

doi: 10.3969/j.issn.1002-0268.2012.01.009

求解路面结构瞬态温度场的半解析法

梅甫良, 李桂苓

(嘉兴学院 力学研究所, 浙江 嘉兴 314001)

摘要: 对路面结构瞬态温度场进行了求解, 并提出了一种空间上解析而时间上有限差分分离的半解析法。首先, 根据路面结构层状特征、传热特点和传热学原理, 建立了路面结构瞬态热传导问题的数学模型, 该模型综合考虑了大气温度、日辐射和地面反射等环境因素变化的影响。其次, 基于时间有限差分分离, 推导了以层间状态变量 (温度和热流密度) 表示的状态方程。最后, 根据矩阵分析理论, 给出了路面结构瞬态温度场的逐时递进公式和基于 MATLAB5.2 平台编制了相应的计算软件。对某一典型路面结构夏冬季瞬态温度场进行了计算, 获得了其时空分布规律, 并与 ANSYS10.0 计算结果进行比较。路面结构上部温度随时间和深度均有显著变化, 当太阳辐射最强时, 温度变化更突出; 随着深度的增加, 温度变化越来越弱。不论何时, 路面结构内存在着沿深度方向的不均匀分布温度场, 所产生的温度应力会诱发裂缝, 路面结构设计时应注意。

关键词: 道路工程; 路面结构; 半解析法; 温度场

中图分类号: U416.201

文献标识码: A

文章编号: 1002-0268 (2012) 01-0048-05

Semi-analytical Method for Solving Transient Thermal Field of Pavement Structure

MEI Fuliang, LI Guiling

(Institute of Mechanics, Jiaxing University, Jiaxing Zhejiang 314001, China)

Abstract: The transient thermal field of pavement structure was solved, and a semi-analytical method which is analytical in spatial domain and finite difference discrete in time domain was put forward. First, a mathematical model of transient heat transfer for pavement structure, which can take air temperature, solar radiation and ground reflecting radiation into account, was established based on the principle of heat transfer, the layer characteristic and the heat transfer characteristics of the pavement structure. Second, the state equations expressed with interface state variables (temperature and heat flux density) were deduced according to time finite difference discrete. At last, the hourly progressive formula of transient thermal field of pavement structure and corresponding computational software were provided based on the theory of matrix analysis and MATLAB5.2 platform respectively. The transient thermal field of a typical pavement structure in summer and winter was calculated to obtain its time-spatial distributions, and were compared with those calculated by ANSYS10.0. The results show that (1) the temperature change is remarkable with time and depth in the upper part of the pavement structure, and it is much more outstanding particularly when solar radiation is strongest, while it becomes weaker with the increase of depth; (2) as there is an uneven thermal field in the pavement structure along its depth direction at any time, the thermal stress may induce cracks, it should be noted in the design procedure of pavement structures.

Key words: road engineering; pavement structure; semi-analytical method; thermal field

收稿日期: 2011-05-06

基金项目: 浙江省嘉兴市科技计划项目 (2009AY2034); 浙江省自然科学基金项目 (y1090250)

作者简介: 梅甫良 (1963-), 男, 浙江桐乡人, 嘉兴学院教授, 博士. (flemi2005@126.com)

0 引言

路面结构为交通运输服务,除了承受车辆荷载之外,还受到外界环境如气温、辐射、风雨等因素的影响。在诸多环境因素中,对路面结构影响最大、最广的是温度,因此路面结构温度场的研究显得极为重要^[1]。

国内外对路面结构温度场的研究方法大致分为^[2]: 统计分析法,即采用回归分析方法建立路面温度场与环境因素之间的关系;理论分析法,即根据气象学和传热学的基本原理建立起来的研究方法。后一种理论分析方法又可分为:解析解^[3-5]和数值解,如空间域上采用有限单元离散的、时间域上采用有限差分离散的数值方法^[6-9]以及空间域和时间域均采用有限差分离散的数值方法^[10-11]。最近,盛宏玉等^[12]基于矩阵分析理论和时间域的差分离散提出了求解层状介质瞬态温度场的半解析法,其求解精度相当高。然而,此方法在求解路面结构瞬态温度场中的应用尚未见报道。

本文将盛宏玉等^[12]提出的半解析法应用于路面结构温度场研究,建立了能够模拟太阳辐射、地面反射等影响因素的数学模型和热交换边界条件,并详细推导出相关的计算公式,为路面结构瞬态温度场的研究方法寻求一条新途径。

1 温度场的数学模型

根据路面结构的传热特点,作如下假设: (1) 各层材料均是均质且各向同性的连续体; (2) 热量仅沿铅垂方向传递; (3) 各层材料之间接触良好,其间热损失不计。基于上述假设,将路面结构瞬态热传导问题简化为铅垂向的一维问题,其结构纵断面和坐标如图1所示。

1.1 热传导方程

$$\frac{\partial T_i(z, t)}{\partial t} = \frac{\lambda_i}{c_i \rho_i} \frac{\partial^2 T_i(z, t)}{\partial z^2} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (1)$$

式中: T_i 为第 i 层材料内的温度分布; λ_i 、 c_i 、 ρ_i 分别为第 i 层材料的热传导系数、热比容和密度; t 为时间; z 为垂向坐标; 路面结构共 n 层, 其中第 n 层为土基层。

1.2 路表边界条件

在路表 $z=0$ 处,属于传热学中的第3类边界条件。考虑到太阳日辐射和路面有效辐射对路面结构温度场的影响,路表边界条件为:

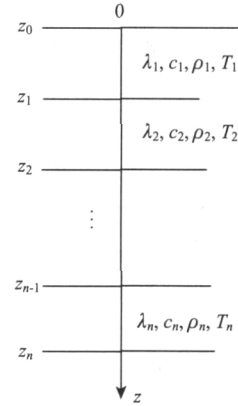


图1 路面结构纵断面示意图

Fig. 1 Schematic diagram of vertical section of a pavement structure

$$-\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial z} \Big|_{z=0} = \beta [T_{a\uparrow}(t) - T_1 \Big|_{z=0}] \quad (2)$$

式中, β 为路表沥青材料与其周围空气之间的热交换系数; $T_{a\uparrow}(t)$ 是大气温度 $T_a(t)$ 、太阳日辐射和路面有效辐射引起的等效气温升高之和。

景天然等^[3]研究大气温度日变化规律后,认为2个正弦函数的组合可以比较精确模拟日气温过程,本文中大气温度采用这一成果,即:

$$T_a = T_{a,mean} + T_{a,ampl} [0.96 \sin \omega(t - t_0) + 0.146 \sin 2\omega(t - t_0)] \quad (3)$$

式中, $T_{a,mean}$ 为日平均温度, $T_{a,mean} = (T_{a,max} + T_{a,min}) / 2$, $T_{a,max}$ 、 $T_{a,min}$ 为日最高温度和日最低温度; t 为时间,规定早晨6:00时 $t=0$; ω 为频率, $\omega = \pi/12$; t_0 为最大太阳辐射与最高气温出现时间的差值加1,一般情况下该时间差为2h,因而 $t_0=3$ 。

景天然等^[3]对太阳日辐射变化过程研究后认为,实际太阳日辐射基本符合半波正弦函数,并考虑到不同纬度、不同季节中日昼时长变化差异很大,总辐射日变化 $Q(t)$ 更一般表示为:

$$Q(t) = \begin{cases} 0 & \left[0, \frac{\pi}{\omega} \left(1 - \frac{m}{2} \right) \right] \\ Q_0 \cos m\omega(t - 12) & \left[\frac{\pi}{\omega} \left(1 - \frac{m}{2} \right), \frac{\pi}{\omega} \left(1 + \frac{m}{2} \right) \right] \\ 0 & \left[\frac{\pi}{\omega} \left(1 + \frac{m}{2} \right), \frac{2\pi}{\omega} \right] \end{cases} \quad (4)$$

式中, $m = 12/c$, c 为实际日照时间,晴天可取气象台提供的日照时间,对多云或阴天可参考文献[2]查取; Q_0 为中午最大总辐射, $Q_0 = 0.131 Q_{\text{日}}$, $Q_{\text{日}}$ 为日太阳辐射总量。

路面反射主要受地面温度、气温、云量、空气

的湿度和透明度等因素的影响,其计算和实测都比较困难。本文采用刘荣辉等^[3]采用的简便的、扩大气温振幅的办法来考虑地面辐射的影响。考虑到各地区各季节中有效辐射的变化不大,气温日振幅扩大量统一按不同天气,即多云或者晴天取 5°C ,阴天取 2°C 。此外,辐射的影响,在气温振幅的扩大量中乘以太阳光的吸收率 a_s 。这样,实际气温振幅的计算公式为:

$$T_{a, \text{ampl}, \text{it}} = T_{a, \text{ampl}} + C_F a_s, \quad (5)$$

式中, C_F 为考虑地面有效辐射的影响系数,晴天 $C_F=5$,阴天 $C_F=2$ 。

综合考虑太阳日辐射、地面辐射等因素引起的等效气温升高之后,计算气温为:

$$T_{a, \text{it}} = T_{a, \text{mean}} + (T_{a, \text{ampl}} + C_F a_s) [0.96 \sin \omega(t - t_0) + 0.146 \sin 2\omega(t - t_0)] + a_s Q / \beta_0. \quad (6)$$

1.3 路底边界条件

在沥青路地基以下的某一深度 $z=H$ 处,与其下土壤之间发生的热流量很小,可以忽略不计,属于传热学中的第2边界条件,即

$$-\lambda_n \frac{\partial T_n}{\partial z} \Big|_{z=H} = 0. \quad (7)$$

1.4 层间连续条件

根据基本假设(3),在2层接触界面处温度与热流密度满足连续条件,即

$$\begin{cases} T_i(z_i) = T_{i+1}(z_i), \\ \lambda_i \partial T_i / \partial z \Big|_{z=z_i} = \lambda_{i+1} \partial T_{i+1} / \partial z \Big|_{z=z_i}. \end{cases} \quad (8)$$

2 状态方程的建立及其求解

引入热流密度:

$$q_i(z, t) = -\lambda_i \frac{\partial T_i(z, t)}{\partial z}. \quad (9)$$

根据方程(1)和方程(9),可将第 i 层路面结构材料的热传导方程改写为:

$$\frac{\partial}{\partial z} \begin{Bmatrix} T_i \\ q_i \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1/\lambda_i \\ -c_i \rho_i (\partial / \partial t) & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} T_i \\ q_i \end{Bmatrix}. \quad (10)$$

方程(10)的系数矩阵中包含对时间的导数,不能直接对其求解,应采用有限差分法沿时间轴对方程(10)进行离散。将时间轴划分为一系列小区间 $\Delta t_j = t_j - t_{j-1} (j=1, 2, \dots)$,其中初时刻 $t_0=0$ 。由于 Δt_j 一般取值很小,所以在区间 $[t_{j-1}, t_j]$ 内可将 t_j 时刻的 $\partial T_i / \partial t$ 表示为:

$$\frac{\partial T_i(z, t)}{\partial t} \Big|_j = \frac{T_i(z) \Big|_j - T_i(z) \Big|_{j-1}}{\Delta t_j}, \quad (11)$$

式中, $T_i(z) \Big|_j$ 为 t_j 时刻第 i 层路面结构材料内的温

度分布。将方程(11)代入方程(10),可以得到如下方程组,即状态方程:

$$\partial \mathbf{R}_i / \partial z = \mathbf{H}_i \mathbf{R}_i + \mathbf{B}_i, \quad (12)$$

$$\text{式中, } \mathbf{R}_i = \begin{Bmatrix} T_i \\ q_i \end{Bmatrix}, \mathbf{H}_i = \begin{bmatrix} 0 & -1/\lambda_i \\ -c_i \rho_i / \Delta t_j & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B}_i = \begin{Bmatrix} 0 \\ c_i \rho_i T_i / \Delta t_j \end{Bmatrix}.$$

方程(12)可以从初始时刻按时间小区逐次求解,在求解 $T_i(z) \Big|_j$ 和 $q_i(z) \Big|_j$ 时, $T_i(z) \Big|_{j-1}$ 已经在前一时间步中求出。特别是在第1个时间步内,作为初始条件 $T_i(z) \Big|_0 = T_i(z, 0)$ 是已知的。因此,方程(12)中的非齐次项是已知的,应用矩阵分析理论,方程(12)的解为:

$$\begin{cases} \mathbf{R}_i(z) = \mathbf{G}_i(z) \mathbf{R}_i(z_{i-1}) + \mathbf{A}_i(z), \\ \mathbf{G}_i(z) = e^{\mathbf{H}_i(z-z_{i-1})}, \\ \mathbf{A}_i(z) = \int_{z_{i-1}}^z e^{\mathbf{H}_i(z-\tau)} \mathbf{B}_i d\tau. \end{cases} \quad (13)$$

特别当 $z=z_i$ 时,有

$$\begin{cases} \mathbf{R}_i(z_i) = \mathbf{G}_i(z_i) \mathbf{R}_i(z_{i-1}) + \mathbf{A}_i(z_i), \\ \mathbf{G}_i(z_i) = e^{\mathbf{H}_i(z_i-z_{i-1})}, \\ \mathbf{A}_i(z_i) = \int_{z_{i-1}}^{z_i} e^{\mathbf{H}_i(z_i-\tau)} \mathbf{B}_i d\tau. \end{cases} \quad (14)$$

根据层间温度和热流密度的连续条件式(8),可得:

$$\mathbf{R}_i(z_i) = \mathbf{R}_{i+1}(z_i), \quad i=1, 2, \dots, N+1. \quad (15)$$

重复利用式(13)和式(15),将路表、路底处的状态量用式(16)联系起来,即:

$$\mathbf{R}_n(z_n) = \bar{\mathbf{G}} \mathbf{R}_1(z_0) + \bar{\mathbf{A}}, \quad (16)$$

式中, $\bar{\mathbf{A}} = \mathbf{G}_n(z_n) \mathbf{G}_{n-1}(z_{n-1}) \cdots \mathbf{G}_2(z_2) \mathbf{A}_1 + \mathbf{G}_n(z_n) \mathbf{G}_{n-1}(z_{n-1}) \cdots \mathbf{G}_3(z_3) \mathbf{A}_2 + \cdots + \mathbf{A}_n$,
 $\bar{\mathbf{G}} = \mathbf{G}_n(z_n) \mathbf{G}_{n-1}(z_{n-1}) \cdots \mathbf{G}_1(z_1)$ 。

根据路表边界条件式(2)及路底边界条件式(7),即可求出路表温度 $T_1(z_0) \Big|_j$ 和 $q_1(z_0) \Big|_j$,然而利用式(13)可以递推求出 $T_i(z_i) \Big|_j$ 和 $q_i(z_i) \Big|_j (i=2, 3, \dots, n)$ 。

3 算例与分析

为了验证笔者提出的半解析数值法的可靠性,取一沥青路面结构,其各层材料、热工特性和厚度见表1。本文采用刘荣辉等^[5]给出的气候参数,见表2。基于MATLAB和以上的半解析法编制相应的计算程序,计算结果如图2和图3所示。

表1 材料、热工特性及厚度

Tab. 1 Material, thermal property and thickness

路面结构	热传导系数/ [kJ·(m· h·℃) ⁻¹]	密度/ (kg·m ⁻³)	热容量/ [kJ·(kg· ℃) ⁻¹]	厚度/cm
沥青面层	4.680	2 300	0.924 9	15
水稳基层	5.616	2 200	0.911 7	20
二灰土底基层	5.148	2 100	0.942 9	30
土基	5.616	1 800	1.040 0	85

表2 典型气候参数

Tab. 2 Typical climate parameters

月份	日最高 气温/℃	日最低 气温/℃	日太阳辐 射总量/ (MJ·m ⁻²)	风速/ (m·s ⁻¹)	日照 时间/h
6(夏季)	30.0	15.0	25.0	2.0	11.0
1(冬季)	-10.0	-20.0	10.0	2.0	7.0

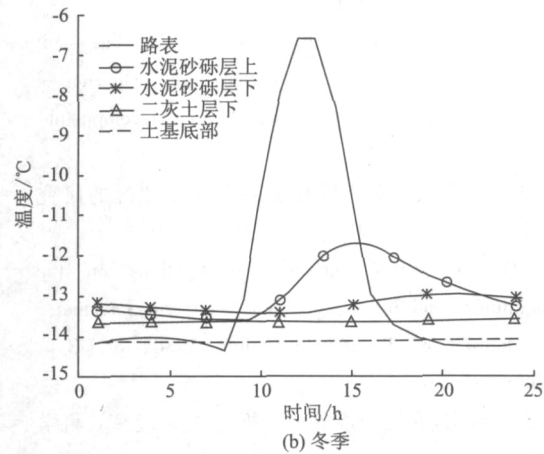
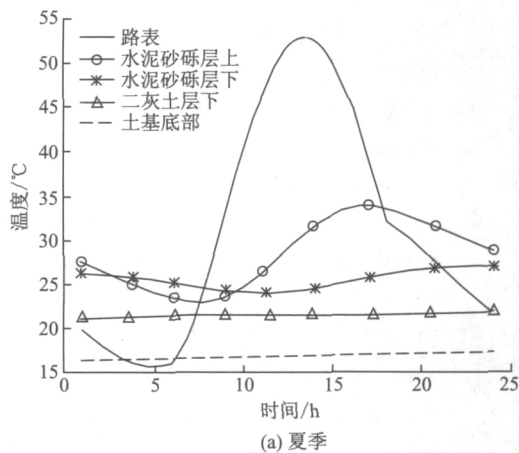


图3 不同深度处温度时间历程曲线

Fig. 3 Relations between temperature and time in different depths

图3给出了路面结构不同深度处温度时间历程关系。由图3可以看出,不论是在冬季还是在夏季,在路面结构上部,温度随着深度和时间均有显著变化,尤其是在日辐射强度最大时,变化更为显著。随着深度的增大,温度变化越来越弱,而达到二灰土层(第3层)下表面处的温度基本上不再随时间和深度变化,这证明了路面结构对气温、太阳辐射和路面反射等因素变化的影响有消减作用。

在太阳日辐射强度不断增加阶段,从路表往下,路面上部温度高于下部温度,并且随深度的增加,温度下降幅度逐渐减弱;过了日辐射强度最大值之后,路表温度接着开始下降,可路表以下的温度却继续升高,这说明路面结构对日辐射变化等因素的影响有延滞作用。随着时间的推移,到了日落,由

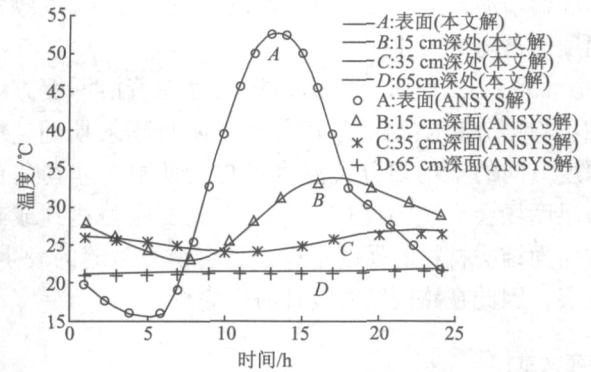


图2 夏季路面结构温度场半解析解与ANSYS解的比较

Fig. 2 Comparison between semi-analytical solution and ANSYS's solution of pavement thermal field in summer

从图2可以看出,所有不同深度处的温度时间历程曲线半解析解与ANSYS解几乎完成重合,这说明本文建立的路面结构温度场半解析法及其所推导的公式是行之有效的,计算精度很高。

于太阳辐射没有了,路表与温度较低的空气连续不断进行着对流热交换,路表温度下降很快,则路面内部温度下降幅度比路表温度下降幅度低,从而出现了路面中间温度高,上部与下部温度均较低的温度分布特征。到了凌晨,路面与空气的对流热交换还在继续进行,路面温度出现上部温度比下部温度低的温度场。到日出之后,路面温度场又开始另一周期变化。

4 结论

(1) 本文建立的求解路面结构瞬态温度场的半解析法是十分可靠的,其计算精度也很高。

(2) 路面结构上部温度随时间和深度均有显著变化,当太阳辐射最强时,温度变化更突出;随着

深度的增加,温度变化越来越弱,到了一定深度后,温度不再随时间和深度变化。

(3) 不论何时,路面结构内存在着沿深度方向的不均匀分布温度,尤其是在太阳日辐射期间,沿深度方向的不均匀分布温度场更为明显。非均匀分布温度场会产生温度应力,如当温度应力达到或超过路面结构材料的强度指标,就会诱发裂缝的发生、发展,因此在路面结构设计时应注意。

参考文献:

References:

- [1] 王丽. 道路结构温度场实测研究 [J]. 公路, 2003 (8): 30-35.
WANG Li. A Study on Actual Measurement of Temperature Field of Road Structure [J]. Highway, 2003 (8): 30-35.
- [2] 秦健, 孙立军. 沥青路面温度场的分布规律 [J]. 公路交通科技, 2006, 23 (8): 18-21.
QIN Jian, SUN Lijun. Study on Asphalt Pavement Temperature Field Distribution Pattern [J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2006, 23 (8): 18-21.
- [3] 景天然, 严作人. 水泥混凝土路面温度状况的研究 [J]. 同济大学学报, 1980, 8 (3): 88-98.
JING Tianran, YAN Zuoren. Investigations on the Temperature Conditions of Cement Concrete Pavements [J]. Journal of Tongji University, 1980, 8 (3): 88-98.
- [4] 吴赣昌. 半刚性路面温度应力分析 [M]. 北京: 科学出版社, 1995.
WU Ganchang. Thermal Stress Analysis of Semi-rigid Pavements [M]. Beijing: Science Press, 1995.
- [5] 刘荣辉, 钱国平, 郑健龙. 周期性气候条件下沥青路面温度场计算方法研究 [J]. 长沙交通学院学报, 2002, 18 (2): 71-75.
LIU Ronghui, QIAN Guoping, ZHENG Jianlong. Research on the Method for Calculating Temperature Field of Asphalt Pavement under the Condition of Recurrent Natural Environment [J]. Journal of Changsha Communications Univeristy, 2002, 18 (2): 71-75.
- [6] 杨学良, 刘伯莹. 沥青路面温度场与结构耦合的有限元分析 [J]. 公路交通科技, 2006, 23 (11): 1-9.
YANG Xueliang, LIU Boying. Coupled-field Finite Element Analysis of Thermal-stress in Asphalt Pavement [J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2006, 23 (11): 1-9.
- [7] 杨咏梅, 庄月明. 沥青路面连续变温温度场模拟分析 [J]. 重庆交通大学学报: 自然科学版, 2010, 29 (5): 710-713.
YANG Yongmei, ZHUANG Yueming. Simulation Analysis on Temperature Field of Asphalt Pavement with Consecutive Temperature Variation [J]. Journal of Chongqing Jiaotong University: Natural Science Edition, 2010, 29 (5): 710-713.
- [8] 王大鹏, 傅智, 易洪, 等. 多年冻土区水泥混凝土路面下冻土路基温度场数值分析 [J]. 公路交通科技, 2009, 26 (1): 45-50.
WANG Dapeng, FU Zhi, YI Hong, et al. Numerical Simulation of Thermal Field of Roadbed under Cement Concrete Pavement in Permafrost Region [J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2009, 26 (1): 45-50.
- [9] 罗桑, 钱振东, 白琦峰. 沥青路面结构非线性瞬态三维温度场模型研究 [J]. 交通运输工程与信息学报, 2009, 7 (3): 33-38.
LUO Sang, QIAN Zhendong, BAI Qifeng. Research on the Model of 3D Nonlinear Transient Thermal Field of Asphalt Pavement [J]. Journal of Transportation Engineering and Information, 2009, 7 (3): 33-38.
- [10] 黄立葵, 贾璐, 万剑平, 等. 沥青路面高温温度场数值分析与试验验证 [J]. 岩土力学, 2006, 27 (增刊): 40-45.
HUANG Likui, JIA Lu, WAN Jianping, et al. Numerical Analysis and Experimental Validation of High Temperature Fields in Asphalt Pavements [J]. Rock and Soil Mechanics, 2006, 27 (s): 40-45.
- [11] 谈至明, 邹晓翎, 刘伯莹. 路面温度场的数值解及几个关键问题探讨 [J]. 同济大学学报: 自然科学版, 2010, 38 (3): 374-379.
TAN Zhiming, ZOU Xiaoling, LIU Boying. Numerical Solution to Pavement Temperature Fields and Discussion on Several Key Issue [J]. Journal of Tongji University: Natural Science Edition, 2010, 38 (3): 374-379.
- [12] 盛宏玉, 李和平, 叶建乔, 等. 层状介质热传导瞬态分析的一种新半数值解法 [J]. 合肥工业大学学报: 自然科学版, 2010, 33 (5): 709-721.
SHENG Hongyu, LI Heping, YE Jiangqiao, et al. A New Semi-numerical Approach for the Transient Heat Conduction Analysis of Laminated Medium [J]. Journal of Hefei University of Technology: Natural Science Edition, 2010, 33 (5): 709-721.