

运用学中的一些問題

許國志

(中國科學院力學研究所)

一 緒 論

运用学是一門比較新的科学。在資本主义國家里，它可以說是發源于第二次世界大戰。當大戰開始時，英國僅有一支數量很小，但訓練得還不壞的空軍。為了有效地利用它來作戰，他們便召集了各方面的科學家來討論。他們把他們的本行中的經驗和方法，搬來嘗試解決那些不屬於任何學科的問題。後來美國參戰後，便也展開了這一方面的工作。戰後那些從事於运用学的工作者，便想利用在戰爭中得到的經驗，來解決一些工商業、運輸和交通方面的問題。可是在和平時期，這門科学在資本主义國家里的發展就遭到很多困難。我們在下面引譯兩段一個美國运用学工作者的話。他說：“在現階段中，很明顯地我們需要一些水平很高的科学工作者，來從事帶頭工作。自然將來在這一門科学中，那些科學家會有極大的用處。但在和平時期，他們通常從事於純科学中更重要的研究（是對他們自己更重要），因此不能來展開一門新的应用科学。”他又說：“运用学应用到交通問題上，可能產生對汽車設計修改的建議。但在这門工業中，商業競爭的情況使得把建議付諸實施變得極端困難。”^[1]

在社会主义國家里，情形就大不相同了。我們的國民經濟是有計劃的，各方面都是按比例發展的。我們有勞動競賽而沒有商業競爭。我們的科學家並不是關起門來作“純”科学研究，而是配合國民經濟，着眼于整个科学發展方面去貢獻他們的力量。运用学在社会主义國家里將會找到英雄用武之地了。

我們不打算給运用学下一個定義，因為這門科学還很不成熟。它的研究範圍也很廣。我們只預備介紹幾個例子，使大家知道哪些題目曾經被研究過，哪些方法曾經被採用過。在下面，我們將討論三大類型的問題，(i) 最大效果、(ii) 穩扎穩打、(iii) 勢如潮湧。自然還有些其他類型，我們將不討論，比如說，“瓶口問題”、“排隊問題”等等。在結論里，我們再介紹一些我們認為用运用学的方法可以解決的實際問題。

二 最大效果

在許多規劃中，我們都要求最高效果。自然我們非常了解要达到這要求，並不是解一個数学方程便能解決，而是有許多其他重要因素包括在內。我們在這裡打算講一些極

[1] Morse, Philip M., Kimball, G. E., Methods of operations research, John Wiley, 1952.

簡化了的問題。其中一個原型的，而且到最近還有許多人研究的便是“運費問題”。

假想有三個工廠 A、B、C，比如說是紗廠，供給甲、乙二城的棉紗。甲城消費量，比如說是一千包紗一個月，而乙城是五百包紗。A、B、C 三廠的產量，分別為六百包、五百包及四百包一個月。如是三廠之生產量與二城之消費量確切平衡。同時我們知道由某廠至某城每包棉紗的運價如下：A 廠至甲城每包 1 元、A 廠至乙城每包 1.50 元、B 廠至甲城每包 1.80 元、B 廠至乙城每包 2.00 元、C 廠至甲城每包 1.75 元、C 廠至乙城每包 2.50 元。同時假設甲城每月從 A、B、C 三廠各運 w 包、 y 包及 z 包。而乙城每月從 A、B、C 三廠各運 r 包、 s 包及 t 包。這樣我們便算出甲城每月付運費 $1.00w + 1.80y + 1.75z$ ，而乙城每月付運費 $1.50r + 2.00s + 2.50t$ 。總運費為兩者之和。問題是如何分配，也就是如何決定我們的未知數 $w, y, \dots, t$ 等，使得總運費為最低。自然在決定未知數時，我們應滿足下列兩組方程式：

$$\begin{cases} w + y + z = 1000 \\ r + s + t = 500 \end{cases}$$
$$\begin{cases} w + r = 600 \\ y + s = 500 \\ z + t = 400 \end{cases}$$

也就是說，在分配時，我們要供給每一城市以足夠而不剩餘的數量；同時照顧到每一廠的生產量，使其充分利用。

上面敘述的那個“運費問題”是可以計算出來的。自然這和實際問題還差得遠。比如說，運費可能不是固定的，而按貨量作綫性增加。在這種情況下，力學家普拉格 (Prager) 最近也研究過這個問題。

我們再來談談另外一個類似的問題。假設某機構有五百所房子分配給五百家職員居住。房子有間數多少，樓上樓下，離辦公處所遠近等等不同。家屬有人口多少，老人及小孩的有無，健康情況，以及在那一處所辦公之別。根據這種種情況，我們對某一家配給以某一幢房子，可以作一個大略的“使用效率”的估計。比如說，人口多的配給間數多的，年老的不讓他多爬樓，這樣使用效率便大。相反如果有四個小孩的人家，配給他高高在上的一小間房，而年青力壯，無老小牽累的夫婦，反安居樓下兩間大屋，這樣使用效率便不好。如果我們已經計算出，比如說張家配給第一號房子的使用效率為 a 、配給第二號房子的使用效率為 b 等等五百個“使用效率”數字，王家配給第一號房子的使用效率為 c 、配給第二號的為 d 等等五百個“使用效率”數字，以此類推。這步工作結束後，下一步工作便是如何根據這許多既得數字，作合理分配，使得“總使用效率”為最高。換句話說，也就是從張家的那五百個使用效率數字中選出一個，這就是說假設配給張家某一號房子。因此剩下來可能配給王家的房子只有四百九十九幢，也就是說從那相對應的四百九十九個使用效率數字中，選出一個。以此類推，共選得五百個數字。問題是如何選法，可以使所選五百個數字之總和為最大。

這個房子分配問題，看起來好像是比較簡單。因為從代數里，我們已經曉得總共有 $500!$ 個可能的不同選法。因此也只有 $500!$ 種總和，我們只要在這些數字里找出一個最大數。不過我們得注意 $500!$ 是一個很不小的數字，如果這樣扳指頭死算，可得算死人。

問題是如何簡化這計算手續。在諾曼 (von Neumann) 的最近工作中，一種簡化方法已經被得到。

在上面兩個問題里，我們看出問題本身在理論上並不複雜，但是計算手續往往很繁。我們的運費問題只考慮了兩個城市，三個工廠；但在實際情況里，城市和工廠的數目遠不止此。在純數學里，我們的興趣往往是在求得一個存在或唯一性的定理。但在應用數學里，一個計算方法，一個簡單而相當夠準確的計算方法更為重要。

我們談過的兩個問題中也存在着一些相異點。比如說，在運費問題里，那些作為出發點的數字，也就是從某廠到某城的運費是確切不移的，那是運輸機構訂出的。但在房屋分配問題里，作為根據的數字，也就是某一人家配給某一房屋的使用效率，在估計時可能有些出入。這方面的個別誤差，可能對總結果有很大的影響。因此一個運用學工作者，必須對實際情況有深切了解。關起門來作研究是不能得到好結果的。

在“最大效果”這一類型里，存在着許許多多實際問題。我們不妨再舉幾個。例如汽油的配合問題。不同的汽油往往有着不同的化學和物理性質，例如揮發量等等。在實際應用中，我們往往要求某一種化學或物理性質在某一範圍內，例如揮發量不大過或小過某些數字等等。問題是在符合這許多要求下，如何最經濟地配合汽油。還有“辦公桌和文件箱的問題”。假設有三個辦公桌和三個文件箱。每一個在某一辦公桌的人每天都要到他自己的文件箱里，比如說取二十次文件。每一箱子到每一桌子的距離是固定的。問題是那一個箱子應該配給那一個桌子，使得每天三個辦公的人走路的總距離為最短。還有“巡迴演講”的問題。假想一個科學家居住在北京，他要去好幾個大城市作科學報告。報告完畢後，再回到北京。問題是他將如何安排他的旅程，使得總旅程為最短。關於最大效果這一類型的問題，我們已經給了相當多的例子。現在我們將談談穩扎穩打的問題。

三 穩扎穩打

我們假想甲乙雙方，作一戰略性的賭博。甲方有 m 個戰略，乙方有 n 個戰略。如果甲方採取戰略 i ，乙方採取戰略 j 。則其結果是：甲獲得 $M_{甲}(i, j)$ ，乙得到 $M_{乙}(i, j)$ 。如果我們設想那個賭博是一種賭錢方式，則 $M_{甲}(i, j)$ 便為甲贏得的錢， $M_{乙}(i, j)$ 是乙贏得的錢。（ $M_{甲}$ 、 $M_{乙}$ 可正可負，正是贏，負是輸。）並且 $M_{甲}(i, j) + M_{乙}(i, j) = 0$ ，也就是 $M_{甲}(i, j) = -M_{乙}(i, j)$ 。現在我們把所有可能結果，列成下列矩陣：

$$\begin{Bmatrix} M_{甲}(1, 1) & M_{甲}(1, 2) & \cdots & M_{甲}(1, n) \\ M_{甲}(2, 1) & M_{甲}(2, 2) & \cdots & M_{甲}(2, n) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ M_{甲}(m, 1) & M_{甲}(m, 2) & \cdots & M_{甲}(m, n) \end{Bmatrix}.$$

如此則甲的種種可能贏得的錢數，一目了然。同時甲贏得的就是乙輸出的。所以乙的種種可能結局，從這矩陣中也一目了然。我們現在不妨舉一實例。甲乙雙方作一擺銅錢的賭博。其規則如下：甲乙雙方各拿一銅錢，可任意取正反面。如果雙方同為正面或者同為反面，則甲贏一元。否則乙贏一元。每次賭博以兩局為結局。同時如果任一方兩次均

同为正，則額外贏一元。如果双方兩次均同为正，則乙額外贏一元。如果双方兩次均同为反面則甲額外贏一元。如是則甲共有四种战略，(正, 正)、(正, 反)、(反, 正)、(反, 反)。乙方亦同此。如是則方陣为：

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & -2 & 0 \\ -1 & -2 & 2 & 0 \\ -3 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}^{\circ}$$

我們現在再繼續作一般性的討論。如果甲采取战略 1，因为乙有 n 种不同战略可取，遂有 n 种不同結果。(在我們的例子里，如果甲采取 (正, 正)，但乙可采 (正, 正)、(正, 反)、(反, 正)、或 (反, 反) 四种中任一种战略。因此遂有四种可能不同的結果，分別为甲贏一元，甲贏一元，甲輸一元，及甲輸一元。) 其中必有一最坏結局。(对甲說，在特例中便为甲輸一元。) 如果甲采战略 2，可作同样分析。以此类推。甲每采一战略，則因为乙有 n 个战略可用，則 n 个結局中必有一个对甲方說，是最坏的結局。因此共有 m 个最坏結局。(在特例中共有四个最坏結局，分別为甲輸一元，甲輸二元，甲輸二元，甲輸三元。) 在这 m 个最坏結局中必有一最好的。也就是說，可能贏得最多，或者是輸得最少。(如果 m 个最坏結局，都是甲輸錢。就像我們所举的例子，甲至少輸一元。) 对应着这 m 个最坏結局中的最好結局的战略，不妨說是战略 i_0 ，就是甲的穩扎穩打的战略。(在特例中，便是甲采 (正, 正) 战略。) 他的所得最少是

$$P_{\text{甲}} = \min_{0 \leq j \leq n} M_{\text{甲}}(i_0, j).$$

关于为什么这是穩扎穩打的战略，已經說得很清楚。但不妨再旁敲側击的申述一下。假使甲不作像上面那样的分析。当他采取战略 1 时，在 n 个結局中必有一个最好的。(在特例中便是甲贏一元。) 以此类推，共有 m 个最好結局。这 m 个中必有一最好的。假設对应着这最好中的最好的是战略 j_0 。(在特例中，共有四个最好結局，那便是甲贏一元，甲贏二元，甲贏二元，及甲贏三元。这里面最好的当然是甲贏三元。对应着的战略是(反, 反)。) 通常这个战略 j_0 不一定是那穩扎穩打的战略 i_0 。我們顯然看出，如果乙方相当高明，那么这个‘最好中最好者’的战略，便反而吃虧。(在特例中，如果甲采 (反, 反) 战略，而乙采 (反, 反) 战略，則甲固能贏得三元。設若乙采 (正, 正) 战略，則甲輸三元。較穩扎穩打时，可能多輸四元，或多輸兩元。) 因为如果乙采取对策使甲所得的不是那对应战略 j_0 的 n 个結局中最好結局，而是那最坏結局，如是則甲所得反較取穩扎穩打时所得为少。

甲取穩扎穩打战略的收穫是

$$P_{\text{甲}} = \min_{0 \leq j \leq n} M_{\text{甲}}(i_0, j) = \max_{0 \leq i \leq m} [\min_{0 \leq j \leq n} M_{\text{甲}}(i, j)].$$

对乙方說，他可以作同样分析。得到一个穩扎穩打的战略，其收穫为：

$$\begin{aligned} P_{\text{乙}} &= \max_{0 \leq j \leq n} \min_{0 \leq i \leq m} M_{\text{乙}}(i, j) = \max_{0 \leq j \leq n} \min_{0 \leq i \leq m} [-M_{\text{甲}}(i, j)] \\ &= \max_{0 \leq j \leq n} [-\max_{0 \leq i \leq m} M_{\text{甲}}(i, j)] = -\min_{0 \leq j \leq n} \max_{0 \leq i \leq m} M_{\text{甲}}(i, j). \end{aligned}$$

在这样情况下，甲所得應該是負 $P_{乙}$ ，也就是

$$\min_{0 \leq j \leq n} \max_{0 \leq i \leq m} M_{甲}(i, j)。$$

我們沒有理由相信 $P_{甲} = -P_{乙}$ 。但在我們的特例中，我們却有 $P_{甲} = -P_{乙} = -1$ 。因此研究在哪種情況下， $P_{甲} = -P_{乙}$ ，便是一個很重要的問題。這便是諾曼的大貢獻。我們在此不能細述。

我們講一些實例。假設甲乙雙方斗智，在斗智中途，甲可改變其戰略，或不改變其戰略。乙亦然。因此便有四種可能性如下：（甲變，乙不變）、（乙變，甲不變）、（甲變，乙變）、（甲不變，乙不變）。假設這四種可能性所產生的結果如何，甲乙雙方都很明白。所不明白的是甲不知道乙是否變，乙也不知道甲是否變。在這裡，我們上面所講述的分析法，便可以用到了。再舉第二例。設想一個人比如說帶了兩顆子彈出外打兔子，約好晚飯前歸家。夕陽快西下時，兔子一只也沒見，倒看到不少狐狸。問題是要不要打。第三例。甲乙雙方作一賭博如下：我們畫一棋盤，共有十行十列。甲取其中一小方塊、讓乙猜是在第幾行或者是在第幾列（乙選擇或者猜行，或者猜列，但必須說明是那一個。）。如果乙猜不中，便得零。如果乙猜中，便得 y 。但 y 隨甲所選之小方塊在第幾行，第幾列而異。最後我們舉一個較複雜的例。一個潛水艇必須通過一條河道，比如說有 L 公里長。同時它的最大潛水長度是 A 公里， $A < L$ 。我們的飛機一定要選擇沿河道的一點 w ，來往復飛行偵察。假定在 w 點，潛水艇潛入水底，它便能夠逃走。否則便有被偵察到的可能。被偵察到的概率是 $P(w)$ ，隨飛機偵察地點而變。自然飛機不能天天在一點偵察，它必須改變其偵察地點，以達變化莫測之妙。潛水艇的潛水處所亦日在變化中。問題在研究潛水艇應採取怎樣的戰略，無論飛機在那些地點偵察，它被偵察到的概率總小于一固定值。同時也應研究飛機在那些地點進行偵察，無論潛水艇在何處入水，它被偵察到的概率總是大于一固定值。

讓我們結束關於穩扎穩打的討論。

四 勢如潮湧

在近代交通和城市規劃里，一個重要的問題便是汽車交通的規劃。如何在最小投資和最少意外事件發生的情況下，來享受我們社會日益繁榮所帶給我們日益增大的交通運輸。我們打算略為介紹一些這些方面的研究。現在先介紹幾個指標。

$$\text{流量: } q = \frac{n}{\tau},$$

這裡 n 是指在這 τ 一段時間內通過距離為 dw 的一段公路中的汽車數。

$$\text{濃度: } k = \frac{\sum_{i=1}^n dt_i}{\tau dw},$$

這裡 $\sum_{i=1}^n dt_i$ 是 n 部汽車通過 dw 長的距離所需時間的總和。因此 $\sum_{i=1}^n dt_i / \tau$ 便代表 dw 段內所有汽車的平均數目。“空間平均速度”便被定義如下：

$$v = \frac{q}{k} = \frac{dx}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n dt_i}$$

濃度和流量顯然存在着下列关系。当濃度等于零时，流量也是零。当濃度很大很大时，也就是交通阻塞，車輛不通时，流量也是零。这是可以被了解的。依据公路的情况，我們可以定出 $q-k$ 圖的 k_j 点(見圖 1)。在濃度很小和濃度很大的区域内，从实际經驗中証明濃度和流量存在著一定关系，如圖一实綫部分所示。一个熟習微分学的人，便立即会想到一个 q 的極大值 q_m 一定存在着。这一个極大值便可定义为“公路容量”。

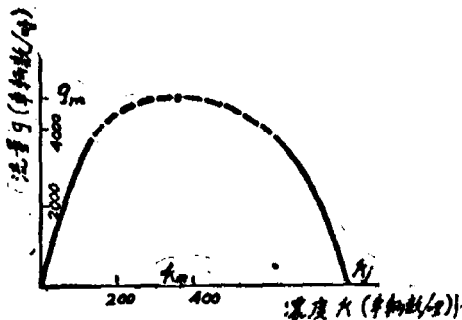


圖 1 流量-濃度曲線

这一个極大值并不常被观察到。現在根据上面的理論分析，我們便有一个方法去測量它。但在叙述前，我們得先介紹一些其他数量的測量法。一个基本概念便是波速。当我们看到一片落叶浮在池塘的水面上，我們向水里抛一石子，一个波便傳播出去。而那片落叶只不过随波上下，并没有改变它的位置。那个波以一定的速度傳播。这个速度便是波速。

又假想如果一条街是用橡皮制成，当載重相当大时，便弯成弧狀。我們在地下道里观察，顯然如果車輛都拥在某一段时，該部分街道因此成弧狀。拥挤情况随时变化。我們在地下看不到个别車輛移动，但看到那波动以一定速度傳播。我們現在可以討論計算車輛的办法。

計算車輛的办法，往往是駕一个車，以不变的速度 U 行駛。然后观察者数一数在观察時間 σ 內，他所超过的車的数目 N_1 ，以及超过他的車的数目 N_2 。我們得到下列关系：

$$N_2 - N_1 = \sigma \cdot q - k \cdot (U \cdot \tau).$$

这个式子里有两个未知数 q 及 k 。因此用两种不同的速度 U_1 同 U_2 ，去做这观察，便得到两个方程。因此也就解出那两个未知数 q 及 k 。这种測量法是很有启示的。因为如果設想两个观察者，在相差 σ 時間內，去开始点查車流数目。他們調整他們的速度 U ，使得所得 $N_2 - N_1$ 之平均数为一样。这样我們便得到

$$q(t) - k(t) \cdot U = q(t + \sigma) - k(t + \sigma) \cdot U,$$

或者

$$U = \frac{q(t + \sigma) - q(t)}{k(t + \sigma) - k(t)} = \frac{\Delta q}{\Delta k},$$

这里 Δq 和 Δk 是在 σ 時間內，流量和濃度的变化。

在这种情况下，在两个观察者之間的车輛数目是不变的。同时在任何地方，在观察者們所經過的時間內所經過之車輛数为 $q \cdot \tau$ 。但 σ 为一固定值，因此沿观察者以速度 U 駛行之道路上 q 保持不变。換言之，即如果流量有变化，則此变化以速度 U 傳播。

如圖 1 所示。如果 q 为一 k 的函数。則 $C = \frac{dq}{dk}$ 。任何很小的流量变化，將以此速度傳播。相对公路說， U 可正可負，但它的值永远小于或至多等于“空間平均速度” v 的值

(这个我們在下一段里將看出。)因此相对車流量而言, U 恒为負数。也就是說, 載着流量变化的波是永远向后傳播。这一个波动概念, 在我們的研討中, 將占很重要的位置。

在圖 1 中, 公路容量曾被定义为 q 的最大值。因此从数学方法看来, 要求公路容量也就是要求出一点 k_m 。在此点上, 其相对应的 q 值为最大。或者說, 也就是求在 $q-k$ 曲线上斜度等于零的一点。在波动語言中, 就是求出相对应波动速度为零的 q 值。这样我們便設計出一实际测量法如下。我們在交通灯前, 將大量車輛停止。經過相当時間, 車輛聚集得很多后再放行。如此則放行后濃度顯然有变化。而流量亦随之而变。一族的波动也跟着產生。每一个載着一特殊的 q 值, 用不同的速度 C 傳播出去, 或向前, 或向后。其中有一波在原停車地点保留不动。因此在該点所量之平均 q 值 (从車輛开始發动后至所有被停止之車輛完全通过前) 便为公路容量。

除了 $q-k$ 圖外, 我們还可以画 $v-k$ 圖。由一些实际观察数值, 我們得到圖 2。这个圖因为测量的数字不够多, 可能很不准确。但是形状是大致这样的。在濃度很小时,

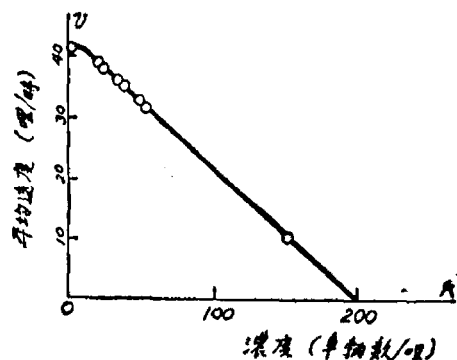


圖 2 速度-濃度曲綫

平均速度不变。这是很容易了解的。在一条公路上有兩部車在行駛, 同有 20 部車在行駛, 他們的平均速度是相同的, 因為他們互不干擾。可是当濃度漸漸增大时, 平均速度便受了影响而降低。因此如果我們下定义:

当 $\frac{dv}{dk}$ 为負数时, 公路便在拥挤狀況下, 这是極其自然的。我們看到

$$C = \frac{dq}{dk} = \frac{d}{dk}(kv) = v + k \frac{dv}{dk}.$$

因为 $\frac{dv}{dk} \leq 0$, 所以 $C \leq v$ 。这証实了我們在前一節里所說的。

很多問題, 我們可以从流量-濃度圖, 及波动速度的概念出發, 加深研究而得出。我們在这方面打算再介紹一些。

我們的流量-濃度圖是代表在某一段公路內, 它的流量和濃度的关系。我們从这个圖里, 可以演化出一个空間-時間圖。我們假想公路是順 x 軸而伸展, t 軸代表時間。如

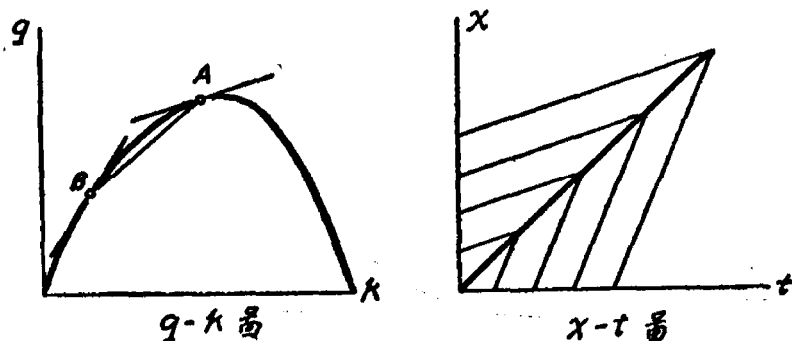


圖 3

此則任何一条綫在空間-時間圖內, 便代表一部車或一个波的行駛路程。它的斜度便代表速度。有着相同而不变的速度的波, 則將是一族平行直綫。如果公路的前一部分濃度

大而后一段濃度低，則我們在流量-濃度圖里，取相應兩點 A 及 B 。在 $w-t$ 圖內，畫若干平行于 A 點切綫，及平行于 B 點切綫的平行綫。它們因為速度不同，因此斜度不同，后面的波將趕上前面的波。因此一個“沖擊波”便形成。這沖擊波在 $w-t$ 圖的表示將為一平行于連接 A 、 B 兩點的割綫的直綫。

我們現在考慮一條不均勻的公路，也就是說它的各段的流量-濃度圖不一樣。它中間存在著一條狹窄路。為了簡化起見，我們假想其流量-濃度圖如圖 4 所示。如果流量 q 不超過狹窄路容量 q_n ，載着 q 的波通過窄狹路時，速度便暫時降低。離開窄狹路後，又恢復原來的速度。如果流量 q 大于 q_n ，則該波進入窄狹區域後，無法通過，不得不折回。因此同后面的波相干擾而造成沖擊波。情況很不簡單。這兩種情況，分別如圖 4 及圖 5 所示。我們不作詳細討論了。

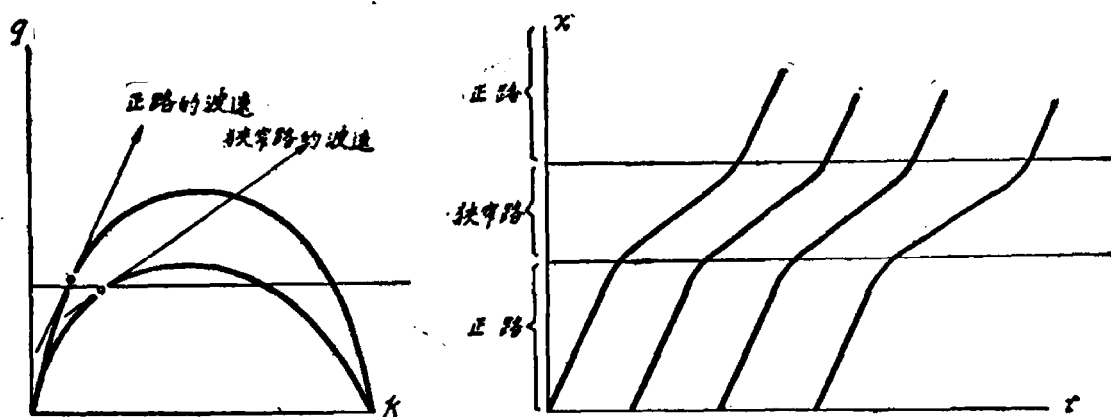


圖 4 波經過狹窄路，流量 q 不超過狹窄路容量 q_n

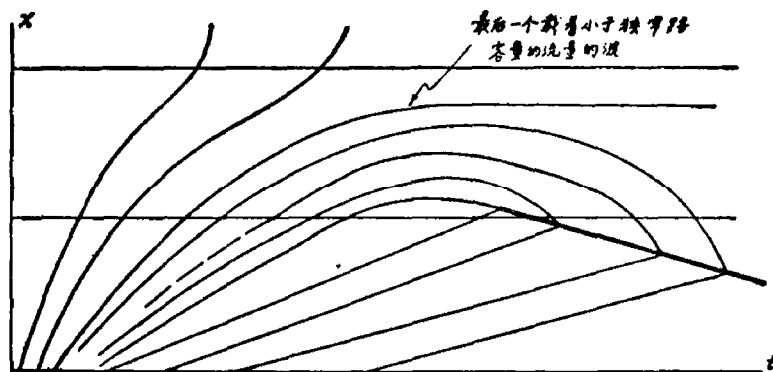


圖 5 波載流量大于狹窄路容量，沖擊波便因之造成

上面的分析方法，可以有一些擴充。一方面，這種方法可以用于步行人群的分析，如戲院散場等等。另一方面，在公路上，我們不一定要考慮狹窄路，我們還可以用來分析交叉路口的交通問題等等。

五 展 望

我們從上面那些例子里，可以看得出一些輪廓。運用學研究些什麼問題，以及應用些什麼工具。在我們所舉的例子里，也像擲骰子在概率論里一樣，並不是我們對賭博

有兴趣，而是因为許多問題都可同这些例子联系起來。

很顯然地，在科学發展史中，我們看出，許多以前憑經驗、憑直覺和大量劳动制造的程序，都漸漸补佐以科学方法。这样我們便能在較短的時間內，用較少的人力造出更多、更大、更好的东西來。我們的祖先、劳动人民在粗淺地掌握自然規律后，也能發明造紙術、印刷術等和建筑像天壇、廻音壁那些有名建筑物。可是現在因为化学、物理学和工程等科学的發展，我們便能造出更好的產品，在較短的時間內建筑更多的高楼大厦。在第二節里，我們已經明白指出，用扳指头的算法，也能解决房屋分配問題，可是那得花多少時間和人力！我們要充分利用科学成果。为了达到新的要求，只是用添人加班的方法是不能解決問題的。我們要尋找新方法和新工具。我們决不能因为我們祖先、劳动農民几千年來都是用牛耕地，便不去制造和改良拖拉机。同样我們也不能因为那些在上面我們討論过和在下面將要討論的問題，能有別的方法去解决，便不研究和發展运用学。

我們已經說過，這門科学还很不成熟。但是它的方向和前途是很明确的。我們也講起过在這門科学的發展初期，許許多多各門各類的科学家都貢獻过他們的力量，我們相信現在也还需要大家努力。

我們深信，一門科学不僅僅是許許多多个別实例的总和。它應該有自己的体系、問題和方法。力学所以成为一門独立的科学，而不是数学在一些實際問題中的应用，亦正在此。

自然在一門新兴的科学里，問題是不会缺少的。而且从許多已成熟的科学部門中，我們看出他們的發展情况，多是从解決實際問題开始。在这里，因为新的要求往往需要新的方法來解决。当个别的例子和尋求出來的方法積累得愈來愈多时，便起了根本上的質变。一个嚴整的体系便会被發現。自然，一門学科不会脫离其他学科而單獨發展和存在，与其他相关学科总有着相互关系。在这一方面，我們相信有利于發展运用学的客觀条件是存在着的。近年來，概率論和数学統計突飛猛進，賭博論的逐步成熟，都給运用学准备好了工具。問題是我們怎样好好利用它。而且我們應該注意，那些不但是工具，而且是工作母机。从那里應該產生一些新的工具，新的方法，运用学特有的方法。

我們正在大力建設社会主义工業，發展科学研究。我們要迎头赶上。这客觀情况，便是运用学問題的來源，也是运用学用武之地。我們有我們特有的問題。例如產品系列化，鐵路車站的分等，新的城市的規劃，車站的設計和選擇，交通系統間的联系，交通工具選擇的原則等等。在这些問題里，运用学的方法都將有助于問題的分析和解决。

在寫这短文时，同力学研究所的許多同事談論过。承他們批評和介紹文献，特在此致以誠意的感謝。