

水润滑轴承微观界面流场特性的数值模拟*

焦春晓¹, 冷子珺¹, 塔娜¹, 饶柱石^{1,2}

(1. 上海交通大学 机械与动力工程学院 机械系统与振动国家重点实验室, 上海 200240;
2. 高新船舶与深海开发装备协同创新中心, 上海 200240)

摘要: 为了研究水润滑高分子材料轴承的微观界面的流场特性, 以最小膜厚处单个微凹体中的流场作为研究对象, 建立了单个微凹体流动模型。采用多松弛格子玻尔兹曼方法MRT-LBM (Multi-relaxation time lattice Boltzmann method) 对单个微凹体内的流体流动问题进行数值模拟。研究了流场中速度的变化规律, 以及流场内流线分布随雷诺数的变化规律。结果表明, 当雷诺数较低时 (模型中 $Re=200$), 流场处于稳定性流动状态; 当雷诺数达到一定程度时 (模型中 $Re=4000$), 流场处于周期流动状态; 当雷诺数再升高时, 流场处于紊流运动状态。

关键词: 轴承; 润滑; 微观界面; 雷诺数; 流场特性; 数值模拟

中图分类号: O35 文献标识码: A 文章编号: 1001-4055 (2021) 10-2385-08

DOI: 10.13675/j.cnki.tjjs.200112

Numerical Simulation of Flow Field Characteristics of Microscopic Interface of Water-Lubricated Bearing

JIAO Chun-xiao¹, LENG Zi-jun¹, TA Na¹, RAO Zhu-shi^{1,2}

(1. State Key Laboratory of Mechanical System and Vibration, School of Mechanical Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China;
2. Collaborative Innovation Center for Advanced Ship and Deep-Sea Exploration, Shanghai 200240, China)

Abstract: To investigate the flow field characteristics at the microscopic interface of water-lubricated polymer bearings, the flow field in a single microscopic dimple at the minimum film thickness was taken as the research object, and the flow model in a single microscopic dimple was established. MRT-LBM (multi-relaxation time lattice Boltzmann method) was used to simulate the fluid flow in the single microscopic dimple. The variations of velocity and streamline distribution with Reynolds number in flow field were analyzed. The results show that, when Reynolds number is low (model in this paper $Re=200$), the flow field is in a stable flow state. When Reynolds number reaches a certain level (model in this paper $Re=4000$), the flow field is in a periodic flow state. When Reynolds number increases further, the flow field is in turbulent motion.

Key words: Bearings; Lubricating; Microscopic interface; Reynolds number; Fluid field characteristic; Numerical simulation

* 收稿日期: 2020-03-07; 修订日期: 2020-04-30。

基金项目: 国家自然科学基金 (11672178)。

作者简介: 焦春晓, 博士生, 研究领域为水润滑轴承的微观机理。

通讯作者: 饶柱石, 博士, 教授, 研究领域为转子动力学, 振动噪声分析与控制。

引用格式: 焦春晓, 冷子珺, 塔娜, 等. 水润滑轴承微观界面流场特性的数值模拟[J]. 推进技术, 2021, 42(10):2385-2392. (JIAO Chun-xiao, LENG Zi-jun, TA Na, et al. Numerical Simulation of Flow Field Characteristics of Microscopic Interface of Water-Lubricated Bearing[J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2021, 42(10):2385-2392.)

1 引言

水润滑艉轴承作为船舶推进系统的重要组成部分,是船舶艉轴的关键支撑部件^[1]。水润滑轴承的力学特性对整个轴系的动力学特性和船体结构振动辐射噪声有重要的影响^[2-3]。为了提高减振性能和耐磨性能,水润滑轴承通常采用高分子复合材料作为轴瓦衬层^[4-6]。和金属材料的轴瓦衬层相比,高分子复合材料轴瓦衬层的粗糙度较高,在局部微凹凸体中流体的流动情况较为复杂^[7]。

对于水润滑高分子材料轴承润滑性能的研究,大部分学者采用修正雷诺方程的方式,从宏观上对轴承的流体润滑特性进行分析。邓枚等^[8]采用求解基于平均流量模型的广义雷诺方程,分析表面粗糙度对轴承润滑特性的影响。何涛等^[9]运用考虑表面粗糙度的平均雷诺方程,研究了润滑表面形貌对水润滑轴承的润滑性能的影响。朱少禹等^[10]通过推导修正雷诺方程,提出了适用于粗糙表面径向滑动轴承湍流润滑分析的随机湍流润滑理论模型,研究了径向滑动轴承的湍流润滑特性。Quiñonez等^[11]基于小振幅波动和线性叠加假设,采用傅里叶变换,利用摄动理论求解雷诺方程,探讨了表面粗糙度对动压润滑的影响。Masjedi等^[12]通过求解修正的雷诺方程,对大量的算例模型进行仿真模拟,最后拟合了一条考虑表面粗糙度的膜厚计算公式。

还有一部分研究人员采用实验的方法研究轴承界面润滑特性。段海涛等^[13]在摩擦磨损试验机上试验了赛龙、飞龙、超高分子量聚乙烯三种高分子复合材料的滑动摩擦磨损性能,并观察检测其三维表面形貌,探究高分子复合材料的摩擦磨损机理。马晓峰等^[14]研究了赛龙复合材料的表面形貌以及不同工况条件对其摩擦学性能的影响。杨宗榕等^[15]设计了一种仿生高分子复合水润滑轴承材料,在摩擦磨损试验机上研究其摩擦磨损机理,并通过分析复合材料的表面形貌探究其润滑磨损机理。McKellop等^[16]在试验机上测试各种高分子材料和金属接触时的摩擦磨损特性。Scaraggi等^[17]测量了两种不同形状的激光表面微结构的摩

擦系数,通过在边界润滑到流体动力润滑的不同润滑状态下进行试验,得到了不同结构摩擦系数的变化规律。

以上都是在宏观上对轴承以及材料的润滑摩擦特性进行研究,然而水润滑高分子材料轴承的微观界面局部流场特性很少有分析。本文采用多松弛格子玻尔兹曼方法 MRT-LBM (Multi-relaxation time lattice Boltzmann method)^[18]对水润滑轴承微观界面上单个微凹体中的流体流动进行数值模拟。格子玻尔兹曼方法基于分子动理论,是一种多尺度的计算流体力学方法,具有物理意义清晰、边界条件处理简单、程序易于实施、并行性能好等特点^[19]。本文采用 MRT-LBM 研究微观流场随雷诺数的变化规律,对高分子材料水润滑轴承的微观润滑机理研究具有指导意义。

2 数学模型

2.1 格子模型

格子 Boltzmann 方法把实际物理区域离散成一系列的格子节点,把时间离散成一系列的时间步长,把流体离散成一系列位于格子节点上的粒子。离散后的粒子可以用密度分布函数来表示其演化规律,即

$$f_i(\mathbf{x} + c\mathbf{e}_i\Delta t, t + \Delta t) - f_i(\mathbf{x}, t) = \Omega_i(f) \quad (1)$$

$$i = 0, 1, \dots, b - 1$$

式中 $f_i(\mathbf{x}, t)$ 为 t 时刻 \mathbf{x} 位置处粒子的分布函数, c 为格子速度, \mathbf{e}_i 为格子离散速度, Δt 为格子时间步长, b 为离散速度方向的个数。

粒子的演化过程可以分为两个步骤:碰撞过程和迁移过程。因此,粒子运动的演化方程可以分解为

$$f_i^+(\mathbf{x}, t) = f_i(\mathbf{x}, t) + \Omega_i(f) \quad (2)$$

$$f_i(\mathbf{x} + c\mathbf{e}_i\Delta t, t + \delta_i) = f_i^+(\mathbf{x}, t)$$

式中 $f_i^+(\mathbf{x}, t)$ 表示发生碰撞后的粒子的分布函数, $\Omega_i(f)$ 表示碰撞项。

选取 D2Q9 模型,即二维速度模型,离散速度方向的个数 $b=9$,如图 1 所示。其速度配置为

$$\mathbf{e}_i = \begin{cases} (0,0) & (i = 0) \\ \left(\cos\left[(i-1)\frac{\pi}{2}\right], \sin\left[(i-1)\frac{\pi}{2}\right] \right) & (i = 1, 2, 3, 4) \\ \sqrt{2} \left(\cos\left[(i-5)\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}\right], \sin\left[(i-5)\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}\right] \right) & (i = 5, 6, 7, 8) \end{cases} \quad (3)$$

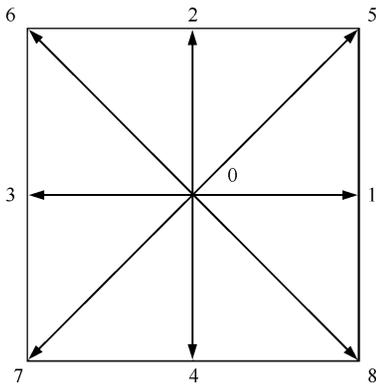


Fig. 1 Two-dimensional nine-velocity (D2Q9) model

多松弛格子玻尔兹曼方法的演化方程为

$$f_i(\mathbf{x} + c\mathbf{e}_i\Delta t, t + \Delta t) = f_i(\mathbf{x}, t) - (M^{-1}SM)_{ik} [f_k(\mathbf{x}, t) - f_k^{eq}(\mathbf{x}, t)] \quad (4)$$

式中 f_i 和 f_k 为格子节点处的分布函数, 且 $i, k = 0 \sim 8$; $S = \text{diag}[s_0, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, s_7, s_8]$, 其中 $s_0 = s_3 = s_5 = 0$, $s_7 = s_8 = \frac{1}{\tau}$, $s_1 = s_2 = s_4 = s_6 = 1.01$, $\tau = 3\nu + 0.5$ 为碰撞因子, ν 为运动学粘度; M 为碰撞算子矩阵, 是一个 9 阶的对角矩阵, 是一个正交的变换矩阵。

矩阵 M 表示为

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -4 & -1 & -1 & -1 & -1 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 4 & -2 & -2 & -2 & -2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & -2 & 0 & 2 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 2 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

宏观物理量密度 ρ 和速度 \mathbf{u} 可以表示为

$$\rho = \sum_i f_i \quad (5)$$

$$\rho \mathbf{u} = \sum_i c\mathbf{e}_i f_i \quad (6)$$

粒子的平衡态分布函数为

$$f_i^{eq}(\mathbf{x}, t) = \omega_i \rho \left[1 + \frac{3\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{u}}{c} + \frac{9(\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{u})^2}{2c^2} - \frac{3u^2}{2c^2} \right] \quad (7)$$

式中 ω 为权重因子, 其中 $\omega_0 = 4/9$; $\omega_i = 1/9$, $i = 1 \sim 4$; $\omega_i = 1/36$, $i = 5 \sim 8$ 。本文取无量纲格子速度 $c = 1$ 。

选取轴承最小膜厚处的单个微凹体作为研究对象^[20], 其边界通常为简谐曲线, 计算区域如图 2 中放大部分所示。本文采用 MRT-LBM 探究图 2 所示流场中的流体流动特性。

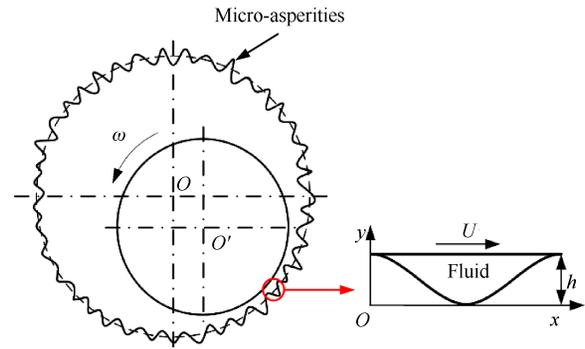


Fig. 2 Simplified model of the micro-concave and micro-convex

2.2 边界条件

2.2.1 反弹边界条件

对于简谐曲线壁面采用反弹格式边界条件, 即粒子碰撞到边界上反弹回来。如图 3 所示, 空心圆点代表流体节点, 实心圆点代表固体节点, 方形实心点代表实际物理边界和粒子迁移运动路径的交点。位于流体节点 \mathbf{x}_f 处的流体粒子以速度 \mathbf{e}_i 运动到边界 \mathbf{x}_b 处, 碰撞后以速度 $-\mathbf{e}_i$ 反弹回去。文献[21-22]提出了一种结合反弹格式和空间插值的曲边界处理方法, 其基本思想是利用在弹回方向上用空间插值来获得固体节点 \mathbf{x}_s 传递到流体节点 \mathbf{x}_f 处的分布函数 $f_i(\mathbf{x}_f, t + \Delta t)$ 。

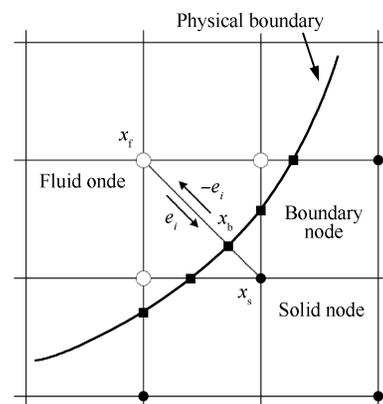


Fig. 3 Schematic of the curved wall boundary

为了描述边界节点的位置, 定义比例系数 q , 用来表示流体节点中离壁面最近的点到实际物理边界的相对距离, 即

$$q = \frac{|\mathbf{x}_f - \mathbf{x}_b|}{|\mathbf{x}_f - \mathbf{x}_s|} \quad (0 \leq q \leq 1) \quad (8)$$

根据比例系数 q 的不同, 通过线性插值, 反弹粒子的分布函数可以表示为

当 $q < \frac{1}{2}$ 时, 有

$$f_i(\mathbf{x}_i, t + \Delta t) = 2qf_i^+(\mathbf{x}_i, t) + (1 - 2q)f_i^+(\mathbf{x}_i - ce_i\Delta t, t) \quad (9)$$

当 $q \geq \frac{1}{2}$ 时,有

$$f_i(\mathbf{x}_i, t + \Delta t) = \frac{1}{2q} f_i^+(\mathbf{x}_i, t) + \frac{1 - 2q}{2q} f_i(\mathbf{x}_i, t) \quad (10)$$

2.2.2 运动边界条件

在微凹体的运动边界处,已知的变量是宏观上的速度,而运动边界处粒子的分布函数是未知的。为了把宏观的变量速度转化为微观粒子的分布函数,本文采用非平衡态外推格式^[23]处理微凹体中的运动边界。如图4所示,COA是运动边界,节点G、D和H位于流体区域,且运动边界COA上宏观速度已知。根据文献[23]中速度边界的处理方法,节点O点处的分布函数可以表示为

$$f_i(\mathbf{x}_o, t) = f_i^{eq}(\mathbf{x}_o, t) + [f_i(\mathbf{x}_D, t) - f_i^{eq}(\mathbf{x}_D, t)] \quad (11)$$

式中 $f_i(\mathbf{x}_o, t)$ 和 $f_i(\mathbf{x}_D, t)$ 分别表示节点O和节点D处的粒子的分布函数。

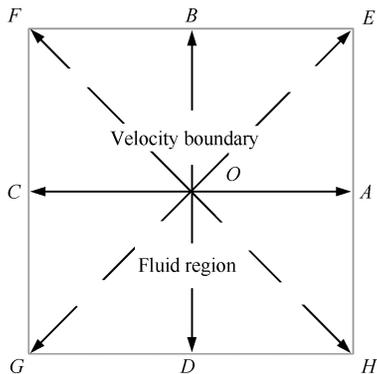


Fig. 4 Schematic of the velocity boundary

2.3 计算结果验证

为了验证边界条件以及程序的正确性,基于本文程序模拟了雷诺数 $Re=7500$ 的半圆腔顶盖驱动流动问题。矩形计算区域的网格数为 512×256 ,半圆形内部区域为流体区域,半圆形边界为固定边界,半圆区域的顶部为速度边界。提取与文献[24]相同位置处流体的水平方向无量纲速度随时间步的变化曲线,如图5所示,可以看出结果与文献[24]中结果非常吻合。

3 结果与讨论

微凹体中流场特性主要依赖于雷诺数 Re ,本文主要考虑 $Re=200, 4000, 20000$ 时的微凹体中流体的运动状态。微凹体流场的雷诺数可以表示为: $Re =$

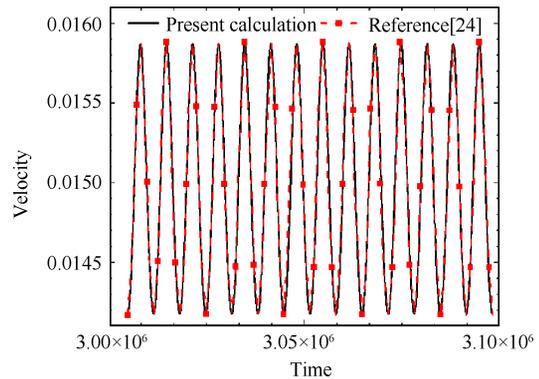


Fig. 5 Verification of program

$u_m h/\nu$,其中 u_m 表示流场的运动边界速度, h 表示微凹体的深度, ν 表示流场中流体的运动学粘度。本文采用无量纲分析,矩形计算区域 $N_x \times N_y$ 为 640×128 ,无量纲特征速度 $u_m = 0.2$,方向水平向右。基于此模型探究流场中速度和流线随雷诺数的变化规律。

3.1 速度的变化情况

中心线上节点的无量纲流动速度沿着 y 轴网格点的分布曲线如图6所示, t_1 和 t_2 是两不同的时间点。由于边界条件采用非滑动边界,因此原点处(中心线最底部)节点速度为0。当雷诺数 $Re=200$ 时,速度沿 y 轴的变化曲线比较平滑。流场中水平方向上速度沿着 y 轴方向先变为负,然后变为正,可以看出流场中存在流体的回流。当雷诺数 $Re=4000$ 和 20000 时,速度沿 y 轴的变化曲线将不再平滑,出现了明显的波动,可以看出雷诺数对流场中流体速度有很大的影响作用。对比图6(a)和6(b)可以看出,雷诺数 $Re=200$ 时, x 方向速度和 y 方向速度在不同时刻均保持不变。由于 t_1 和 t_2 为任意选取的两个不同的时间点,因此在 $Re=200$ 时流体速度不会随着时间变化,处于稳定状态。而雷诺数 $Re=4000$ 和 20000 时,流体速度的整体变化趋势和局部波动情况均发生变化,均随着时间的变化而变化。

在中心线上及其两边流场中各取一个节点作为流体速度监测点,分别记为 $S1, S2$ 和 $S3$,其坐标为 $(160, 100), (320, 64)$ 和 $(480, 100)$ 。以这三个监测点为例,探究雷诺数对流场中速度瞬态变化的影响,监测点 $S1, S2$ 和 $S3$ 的无量纲速度随时间的变化曲线如图7所示。当雷诺数 $Re=200$ 时, x 方向速度和 y 方向速度随着时间的演化均保持不变,此时流场处于稳定状态。当雷诺数 $Re=4000$ 时, x 方向的速度和 y 方向的速度随着时间的演化均发生周期性变化。流体速度随着时间的变化曲线为简谐曲线,表明流场

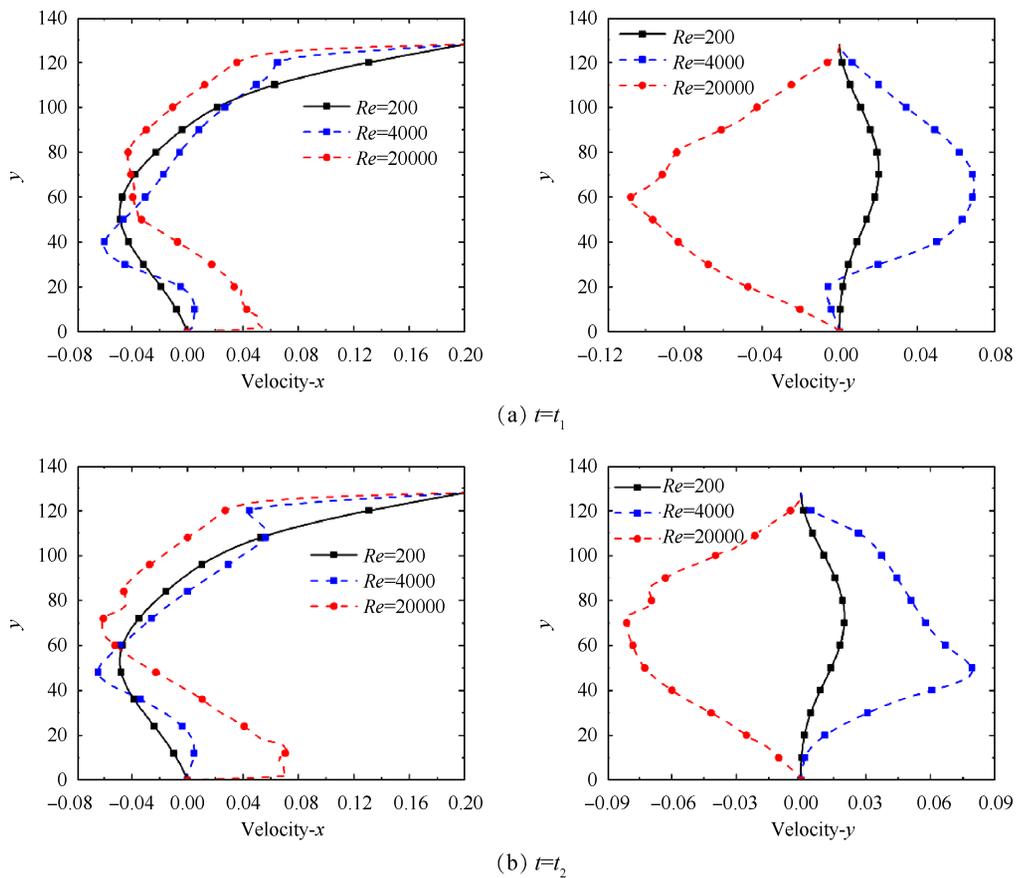


Fig. 6 Variation of velocity of center line

中各节点速度呈简谐波动规律。当雷诺数 $Re=20000$ 时, x 和 y 方向速度随着时间的演化均呈无规则变化, 在图 7(a) 中可以明显地看出这一现象。此外, 通过对监测点 S1 和 S3 的速度随着时间变化的状态, 可以看出中心线左侧节点处的速度波动幅度比右侧节点的速度波动幅度大, 这表明流场中入口区域的流体振动要比出口区域的振动更为明显。

3.2 流线的分布状态

3.2.1 稳定流动状态

当雷诺数 $Re=200$ 时, 其流场内流线的分布状态如图 8 所示。图 8(a) 和 8(b) 分别为不同时刻 t_1 和 t_2 的流线分布, 可以看出随着时间的变化, 流场内流线的分布规律不变。在中心线偏右位置处形成一个中心涡, 其中心坐标为 (394.7, 85.7), 且不随时间发生变化。雷诺数 $Re=200$ 时, 流场内各点的速度不随时间变化, 流线分布也处于稳定不变状态, 此时流场处于稳定流动状态。稳定的流场可以使转子运行平稳, 减小轴系振动。稳定的中心涡将阻止润滑剂离开微凹体, 提高润滑作用, 降低摩擦功耗, 这相当于在微凹体中存在一个“微轴承”, 提高轴承的整体润滑性能。

3.2.2 周期流动状态

当雷诺数 Re 增大为 4000 时, 其流场内流线的分布状态如图 9 所示。由于此时流场内各点的速度呈简谐分布, 可以看出此时流场处于周期流动状态。图 9(a) 和 9(b) 分别为不同时刻 t_1 和 t_2 的流线分布, 可以看出流场内流线分布随着时间不断变化, 不同时刻下流场内流线的分布也不同。相较于稳定流动状态时流场中只有一个中心涡, 此时流场内出现很多大小不同的涡, 且进行周期性运动。微凹体中流体的周期波动频率也将会对轴系振动有一定的影响, 这一规律将在未来的研究中进一步探究。

3.2.3 紊流状态

当雷诺数 $Re=20000$ 时, 其流场内流线的分布状态如图 10 所示。由于此时流场内各点的瞬态速度随时间无规则变化, 可以看出此时流场处于紊流状态。图 10(a) 和 10(b) 是分别为不同时刻 t_1 和 t_2 的流线分布, 可以看出流场内流线分布随着时间不断变化。可以看出流场内存在很多大小不同且不规则的涡, 在大涡之间还分布着小涡。相对于周期流动状态而言, 此时流场内涡的分布情况更为复杂。尤其在微

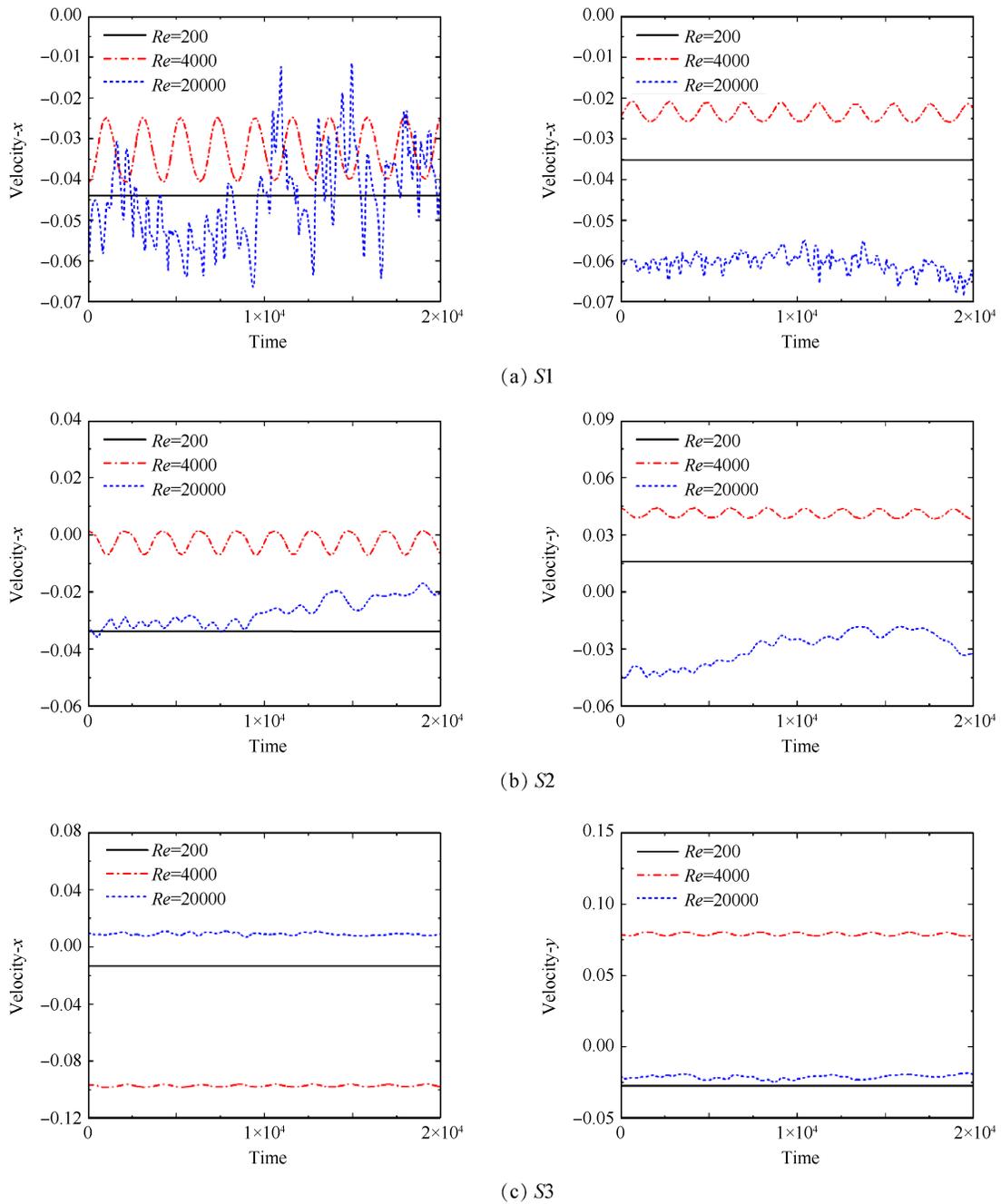
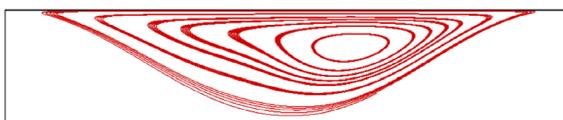
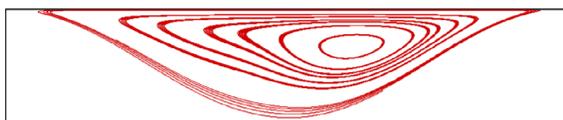


Fig. 7 Variation of velocity with time steps

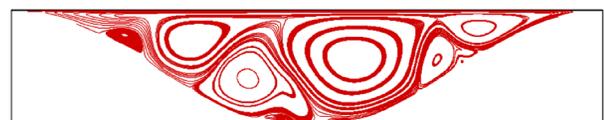


(a) $t=t_1$



(b) $t=t_2$

Fig. 8 Streamline distribution with $Re=200$



(a) $t=t_1$



(b) $t=t_2$

Fig. 9 Streamline distribution with $Re=4000$

凹体的底部,分布着大量的大小不同、形状各异的涡,这些涡将会不断地撞击轴承表面。无规则的流体运动将会产生流体激励力,不仅会引起轴系振动,还会严重地影响轴承的使用寿命。

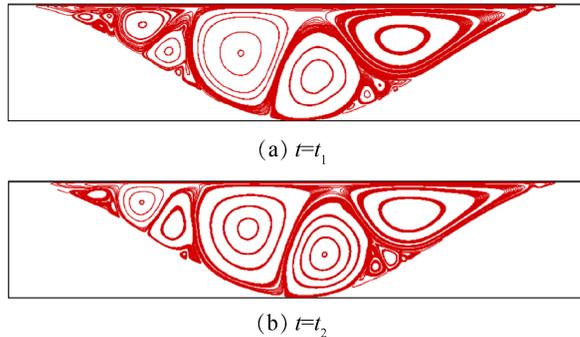


Fig. 10 Streamline distribution with $Re=20000$

4 结论

本文基于多松弛格子玻尔兹曼方法(MRT-LBM)研究了流场中心线上各点的速度分布,流场内各点的瞬态速度-时间曲线以及流场内流线的分布状态随雷诺数的变化规律。可以得到以下结论:

(1)当雷诺数较低时(模型中 $Re=200$),流场中流体速度、流线分布均不变,流场处于稳定状态。稳定的中心涡可以提高水润滑轴承的润滑性能。

(2)当雷诺数达到一个临界值(模型中 $Re=4000$)时,流场中的流体速度呈现周期性波动,该波动呈简谐函数规律。

(3)当雷诺数变得更高时,流场内流体速度呈无规则变化,此时流场处于紊流运动状态。复杂的流动状态将会对轴系的稳定性能以及振动辐射噪声带来很大影响。其对轴系振动辐射噪声的影响在后面的工作中将进行进一步的研究。

通过对水润滑轴承微观界面流场特性的研究,为在宏观上分析水润滑轴承摩擦润滑特性以及研究轴承微观流场对的轴系振动的影响提供一些理论依据。

致谢:感谢国家自然科学基金的资助。

参考文献

[1] 史永峰,李明,刘刚,等.水润滑橡胶轴承支承转子系统动力学特性研究[J].船舶力学,2017,21(5):584-594.

[2] 王瑞,朱汉华,严新平,等.船舶滑动轴承油膜厚度对轴系振动的影响[J].润滑与密封,2016,41(7):38-42.

[3] 何琳,杨雪,帅长庚.舰用新型低噪声水润滑轴承材料硬度与摩擦性能[J].噪声与振动控制,2012,32(5):181-184.

[4] 范凯,解忠良,饶柱石,等.水润滑复合材料轴承摩擦学性能实验[J].噪声与振动控制,2016,36(5):192-199.

[5] 王优强,李鸿琦.水润滑赛龙轴承及其润滑性能综述[J].润滑与密封,2003,28(1):101-104.

[6] 彭晋民,朱志宏,王家序.水润滑轴承的研究现状及展望[J].润滑与密封,2004,29(5):124-126.

[7] 焦春晓,解忠良,吕芳蕊,等.格子玻尔兹曼方法在微观流场分析中的应用[J].噪声与振动控制,2018,38(1):75-78.

[8] 邓玫,孙军,符永红,等.计及轴受载变形的粗糙表面轴承热弹性流体动力润滑分析[J].机械工程学报,2010,46(15):95-101.

[9] 何涛,李玩幽,卢熙群,等.船舶艉轴承混合润滑性能仿真分析[J].船舶力学,2014,18(8):973-981.

[10] 朱少禹,孙军,李彪,等.粗糙表面湍流润滑的随机模型[J].机械工程学报,2019,55(9):71-79.

[11] Quiñonez A F, Morales-Espejel G E. Surface Roughness Effects in Hydrodynamic Bearings[J]. *Tribology International*, 2016, 98: 212-219.

[12] Masjedi M, Khonsari M. M. Film Thickness and Asperity Load Formulas for Line-Contact Elastohydrodynamic Lubrication with Provision for Surface Roughness [J]. *Journal of Tribology*, 2012, 134(1).

[13] 段海涛,吴伊敏,王学美,等.新型水润滑轴承材料的摩擦学性能研究[J].武汉理工大学学报,2012,34(6):17-21.

[14] 马晓峰,刘昊,王建章.赛龙SXL在海水环境下的吸湿和摩擦学行为[J].润滑与密封,2016,41(5):91-96.

[15] 杨宗榕,郭智威,袁成清.仿生微胶囊复合水润滑轴承材料的摩擦性能研究[J].摩擦学学报,2018,38(1):28-36.

[16] Mckellop H, Clarke I, Markolf K, et al. Friction and Wear Properties of Polymer, Metal, and Ceramic Prosthetic Joint Materials Evaluated on a Multichannel Screening Device [J]. *Journal of Biomedical Materials Research*, 1981, 15: 619-653.

[17] Scaraggi M, Mezzapesa F, Carbone G, et al. Friction Properties of Lubricated Laser-Microtextured-Surfaces: An Experimental Study from Boundary to Hydrodynamic-Lubrication [J]. *Tribology Letters*, 2013, 49: 117-

- 125.
- [18] Lin L, Chen Y, Lin C. Multi Relaxation Time Lattice Boltzmann Simulations of Deep Lid Driven Cavity Flows at Different Aspect Ratios [J]. *Computers & Fluids*, 2011, 45: 233–240.
- [19] 何雅玲, 王 勇, 李 庆. 格子 Boltzmann 方法的理论及应用[M]. 北京: 科学出版社, 2009.
- [20] Kraker A D, Van Ostayen R A J, Rixen D J. Development of a Texture Averaged Reynolds Equation [J]. *Tribology International*, 2010, 43(11): 2100–2109.
- [21] Lallemand P, Luo L. Lattice Boltzmann Method for Moving Boundaries [J]. *Journal of Computational Physics*, 2003, 184(2): 406–421.
- [22] Bouzidi M H, Firdaouss M, Lallemand P. Momentum Transfer of a Boltzmann–Lattice Fluid with Boundaries [J]. *Physics of Fluids*, 2001, 13(11): 3452–3459.
- [23] Guo Z, Zheng C, Shi B. Non–Equilibrium Extrapolation Method for Velocity and Pressure Boundary Conditions in the Lattice Boltzmann Method [J]. *Chinese Physics*, 2002, 11(4).
- [24] Yang F, Shi X, Guo X, et al. MRT Lattice Boltzmann Schemes for High Reynolds Number Flow in Two–Dimensional Lid–Driven Semi–Circular Cavity [J]. *Energy Procedia*, 2012, 16: 639–644.

(编辑: 史亚红)