

文章编号: 1001-1986(2009)02-0029-03

非线性被动土压力

吴 明, 夏唐代, 许军平, 孙苗苗

(1. 浙江大学软弱土与环境土工教育部重点实验室, 浙江 杭州 310027)

摘要: 用双曲线数学模型描述被动土压力变化和挡土结构位移变化的关系。基于 Mindlin 弹性解, 推导了土体某深度矩形区域作用均布水平荷载时该矩形区域内任意点水平位移的表达式, 并用该表达式确定双曲线模型初始刚度。应用对数螺旋线被动土压力理论求解被动土压力, 把该法求解的做图过程转化为数学迭代过程。算例表明, 这样的被动土压力理论概念明确, 结果准确。

关键词: 被动土压力; Mindlin 解; 水平荷载; 对数螺旋线理论

中图分类号: TU43 **文献标识码:** A

Nonlinear passive earth pressure

WU Ming, XIA Tangdai, XU Junping, SUN Miaomiao

(1. Key Laboratory of Soft Soils and Geoenvironmental Engineering, Ministry of Education, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

Abstract: The nonlinear relationship between the passive earth pressures and retaining wall deflection is approximated using the general form of a hyperbolic equation. Based on the Mindlin elastic solution, an equation is integrated for the horizontal displacement of any point of a vertical plane when a rectangular area with the plane is subjected to uniform normal loading. The equation can compute the initial stiffness of hyperbola. The Log Spiral theory is employed in computing the ultimate passive earth pressure which is one of the parameter of hyperbola. The predicted results from the hyperbola match well the measured passive earth pressures.

Key words: passive earth pressure; Mindlin solution; lateral load; Log Spiral theory

被动土压力在结构物与土相互作用中十分普遍, 比如锚定板、挡土墙、基坑围护桩和桥梁墩台等等。工程设计中, 被动土压力的计算多采用 Rankine、Coulomb 方法。Log Spiral 方法比较精确但是做图过程麻烦。这些方法都是极限分析方法, 而极限分析法存在一定局限性, 不能考虑挡土结构的位移对土压力的影响, 而且极限分析法无法考量循环荷载作用下的被动土压力。

目前有许多学者提出考虑位移的非线性土压力模型^[1-2], 各有优缺点。本文在前人传统双曲线土压力模型基础上, 用 Mindlin 解和 Log Spiral 理论计算土压力模型中的参数, 该模型能更好反映土压力变化和挡土结构位移关系。

1 非线性土压力模型

许多实测资料和研究表明, 作用在挡土结构物上的土压力随着挡土结构物的变形而变化, 如图 1 所示。该曲线可以近似地用双曲线模型来模拟, 即用式(1)表示土压力 p 和位移 u 之间的关系。

$$p = \frac{u}{a + b \cdot u}, \quad (1)$$

式(1)可以改写成 $u/P = a + b \cdot u$, 当 $u \rightarrow 0$ 时, $a = 1/(p/u)$, $a = 1/K_{\max}$, $K_{\max}$ 是初始刚度。当 $u \rightarrow \infty$ 时, $b = R_f \cdot 1/P_{fo}$, P_f 是破坏应力, R_f 破坏比, 取值范围在 0.8~1。

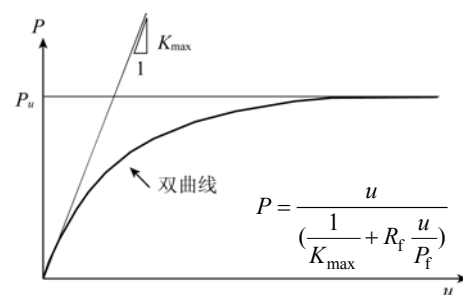


图 1 简化土压力和位移双曲线关系

Fig. 1 Hyperbola earth pressure-deflection curve

1.1 初始刚度 $K_{\max}$ 的确定

Mindlin 1936 推导了土体内部深度 C 点受 x 方向集中荷载 P 作用下, 点 $M(x, y, z)$ 水平位移 u 的弹性解析解。

收稿日期: 2008-06-20

作者简介: 吴 明(1979—), 男, 陕西蓝田人, 博士研究生, 主要从事基坑和边坡工程研究。

$$u = \frac{(1+\mu)P}{8\pi E(1-\mu)} \left\{ \frac{3-4\mu}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{x^2}{R_1^3} + \frac{(3-4\mu)x^2}{R_2^3} + \frac{2Cz}{R_1^3} \left(1 - \frac{3x^2}{R_2^2} \right) + \frac{4(1-\mu)(1-2\mu)}{R_2+z+C} \left(1 - \frac{x^2}{R_2(R_2+z+C)} \right) \right\} \quad (2)$$

式中 $R_1 = \sqrt{x^2 + y^2 + (z-C)^2}$, $R_2 = \sqrt{x^2 + y^2 + (z+C)^2}$; E 为弹性模量; μ 为泊松比; 其余参数见图 2。

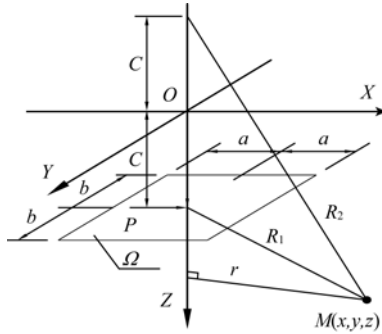


图 2 Mindlin 解示意图

Fig. 2 Sketch map of Mindlin solution

那么如图 3 所示在土体中区域 $\Omega(b \times h)$ 内受到 x 方向均布荷载 p 作用时, 区域 Ω 内点 $O(0, y_0, z_0)$ 方向位移表达式可以通过积分式(3)得到式(5)。

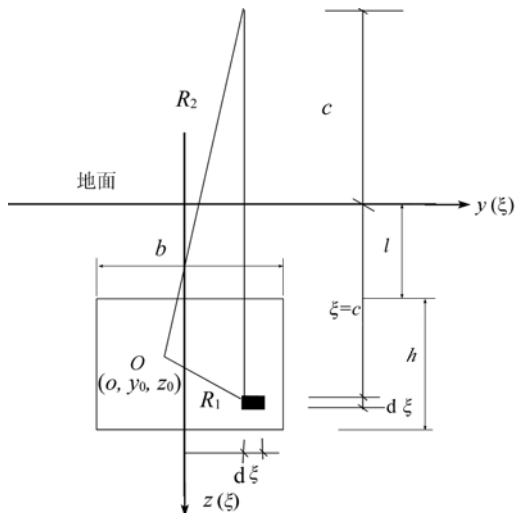


图 3 土体内矩形区域受水平荷载

Fig. 3 Rectangular area with area subjected to uniform normal loading

$$du = \frac{(1+\mu)p}{8\pi E(1-\mu)} \left\{ \frac{3-4\mu}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{x^2}{R_1^3} + \frac{(3-4\mu)x^2}{R_2^3} + \frac{2Cz}{R_1^3} \left(1 - \frac{3x^2}{R_2^2} \right) + \frac{4(1-\mu)(1-2\mu)}{R_2+z+C} \left(1 - \frac{x^2}{R_2(R_2+z+C)} \right) \right\} \cdot d\xi \cdot d\zeta \quad (3)$$

$$u = \frac{(1+\mu)p}{8\pi E(1-\mu)} \int_l^{l+h} \int_{-b/2}^{b/2} \left\{ \frac{3-4\mu}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{2z_0\zeta}{R_2^3} + \frac{4(1-\mu)(1-2\mu)}{R_2+z_0+\zeta} \right\} \cdot d\xi \cdot d\zeta \quad (4)$$

式中 $R_1 = \sqrt{(\zeta - z_0)^2 + (y - y_0)^2}$, $R_2 = \sqrt{(\zeta + z_0)^2 + (y - y_0)^2}$ 。积分式(4)得:

$$u = \frac{p(1+\mu)}{8\pi E(1-\mu)} \{ (3-4\mu)K_1 + K_2 + K_3 + 4(1-\mu)(1-2\mu)K_4 \} \quad (5)$$

土体在小变形下表现较强弹性, 随着荷载增大出现强度降低现象, 这也是岩土材料区别其他材料的性质。土体的初始刚度 $K_{\max}$ 可以用下式表示

$$K_{\max} = \frac{p}{u} = \frac{8E(1-\mu)\pi}{(1+\mu) \{ (3-4\mu)K_1 + K_2 + K_3 + 4(1-\mu)(1-2\mu)K_4 \}} \quad (6)$$

式中 $K_1 \sim K_4$ 为积分系数。 p 用土压力单位, 则 $K_{\max}$ 单位是 kN/m^3 , 如果 p 用挡土结构总压力(kN/m)表示, $K_{\max}$ 单位是 kN/m , 要乘荷载作用面积 $h \times b$ 。

1.2 P_t 破坏应力的确定

被动土压力计算方法中, Log Spiral 理论较 Rankine 和 Coulomb 理论精确。但是 Log Spiral 方法要做图来求解比较麻烦, 本文根据作图法原理^[3], 通过力平衡方程, 求出被动土压力 E_p 的表达式。由于表达式非常复杂, 不能直接对 θ 求导取极值, 所以采用迭代近似求解被动土压力 E_{p0} 。

图 4、图 5 中: $\bar{T}$ 、 $\bar{R}$ 是土体反力矢量, (χ, η) 是力矢 $\bar{T}$ 的方向余弦; $\bar{m}$ 、 $\bar{n}$ 分别是 $\widehat{EC}$ 和 $\widehat{BE}$ 摩擦力矢量, (ψ, λ) 是弧 $\widehat{BE}$ 对应摩擦力矢 $\bar{n}$ 的方向余弦, 假设 $\bar{n}$ 和矢量 $\overline{EB}$ 的方向一致, 数量值采用弧长积分。 $\bar{g}$ 、 $\bar{G}$ 分别是土块 $ABEF$ 和 FEC 的重量矢量, $\bar{Q}$ 是块间反力矢量。

如图 4、图 5 所示, 假设对数螺旋角为 θ , 在对数螺旋线原点坐标 O 点, 建立矢量坐标系 (i, j) , 所有力矢均向 i, j 投影。图中具体参数计算见文献^[3]。三角形 FEC 的受力平衡方程:

$$-Q + m \cdot \cos(\alpha) + R \cdot \cos(\phi/2) = 0 \quad (7)$$

$$G + m \cdot \sin(\alpha) - R \cdot \sin(\phi/2) = 0 \quad (8)$$

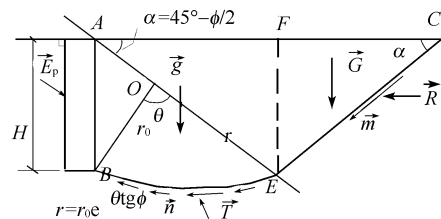


图 4 Log Spiral 理论

Fig. 4 Log Spiral theory

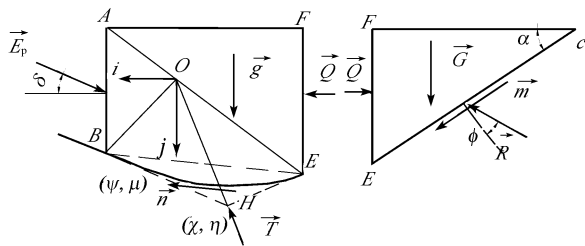


图 5 Log Spiral 受力分析

Fig. 5 Mechanical analysis of Log Spiral theory

式中 $m=c \cdot \overline{EC}$ 为界面摩擦力; $\alpha=45^\circ-\phi/2$ 为破裂面夹角; ϕ 为土体内摩擦角。多边形 $ABHEF$ 力平衡方程:

$$-E_p \cos(\delta)+T \cdot \chi+p+n \cdot \psi=0 \quad (9)$$

$$E_p \sin(\delta)+g+T \cdot \eta+n \cdot \mu=0 \quad (10)$$

式中 E_p 为被动土压力; g 为土块重量; T 为土反力; n 为界面摩擦力。联立方程(7)—(10), 求得被动土压力:

$$E_p = \frac{\chi \cdot g - \eta \cdot \csc\left(\frac{\phi}{2}\right)\left(m + \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \cdot G\right) - \eta \cdot n \cdot \psi + \chi \cdot n \cdot \mu}{-\eta \cdot \cos(\delta) - \chi \cdot \sin(\delta)} \quad (11)$$

土压力问题其实是三维问题, 有许多研究者研究三维土压力, 但是由于比较复杂应用不方便。工程设计被动挡土结构基于平面假定, 这样算得的被动土压力比实际挡土结构受被动土压力小。Brinch 给出了考虑三维效应的修正系数如下:

$$M=1+(K_p-K_a)^{0.67} \cdot \left(1.1F^4 + \frac{1.6B}{1+5b/h} + \frac{0.4(K_p-K_a)F^3B^2}{1+0.05b/h}\right) \quad (12)$$

式中 $B=1.0-(b/s)^2$; $F=1.0-h/(1+h)$; K_p, K_a 是被动和主动土压力系数。该系数 $M \approx 1 \sim 2$, 文中取 1.1。

2 算 例

文献[4]进行了图 6 所示被动土压力的现场试验, 反力由桩筏基础提供, 锚碇块尺寸为 $1.9 \text{ m} \times 1.1 \text{ m} \times 0.9 \text{ m}$ 。土体具体参数见表 1。

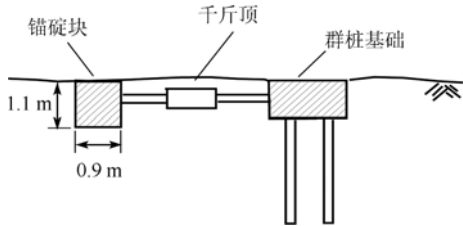


图 6 锚碇块被动土压力试验

Fig. 6 Passive earth pressure anchor block test

表 1 土体参数
Table 1 Soil parameter

土	$\gamma / \text{kN} \cdot \text{m}^{-3}$	c / kPa	$\varphi / (^\circ)$	E_s / MPa	$\delta / (^\circ)$	μ
填土	20.4	47.9	35	40.72	10	0.33

1.1 节中基于 Mindlin 解推导的计算 $K_{\max}$ 的公式, 适用于柔性挡土支护结构, 对于刚性挡墙、锚碇块等刚度较大挡土结构, 位移要取挡土结构变形平均值 $\bar{u}$, 即取挡土结构顶部位移 u_t 和底部位移 u_b 平均值, 见图 7。具体计算参数见表 2。

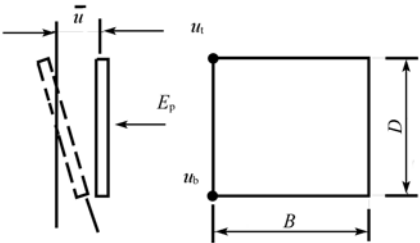


图 7 挡土结构变形

Fig. 7 Deformation of retaining wall

表 2 方程参数
Table 2 Equation Parameters

名称	弹性位移/mm	K_1	K_2	K_3	K_4
u_t	0.013 49p *	2.505 9	2.487 6	-0.012 3	1.646 1
u_b	0.009 147p *	2.505 9	1.106 4	-0.313 6	0.597 8
初始刚度/ $\text{MN} \cdot \text{m}^{-1}$		$K_{\max}=185$			

*p 表示位移随土压力变化。

被动土压力按照本文 1.2 方法确定的模型参数计算, 如表 3:

表 3 破坏时被动土压力
Table 3 Ultimate passive earth pressure

P_a (无 3D 效应)	P_u (有 3D 效应)	修正系数 M	$\theta / (^\circ)$	R_f
602	547.3	1.1	8	0.85

被动土压力迭代过程如图 8 所示。

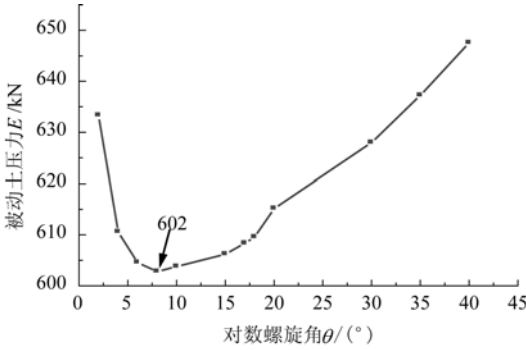


图 8 被动土压力迭代过程

Fig. 8 Iterative process of passive earth pressure

(下转第 35 页)

例如, 当有效压力增加至 20 MPa 时, 孔隙型岩石孔隙度损失约 3.5%(图 3), 而渗透率损失接近 7%(图 4), 裂隙型岩石孔隙度损失约 17%(图 5), 而渗透率损失 90%(图 6), 毛细管型岩石孔隙度损失率约 20%(图 7), 渗透率损失率约 25%(图 8);

e. 无论岩石孔隙的几何形态如何, 岩石孔隙度对应力的敏感性比渗透率差; 渗透率变化滞后于孔隙度变化, 且岩石渗透率越低, 滞后越明显。

3 结 论

岩石流-固完全耦合研究应当包含有效应力变化而引起的流-固相互作用以及岩石屈服破坏后流-固相互作用规律, 通过实验得出如下结论:

a. 岩石承受的应力超过屈服极限后, 流-固耦合特征主要取决于岩石的延展性, 脆性岩石的渗透性显著增强, 服从指数函数关系, 柔性岩石仅在峰值阶段瞬时增强, 流变阶段渗透性回归低值, 服从抛物线型函数关系; 在采矿实践中, 脆性岩石组成的顶、底板容易导致突水, 而柔性岩石组成的顶、底板仅在周期来压时易发生突水。

b. 在微观地质尺度下, 岩石三重介质包括基质孔隙、裂缝孔隙和管道状孔隙, 地应力变化后, 裂隙型岩石的渗透率和孔隙度损失最大, 孔隙型岩石损失最小, 毛细管型岩石介于二者之间。

c. 有效应力与孔隙度和渗透率存在一定的关系, 孔隙型岩石、裂隙型岩石、毛细管型岩石分别满足指数型、幂指数型和二次抛物线型关系。

参考文献

- [1] 尹尚先, 武强, 王尚旭. 范各庄矿井地下水系统广义多重介质渗流模型[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(14): 2319-2325.
- [2] BAI M, ELSWORTH D. Coupled processes in subsurface deformation, flow, and transport[M]. ASCE Press, 2000.
- [3] BERRYMAN J G. Effective stress for transport properties of inhomogeneous porous rock[J]. Geophys Res, 1992, 97: 17409-17424.
- [4] ZIMMERMAN R W, CHEN G, HADGU T. A numerical dual-porosity model with semi-analytical treatment of fracture/matrix flow[J]. Water Resource Res., 1993, 29: 2127-2137.
- [5] WIDAD A, ZIMMERMAN R W. Effective stress law for the permeability of clay-rich sandstones[J]. Geophys Res., 2004, 109: 1029-1039.
- [6] WU Q, DONG D L, SHI Z H. Study on the optimum trinity combination management among water drainage, water supply and environment protection in the North China coal basin[J]. Science in China(D). 2000, 43(2): 122-131.
- [7] WU Q, WANG M, WU X. Investigations of groundwater bursting into coal mine seam floors from fault zones[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2004, 41(4): 557-571.

(上接第 31 页)

计算结果与实测值对比, 如图 9 所示。

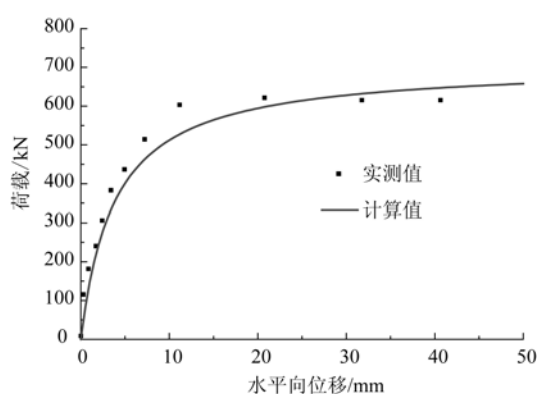


图 9 被动土压力计算结果

Fig. 9 Results of passive earth pressure calculation

3 结 论

双曲线土压力模型能够较好反映土压力随挡土

结构变形变化的关系。用 Mindlin 弹性解确定土体初始刚度, 概念清晰, 而且准确。考虑 3D 修正对数螺旋线理论计算极限被动土压力符合实际情况。所以, 建立在这两点基础上的非线性被动土压力能够准确反映挡土结构位移和被动土压力变化的关系。

参考文献

- [1] 梅国雄, 宰金珉. 考虑位移影响的土压力近似计算方法[J]. 岩土力学, 2001, 22(1): 23-25.
- [2] 张文慧, 田军, 王保田, 等. 基坑围护结构上的土压力与土体位移关系分析[J]. 河海大学学报, 2005, 31(5): 575-579.
- [3] 顾慰慈. 挡土墙土压力计算手册[M]. 北京: 中国建材工业出版社, 2005.
- [4] MICHAEL J, DUNCAN, ROBERT L. et al. Passive earth pressures: theories and tests [J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2001, 127(3): 248-257.