

第二类条件不稳定-振荡型对流

李 崇 银

(中国科学院大气物理研究所, 北京)

摘 要

本文研究了在台风模式中出现的一种第二类条件不稳定 (CISK)-振荡型对流 (不稳定波), 给出了它的结构特征以及产生的基本条件。

热带大气中, 积云对流通通过 CISK 机制可以产生 CISK-振荡型不稳定波, 而积云摩擦 (积云动量混合) 对于这种振荡型对流的产生起着重要的作用。

过去不少人曾设想热带大气中的平流层低层波动可能是对流活动强迫所致。本文的研究则从动力学角度清楚表明, 积云对流加热通过 CISK 机制, 特别是积云动量混合作用所激发的 CISK-振荡型对流是驱动热带平流层低层大气波动和周期振荡现象的重要因素。

一、引 言

一些理论研究和资料分析都发现, 在热带平流层低层和对流层上层有混合 Rossby-重力波及 Kelvin 波存在^[4-6]。前者的纬向波长为 10000 公里, 垂直波长为 5 公里, 周期为 4—5 天 (位相速度为 23 米/秒); 后者的纬向波长大致为 30000 公里左右, 垂直波长约 10 公里, 周期为 10—20 天 (位相速度为 25 米/秒)。

上述热带平流层低层波动的发现, 被认为是动力气象学的重要进展之一, 相继进行了一些探讨, 但不少问题尚待深入研究。例如, 混合 Rossby-重力波和 Kelvin 波的形成机制, 就还没有得到很好的解答。开始, 人们只是设想这些波动是由于对流的强迫所产生的, 因此同积云对流有关。后来, Holton^[7] 用一个诊断数值模式进行了赤道平流层波动形成的试验研究, 他假定在热带的有限区域里有周期性振荡的对流加热, 结果在热带平流层低层激发出了类似 Kelvin 波及混合 Rossby-重力波那样的扰动。显然, 这个试验研究证明了热带平流层低层的波动可能由对流凝结加热所引起。但是, 对流凝结加热的周期振荡又如何产生呢? Holton 没有讨论这个问题。可以设想, 通过某种机制, 对流凝结加热会不会自身激发出一种振荡型波动呢?

在文献 [8] 中, 我们从理论上研究了振荡型对流的物理本质以及产生的条件, 同时还提到在一个台风模式中也发现有振荡型对流出现。本文将就台风模式中出现的振荡型对流, 我们称其为第二类条件不稳定-振荡型对流, 进行初步讨论, 分析它的结构特征, 探讨导致其出现的基本因素, 并进而用这种第二类条件不稳定——振荡型对流, 对热带大气中的周期振荡现象提

出一种理论解释。

二、数学模型

Charney 和 Eliassen^[9] 提出的第二类条件不稳定 (CISK) 理论, 考虑了积云对流与天气尺度的低压扰动间的相互促进, 较好地解释了台风的发生和发展。在他们的理论中, Ekman 抽吸是造成暖湿空气辐合的关键性物理过程, 因此可以称之为 Ekman-CISK。热带洋面上的深厚积云对流, 除了提供巨大的凝结潜热之外, 它对水平动量的垂直输送越来越引起人们的重视。Schneider 和 Lindzen^[10] 简单地将其以积云摩擦的形式表示成

$$F = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} [M(\mathbf{V} - \mathbf{V}_c)], \quad (1)$$

其中 M 是云的垂直质量通量, $\mathbf{V}_c$ 是云体的水平移动速度。深厚积云发展剧烈, 垂直速度很大, 在上升过程中 $\mathbf{V}_c$ 将来不及改变, 故可以视 $\mathbf{V}_c$ 为一常量。最近 Mak^[11] 的研究表明, 积云摩擦作用, 或者说积云所引起的动量混合, 同 Ekman 抽吸一样, 可以造成垂直二级环流, 激发第二类条件不稳定, 即积云动量混合 (CMM)-第二类条件不稳定 (CISK)。

我们在 CISK 机制中, 同时考虑了 Ekman 抽吸和积云动量混合作用。为了简便, 可以假定 Ekman 层顶和积云底处于同一高度层, 在柱对称气压坐标系中, 扰动方程可以写成

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -fu - \frac{\partial}{\partial p} [M(v - v_B)], \quad (2)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial r} = fv, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial p} = -\frac{RT}{p}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial(ru)}{\partial r} + r \frac{\partial \omega}{\partial p} = 0, \quad (5)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} - \frac{ps}{R} \omega = \frac{Q}{c_p}. \quad (6)$$

这里 u , v 和 ω 分别是径向、切向和 p 方向的速度分量; ϕ 和 T 分别为位势和温度; v_B 是云底处的切向风速; $s = -\frac{R}{p} \left(\frac{\partial T}{\partial p} - \frac{RT}{pc_p} \right)$ 是 p 坐标下的静力稳定度参数; Q 是对流凝结加热率。

为了分析方便, 我们引入两个新的变量 ξ 和 ψ , 分别定义为:

$$\xi = rv, \quad (7)$$

$$u = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial p}, \quad \omega = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r}. \quad (8)$$

这样, 由方程 (1)–(5) 可以得到:

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = -f \frac{\partial \psi}{\partial p} - \frac{\partial}{\partial p} [M(\xi - \xi_B)], \quad (9)$$

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t \partial p} = \frac{s}{f} r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) - \frac{R}{fp} r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{Q}{c_p} \right). \quad (10)$$

径向边界条件为:

$$\lim_{r \rightarrow 0} \frac{\phi}{r} = 0, \quad (11)$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \frac{\xi}{r} = 0, \quad \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{\phi}{r} = 0. \quad (12)$$

垂直边界条件为:

$$\omega = 0, \quad \phi = 0, \quad \text{在模式顶;} \quad (13)$$

$$\omega_B = \frac{K p_B}{2f} \frac{1}{r} \frac{\partial(r v_B)}{\partial r}, \quad \phi_B = \frac{K p_B}{2f} \xi_B, \quad \text{在模式底.} \quad (14)$$

这里 $K = \frac{D_E}{H} f \sin 2\alpha$, H 是标高, $D_E = \sqrt{2\nu/f}$, ν 是粘性系数, α 是地面风与等压线的交角, 足标“B”表示 Ekman 层顶.

关于对流凝结加热, 一般用参数化方法处理. 我们考虑了两种过程的影响, 因此边界层的摩擦辐合和积云动量混合作用造成的二级环流都可以为潜热释放作贡献. 这样, 可以把对流凝结加热分为两部分, 一部分是 Ekman 抽吸所引起的, 同 Charney 等的研究类似, 用摩擦层顶的垂直速度 ω_B 参数化表示; 另一部分是积云混合作用造成的, 采用文献 [11] 的方法, 以某参考层的涡度量参数化表示. 用涡度场参数化表示对流凝结加热的问题, Mak^[12] 作过专门论述, 因篇幅关系这里就不再叙述了. 按上述分析, 可以把对流凝结加热简单地写成:

$$Q = c_p \eta(p) \varepsilon \left[M_* \frac{1}{r} \frac{\partial r v_*}{\partial r} + N \frac{1}{r} \frac{\partial r v_B}{\partial r} \right], \quad (15)$$

其中 $\eta(p)$ 为加热分布函数, ε 和 N 均为系数, 足标“*”表示参考层. (15) 式右端第一项是积云动量混合作用的贡献, 第二项是边界层摩擦辐合的贡献.

将 (15) 式代入 (10) 式, 则有

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial r \partial p} = \frac{s}{f} r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) - \frac{H}{f^2} \left[M_* r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \xi_*}{\partial r} \right) + N r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \xi_B}{\partial r} \right) \right] \quad (16)$$

这里 $H = \frac{\varepsilon R f \eta}{p}$, 可视为加热参数.

由于 ϕ 和 ξ 的径向结构必须相同, 我们可以取

$$\phi(r, p, t) = \varphi(r) E(p) e^{\sigma t}, \quad (17)$$

$$\xi(r, p, t) = \varphi(r) A(p) e^{\sigma t}.$$

根据边界条件(由 (11) 和 (12) 式得到)

$$\lim_{r \rightarrow 0} \frac{\varphi}{r} = 0, \quad \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{\varphi}{r} = 0. \quad (18)$$

径向结构函数 $\varphi(r)$ 必须满足方程:

$$r \frac{d}{dr} \left(\frac{1}{r} \frac{d\varphi}{dr} \right) \varphi + \lambda^2 \varphi = 0, \quad (19)$$

其解则为:

$$\varphi(r) = r J_1(\lambda r). \quad (20)$$

这里的 $J_1(x)$ 是第一类一阶 Bessel 函数, λ^2 为一常数.

由 (9) 式和 (16) 式, 并考虑 (19) 式, 垂直结构函数 $E(p)$ 和 $A(p)$ 的控制方程为:

$$\sigma A = -f \frac{dE}{dp} - \frac{d}{dp} [M(A - A_B)], \quad (21)$$

$$\sigma f \frac{dA}{dp} = -\lambda^2 E + \frac{\lambda^2 H}{f} [M_* A_* + N A_B], \quad (22)$$

其边界条件为:

$$E(p_t) = 0, E(p_B) = \frac{K p_B}{2f} A(p_B). \quad (23)$$

这样,方程(21)和(22)以及边界条件(23)组成一个特征值-特征函数问题,对其求解,即可得到特征值 σ ,以及不稳定波的垂直结构。

三、CISK—振荡型对流的结构

对上节所给模型取多层(15层)模式进行数值求解,可以得到特征值(包括不稳定增长率和频率)以及扰动的垂直结构。计算结果表明,通过 CISK 机制不仅可以产生常定不稳定波,并且还可以产生振荡型不稳定波。为了同已有研究比较,图1给出了常定不稳定波的增长率与扰动尺度的关系,其中 Ekman-CISK 是仅有近地面摩擦(Ekman 抽吸)作用的情况,可以看到其结果同过去已有的研究结果基本一致。CMM-CISK 是仅有积云动量混合作用情况,显然,同 Ekman 抽吸类似,积云动量混合作用也可以激发出 CISK。本模式结果与文献[11]的结果一致; Combined-CISK 表示 Ekman 抽吸和积云摩擦共同作用的结果。关于不稳定波的增长率以及不稳定波与对流凝结加热廓线的关系,已另有讨论^[13],这里不再准备再多讨论,下面主要介绍 CISK-振荡型对流的结构。

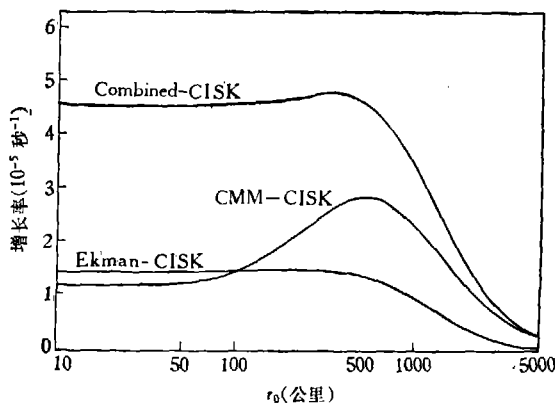


图1 增长率随扰动尺度的变化
(对于常定型不稳定波)

图2给出的是 CISK-振荡型不稳定波的垂直速度场。随时间的周期变化现象极为清楚,同时,垂直速度最大值位于对流层中下层(750毫巴附近),在铅直方向上垂直速度基本上是同号的,但并不呈轴对称分布。

温度和切向风速的时间-高度剖面分别如图3和图4所示。可以看到,它们除了有清楚的周期变化外,不论温度还是切向风速在垂直方向基本上是上下层反号的,若低层为正温度或气旋性扰动,则高层为负温度或反气旋性扰动,反之亦然。比较图3和图4还可以看到,正的温度扰动基本上同气旋性环流相配合,而负的温度扰动基本上同反气旋性环流相配合。温度场和流场的这种匹配结构,反映了气旋性扰动具有热带气旋一样的暖心特征。

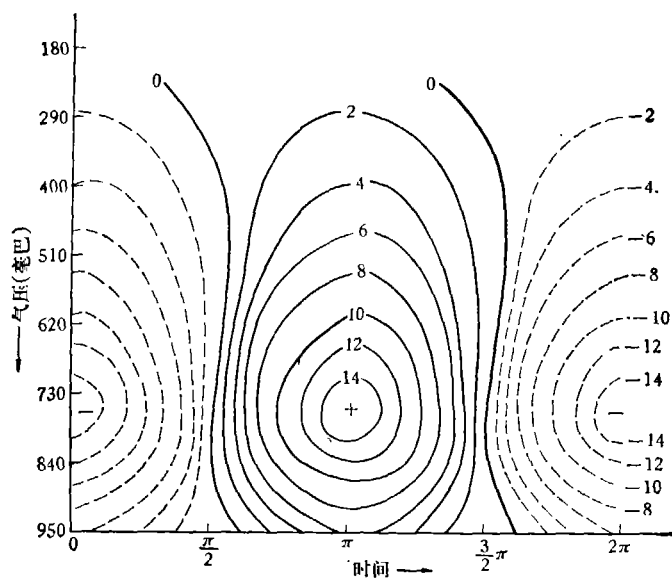


图 2 CISK-振荡型不稳定波的垂直速度场

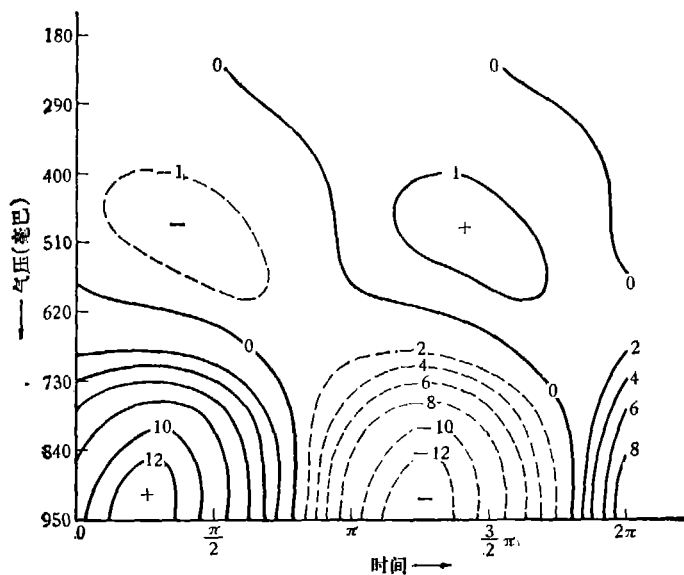


图 3 CISK-振荡型不稳定波的温度场结构

比较图 2 和图 3 还可以看到, 对流层中下层的增温期基本上处于上升运动期间, 而对流层中下层的降温期又基本上处于下沉运动期间。也就是说, 在对流层中下层, 扰动基本上处于暖空气上升、冷空气下沉的状态, 因而有效位能将向扰动动能转换, 使扰动得以不稳定发展。

扰动动能的变化表明, 动能明显地有周期性变化, 但从一个周期到另一个周期扰动动能是增加的, 即有动能的制造。因此, 从能量角度也表明扰动可以不稳定发展。

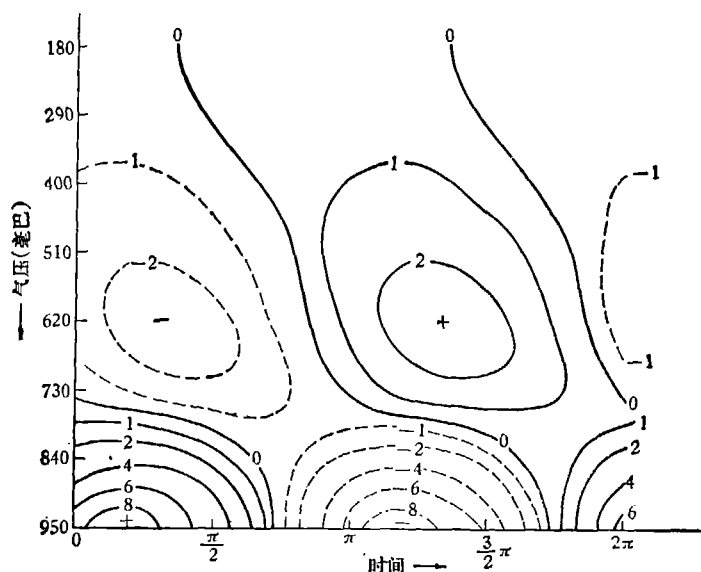


图4 CISK-振荡型不稳定波的切向风速分布

四、CISK-振荡型对流产生的条件

为了更进一步搞清 CISK-振荡型对流产生的条件, 进行进一步的理论分析是很必要的. 为了使问题更加清晰起见, 下面我们简单地讨论两层模式的情况, 以便于求得解析解. 在两层模式下, 由 (21) 和 (22) 式可得到:

$$\sigma A_1 + f \frac{E_2}{\Delta} + \frac{M_2}{\Delta} (A_2 - A_4) = 0, \quad (24)$$

$$\sigma A_3 + \frac{f}{\Delta} (E_4 - E_2) - \frac{M_2}{\Delta} (A_2 - A_4) = 0, \quad (25)$$

$$\sigma f \frac{A_3 - A_1}{\Delta} + \lambda^2 s_2 E_2 - \frac{\lambda^2 H_2}{f} A_4 (M_4 + N) = 0. \quad (26)$$

这里已假定在模式大气顶 ($p_t = 150$ 毫巴) $E(p_t) = 0$, $M(p_t) = 0$; 同时, 取 $A_* = A_B = A_4$, $p_4 = 950$ 毫巴为模式底, $\Delta = 400$ 毫巴.

为了简单, 假定由第 4 层到第 3 层流场呈线性变化, 即取 $A_4 \approx a A_3$, a 为比例系数. 这样, 由 (23) 式可以近似得到

$$E_4 = K b A_3, \quad (27)$$

其中 $b = \frac{a p_4}{2f}$.

经过一系列推演, (24)–(26) 式可以化为如下方程:

$$\begin{aligned} (2 + \delta s_2) \sigma^2 + \left[\frac{f b \delta s_2}{\Delta} K + \frac{f}{\Delta} b K + \frac{M_2}{\Delta} \delta s_2 a - \frac{\delta a}{\Delta} H_2 (M_4 + N) \right] \sigma \\ + \frac{s_2 \delta f b M_2}{2 \Delta^2} K = 0, \end{aligned} \quad (28)$$

其中 $\delta = \lambda^2 \Delta^2 / f^2$. 求解代数方程 (28), 我们可以得到 $\sigma = \sigma_r \pm i\sigma_i$, 其中 σ_r 和 σ_i 分别为:

$$\sigma_r = \frac{H_2 \delta a (M_4 + N) - bfK(s_2 \delta + 1) - s_2 \delta a M_2}{2(2 + \delta s_2) \Delta}, \quad (29)$$

$$\sigma_i = \frac{\sqrt{2(2 + s_2 \delta) M_2 b K s_2 \delta f - [fbK(1 + s_2 \delta) + s_2 \delta M_2 a - H_2 \delta a (M_4 + N)]^2}}{2(2 + \delta s_2) \Delta}. \quad (30)$$

出现不稳定的条件是增长率 $\sigma_r > 0$. (29) 式分子由三项组成, 第一项是边界层摩擦 (N 表示) 和积云动量混合 (M_4 表示) 所造成的对流凝结加热的作用, 它们对增长率有正贡献. 第二和第三项分别代表边界层摩擦消耗和积云摩擦消耗的削弱作用. Charney 等在提出 CISK 理论时就强调指出, Ekman 抽吸引起的潮湿空气辐合对加热的正贡献会大于摩擦消耗, 从而激发起第二类条件不稳定. (29) 式所反映的物理本质同经典的 CISK 理论是一致的, 只是这里有 Ekman 抽吸和积云动量混合两种物理过程.

若有振荡型不稳定波出现, σ_i 必须是不为零的实数, 这就要求

$$2(2 + s_2 \delta) M_2 b K s_2 \delta f - [fb(1 + s_2 \delta) K + s_2 \delta a M_2 - H_2 \delta a (M_4 + N)]^2 > 0 \quad (31)$$

要满足不等式 (31), 其必要条件是 $M_2 > 0$. 换句话说, 积云摩擦作用 (或积云动量混合作用) 是 CISK 振荡型不稳定产生的必要条件. 如果不考虑积云摩擦作用, 即 $M_2 = M_4 = 0$, 则将没有振荡型不稳定波, 而只有常定对流. 多层模式的数值计算结果也表明, 只有当考虑了积云摩擦之后才能产生振荡型对流现象, 同分析解相一致. 这里需要指出一点, 在多层模式的计算中, 当不考虑近地面摩擦 ($K = 0$), 而仅有积云摩擦作用时, 也会有振荡型对流出现, 只是不及两种作用一同考虑时强. (31) 式在这一点上同计算结果略有出入, 因由 (31) 式, 若取 $K = 0$, 则将不再有振荡型不稳定波. 这种差别的产生是由于为便于两层模式求解, 所取的简化假定直接联系着 Ekman 层顶垂直速度所造成的.

(31) 式还表明, 振荡型不稳定波的出现也与加热条件, 科氏参数 f 以及静力稳定度有关. 多层模式的计算结果也证明, 不同强度及不同垂直分布的对流加热对振荡型不稳定波的出现有显著影响; 不同的静力稳定度分布也有一定影响, 当静力稳定度参数不随高度变化时, 则不容易出现振荡型不稳定.

在文献 [8] 中已指出, 振荡型对流的产生同 Rayleigh 数 R , Taylor 数 T 和 Prandtl 数 P 有关. 而 R 主要反映流体被加热的状况, T 和 P 分别主要反映流体的旋转和粘性. 过去的研究表明, 只有在一定的加热和旋转速度以及较小的 (不能为零) 粘性情况下, 才可能出现振荡型对流. 本文的 CISK 模式中, 对流凝结加热和科氏参数 f 是同 Rayleigh 数和 Taylor 数相当的, 大气中分子粘性很小, 一般可以忽略, 在模式中引入积云摩擦就相当于考虑了一定的 Prandtl 数. 因此, 只有当引入积云动量混合时才能产生振荡型不稳定波, 是同过去有关研究的结果完全一致的. 这样, 我们可以认为, 对流凝结加热, Coriolis 参数 f (地球自转) 和积云摩擦是 CISK-振荡型对流产生的基本因素. 尤其是积云摩擦, 不仅仅有消耗作用, 还起着动量和热量交换的作用, 而正是通过这种交换作用, 使对流的发展产生周期性振荡.

五、讨 论

上面的分析和数值计算都已表明, 积云对流加热及积云摩擦通过 CISK 机制, 不仅可以得

到常定对流,还将产生 CISK-振荡型对流。为了说明振荡型对流同实际热带大气中波动的联系,下面我们分析它们各自的周期。热带平流层低层观测到的 Kelvin 波(波长约 20000—40000 公里),其振荡周期为 10—20 天,混合 Rossby-重力波(波长约 10000 公里),其振荡周期为 4—5 天。前面已指出, CISK-振荡型对流不仅同对流凝结加热强度有关,而且更依赖于加热的垂直分布。由于实际大气中对流凝结加热的确切廓线难于知道,只能取几种特殊情况。假定对流凝结加热的垂直分布(即参数 η) 分别在对流层上层,中层和低层有最大,三种情况的计算结果表明,当对流层低层有最大加热时,波长为 9300 公里的振荡型不稳定波的周期为 4.4 天,波长为 24500 公里的振荡型不稳定波的周期为 6.1 天。当对流层中层和上层有最大加热时,波长为 9300 公里的扰动不是振荡型不稳定波,波长为 24500 公里的波是振荡型不稳定波,其周期分别为 16.6 天和 28 天。

上述的计算结果只是几种特例,难于完全同实际大气的情况相比,但初步可以认为, Kelvin 波和混合 Rossby-重力波很可能由 CISK-振荡型对流所驱动,而对流凝结加热和积云摩擦作用通过 CISK 机制具体导致何种周期的波动,却在很大程度上依赖于加热的垂直分布。当对流层低层有较强加热时,有利于产生类似 Kelvin 波那样的振荡型对流;当对流层中上层有较强加热时,有利于产生类似混合 Rossby-重力波那样的振荡型对流。

热带大气经常处于潮湿条件不稳定状态,积云对流活动非常频繁,但对流发展的强度却差异很大,因此造成的对流凝加热也很不同。深厚的积云对流一般可以在对流层中上层造成较强加热,而普通的对流云一般只在中下层对流层造成较明显加热。混合 Rossby-重力波和 Kelvin 波可能分别反映了上述两种对流活动过程。实际资料的分析表明,混合 Rossby-重力波和 Kelvin 波的波长及振荡周期有较宽的变化范围,似乎从另一个侧面反映了这种物理过程,因为积云对流不同,对流凝结加热的强度和垂直分布就不同,通过 CISK 机制造成的振荡型不稳定波的周期就不一样。

六、结 论

热带大气中的波动是一个大问题,本文作了初步探讨,对混合 Rossby-重力波和 Kelvin 波的形成机制提出了一种解释。虽然有些问题有待继续深入研究,但下面几点结论还是有意义的。

1. 对流凝结加热通过 CISK 机制可以激发出一种 CISK-振荡型不稳定波(或称之为 CISK-振荡型对流),这种 CISK-振荡型对流驱动着热带大气中的混合 Rossby-重力波和 Kelvin 波,并造成热带大气中的一些周期振荡现象。

2. 积云对流活动除了产生凝结加热外,积云摩擦(积云动量混合)作用也很重要,对于 CISK-振荡型不稳定波的产生起着关键的作用,如果在 CISK 模式中不考虑积云摩擦作用,则仅有常定型不稳定波,不出现振荡型不稳定波。

3. CISK-振荡型不稳定波是通过 CISK 机制产生的,它具有 CISK 的特征,积云对流与扰动发展有相互促进的正反馈过程。

参 考 文 献

- [1] Matsuno, T., *J. Meteor. Soc. Japan*, 44(1966), 25—43.

- [2] Yanai, M., & Maruyama, T., *ibid.*, **44**(1966), 291—294.
- [3] Lindzen, R. S., *Mon. Wea. Rev.*, **95**(1967), 441—451.
- [4] Wallace, J. M. & Gutzwiller, V. E., *J. Atmos. Sci.*, **25**(1968), 900—907.
- [5] Holton, J. R. & Lindzen, R. S., *Mon. Wea. Rev.*, **96**(1968), 385—386.
- [6] Chang, C. P., *J. Atmos. Sci.*, **27**(1970), 133—138.
- [7] Holton, J. R., *ibid.*, **29**(1972), 368—375.
- [8] 麦文建, 李崇银, 中国科学B辑, 1982, 758—768.
- [9] Charney, J. G. & Eliassen, A., *J. Atmos. Sci.*, **21**(1964), 68—75.
- [10] Schneider, E. K. & Lindzen, R. S., *J. Geophys. Res.*, **81**(1976), 3158—3160.
- [11] Mak, M. K., *13th Technical Conference on Hurricanes and Tropical Meteorology*, December, 1—5, 1980, Miami Beach.
- [12] Mak, M. K., *Tellus*, **33**(1981), 531—537.
- [13] 李崇银, 大气科学, **7**(1983), 3 期.