用概率配置方法结合稀疏网格技术生成不确定性输入参数的样本,如图 6 所示。

(2) 利用全局敏感度分析方法,结合发动机热力学性能分析模型,对输入参数样本点所对应的发动机比推力和比冲等主要性能进行敏感性分析,确定主要的模型不确定性输入参数及其对发动机性能的敏感性,对不确定性输入表征进行降维处理,如图 7 所示。

(3) 再次利用概率配置方法结合稀疏网格技术的不确定性量化方法对上述多种主要随机输入参数

耦合作用下的发动机性能不确定性传递行为及量化指标进行分析。

其中,基于稀疏网格的配置方法是本文使用的高维不确定性量化分析方法的核心模块。

2.3.1 概率配置方法

Probabilistic Collocation Method, PCM 是对传统的随机配置方法 (Stochastic Collocation Method, SCM) 的一种改进,是当今最流行的 UQ 计算方法之一,它结合了 Monte Carlo 方法和传统多项式 Galerkin 投影方法的优点。其主要思想是在高斯积分点中选取配置点,计算随机系统的响应量,然后映射到多项式混沌展开 (PCE) 模型上。Villadsen 等^[26]证明了在一维情况下以正交多项式的根作为配置点的 PCM 可以推广到多维空间。这里简要介绍 PCM 方法的构建过程,详细的数学理论推导可以参阅文献[15, 27]。

设输入参数变量 x 的概率密度函数为 $\rho(x)$, 则关于函数 f 的期望值 $E(f)$ 和方差 $D(f)$ 分别为

$$E(f) = \int f(x) \rho(x) dx \quad (15)$$

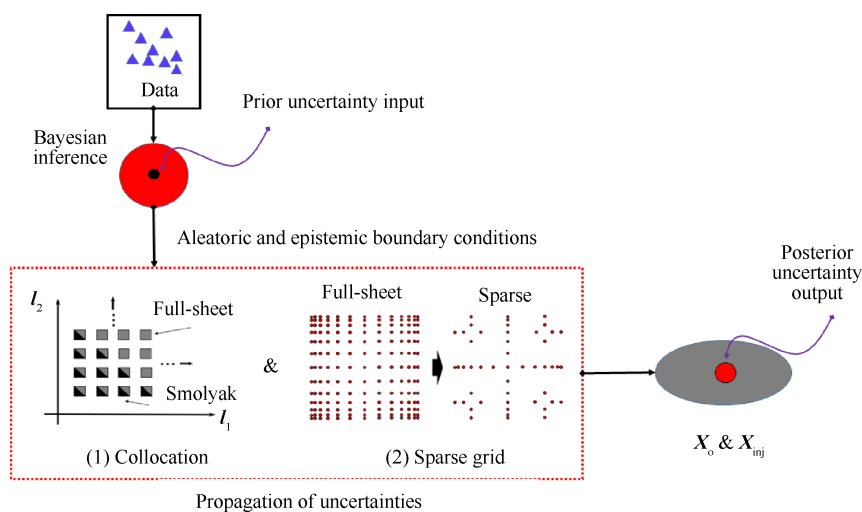


Fig. 6 Construction process of high dimensional stochastic uncertainties input samples

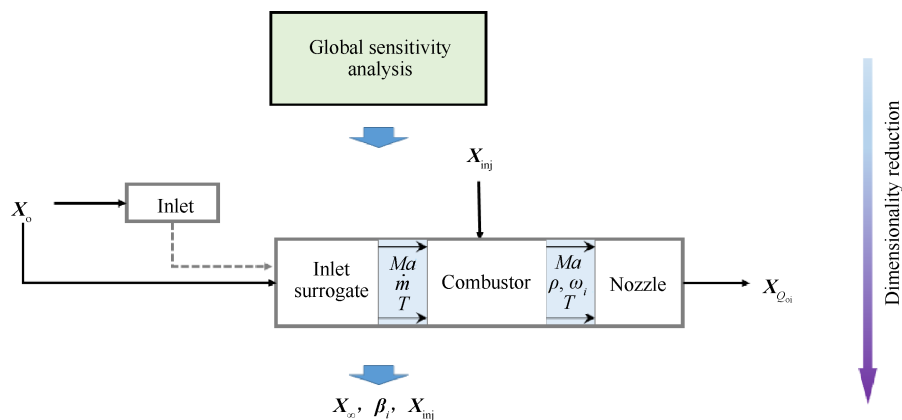


Fig. 7 Dimensionality reduction process based on global sensitivity analysis method

$$D(f) = \int (f(x) - \rho(x))^2 \rho(x) dx \quad (16)$$

由输入变量参数 x 的区间和 $\rho(x)$ 对上述公式进行积分,即可获得对应的平均值和方差。然而对于复杂的响应系统,通常无法获得 $f(x)$ 和 $\rho(x)$ 的解析形式,因此需要一个更为一般的响应面构造方式,如拉格朗日插值方法。考虑输入参数 $\mathbf{X} = (x_1, x_2, \dots, x_N)$ 和函数 $f(x)$,应用拉格朗日插值方法可以得到多项式

$$L(x) = \sum_{j=1}^N f_j l_j(x) \quad (17)$$

$$l_j(x) = \prod_{i=1, i \neq j}^N \frac{x - x_i}{x_j - x_i} = \frac{(x - x_1) \dots (x - x_{j-1}) (x - x_{j+1}) \dots (x - x_N)}{(x_j - x_1) (x_j - x_{j-1}) (x_j - x_{j+1}) \dots (x_j - x_N)} \quad (18)$$

$$l_j(x_k) = \begin{cases} 1, & k = j \\ 0, & k \neq j \end{cases} \quad (19)$$

从而 $L(x_j) = f(x_j)$, 即 $L(x)$ 是对函数 $f(x)$ 的插值拟合多项式。因此,期望 $E(f)$ 可以表述为以下多项式:

$$\begin{aligned} E(f) &= \int f(x) \rho(x) dx = \\ &= \int L(x) \rho(x) dx = \\ &= \sum_{j=1}^N f_j \int l_j(x) \rho(x) dx = \\ &= \sum_{j=1}^N f_j \omega_j \end{aligned} \quad (20)$$

令 $\omega_j = \int l_j(x) \rho(x) dx$ 为函数 $f(x_j)$ 对应的积分权重,则方差可以描述为以下多项式

$$D(f) = \sum_{j=1}^N (f_j - E(f))^2 \omega_j \quad (21)$$

式(18)中, $l_j(x)$ 表达式仅与输入参数变量 $\mathbf{X} = (x_1, x_2, \dots, x_N)$ 有关,即为配置点,显然配置点的选择对于计算精度至关重要。理论上使用拉格朗日插值方法可以对任意选点进行计算,但是好的插值点能够获得更好的计算精度,一般认为,当 $\rho(x)$ 满足高斯分布时,应该选取配置点为 Gauss-Hermite 点,课题组针对 PCM 方法在圆柱绕流^[28]、超声速剪切层^[29]以及真空羽流^[30]等问题上开展了一定程度的探索,验证了该方法在描述输出量的不确定性方面具有良好的可信度。如何处理由于随机输入带来的高维逼近同时满足算法的高精度、稳定性以及最优的收敛性质仍然是 UQ 数学理论研究的前沿之一^[27]。

2.3.2 稀疏网格技术

由于配置点方法的核心是基于张量积 Gauss 点和张量多项式插值,这就面临严重的维数灾难问题,即所需要的张量积节点个数随着不确定性输入变量维数的增加呈指数增长。考虑到对于每一个样本,需要求解与随机问题同等规模的确定问题,这在实际应用中是不能接受的。因此,本文引入 Smolyak 稀疏网格技术^[31]进行高维求积,以减弱维数灾难问题。

该方法本质上仍然是一种张量方法,其基本思想是采用一维求积公式的张量积组合来构造多维求积公式。令 $\Omega_i^{i_j}$ 和 $\omega_i^{i_j}$ 分别表示一维数值积分的节点和相应的积分权重,则 N 维 k 阶稀疏网格精度的数值积分节点表示为

$$\Omega_N^k = \bigcup_{k+1 \leq |i| \leq q} \Omega_1^{i_1} \otimes \Omega_2^{i_2} \otimes \dots \otimes \Omega_N^{i_N} \quad (22)$$

式中 $q = k + N$, $|i| = i_1 + i_2 + \dots + i_N$ 。对应的积分权重表示为

$$\omega_i = (-1)^{q-|i|} \binom{N-1}{q-|i|} \left(\omega_{j_1}^{i_1} \dots \omega_{j_N}^{i_N} \right) \quad (23)$$

高维积分式 $\int_{\Omega} y \Psi_j(\xi) d(\xi)$ 可以表示为:

$$\int_{\Omega} y \Psi_j(\xi) d(\xi) \approx \sum_{l=1}^{N_s} y_l \Psi_j(\xi_l) \omega_l \quad (24)$$

式中 $\xi \in \Omega_N^k$, N_s 为稀疏网格数值积分节点数,满足 $k+1 \leq |i| \leq q$ 。图 6 对比了全张量积方法与 Smolyak 稀疏网格技术在二维条件下的计算节点分布对比。由图 6 可知,相对于全张量积数值积分方法,稀疏网格技术能有效地减少数值积分节点数,相关文献对这一过程进行了较为详细的展示^[25,30],限于篇幅这里不再赘述,

对于 Scramjet 高维系统面临的不确定性输入问题,尽可能的弱化维数灾难问题是至关重要的。应该说,稀疏节点的设计成功地减轻了张量积节点对于维数的严重依赖,目前,基于稀疏节点的插值方法已经在 UQ 计算中取得了很大的成功^[14-15,32-33]。

3 结果与讨论

选取典型的飞行工况开展不确定性量化分析,以获得系统状态及来流环境的不确定性及其耦合效应对发动机比推力等主要性能的影响。表 1 给出了基准工况的相关参数,燃料为煤油(分子式取 $C_{12}H_{23}$),考虑到不同燃烧室入口马赫数下对应的当量比特性差异,本文取燃烧室加热至热壅塞状态下的临界当量比(表中的 $\phi_{critical}$)为基准变量。对于输入变量的不

确定性,结合国内外对相关问题的研究,本文统一取 5% 的不确定度,并采用 Gauss 过程进行描述。

Table 1 Baseline state flow conditions

Parameter	Value
Altitude/km	30
Dynamic pressure/kPa	30
Ma_∞	6.0
P_∞/Pa	1197.03
T_∞/K	226.509
Fuel	Kerosene
$q/(\text{MJ/kg})$	43.2
$C_p/(\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K}))$	1140
ϕ_{critical}	Critical ϕ value under the thermal choking condition

3.1 随机不确定性输入变量的降维可行性

从热力学过程的角度,本文讨论的随机不确定性输入变量涵盖三个类别,为此本文首先给出总体的敏感性分析。图 8 给出了发动机比冲性能对三种类型的不确定性输入变量的总体敏感性分析。结果显示:

(1) 发动机的比冲对进气道的压缩过程最为敏感,占比达到 65%~70%,而对燃烧加热的敏感性最低。发动机比冲性能对三种不同类型的不确定性输入变量的总体敏感性差异较大,与吸气式冲压发动机的热力学循环特征相关。

(2) 随着燃烧室入口马赫数的增加,呈现出两个显著变化特征,一是压缩过程与来流条件、燃烧加热过程的敏感性呈现出截然相反的演化特征,表现为对进气道压缩系统的敏感度逐渐提升,而对来流条件和燃烧加热的敏感性均下降,二是三种不确定性输入条件的敏感性均随燃烧室入口马赫数的增加非线性演化,并逐渐趋于稳定。对于第一个变化特征,需要结合热力学分析进行说明。根据已有针对高马赫数超燃冲压发动机热力学分析的研究^[6-7],发动机的比冲性能主要取决于三个方面,分别为循环效率、热力学损失、加热量的大小。进气道的压缩激波导致的熵增损失则随燃烧室入口马赫数的增大而逐渐减少。根据 Reyleigh 模型,等压燃烧造成的总压损失随燃烧室入口马赫数的增大而迅速增大,量级上约为马赫数 2 次方关系。在本文的计算模型中,加热量直接取决于当量比,考虑到当量比由热壅塞极限决定,总体上燃烧室入口马赫数对加热量的大小影响很小。另外,发动机的循环效率随着进气道压缩比的减小逐渐降低,进一步削弱了加热量对发动机比冲的影响。因此,燃烧室入口马赫数增加带来的加

热损失和进气道压缩损失主导了对发动机比冲的影响程度,而这两个主要物理过程均直接受到进气道压缩比的影响。

对于第二个特征,通过两个关键参数的量化结果进行分析。Michael 通过对高巡航马赫数超燃冲压发动机压缩系统效能的系统分析,在其 2012 年的经典论文中,给出了精度较高的压缩系统动能效率预测模型^[34],如式(25)所示,式中 Ma_2 , Ma_4 分别和燃烧室入口马赫数和出口马赫数, η_{ke} 代表进气压缩系统的动能效率,下标即 Kinetic energy 首字母缩写。

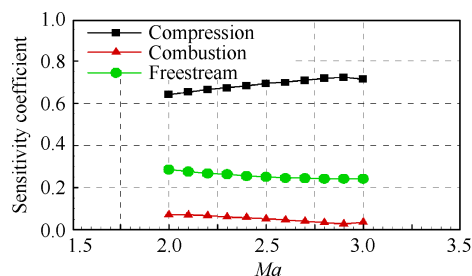


Fig. 8 Comparison of sensitivity under different uncertainty input types

$$\eta_{ke} = 1 - \left(\frac{9.0}{Ma_\infty} \right)^{0.7} \cdot \left[0.018 \left(1 - \frac{Ma_2}{Ma_\infty} \right) + 0.12 \left(1 - \frac{Ma_2}{Ma_\infty} \right)^4 \right] \quad (25)$$

等压燃烧导致的加热损失可以通过式(26), (27)的加热效率进行描述^[35],其中, η_{th} , S , C_p , Q_{add} , Ma 分别代表等压燃烧加热效率、热力学熵、等压比热、加热量及马赫数大小,下标 2 和 4 分别代表燃烧室进口和出口截面。

$$\eta_{th} = 1 - \frac{\exp\left(\frac{S_4 - S_2}{C_p}\right) - 1}{Q_{add}/(C_p T_\infty)} \quad (26)$$

$$\frac{S_4 - S_2}{C_p} = \ln \left[\left(\frac{Ma_4}{Ma_2} \right)^2 \left(\frac{1 + \gamma Ma_2^2}{1 + \gamma Ma_4^2} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right] \quad (27)$$

对比两个关键的效率关系的计算公式不难发现,进气道的动能效率与燃烧室加热效率均为进气道压缩比的指数率关系,在此,以下仅以进气道压缩系统动能效率为例,给出初步的分析和讨论。为不失一般性,同时进行了自由来流马赫数分别为 7.0, 8.0, 9.0 计算,结果如图 9 所示,计算结果表明,进气道压缩系统的动能效率随燃烧室入口马赫数增大的增长速率是逐步减小的,并且在燃烧室入口马赫数约

为自由来流速度 1/2 时出现曲率拐点,此后,随着燃烧室入口马赫数的进一步增大,进气道压缩动能效率增长速率迅速衰减,这一特征与自由来流马赫数的绝对值无关。这就从侧面解释了自由来流为马赫数 6.0 工况下,进气道压缩系统对发动机比冲的敏感性在接近马赫数 3.0 时,开始逐步趋于稳定的原因。

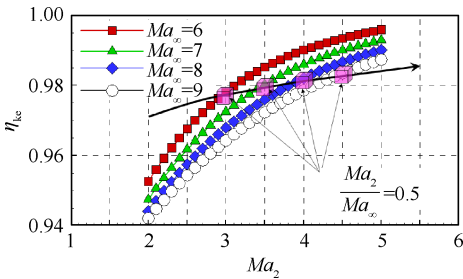


Fig. 9 Inlet efficiency data compared with a number of free stream Mach numbers

图 10 进一步给出了发动机比冲对每一个单一不确定性输入变量的敏感性对比结果。计算结果显示,不确定性输入变量存在显著的分区效应:发动机比冲性能对进气道压缩系统的初始过程,即第一、二道压缩激波以及来流马赫数的敏感性要显著高于其它输入因素;而且随着燃烧室入口马赫数的增大,比冲性能对压缩激波与马赫数的敏感性呈现相反的演化特征,第一道激波的敏感度快速增加,第二道激波的敏感度也在增加,来流马赫数的敏感度逐渐降低。来流的其他条件(压力和温度)不确定性对于超燃冲压发动机的比冲影响不大,即超燃冲压发动机的比冲对于燃烧加热的微小范围变化并不敏感。

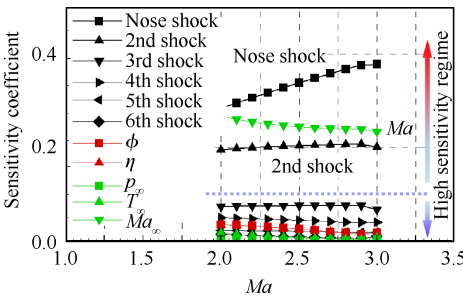


Fig. 10 Sensitivity comparison of engine performance to different uncertainty input variables

为了揭示进气道压缩波系变化导致的上述发动机比冲敏感性影响,提取不同进气道压缩波系变化下的总压恢复情况,表 2 给出了部分压缩比下的结果,由表格统计的结果可以看出,当前给定的 6 波系设计模型下进气道压缩系统的头两道激波构成了整个进气道压缩系统的主要损失,因而发动机比冲性能对该两道激波引入的不确定性最为敏感。

Table 2 Inlet total pressure recovery coefficient comparison to variable combustor entrance Mach numbers

Ma_2	2.0	2.2	2.4	2.6	2.8
1st shock	0.523	0.513	0.500	0.487	0.472
2nd shock	0.638	0.646	0.654	0.662	0.670
3rd shock	0.928	0.927	0.927	0.927	0.927
4th shock	0.928	0.930	0.932	0.935	0.938
5th shock	0.996	0.995	0.994	0.994	0.993
6th shock	0.982	0.984	0.986	0.988	0.990

基于上述分析,发现尽管燃烧过程是构成超燃冲压发动机推进性能的主要因素之一,燃烧加热产生的不确定性带给超燃冲压发动机比冲的影响却显著低于进气压缩系统,流动产生的轻微不确定性对超燃冲压发动机性能影响更大。需要说明的是,对于当量比本文仅讨论了临界状态下的计算结果。已有的研究表明^[6],不同于比推力特性,考虑实际进气道激波压缩导致的损失,高马赫数巡航状态下($Ma_\infty=6.0$ 以上)超燃冲压发动机的比冲在很宽的当量比范围下不存在显著波动。因此,本文以临界当量比值展开讨论并不失一般性。

对于本文讨论的飞行工况条件,发动机性能对多维度随机不确定性的敏感性结果使得可以进一步对不确定性输入变量进行降维处理,有助于后续针对更复杂物理模型开展深入的分析研究。

3.2 多种随机不确定性耦合作用下的量化分析

通过全局敏度分析,已经得到对超燃冲压发动机性能影响较大的主要因素是进气道前两道初始压缩激波和来流马赫数。选取上述三个主要不确定性输入参数进一步分析多因素耦合作用下的不确定性特征。这里主要关注不确定性的传递性,并通过计算最后比冲的误差来衡量这种传递性^[27]。

图 11(a), (b), (c) 分别给出了燃烧室入口马赫数分别为 $Ma_2=2.0$, $Ma_2=2.5$, $Ma_2=3.0$ 下的误差分析结果对比。计算结果显示,发动机系统中,这三个主要因素的不确定度会被系统放大,但是多种因素误差同时存在时,系统所带来的误差并不是对这些因素诱导的单一系统误差的线性叠加,而是存在耦合效应,发动机性能的总不确定度存在一定程度的减小。在燃烧室入口马赫数改变的条件下,这一点是相似的。但是随着燃烧室入口马赫数的升高,各因素所带来的误差也会随之增大,且在 $Ma_2=3.0$ 时出现了较大的误差变化,说明燃烧室入口马赫数大于 3.0 时,系统的误差已经较大,不适合继续增加马赫数。误差传递的比例(即各因素相耦合的误差与它们单独

造成的误差和的比值)增大,这说明随着燃烧室入口马赫数的增大,系统朝着不稳定的方向发展。

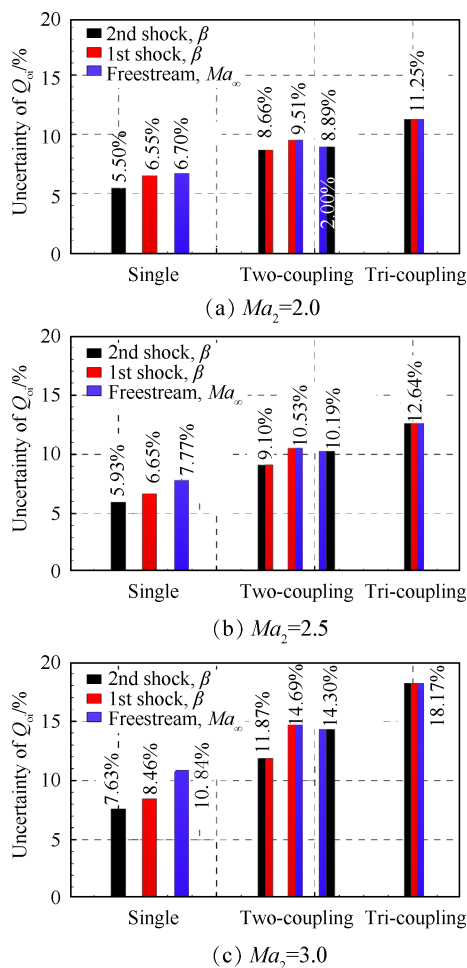


Fig. 11 Characteristics of uncertainty transmission under the coupling of multiple major stochastic uncertainties

为了探究发动机系统的上述不确定性传递特性是否具有普遍性,选取燃烧室入口为 $Ma_2=2.5$ 时进气道、来流、燃烧三方面中每个方面敏感度最小的输入因素进行耦合分析,结果如图 12 所示。结果显示,这三个因素由于本身敏感度比较低,其不确定性对系统误差的影响较小,系统会缩小这些因素带来的误差,但是不确定性传递特性与主要输入因素具有一致性。

3.3 基于能量流视角的进一步讨论

为了更深入地理解上述随机不确定性的传递特征,本文尝试从能量流的视角给出初步的分析。作为吸气式推进系统的关键部件,冲压发动机系统的进气道大都工作在较高速度下,因此对推进效能的影响比常规超声速下的进气系统更大,高速进气道的主要功能是将气流减速增压,其使上游来流减速所转换的动能(转化为压力势能)与发动机燃烧室注

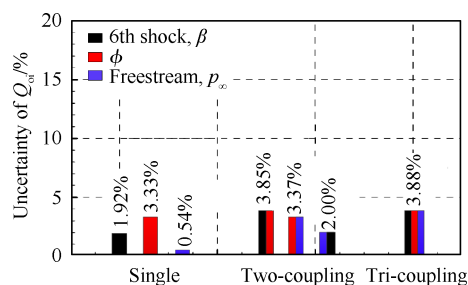


Fig. 12 Characteristics of uncertainty transmission under the coupling of multiple minor stochastic uncertainties

入燃料加入的热能之比,能够大致地反映高速进气道压缩系统在发动机热力学循环过程中的作用。对于煤油与空气燃烧系统,其计算方法可以近似由式(28),(29)表示,式中 E_{inlet} , $E_{combustion}$ 分别代表来流减速所转换的动能(转化为压力势能)与发动机燃烧室注入燃料加入的热能。

$$\frac{E_{inlet}}{E_{combustion}} = \frac{\frac{1}{2} \left\{ \left(Ma_\infty \sqrt{\gamma_\infty RT_\infty} \right)^2 - \left(Ma_2 \sqrt{\gamma_2 RT_2} \right)^2 \right\}}{(\phi_{critical} q) / 16.19} \quad (28)$$

$$\frac{T_2}{T_\infty} = \frac{1 + \frac{\gamma - 1}{2} Ma_\infty^2}{1 + \frac{\gamma - 1}{2} Ma_2^2} \quad (29)$$

为了给出一般性的量化分析,且尽可能简化计算,自由来流及燃烧室入口的比热比均取 1.4,燃烧室出口温度限制阈值取 2500K,则临界当量比取值约 $\phi_{critical}=0.35^{[7]}$,图 13 给出了不同自由来流马赫数下的能量比值。计算结果显示:超声速情况下,高速进气道正常工作需要处理的空气动能与外部注入的燃料热能之比随飞行马赫数增加呈现近似 2 次方指数型增长,即

$$\frac{E_{inlet}}{E_{combustion}} \propto (Ma_\infty)^2 \quad (30)$$

实际上,由于通过进气道压缩系统之后进入燃烧室入口的气体动能占自由来流的初始动能比例较小,以 $Ma_\infty=6.0$ 工况下燃烧室入口马赫数 $Ma_2=3.0$ 为例,这一比例仅约为 7.8%,因此,可以认为进气道压缩系统将自由来流的绝大部分动能转换成了内能,因此式(28),(29)可以简单推导出式(30)。图 13 所示,自由来流马赫数 $Ma_\infty=4.5$ 工况下,进气道正常工作需要处理的空气动能与外部注入的燃料热能相当, $Ma_\infty=6.0$ 下这一比例系数则快速增大到约 1.77 倍,从侧面印证了高超声速巡航马赫数下进气道的

压缩系统因素不确定性对超燃冲压发动机推力性能不确定性影响的主导性。

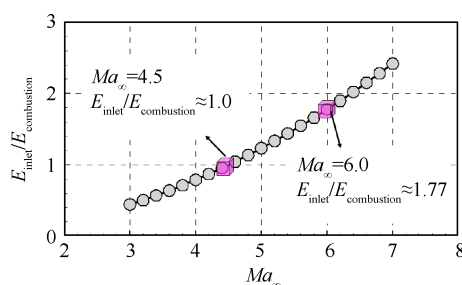


Fig. 13 Compression the kinetic energy of the inlet treatment with the heat added by the combustion

4 结 论

通过本文研究,得到如下结论:

(1)发动机的比冲对进气道的压缩过程最为敏感,占比达到65%~70%,而对燃烧加热的敏感性最低;随机不确定性输入变量存在显著的分区效应,高马赫数进气道压缩系统的初始压缩激波以及来流马赫数对于整个超燃冲压发动机的比冲敏感性要显著高于其他输入因素,可以进一步对高维随机不确定性输入变量进行大幅度降维处理。

(2)随着燃烧室入口马赫数由 $Ma_2=2.0$ 增大到3.0,单一因素存在5%不确定性导致的发动机比冲性能评估的不确定度由最小的5.5%快速放大到约7.63%,系统朝着不稳定的方向发展,多种随机不确定性共同作用下的发动机性能不确定性传递存在一定的耦合效应。

(3)超声速情况下,高速进气道正常工作需要处理的空气动能与外部注入的燃料热能之比随飞行马赫数增加呈现近似2次方指数型增长,自由来流马赫数 $Ma_\infty=4.5$ 工况下,进气道正常工作需要处理的空气动能与外部注入的燃料热能相当, $Ma_\infty=6.0$ 下这一比例系数则快速增大到约1.77倍,从侧面印证了高超声速巡航马赫数下进气道的压缩系统因素不确定性对超燃冲压发动机推力性能不确定性影响的主导性。

从能量流视角开展进一步的分析研究,将非常有助于建立对超燃冲压发动机性能不确定性传递行为的更一般性认识。本文仅给出了初步的探索性研究,基于发动机高维物理模型的进一步分析仍有待开展。

致 谢:感谢国家自然科学基金的资助,感谢李林颖博士在并程序开发和算法理论方面给予的支持,感谢上海交通大学先进推进技术研究中心(Centre of Advanced

Propulsion Technology Research, CAP)在计算平台方面对本文研究提供的支持。

参考文献

- [1] Heiser W, Pratt D, Daley D, et al. Hypersonic Air-Breathing Propulsion[M]. Washington DC: AIAA Education Series, 1994.
- [2] Huan X, Safta C, Sargsyan K, et al. Global Sensitivity Analysis and Quantification of Model Error for Large Eddy Simulation in Scramjet Design[R]. AIAA 2017-1089.
- [3] Roux J A. Parametric Ideal Scramjet Cycle Analysis[J]. Journal of Thermophysics and Heat Transfer, 2011, 25(4): 581-585.
- [4] Roux J A, Choi J, Shakya N. Parametric Scramjet Cycle Analysis for Nonideal Mass Flow Rate[J]. Journal of Thermophysics and Heat Transfer, 2014, 28(1): 166-171.
- [5] Roux J A, Tiruveedula L S. Constant Velocity Combustion Parametric Ideal Scramjet Cycle Analysis[J]. Journal of Thermophysics and Heat Transfer, 2016, 30(3): 698-704.
- [6] Yang Q, Chang J, Bao W. Thermodynamic Analysis on Specific Thrust of the Hydrocarbon Fueled Scramjet[J]. Energy, 2014, 76: 552-558.
- [7] Zhang D, Yang S, Zhang S, et al. Thermodynamic Analysis on Optimum Performance of Scramjet Engine at High Mach Numbers[J]. Energy, 2015, 90: 1046-1054.
- [8] Smart M K, Hass N E, Paull A. Flight Data Analysis of the HyShot II Scramjet Flight Experiment[J]. AIAA Journal, 2006, 44(10): 2366-2375.
- [9] Constantine P G, Emory M, Larsson J, et al. Exploiting Active Subspaces to Quantify Uncertainty in the Numerical Simulation of the HyShot II Scramjet[J]. Journal of Computational Physics, 2015, 302: 1-20.
- [10] Gardner A D, Hannemann K, Pauli A, et al. Ground Testing of the HyShot Supersonic Combustion Flight Experiment in HEG[M]. Berlin: Springer, 2005.
- [11] Ekoto I W, W Bowersox R D, Beutner T, et al. Supersonic Boundary Layers with Periodic Surface Roughness[J]. AIAA Journal, 2008, 46(2): 486-497.
- [12] Liu H, Yan C, Zhao Y, et al. Uncertainty and Sensitivity Analysis of Flow Parameters on Aerodynamics of a Hypersonic Inlet[J]. Acta Astronautica, 2018, 151: 703-716.
- [13] Iman R L, Helton J C. An Investigation of Uncertainty and Sensitivity Analysis Techniques for Computer Models[J]. Risk Analysis, 1988, 8(1): 71-90.
- [14] Xiu D, Karniadakis G E. The Wiener-Askey Polynomial Chaos for Stochastic Differential Equations[J]. SIAM

- Journal on Scientific Computing*, 2002, 24(2): 619–644.
- [15] Xiu D, Hesthaven J S. High-Order Collocation Methods for Differential Equations with Random Inputs[J]. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 2005, 27(3): 1118–1139.
- [16] Witteveen J, Duraisamy K, Iaccarino G. Uncertainty Quantification and Error Estimation in Scramjet Simulation[R]. *AIAA* 2011–2283.
- [17] Wang Q, Duraisamy K, Alonso J J, et al. Risk Assessment of Scramjet Unstart Using Adjoint-based Sampling Methods[J]. *AIAA Journal*, 2012, 50(3): 581–592.
- [18] Crow A J. Computational Uncertainty Quantification of Thermal Radiation in Supersonic Combustion Chambers [D]. *Michigan: The University of Michigan*, 2013.
- [19] Jackson K, Gruber M, Barhorst T. The HIFiRE Flight 2 Experiment: An Overview and Status Update[R]. *AIAA* 2009–5029.
- [20] Jackson K, Gruber M, Buccellato S. HIFiRE Flight 2 Overview and Status Update 2011[R]. *AIAA* 2011–2202.
- [21] Gianluca G, Eldred M S, Iaccarino G. A Multifidelity Multilevel Monte Carlo Method for Uncertainty Propagation in Aerospace Applications[R]. *AIAA* 2017–1951.
- [22] 张 旭, 王 利, 林言中, 等. 超燃冲压发动机总体性能分析[J]. 推进技术, 2014, 35(2): 157–165. (ZHANG Xu, WANG Li, LIN Yan-zhong, et al. Analysis of Overall Scramjet Performance[J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2014, 35(2): 157–165.)
- [23] KSW Champion. Middle Atmosphere Density Data and Comparison with Models [J]. *Advances in Space Research*, 1990, 10(6): 17–26.
- [24] 张 伟, 王小永, 于 剑, 等. 来流导致的高超声速气动热不确定度量化分析[J]. 北京航空航天大学学报, 2017, 303(5): 211–218.
- [25] 颜 勇, 祝培源, 宋立明, 等. 基于非平稳高斯过程的叶栅加工误差不确定性量化[J]. 推进技术, 2017(8): 92–100. (YANG Yong, ZHU Pei-yuan, SONG Li-ming, et al. Uncertainty Quantification of Cascade Manufacturing Error Based Non-Stationary Gaussian Process[J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2017(8): 92–100.)
- [26] Villadsen J, Michelsen M L. Solution of Differential Equation Models by Polynomial Approximation[M]. *New Jersey: Prentice-Hall*, 1978.
- [27] 汤 涛, 周 涛. 不确定性量化的高精度数值方法和理论[J]. 中国科学: 数学, 2015, 45(7): 891–928.
- [28] Chen H, Li L Y, Liu C C, et al. Uncertainty Quantification of the Surface Properties in Hypersonic Rarefied Cylinder Flows[C]. *Glasgow: 31st International Symposium on Rarefied Gas Dynamics*, 2018.
- [29] 刘成诚, 李林颖, 余 彬, 等. 来流速度不确定度对超声速混合层流场特性影响研究[C]. 北京: 第十八届全国激波与激波管学术会议, 2018.
- [30] 陈 浩, 林 震, 刘成诚, 等. 基于直接模拟蒙特卡罗方法的真空羽流不确定量化研究[J]. 推进技术, 2020, 41(1): 73–84. (CHEN Hao, LIN Zhen, LIU Cheng-cheng, et al. Uncertainty Quantification of Vacuum Plume Simulations Using Direct Simulation Monte Carlo Method [J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2020, 41(1): 73–84.)
- [31] Smolyak S A. Quadrature and Interpolation Formulas for Tensor Products of Certain Classes of Functions[J]. *Reports of the Academy of Sciences of the USSR*, 1963, 4: 240–243.
- [32] Nobile F, Tempone R, Webster C. A Sparse Grid Stochastic Collocation Method for Partial Differential Equations with Random Input Data[J]. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 2008, 46: 2309–2345.
- [33] Nobile F, Tempone R, Webster C. An Anisotropic Sparse Grid Stochastic Collocation Method for Partial Differential Equations with Random Input Data [J]. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 2008, 46: 2411–2442.
- [34] Michael K S. How Much Compression Should a Scramjet Inlet Do?[J]. *AIAA Journal*, 2006, 50(3): 610–619.
- [35] Cao R F, Chang J T, Tang J F, et al. Study on Combustion Mode Transition of Hydrogen Fueled Dual-Mode Scramjet Engine Based on Thermodynamic Cycle Analysis [J]. *International Journal of Hydrogen Energy*, 2014, 39: 21251–21258.

(编辑:陈夏夏)