

基于信息等量压缩的单星星光-惯性制导原理研究

张洪波*, 郑伟, 吴杰, 汤国建

国防科技大学航天与材料工程学院, 长沙 410073

* E-mail: mailto:laugh_talking@163.com

收稿日期: 2008-07-29; 接受日期: 2008-10-15

“十一五”国防预研基金(批准号: 51309060402)

摘要 星光-惯性制导是一种复合制导体制, 它能有效地提高弹道导弹的命中精度. 首先建立了单星平台星光制导的测量模型与修正模型, 提出了信息等量压缩的概念, 研究了其基本原理. 在此基础上, 阐明了单星方案能够与双星方案达到同样精度的原理, 为快速确定单星最佳测星方位提供了理论依据. 最后分析了导航星偏离最佳星方位时的制导误差, 并提出了一种补偿方法.

关键词

星光制导
信息等量压缩
单星方案
最佳测星方位

星光-惯性制导是弹道导弹的一种复合制导方式, 它以惯性制导为主, 并通过测量选定的恒星矢量(参考矢量)获得平台坐标系相对于导航坐标系(发射惯性系)的失准角信息, 进而能够在末修段对导弹的落点偏差加以综合修正, 有效地提高导弹的命中精度^[1]. 可见, 星光-惯性制导的实质是通过矢量观测确定飞行器姿态的问题. 这个问题最早是由Wahba^[2]在 20 世纪 60 年代提出的, 国外经过多年的发展, 产生了各种基于矢量观测求解三轴姿态的算法. 这些算法总体上可以分为两类: 一类是确定性算法, 如QUEST法、TRIAD法等, 这类算法需要同时观测 2 个或多个矢量以直接确定飞行器的姿态^[3,4]; 另一类算法是基于状态最优估计的方法, 最常用的就是扩展Kalman滤波法(EKF), 近年来又发展起各种新型的滤波方法, 主要是解决滤波模型的非线性与模型误差的不确定问题, 这类方法一般要观测 2 个矢量, 通过长时间观测单个矢量也可以使滤波收敛^[5,6]. 国内近年来也逐渐开展起基于矢量观测确定飞行器姿态方面的研究, 研究的重点是多传感器信息融合定姿的滤波算法、基于观测矢量的惯导工具误差辨识等^[7,8]. 这些问题的

研究为星光-惯性复合制导方法的研究提供了有益的参考.

美国在 20 世纪 60 年代开始研究将矢量观测用于潜射导弹的制导问题, 并成功应用于三叉戟 I, II 型导弹上; 前苏联在 20 世纪 70 年代开展了相关研究, 并将相关技术应用于 SS-N-8, SS-N-18 等潜射导弹上. 结果表明, 星光-惯性复合制导能够显著提高导弹的命中精度^[9]. 星光-惯性制导分为单矢量观测与双矢量观测 2 种方案, 即单星方案与双星方案, 从理论上讲, 单星方案能够与双星方案达到同样的精度. 根据星敏感器的安装方式不同, 又可以分为捷联方案与平台方案, 目前只有单星平台方案得到了实际应用. 近年来, 随着捷联惯导的迅速发展, 捷联惯导+星光修正的制导方案是未来发展的方向.

我国从 20 世纪 80 年代起开始对星光-惯性制导方案的原理与实现进行跟踪研究, 得到了一些有益的结果, 研究的内容主要集中在单星方案^[1,10,11]. 单星方案需要测量最佳方位的星体才能达到与双星方案同样的精度, 由于目前我国对单星方案实现原理的研究还不是很透彻, 因此只能采用纯数值计算选

星的方法, 这增加了导弹的射前准备时间, 限制了星光制导的广泛应用.

从原理上讲, 基于测量信息进行参数确定是参数信息的传递与校验的过程. 因此本文从信息传递的角度出发, 基于信息等量压缩的观点, 阐明了单星方案可与双星方案达到同样精度的原理, 提出了最佳测星方位应当满足的条件; 对导航星偏离最佳星时对落点精度的影响进行了分析, 提出了一种补偿方法.

1 单星星光制导的数学模型

在导弹的实际飞行过程中, 平台坐标系相对于发射惯性坐标系的失准角是由初始定位定向误差、惯性平台的初始对准误差及漂移误差等多种因素引起的, 通过对单个星体的观测无法将它们的影响剥离开来, 只能根据观测信息进行综合修正. 在平台方案中, 由于平台结构的限制, 星敏感器只能以某一固定的角度安装在平台上, 发射前确定导航星后, 通过斜调平台使星敏感器对准导航星的方向. 为便于阐明问题, 本文假定影响平台失准角的只有初始定位定向误差, 同时假定星敏感器在平台上可以任意方位安装, 不必斜调平台就能够使星敏感器的光轴对准选定的导航星.

1.1 星光矢量在惯性系与平台系中的表示

设理想的发射点坐标为地理纬度 B_0 、经度 λ_0 , 发射方位角为 A_0 ; 理想的发射惯性坐标系为 $OX_I Y_I Z_I$, 简称 I 系; 实际发射点的坐标与导弹射向分别存在误差 ΔB_0 , $\Delta \lambda_0$ 及 ΔA_0 . 导弹发射时是在实际发射点对准与调平的, 由此建立平台坐标系 $OX_P Y_P Z_P$, 简称 P 系, 它与 $OX_I Y_I Z_I$ 之间的关系可以用绕 3 个轴的失准角 α_x , α_y , α_z 来描述. 在一阶近似下, 平台坐标系到发射惯性系的方向余弦矩阵为

$$C_P^I = \begin{bmatrix} 1 & -\alpha_z & \alpha_y \\ \alpha_z & 1 & -\alpha_x \\ -\alpha_y & \alpha_x & 1 \end{bmatrix}. \quad (1)$$

若记 $\alpha = [\alpha_x \ \alpha_y \ \alpha_z]^T$, $\Delta = [\Delta A_0 \ \Delta B_0 \ \Delta \lambda_0]^T$, 则 α 完全由 Δ 引起, 在一阶近似下存在如下关系^[10]

$$\Delta = D\alpha \quad (2)$$

$$\text{其中, } D = \begin{bmatrix} \cos A_0 \tan B_0 & -1 & -\sin A_0 \tan B_0 \\ -\sin A_0 & 0 & -\cos A_0 \\ \cos A_0 \sec B_0 & 0 & -\sin A_0 \sec B_0 \end{bmatrix}.$$

如图 1 所示, 设导航星在发射惯性坐标系中的高低角和方位角分别为 e_s , σ_s , 其中 e_s 向上为正, σ_s 顺时针方向为正. 星光方向单位矢量 S 在理想发射惯性系中的表示为

$$S_I = [\cos e_s \cos \sigma_s \quad \sin e_s \cos e_s \sin \sigma_s]^T. \quad (3)$$

设星敏感器体坐标系为 $OX_s Y_s Z_s$, 其中 OX_s 轴为光轴, 光轴与星光矢量的夹角很小, 其方向余弦近似为 1. 若星敏感器的输出为 ξ , η , 则星光矢量在 $OX_s Y_s Z_s$ 中可表示为

$$S_S = [1, -\xi, -\eta]^T. \quad (4)$$

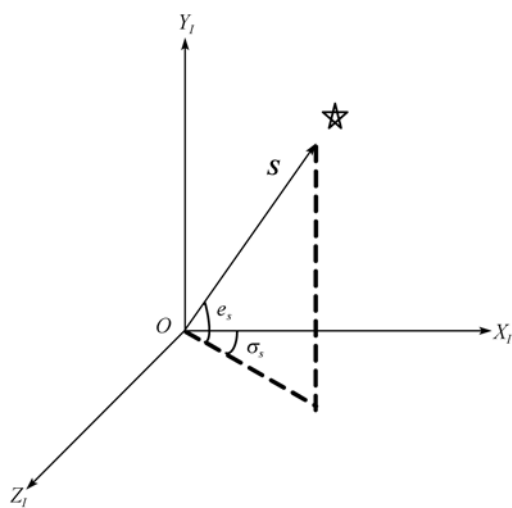


图 1 星光在惯性系中的表示

星敏感器体系与平台坐标系的关系如图 2 所示. 设平台坐标系先绕 y 轴旋转 σ_s , 再绕 z 轴旋转 e_s 后与星敏感器体系重合, 则它们之间的方向余弦阵为

$$C_P^S = M_3(e_s) M_2(-\sigma_s) = \begin{bmatrix} \cos e_s \cos \sigma_s & \sin e_s & \cos e_s \sin \sigma_s \\ -\sin e_s \cos \sigma_s & \cos e_s & -\sin e_s \sin \sigma_s \\ -\sin \sigma_s & 0 & \cos \sigma_s \end{bmatrix}, \quad (5)$$

由此即可得到星光矢量在平台坐标系中的值为

$$S_P = C_S^P S_S. \quad (6)$$

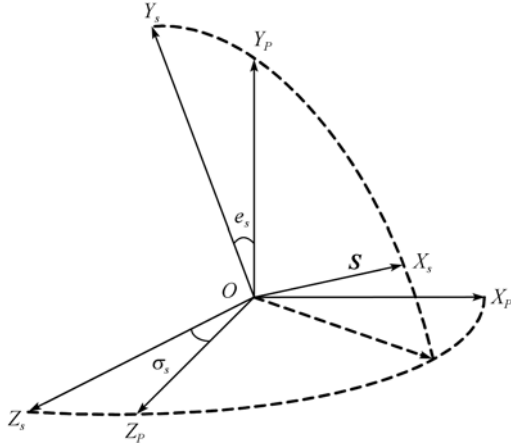


图2 星传感器坐标系与平台系的关系

1.2 星光修正的数学模型

根据坐标系之间的转换关系, 可得

$$S_s = C_P^S \cdot C_I^P \cdot S_I, \quad (7)$$

将各矩阵、向量的表达式代入可得

$$\begin{bmatrix} \xi \\ \eta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \sigma_s & 0 & \cos \sigma_s \\ \sin e_s \cos \sigma_s & -\cos e_s & \sin e_s \sin \sigma_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_x \\ \alpha_y \\ \alpha_z \end{bmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} h_1^T \\ h_2^T \end{bmatrix} \alpha \triangleq H\alpha. \quad (8)$$

记导弹落点的纵向偏差为 ΔL , 横向偏差为 ΔH , 根据误差传递关系, 落点偏差与初始定位定向误差的关系可写成如下偏导数的形式

$$\begin{bmatrix} \Delta L \\ \Delta H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial L / \partial A_0 & \partial L / \partial B_0 & \partial L / \partial \lambda_0 \\ \partial H / \partial A_0 & \partial H / \partial B_0 & \partial H / \partial \lambda_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta A_0 \\ \Delta B_0 \\ \Delta \lambda_0 \end{bmatrix}. \quad (9)$$

将(2)式代入(9)式可得

$$\begin{bmatrix} \Delta L \\ \Delta H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial L / \partial \alpha_x & \partial L / \partial \alpha_y & \partial L / \partial \alpha_z \\ \partial H / \partial \alpha_x & \partial H / \partial \alpha_y & \partial H / \partial \alpha_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_x \\ \alpha_y \\ \alpha_z \end{bmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} n_1^T \\ n_2^T \end{bmatrix} \alpha \triangleq N\alpha. \quad (10)$$

星光修正的模型为

$$\begin{bmatrix} \Delta L_s \\ \Delta H_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1^T \\ k_2^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi \\ \eta \end{bmatrix} \triangleq K\mathbf{w}, \quad (11)$$

修正后的落点偏差为

$$\begin{bmatrix} \delta L \\ \delta H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta L - \Delta L_s \\ \Delta H - \Delta H_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_1^T \alpha - k_1^T \mathbf{w} \\ n_2^T \alpha - k_2^T \mathbf{w} \end{bmatrix}, \quad (12)$$

记 $\mathbf{D} = \begin{bmatrix} D_{ll} & D_{lh} \\ D_{hl} & D_{hh} \end{bmatrix} = E \left\{ \begin{bmatrix} \delta L & \delta H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta L \\ \delta H \end{bmatrix}^T \right\}$, $\mathbf{D}$ 的特征根为 λ_1, λ_2 , 则导弹落点的圆概率偏差为^[1]

$$\text{CEP} = 0.59 \left(\sqrt{\lambda_1} + \sqrt{\lambda_2} \right), \quad (13)$$

(8)式中恒星方位的选择应使得(13)式落点 CEP 最小.

2 最佳测星方位研究

为确定单星复合制导方案的最佳测星方位, 本文提出信息等量压缩的概念, 在此先以几个命题的形式阐明信息等量压缩的基本涵义.

2.1 信息等量压缩

集合是具有某种属性的全体的数学描述, 其中的个体代表了此种属性的某个方面, 因此从信息的角度讲, 个体就是集合的属性信息的载体. 集合之间通过映射使其个体产生对应与联系, 因此映射也可以看作集合之间的属性信息的变换与传递过程. 根据集合与映射的性质, 不难得到如下命题.

命题1 若映射 f 是集合 A 至集合 B 上的双映射, 则 f 是信息等量映射, 此时通过对集合 B 中元素的测量可以唯一确定集合 A 中的对应元素; 若映射 f 仅为单映射, 则 f 是信息压缩映射, 此时对 B 中元素的测量不能唯一确定 A 中的对应元素.

若取命题1中的集合 A 与集合 B 都是 n 维欧氏空间 $\mathbf{R}^n$ 的子空间, 映射 f 取为线性映射, 则 f 可以用 $n \times n$ 的矩阵表示. 设 f 为满射, 则对 $\forall \mathbf{x} \in A, \exists \mathbf{y} \in B$, 使得下式成立

$$\mathbf{y} = \mathbf{M}'\mathbf{x} = [\mathbf{m}_1 \quad \mathbf{m}_2 \quad \dots \quad \mathbf{m}_n]^T \mathbf{x}. \quad (14)$$

若 $\mathbf{M}'$ 是满秩的, 则 $\mathbf{x}$ 与 $\mathbf{y}$ 一一对应, 集合 A 与集合 B 的信息量相等, $\mathbf{M}'$ 为信息等量映射; 否则, $\mathbf{x}$ 至 $\mathbf{y}$ 的映射即存在信息压缩, 由对集合 B 中元素的观测无法唯一地确定出集合 A 中的对应元素, 这表现在方程(14)有无数多组解.

设 $\text{rank}(\mathbf{M}') = r$, 不失一般性, 不妨设 $\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2, \dots$,

m_r 是线性无关的, 记 $M = [m_1 \ m_2 \dots m_r]^T$, 从信息传递的角度讲, $M^T x$ 与 Mx 传递的信息量是相同的, 因此从测量上来看, (14) 式等价于

$$y_M = Mx, \quad (15)$$

(15) 式有无数多组解, 但存在某个特殊的解 x_0 , 它属于 M 的各行向量张成的子空间 $M_s = \text{span}\{m_1 \ m_2 \dots m_r\}$, 记 $x_0 = x_1^0 m_1 + x_2^0 m_2 + \dots + x_r^0 m_r = M^T \cdot X$, 则 $y_M = (MM^T)X$, MM^T 可逆, 由此可得

$$x_0 = M^T (MM^T)^{-1} y_M. \quad (16)$$

可见, x_0 与 y_M 是一一对应的. 若将 2 个列向量的内积定义为 $\langle a \cdot b \rangle = a^T \cdot b$, 则 (15) 式可以写为 $y_M = [\langle m_1 \cdot x \rangle \langle m_2 \cdot x \rangle \dots \langle m_r \cdot x \rangle]^T$, 而 $\langle m_i \cdot x \rangle$ 反映的是 x 在 m_i 上的投影, $m_1, m_2, \dots, m_r$ 是线性无关的, 因此 $y_M = Mx$ 反映的是 x 在空间 M_s 上的投影 x_s , 而 x 在 M_s 的正交补 $M_s^\perp$ 上的投影信息 $x_s^\perp$ 损失掉了. 由于 M_s 是 Hilbert 空间 R^n 的完备子空间, 因此有

$$R^n = M_s + M_s^\perp. \quad (17)$$

根据投影定理, 可知

$$x = x_s + x_s^\perp, \quad (18)$$

因此, 若 (15) 式代表观测方程, M 是不满秩的, 则通过观测量仅能获得 M 的各行向量张成的子空间上的信息 x_s , 该子空间正交补上的信息 $x_s^\perp$ 无法获取. 由此可得如下命题.

命题 2 若 $n \times n$ 维的矩阵 M 是满秩的, 则它代表的线性映射是信息等量映射; 否则 M 代表的是信息压缩映射, 压缩的是 M 的行向量张成的子空间的正交补上的信息.

在命题 2 中, 设 M_s 的另一组基为 $\{t_1 \ t_2 \dots t_r\}$, 记 $T = [t_1 \ t_2 \dots t_r]^T$, $y_T = Tx$, 则 y_T 也反映了 x 在 M_s 上投影的全部信息, x_0 也可以表示为 $x_0 = T^T (TT^T)^{-1} y_T$, 而 $y_M = Mx_0 = M \cdot T^T (TT^T)^{-1} y_T$, 因此从信息压缩的角度看, M 与 T 是信息等量压缩映射, 也即通过对经 T 压缩后的量 y_T 的观测可以唯一的确定经 M 压缩后的量 y_M .

对于 M_s 中的任意向量 V , 不难得到

$$V = M^T (MM^T)^{-1} MV, \quad (19)$$

上式说明 $E_M = M^T (MM^T)^{-1} M$ 相当于 M_s 空间中的单位矩阵 E . 实际上, 若 M 为 n 阶可逆矩阵, 则 E_M

$$= M^T (MM^T)^{-1} M = M^T (M^T)^{-1} \cdot M^{-1} M = E.$$

由 (19) 式同样可知, V 是对应于 E_M 的特征值 1 的特征向量. 对于 M_s 中的任意一组基 $P = \{p_1 \ p_2 \dots p_r\}$ 中的任意向量 p_i , 都有 (19) 式成立; 而对于 $M_s^\perp$ 中的任意一组基 $P^\perp = \{p_1^\perp \ p_2^\perp \dots p_{n-r}^\perp\}$, 都有 $E_M p_i^\perp = M^T (MM^T)^{-1} M p_i^\perp = 0 \cdot p_i^\perp$ 成立, 因此 1 是 E_M 的 r 重特征值, 0 是 E_M 的 $n-r$ 重特征值, 其特征矩阵为 $P_e = [p_1 \dots p_r \mid p_1^\perp \dots p_{n-r}^\perp]$. 因为 M 与 T 是 M_s 空间的 2 组基, 不难得到

$$T^T = M^T (MM^T)^{-1} M \cdot T^T, \quad (20)$$

将上式作等价变换, 可得

$$(E_M - E) T^T = 0. \quad (21)$$

由于 $\text{rank}(E_M - E) = n - r$, 因此齐次方程 (21) 有 r 个线性无关的解向量, 记为 $r_i = [0 \dots 1 \dots 0 \ r_{r+1}^{(i)} \dots r_n^{(i)}]$, $i = 1, 2, \dots, r$,

$R = [r_1^T \ r_2^T \dots r_r^T]^T$, 并记 T 的前 r 列为 T_r , 则有

$$T = T_r \cdot R, \quad (22)$$

(22) 式共有 $r \times (n-r)$ 个独立的方程. 若要使所有的方程都成立, 则 T 至少要有 $r \times (n-r)$ 个独立的变量. 例如, 当 $n=3, r=2$ 时, 只需要有 2 个独立的变量即可使得 (22) 式成立, 也即通过对单个矢量的观测 (有 e_s, σ_s 两个独立变量) 可以完全修正掉 3 个误差因素的影响.

通过上面的分析, 可以得到如下命题.

命题 3 若矩阵 M_1, M_2 对应的线性变换是线性空间 R^n 中的信息等量压缩映射, 则在它们的像子空间上存在一个信息等量映射 M , 使得 2 个像子空间的元素可以互相确定.

将命题 3 的结论推广至一般的空间, 就可以得到如下命题.

命题 4 若映射 f_1, f_2 是集合 A 上的信息等量压缩

映射, 则在它们的像集 $f_1(A)$, $f_2(A)$ 上存在一个信息等量映射 f , 使得两像集中的元素可以互相确定.

命题4说明, 在设计观测器时, 只需要设计与控制系统是信息等量压缩的观测器就能满足要求, 而不必设计全维的观测器, 这能降低观测器的复杂程度.

2.2 只考虑初始定位定向误差的最佳测星方位确定

通过上节的分析可知, 当只考虑初始定位定向误差的影响时, 由(10)式可见, 最终影响落点偏差的只是失准角 α 在 n_1 , n_2 张成的子空间 $N_s = \text{span}\{n_1, n_2\}$ 上的投影 a_s , 因此根据(8)式, 只需选择 h_1 , h_2 , 使得 H 与 N 代表的线性映射是信息等量压缩映射即可, 这样观测信息 w 中就包含了所有的有用信息. H 矩阵中有2个变量 e_s , σ_s 可以选择, 根据(22)式可知, 通过对 w 的测量能够修正初始定位定向误差的全部影响, 也即单星方案能够与双星方案达到同样的精度. 由(8)式可知

$$a_s = H^T (HH^T)^{-1} w, \quad (23)$$

因此, (11)式的星光修正模型为

$$\begin{bmatrix} \Delta L_s \\ \Delta H_s \end{bmatrix} = NH^T (HH^T)^{-1} w. \quad (24)$$

最佳测星方位 e_{sopt} , σ_{sopt} 的求取既可以通过求解方程(22)获得, 也可以根据 $N_s^\perp$ 与 $H_s^\perp$ 相同获得, 即

$$h_1 \times h_2 = \frac{n_1 \times n_2}{|n_1 \times n_2|}. \quad (25)$$

2.3 考虑多种误差因素影响时的最佳测星方位确定

当考虑多种误差因素的影响时, 失准角 α 与误差向量 Δ 存在如下关系

$$\alpha = P \cdot \Delta. \quad (26)$$

通过对星光矢量的观测, 同样可以获得如(8)式所示的观测方程; 但由于失准角 α 是由多种误差因素的综合影响造成的, 而各种误差因素对落点偏差的影响是不同的, 因此类似于(10)式的落点偏差相对于失准角的偏导数关系式是无法准确得到的, 而只能根据各种误差因素的统计分布, 获得最佳意义上的偏导数关系式. 在此基础上, 再根据上节的办法, 确

定最佳测星方位. 考虑多种误差因素时, 无论双星方案还是单星方案都存在上述问题, 双星方案虽然能够完全确定失准角的信息, 但最终用到的也只是单星方案测量到的信息, 因此两者具有相同的精度.

3 导航星偏离最佳星方位时的误差分析

通过上节的方法可以确定出最佳的测星方位, 设此时的观测矩阵为 $H = [h_1, h_2]^T$, 但实际上在最佳方位不一定有满足要求的恒星存在, 只能选择最靠近此方位的某颗恒星, 因此设实际的观测矩阵为 $H' = [h'_1, h'_2]^T$. 导弹的实际落点偏差可以表示为

$$\begin{bmatrix} \Delta L \\ \Delta H \end{bmatrix} = NH^T (HH^T)^{-1} \begin{bmatrix} \xi \\ \eta \end{bmatrix} = NH^T (HH^T)^{-1} H a, \quad (27)$$

通过对星光的观测修正掉的偏差为

$$\begin{bmatrix} \Delta L_s \\ \Delta H_s \end{bmatrix} = NH^T (HH^T)^{-1} \begin{bmatrix} \xi' \\ \eta' \end{bmatrix} = NH^T (HH^T)^{-1} H' a, \quad (28)$$

因此, 导弹最终的落点偏差为

$$\begin{bmatrix} \delta L \\ \delta H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta L - \Delta L_s \\ \Delta H - \Delta H_s \end{bmatrix} = NH^T (HH^T)^{-1} (H - H') a, \quad (29)$$

再根据(13)式, 即可以确定由此引起的圆概率偏差 CEP.

根据上节的分析可知, 导航星偏离最佳方位时, 落点偏差的增大是由于失准角 α 在 $H'_s = \text{span}\{h'_1, h'_2\}$ 的正交补空间 $H'_s{}^\perp$ 上的有用信息 $\alpha_s^\perp$ 无法测到引起的, $\alpha_s^\perp$ 的损失使得测量值 w' 偏离真实值 w . 当导航星的方位一定时, $\alpha_s^\perp$ 的分布是可以确定的, 因此可以通过增加一个修正系数矩阵 $C = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix}$ 来修正测量值, C 中元素的选择是使得修正后的落点 CEP 最小. 此时, 星光修正的方程变为

$$\begin{bmatrix} \Delta L_s \\ \Delta H_s \end{bmatrix} = NH^T (HH^T)^{-1} C w'. \quad (30)$$

4 结论

本文主要基于信息等量压缩的概念, 研究了单星星光-惯性复合制导方案的实现原理, 阐明了单星方案能够与双星方案达到同样精度的原因. 研究的

过程中,作了适当的假设,但得到的结论可以方便推广到实际制导系统的设计之中.只是当考虑多种误差因素的影响时,如何恰当地将导弹的落点偏差表

示为关机点的平台失调角的函数;以及需要斜调平台对准导航星时,如何快速地计算环境函数矩阵是实际使用前需要解决的问题.

参考文献

- 1 陈世年,李连仲. 控制系统设计. 北京: 宇航出版社, 1996. 233—292
- 2 Wahba G. A least squares estimate of spacecraft attitude. SIAM Rev, 1965, 7(3): 409—415^[DOI]
- 3 Bar-Itzhack I Y, Harman R R. Optimized TRIAD algorithm for attitude determination. J Guidance, Control Dyn, 1997, 20(1): 208—211^[DOI]
- 4 Schmidtbauer B. High-accuracy sounding rocket attitude estimation using star sensor data. IEEE Trans Aerospace Electron Syst, 1978, 14(5): 891—897^[DOI]
- 5 Crassidis J L, Markley F L. Minimum model error approach for attitude estimation. J Guidance, Control Dyn, 1997, 20(6): 1241—1247^[DOI]
- 6 Idan M. Estimation of rodrigues parameters from vector observations. IEEE Trans Aerospace Electron Syst, 1996, 32(2): 578—585^[DOI]
- 7 陈雪芹, 耿云海. 一种利用星敏感器对陀螺进行在轨标定的算法. 系统工程与电子技术, 2005, 27(12): 2112—2116
- 8 张红梅, 邓正隆, 林玉荣. 一种基于模型误差预测的UKF方法. 航空学报, 2004, 25(6): 598—601
- 9 Fan Z W. Current state of the development of star light inertial guidance technology and performance analysis. ADA310487, 1996, 5
- 10 肖称贵. 捷联星光制导方案与误差研究. 导弹与航天运载技术, 1997, (4): 1—8
- 11 金振山, 申功勋. 适合于机动弹道导弹的星光—惯性组合制导系统研究. 航空学报, 2005, 26(2): 168—172
- 12 吴翊, 屈田兴. 应用泛函分析. 长沙: 国防科技大学出版社, 2002