

[引用格式] 赵唯, 李璇, 郝程鹏. 高分辨波达方位估计技术研究进展 [J]. 水下无人系统学报, 2024, 32(6): 1141-1156.

# 高分辨波达方位估计技术研究进展

赵 唯<sup>1,2</sup>, 李 璇<sup>1,2</sup>, 郝程鹏<sup>1,2</sup>

(1. 中国科学院 声学研究所, 北京, 100190; 2. 中国科学院大学 电子电气与通信工程学院, 北京, 100049)

**摘 要:** 随着阵列信号处理的广泛应用, 波达方位(DOA)估计作为阵列信号处理的核心问题得到较大发展。文中首先对基于均匀线性阵列的窄带目标方位估计中的基于波束形成的传统算法和近 10 年的新兴算法进行了总结。分析了传统波束形成方法分辨率受限的原因, 讨论了自适应波束形成方位谱、子空间方法以及压缩感知等更高分辨力的方法; 进一步, 基于实际应用的需要, 总结了宽带目标方位估计方法、基于稀疏阵列的 DOA 估计方法以及二维 DOA 估计方法的进展。最后介绍了基于人工智能的方法在 DOA 方位估计中的新进展。文中的研究可应用于现代雷达声呐探测、无线电通信以及导航中, 具有较高的应用价值。

**关键词:** 信号处理; 波达方位; 高分辨; 宽带; 稀疏阵列

中图分类号: TJ630; U674

文献标识码: R

文章编号: 2096-3920(2024)06-1141-16

DOI: 10.11993/j.issn.2096-3920.2023-0158

## Research Progress in Methods to Estimate High-resolution Direction of Arrival

ZHAO Wei<sup>1,2</sup>, LI Xuan<sup>1,2</sup>, HAO Chengpeng<sup>1,2</sup>

(1. Institute of Acoustics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China; 2. School of Electronic, Electrical and Communication Engineering, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

**Abstract:** With the widespread application of array signal processing, the estimation of direction of arrival(DOA) as the core problem of array signal processing has made significant progress. This paper first summarizes the traditional algorithms based on beamforming for narrowband target direction estimation relying on uniform linear arrays and emerging algorithms in the past decade. Then, it analyzes the reasons for the limited resolution of traditional beamforming-based methods and discusses higher-resolution methods such as adaptive beamforming direction spectrum, subspace methods, and compressed sensing. Furthermore, for the needs of practical applications, the paper summarizes the progress of broadband target DOA estimation methods, sparse array-based DOA estimation methods, and two-dimensional DOA estimation methods. Finally, the new advances of artificial intelligence-based methods in DOA estimation are introduced. The research in this paper can be applied to modern radar/sonar detection, radio communication, and navigation, showing high application value.

**Keywords:** signal processing; direction of arrival; high resolution; broadband; sparse array

## 0 引言

目标方位是反映目标特征的重要参数。波达方位(direction of arrival, DOA)估计技术利用阵列

信号处理技术对接收信号进行处理, 并从中提取出表征目标特征的参数信息, 在通信、雷达、声呐、天文学和无线传感器网络等领域发挥着重要作用, 是阵列信号处理领域的重要应用之一。

收稿日期: 2023-12-09; 修回日期: 2024-04-07; 录用日期: 2024-04-07.

基金项目: 中国科学院声学研究所自主部署“前沿探索”类项目资助(QYTS202013).

作者简介: 赵 唯(1998-), 女, 在读博士, 主要研究方向为波达方位估计及目标跟踪.

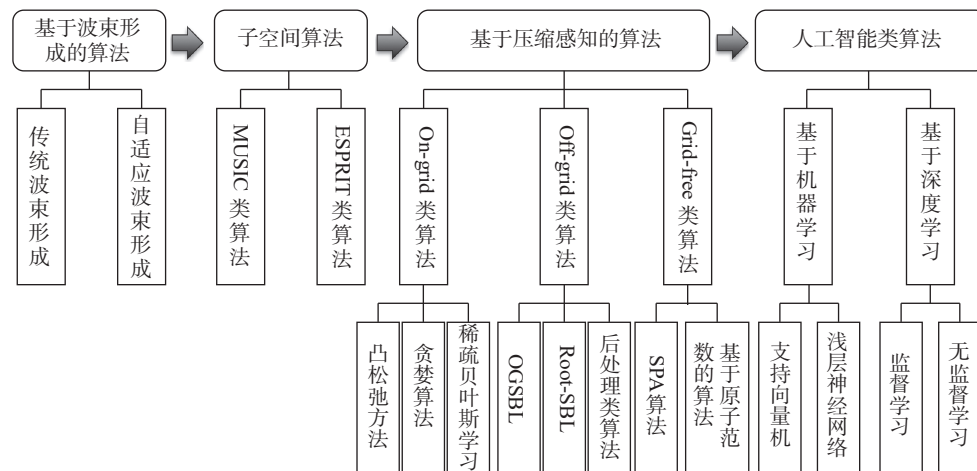
OPEN ACCESS

DOA 估计可通过空间谱(方位谱)的估计实现。基于传统波束形成的 DOA 估计通过将阵列数据与指向不同方向的加权向量相乘获得空间谱,其分辨力会受到瑞利限(Rayleigh resolution limit)“孔径”的影响。瑞利限源于光学中的角度分辨力,其与光的波长和透镜孔径的大小有关。对于一个直径为  $D$  的透镜(假设  $D$  远大于光的波长  $\lambda$ ),衍射的第 1 个零点出现在  $\theta = 1.22\lambda/D$  处。对于 2 个等强度的非相干点源,当其中一个的衍射中心恰好落在另一个的第 1 零点处,则二者刚好可以分辨,而这个最小的分辨范围正是  $\theta = 1.22\lambda/D$ ,即瑞利限。由于物理采样有限,方位估计的分辨力有限。当 2 个目标均到达接收机,如果因间距较小而无法分辨,在谱上通常表现出汇聚为 1 个峰。对于 1 个有  $N$  个阵元的均匀半波长间距的线阵,由传统波束形成无法得到理想的冲激函数,当波束指向  $\alpha$  (偏离阵列法线方向的角度)时,其主瓣宽度近似为  $100^\circ/(N \cos \alpha)$ 。主瓣宽度可表征阵列的空间分辨力,当 2 个信号到

达方向之差大于主瓣宽度的一半时才能分辨。所以主瓣宽度为该阵列的瑞利限,也就是使用该阵列进行传统波束形成方位估计的分辨力。提高方位估计的分辨力需要增大阵列孔径,因此,需要研究高分辨的 DOA 估计方法,以期在物理尺寸不变的前提下提高分辨力。针对此,文中从实际应用需求的角度出发,围绕窄带信号方位估计、宽带信号方位估计、基于稀疏线阵的目标方位估计以及二维 DOA 估计等方面对近年来高分辨 DOA 估计技术的相关理论成果及研究现状进行了论述。

## 1 窄带目标方位估计

窄带目标方位估计方法的发展过程如图 1 所示。以此发展流程为主线,研究人员依据实际应用中对信号以及阵列的发展需求,对宽带目标、稀疏阵列以及二维 DOA 估计中的特有进行了拓展研究。文中重点介绍窄带目标方位估计非人工智能部分的研究现状。



注: MUSIC 为多重信号分类(multiple signal classification); ESPRIT 为旋转矢量不变技术(estimating signal parameter via rotational invariance techniques); OGSBL 为基于离网模型的稀疏贝叶斯学习(off-grid sparse Bayesian learning); SPA 为稀疏参数估计算法(sparse parameters algorithm)

图 1 窄带目标方位估计方法发展过程

Fig. 1 Development process of narrowband target DOA estimation methods

### 1.1 基于波束形成的算法

1948 年, Bartlett 等<sup>[1]</sup>提出了均匀延时加权波束形成即传统波束形成(conventional beamforming, CBF)算法,该算法通过扫描观测区域的方位得到方位谱,由于具有主瓣宽的缺点,因此方位分辨力受限。方位谱受到方向向量和加权向量的影响,

形成了 sinc 函数而不是理想的冲激函数,该过程可被视作卷积,可通过解卷积实现高分辨的重构。为解决 CBF 方位分辨力低的缺点,学者们提出了一系列自适应波束形成算法。Capon 波束形成,即最小方差无失真响应(minimum variance distortionless response, MVDR)波束形成是最初的自适应

波束形成算法之一,也是波束形成中最重要的一种算法。该算法通过在保持某个感兴趣方向输出的同时最小化总功率,协方差矩阵的逆与方向向量的乘积为波束形成器的权值,因此也称为采样协方差矩阵求逆法(sample matrix inverse, SMI)。利用 Capon 波束形成进行方位估计可实现更高的方位分辨力,其优点是对干扰的抑制显著;缺点是稳健性差,如果方向向量的估计存在误差或采样快拍数过小,期望信号可能会被当作干扰抑制,甚至协方差矩阵不可逆而失效,导致算法性能急剧下降。为了兼顾波束的旁瓣级、主瓣宽度、阵增益、稳健性和逼近精度等指标,一系列改进方法被提出,其核心是采用回归分析或收缩的方法,基于各种优化准则对方向向量或协方差矩阵的误差进行约束。例如, Li 等<sup>[2]</sup>提出稳健 Capon 波束形成和双约束稳健 Capon 波束形成; Mestre 等<sup>[3]</sup>运用随机矩阵的理论,通过最大化输出信干噪比得到适用于大阵列的有限快拍数最佳对角加载因子; Gershman 等<sup>[4]</sup>提出基于最差情况下性能最优化的稳健自适应波束形成。此外,还有一些非参数化的自适应波束形成方法被提出,例如:主分量回归法、偏最小二乘法以及隐回归法等,这类稳健的 Capon 波束形成方法同样可以用于方位谱估计,但由于这类方法均在稳健性与最小方差波束形成的高阵增益间折中,因此其分辨力要比 Capon 波束形成方位估计的分辨力差。

## 1.2 子空间类算法

子空间类算法的基础是信号从高维到低维的映射。在噪声与信号不相干的前提下,当阵列阵元个数大于目标源个数,阵列数据的信号分量一定分布在一个低秩的子空间中,由这个低秩的子空间可得到方位估计。

1979 年, MUSIC 算法被提出<sup>[5-6]</sup>。该算法基于矩阵的特征分解,将接收数据划分为信号子空间和噪声子空间,利用二者之间的正交性获得方位谱的伪谱,通过谱峰搜索即可获得目标的方位估计。该算法奠定了子空间类算法的基础,开创了空间谱和方位估计研究的新时代。随后涌现了一系列 MUSIC 改进算法。Barabell<sup>[7]</sup>提出了多项式求根 MUSIC (root-MUSIC)算法,该算法无需得到方位谱,而是将谱峰搜索转换为多项式求根问

题。Rao 等<sup>[8]</sup>分析得出了 root-MUSIC 算法与 MUSIC 算法具有一致的渐近性能。Ermolaev 等<sup>[9-10]</sup>提出了最小范数 MUSIC 算法,通过构造阵列加权向量获得目标方位估计。韩芳明等<sup>[11]</sup>利用理想阵列协方差矩阵的 Toeplitz 性质对阵元误差影响进行补偿,可降低 MUSIC 算法对阵列误差的敏感性,并提高其在低信噪比下的性能。1986 年, Roy 等<sup>[12]</sup>提出了 ESPRIT 算法,利用信号子空间的旋转不变性将阵列划分为 2 个子阵,通过广义特征值分解获得目标的方位估计。与 MUSIC 算法不同的是, ESPRIT 算法能够不通过方位谱直接得到目标的方位估计。为了降低计算量, Ottersten 等<sup>[13]</sup>提出全局最小二乘 ESPRIT(total least squares ESPRIT, TLS-ESPRIT)算法,在最小二乘准则下,只需要一次奇异值分解就可以估计出目标方位,并且在小样本时具有更好的性能。Haardt 等<sup>[14-15]</sup>提出了酉 ESPRIT(unitary ESPRIT)算法,该算法利用接收数据的共轭信息,使数据等效长度增加了 1 倍,通过双射变换构造中心复共轭对称矩阵,然后再按照 ESPRIT 算法对构造数据进行方位估计,降低了计算量并提高了算法参数估计精度,但在低信噪比下性能下降较快。

MUSIC 和 ESPRIT 这 2 类子空间算法有以下共同特点: 1) 相干信号会导致协方差矩阵缺秩,要求信号具有非相干性,由此才能得到正交的信号子空间和噪声子空间; 2) 需要对数据的协方差矩阵进行特征值分解、奇异值分解或正交三角分解; 3) 依赖于样本协方差的统计精度,需要大量的采样快拍; 4) 需要获得信源个数的先验信息。

当阵元数较大时,上述 2 类算法的运算量会非常大,此外在相干信源和快拍数较小的情况下,算法的分辨力也会大大下降。因此,一些学者提出对协方差矩阵进行预处理,或采用其他方法避免矩阵分解,以降低计算量,提升小快拍数情况下的性能。文献 [16]~[19] 基于线性运算,利用多级维纳滤波器的高阶次幂来逼近信号子空间或噪声子空间。Xin 等<sup>[20]</sup>提出的子空间算法无需进行特征值分解,利用阵列的几何结构和移不变特性来得到噪声子空间,再采用 MUSIC 进行 DOA 估计。Viberg 等<sup>[21-22]</sup>提出了信号子空间拟合(signal subspace fitting, SSF)及加权子空间拟合(weighted sub-

space fitting, WSF)方法,在理论上可达到与随机最大似然法相当的大样本估计精度。Marcos 等<sup>[23-24]</sup>提出了传播算子算法,通过线性运算计算出噪声子空间,这一过程降低了矩阵分解的计算量。研究人员通过解相干的预处理改善子空间算法对相干信源的估计性能。方位估计的解相干核心是将包含信源信息的协方差矩阵的秩恢复到信源个数。最常见的处理即 Evans 等<sup>[25]</sup>提出的空间平滑,随后前向空间平滑<sup>[26]</sup>、前后向空间平滑<sup>[27]</sup>以及加权空间平滑<sup>[28]</sup>等一系列改进方法被提出。空间平滑方法的思想是将阵列划分为若干个相互重叠的子阵列,以子阵协方差矩阵的和来代替原协方差矩阵,相当于以孔径的减小为代价实现秩的恢复。此外还有矩阵分解法、矢量奇异值法、最大似然法、Toeplitz 矩阵重构法<sup>[29]</sup>以及几种方法的综合<sup>[30]</sup>。

### 1.3 基于压缩感知的算法

由于信号方位具有稀疏特性,通过压缩感知的方法可有效提高对 DOA 的估计性能。利用压缩感知进行 DOA 估计时,在信号稀疏表示的基础上以  $l_0$  范数为稀疏约束建立优化问题,由于  $l_0$  范数约束优化问题是一个 NP(non-deterministic polynomial)难题,于是基于凸松弛方法、贪婪方法以及稀疏贝叶斯学习(sparse Bayesian learning, SBL)求解的方法被提出,用于  $l_0$  范数约束优化问题的求解。

Gorodnitsky 等<sup>[31]</sup>率先采用压缩感知的思想来解决方位估计问题,并提出一种欠定聚焦系统求解器(focal underdetermined system solver, FOCUSS)算法,其实质是一种基于  $l_p$  范数约束的加权最小二乘算法,通过迭代的方式获得稀疏解,但该算法基于单测量矢量(single measurement vector, SMV)实现,所以在低信噪比条件下估计精度较低。2005 年, Cotter 等<sup>[32]</sup>对 FOCUSS 算法进行改进,提出多帧 FOCUSS(multiframe FOCUSS, MFOCUSS)算法,该算法适用于多测量矢量(multiple measurement vector, MMV)的场景,可有效降低算法对噪声的敏感性,获得稳定的估计性能,但缺点是随着快拍数的增加,算法的计算复杂度也相应增大。基于匹配追踪的贪婪算法也被提出应用于 DOA 估计中,例如正交匹配追踪<sup>[33]</sup>、正则正交匹配追踪<sup>[34]</sup>以及压缩采样匹配追踪<sup>[35]</sup>算法,这类算法通过迭代选择信号的稀疏表示来逼近原始信号,计算速度快,

但分辨力较低。针对多块拍下算法计算复杂度较大的问题, Malioutov 等<sup>[36]</sup>提出一种基于奇异值分解的  $l_1$  范数约束法( $l_1$ -singular value decomposition,  $l_1$ -SVD)。该算法通过构建  $l_1$  范数约束下的优化问题,借助 2 阶锥规划来获得最优解,并利用 SVD 通过降维来降低算法对噪声的敏感性,提高算法估计精度,而且适用于相干信号的方位估计。但该算法需要预知信源的数目,存在惩罚函数不公平的问题<sup>[37]</sup>。Tipping<sup>[38]</sup>提出 SBL 算法或称贝叶斯压缩感知(Bayesian compressive sensing, BCS)或相关向量机(relevant vector machine, RVM),可将概率分布融合于稀疏信号恢复框架中。与传统压缩感知相区别的是, SBL 算法通过假设待恢复的稀疏信号服从某种先验分布,然后通过最大化后验分布(maximum a posteriori, MAP)实现稀疏信号的恢复。对于 SBL 算法,不同学者假设稀疏信号服从不同的先验并由此发展出新的 DOA 估计算法,主要有高斯先验<sup>[39-41]</sup>、实数域 Laplace 先验<sup>[42-45]</sup>和实数域加权 Laplace 先验<sup>[46]</sup>等。

传统的稀疏优化类算法将角度空间划分为均匀的离散网格,并假设实际的 DOA 位于网格线上,即假设为在网模型。但在实际工程应用中,目标的 DOA 很难准确对应预先划分好的网格线,即网格失配不可避免,即使是加密网格线,也只在一定程度缓解这种失配问题。针对离网问题,离网模型和无网格模型被提出。2013 年, Yang 等<sup>[47]</sup>针对网格失配问题推导了离网稀疏 SBL(off-grid SBL, OGSBL)算法,将字典通过 1 阶泰勒展开引入离网距离,假设离网距离服从均匀分布,利用贝叶斯推导估计真实离网距离。然而,当网格间隔较大时,泰勒展开可能不准确。Dai 等<sup>[48]</sup>提出的 root-SBL 算法依据均匀线性阵列(uniform linear array, ULA)性质,在 SBL 迭代中采用根(root)查找过程来更新网格点,以解决离网问题。但 Root-SBL 仅限于 ULA 使用,且在低信噪比下精度较低。考虑到网格划分的精细程度会同时影响估计精度和计算复杂度,一系列的后处理算法被提出,这些算法首先使用粗网格估计 DOA,然后通过后处理搜索估计细化 DOA。Wang 等<sup>[49]</sup>提出一种网格演化 DOA 估计方法,结合了 root-SBL 过程和网格裂变过程,使网格不均匀地从粗到密,可处理 1 个初始网格区

间内多个 DOA 的情况, 加快了离网 SBL 方法的速度, 但该方法仍然受限于 root-SBL 算法的固有限制。针对此, Wang 等<sup>[50]</sup>又提出一种新的自适应网格细化(adaptive grid refinement, AGR)方法, 使用粗网格点初始化, 并根据 SBL 迭代过程中修改后的联合分布的最大化逐步插入网格点, 然后通过一个后处理的 DOA 搜索过程来解决离网问题。

针对离网问题的第 2 种方案是 Grid-free 模型, 该模型不对角度空间划分网格, 基于连续域进行稀疏参数优化。Yang 等<sup>[51]</sup>提出了稀疏参数方法(sparse and parametric approach, SPA), 首先恢复具有 Toeplitz 性质的数据协方差矩阵, 然后对协方差矩阵进行分解, 得到特征向量, 最后通过求根得到目标的 DOA。Bhaskar 等<sup>[52]</sup>提出原子范数压缩感知, 通过原子间的线性加权拟合接收数据。Tang 等<sup>[53]</sup>提出了原子范数最小化(atomic norm minimization, ANM)算法, 论证当待估参数满足充分的分离度条件时, 可以精确估计稀疏成分并恢复信号。Yang 等<sup>[54]</sup>针对 ANM 算法在实现稀疏参数估计时需要待估参数满足分离度条件的问题, 提出一种重加权原子范数最小化(reweighted atomic norm minimization, RANM)算法, 该算法从原子  $l_0$  范数和原子范数之间的性能差异出发, 通过重加权迭代优化策略使优化模型的性能和原子  $l_0$  范数的性能相近, 从而起到提升稀疏参数的稀疏度并克服参数分离度条件的作用, 实现高分辨率且高

精度的参数估计性能。以上 ANM 算法及其改进算法均以无网格的方式进行 DOA 估计, 可从根本上解决基不匹配问题, 较大程度地减少了网格失配的影响, 提高了 DOA 估计的精度。但此类算法需要将基于 ANM 的凸优化问题转化为半正定规划问题求解, 而上述文献均利用 CVX 工具箱中的 SDPT3 求解器, 该求解器难以处理大维度矩阵的问题。针对此, Yang 等<sup>[54]</sup>提出交替方向乘子法, 可提高半正定规划的求解效率; Wang 等<sup>[55]</sup>提出了一种基于迭代范德蒙特分解和收缩阈值(iterative Vandermonde decomposition and shrinkage thresholding, IVDST)的快速算法, 基于加速近端梯度技术求解 ANM 问题, 与基于 SDPT3 求解器的方法相比有效降低了计算复杂度, 但该算法得到的是 ANM 问题的近似解, 在低信噪比下估计精度的性能较差, 针对此, Jyoth 等<sup>[56]</sup>又提出了一种快速单调算法。以上针对 ANM 问题的快速求解算法, 大多仅适用于单快照情形和理想的阵列情况, 如何发展应用场景更广泛的快速无网格算法仍值得关注。

表 1 梳理了窄带目标 DOA 估计方法的优缺点。相较于传统的方位估计方法, 稀疏重构类算法具有极大优势, 适用于快拍数较少或信噪比较低条件下的方位估计, 且拥有较高的空间分辨力。此外, 稀疏重构类算法还可同时解决相干信号和非相干信号源的方位估计问题。

表 1 窄带目标 DOA 估计方法优缺点对比  
Table 1 Comparison of advantages and disadvantages of narrowband target DOA estimation methods

| 方法        | 算法        | 优点                       | 缺点                                |
|-----------|-----------|--------------------------|-----------------------------------|
| 基于波束形成的算法 | 常规波束形成    | 稳健性强; 计算复杂度低             | 分辨率低                              |
|           | 自适应波束形成   | 旁瓣低; 分辨率高                | 计算复杂度高                            |
| 子空间算法     | MUSIC类算法  | 高信噪比、多块拍下分辨率高            | 低信噪比、小块拍下分辨率低; 难以处理相干信号           |
|           | ESPRIT类算法 | 高信噪比、多块拍下分辨率高            | 低信噪比、小块拍下分辨率低; 难以处理相干信号; 要求阵列平移不变 |
| 基于压缩感知的算法 | 凸松弛优化算法   | 稳健性强; 分辨率高; 可处理相干信号      | 计算复杂度高; 需要参数选择                    |
|           | 贪婪算法      | 计算复杂度低; 可处理相干信号          | 分辨率低                              |
|           | SBL算法     | 稳健性强; 无需稀疏度先验信息; 可处理相干信号 | 计算复杂度高                            |

2 宽带目标方位估计

相较于窄带信号, 宽带信号由于具有更高的距离分辨力、抗干扰性能, 以及更多的回波信息量, 在雷达、声呐信号处理领域得到广泛应用, 而宽带

信号目标方位估计方法也越来越受到关注。

2.1 分频点联合处理

宽带目标不同于窄带目标, 其信号具有一定的带宽, 因此无法确定唯一的方向向量, 解决此问题的主要方法是将宽带信号处理转换至窄带形式。

第 1 类较为简单的方式是对宽带信号进行离散傅里叶变换(discrete Fourier transform, DFT), 其频域相当于若干窄带信号的频域叠加, 在信号的每个频点或者子带独立应用窄带 DOA 估计技术。例如: 非相干信号子空间方法(incoherent signal-subspace method, ISM)<sup>[57]</sup> 在各频点应用 MUSIC 算法, 最终结果是所有感兴趣波段估计数的平均值。 $L_1$ -奇异值分解算法<sup>[58]</sup> 和子带信息融合(subband information fusion, SIF)算法<sup>[59-60]</sup> 通过整合所有频点的数据来实现宽带 DOA 估计; Tang<sup>[61]</sup> 和 Xu<sup>[62]</sup> 等基于分频点联合处理思想, 将宽带 DOA 问题转化为多字典联合优化问题以恢复稀疏信号。基于 SBL 的多频点联合处理算法假设各频点共享相同的稀疏性, 其中: 多快照 SBL 方法<sup>[63-64]</sup> 利用频域数据的共享稀疏性以概率方式执行多快照处理, 并获得稀疏解; 多字典 SBL 算法<sup>[65]</sup> 可以同时处理由不同字典生成的观测数据, 这些字典共享相同的稀疏性, 并提供 SBL-共协方差和 SBL-多协方差解。

## 2.2 频点聚焦处理

宽带目标方位估计的第 2 类方式是通过设计聚焦矩阵, 将不同频率的窄带分量映射到同一参考频率下, 然后对整合后的数据执行窄带信号 DOA 算法。例如相干信号子空间(coherent signal-subspace method, CSM)算法, 通过聚焦变换将带宽内各个频率点下的信号子空间变换到参考频点下的信号子空间, 再用窄带信号子空间处理方法进行高分辨方位估计。聚焦过程需要设置聚焦频率和设计聚焦矩阵, 常见的聚焦矩阵设计方法有双边相关变换(two-side correlation transformation, TCT)<sup>[66]</sup>、旋转信号子空间(rotational signal subspace, RSS)<sup>[67]</sup> 及信号子空间变换(signal subspace transformation, SST)<sup>[68]</sup> 方法等。但这些算法都需要预先估计出入射信号的粗角度和已知信源数, 预估角度偏差较大时会严重影响方位估计的性能。为避免预估角度对算法性能的影响, Sellone<sup>[69]</sup> 提出一种无需预先估计角度的聚焦矩阵设计方法, 这种算法的稳健性更高, 但由于采用了积分运算, 导致算法比较复杂, 不利于现实应用。Ma 等<sup>[70]</sup> 提出了一种无需预先估计 DOA 的聚焦信号子空间(focusing signal subspace, FSS)算法, 结合所有信号子空间的特征向量利用 Frobenius 范数构造一个西聚焦

矩阵, 算法估计精度和角度分辨力都有所提高。

传统基于稀疏恢复的宽带目标方位估计方法大多假设信号源的频率特性一致, 然而在实际应用中, 各个目标宽带源可能表现为完全重叠、部分重叠或不重叠的情况, 重叠程度的变化会导致传统宽带源产生不准确的 DOA 估计。Wang 等<sup>[71]</sup> 针对具有不同频率特性的宽带源 DOA 估计提出一种潜在的解决方法, 该方法利用狄利克雷过程先验的聚类特征, 将具有相同稀疏模式的频点测量值聚类到不同的簇中, 各簇内基于 SBL 进行稀疏恢复。但 Zhang 等<sup>[72]</sup> 认为该方法仅考虑了各簇内频率之间的相关性, 而没有考虑源之间的空间相关性, 并基于稀疏信号的空间频率统计相关性提出了改进算法, 该算法根据空间域和频域结构模式, 对 9 种空间-频先验结构进行了建模, 通过在空间-频域的联合处理提高角度分辨率, 该算法提高了异构源 DOA 估计的精度和分辨率, 但联合处理的方式同时也带来了较高的计算复杂度。

综上所述, 虽然国内外在宽带信号的高分辨 DOA 估计技术上已取得一些研究成果, 但针对异构源的 DOA 估计方法较少, 且无论是频点联合处理还是空间-频域联合处理方法, 计算复杂度均较高, 解决这些问题是提高宽带信号高分辨 DOA 估计技术实用性的关键。

## 3 基于稀疏线阵的 DOA 估计方法

基于均匀线阵进行目标方位估计时, 物理阵元的个数不仅限制了自由度, 而且影响了方位分辨力。在相同阵元个数的情况下, 稀疏阵列可获得比传统均匀线性阵列更高的分辨力和更大的自由度, 在三维声呐成像<sup>[73]</sup> 以及雷达探测领域<sup>[74]</sup> 已获得较多应用。其中, 嵌套阵列和互质阵列是 2 类典型的稀疏阵列结构。

### 3.1 基于嵌套阵列的 DOA 估计

2010 年, Pal 等<sup>[75]</sup> 提出了嵌套阵列, 此后各类改进嵌套阵列相继提出<sup>[76-77]</sup>, 关于嵌套阵列的 DOA 估计算法主要围绕如何利用嵌套阵列的完全自由度。Shi 等<sup>[78]</sup> 基于 DFT 实现了嵌套阵完全自由度的利用, 但该方法需要较多的虚拟阵元数且分辨率低。Xiong 等<sup>[79]</sup> 将压缩感知类方法应用于嵌套阵列中, 其无需虚拟阵列即完全连续紧凑。

### 3.2 基于互质阵列的 DOA 估计

2011 年, 互质阵列结构被提出, 其核心思想是采用 1 对在空域中满足互质条件的稀疏阵列, 同时对入射信号进行欠采样, 利用 2 组稀疏采样信号并结合质数的性质进行阵列信号处理, 以有效突破奈奎斯特采样速率的限制, 在更广空间范围内实现对入射信号进行空域欠采样和稀疏感知。目前基于互质阵列的 2 种最典型的方位估计方法是基于互质子阵分解思想的方位估计方法和基于虚拟域信号处理的互质阵列方位估计方法。基于互质子阵分解类的方法将互质阵列分解为一对子阵, 分别对子阵列接收的信号进行处理, 进一步根据 2 个子阵的相位模糊并利用互质的性质实现目标方位的准确估计。这种方法具有计算复杂度较低的优势, 但基于互质子阵分解的方法没有提高方位估计的自由度, 甚至会造成自由度损失的问题<sup>[80-83]</sup>, 仅在目标数有限的场景中能够取得较好的效果。

基于虚拟域信号处理的方法在互质阵列方位估计中被广泛应用。该方法是在虚拟域构建虚拟均匀线性阵列, 在此基础上使用传统均匀线阵方位估计方法进行 DOA 估计。这种方法充分利用了互质阵列孔径大和自由度高优势, 可以在欠定条件下进行精确的目标方位估计。Pal 等<sup>[84]</sup>通过计算互质阵列差集数组的方式, 在虚拟域构造增广虚拟矩阵, 并通过空间平滑操作构造对应于增广虚拟均匀线性阵的满秩协方差矩阵, 从而将传统的 MUSIC 算法引入虚拟域中。进一步考虑到 MUSIC 算法谱峰搜索对估计精度和计算复杂度的限制, ESPRIT 算法<sup>[85]</sup>也被引入至基于虚拟域信号处理的互质阵列方位估计中。随着稀疏重建理论的发展, 在虚拟域基于信号稀疏重建的互质阵列方位估计方法也被相继提出。基于稀疏重建的方法预定义一组空间网格点对虚拟域的  $D$  参数进行过完备表示。例如: Zhang 等<sup>[86]</sup>通过  $l_1$  范数最小化约束过完备空间谱的稀疏性; Shen<sup>[87]</sup>和 Qin 等<sup>[88]</sup>分别引入组稀疏和 SBL; Shi 等<sup>[89]</sup>提出一种可用于未知信源数的基于稀疏重建理论的虚拟域 DOA 估计方法, 通过对虚拟阵列的协方差矩阵进行恢复来准确估计 DOA、信号功率和信源数目。随着无网格理论的发展, Zhou 等<sup>[90]</sup>利用虚拟

内插, 通过无网格的方式实现虚拟阵列协方差矩阵的稀疏重构。

## 4 二维 DOA 估计技术

当目标与接收平台处于不同高度时, 二维 DOA 估计的必要性大大提升, 在目标探测、跟踪及定位等方面均有重要意义。二维 DOA 估计可以通过各类面阵和体积阵实现, 面阵根据阵列的排布形式分为均匀面阵和非均匀面阵, 均匀面阵的阵元排列成  $N$  行  $M$  列的网格, 且阵元在行方向和列方向上均具有均匀的间距。不满足以上条件的面阵, 可视为非均匀面阵。文中首先讨论了基于均匀面阵、任意阵型面阵以及平行嵌套和互质阵的二维 DOA 估计算法的发展, 然后分析了基于 2 类特殊的非均匀面阵(L 型阵列、均匀圆阵)和体积阵进行 DOA 估计的研究现状。

### 4.1 基于面阵的二维 DOA 估计

Wax 等<sup>[91]</sup>针对均匀面阵的二维 DOA 问题提出了由一维 MUSIC 算法延伸出的二维 MUSIC, 该算法需要二维谱峰搜索的方式获取角度估计值, 计算复杂度高。Ye 等<sup>[92]</sup>进一步基于降维求根技术和 MUSIC 算法, 提出了一种适用于均匀面阵的二维 DOA 估计算法, 基于噪声子空间和方向矢量之间的正交关系构造二维求根多项式, 并将该二维多项式降维为 2 次一维求根, 有效降低了求根难度。Jhang 等<sup>[93]</sup>提出了一种可用于大规模均匀面阵的高效 DOA 估计算法, 首先基于二维 DFT 通过单快照获得 DOA 粗略估计值, 进一步利用迭代搜索估计器在小范围内精细估计 DOA。Shen 等<sup>[94]</sup>针对均匀面阵中方位角和俯仰角间的偏置耦合问题, 提出了一类基于压缩感知的二维 DOA 估计算法, 通过 Kronecker 乘积对基矩阵中的方位角和俯仰角解耦, 进而通过泰勒展开式推导了二维离网 DOA 模型, 引入空间稀疏约束和 DOA 偏置的附加能量约束构建稀疏恢复问题, 通过交替下降法迭代估计 DOA 以及角度偏置。Zhang 等<sup>[95]</sup>提出了一种无网格二维频谱恢复算法, 通过引入矩阵形式的原子集, 开发了一种基于半正定规划的二维原子范数解耦方法, 该算法可应用于均匀面阵下二维 DOA 估计问题<sup>[96]</sup>。

针对非均匀面阵, 有学者研究了任意面阵的

DOA 估计问题。刘学承等<sup>[97]</sup>将双边相关变换发展至任意平面阵列,提出了一种低计算复杂度的二维宽带 DOA 快速估计算法,该算法未对模型作均匀面阵的假设,适用于任意面阵。Park 等<sup>[98]</sup>发展了适用于任意平面阵列的基于压缩感知的 DOA 估计模型,该模型将 DOA 和离网部分视为块,通过重构块稀疏信号处理离网二维 DOA 估计。陈涛等<sup>[99]</sup>通过第 1 类有限阶贝塞尔函数将矩阵原子范数拓展到任意面阵,提出了无网格的二维 DOA 估计算法。一维互质和嵌套阵列也被拓展至二维互质阵列和嵌套阵列,利用平行互质阵列<sup>[100-103]</sup>和平行嵌套阵列<sup>[104-106]</sup>的二维 DOA 估计方法被相继提出,相较于均匀面阵,以上方法可以增加二维 DOA 估计中可估计的信号源数并减少阵元的耦合效应。

#### 4.2 基于 L 型阵列的二维 DOA 估计

L 型阵列通过垂直摆放 2 个线阵列来获得不同维度的角度信息。由于在覆盖区域和可实现性上的优势,基于 L 型阵列的二维 DOA 估计方法得到了较大发展,已应用于故障声源检测<sup>[107]</sup>、移动通信<sup>[108]</sup>及雷达成像<sup>[109]</sup>中。与一维 DOA 估计方法相比,二维 DOA 估计算法为了获取更多的信息会应用更复杂的阵列,导致运算量增大,因此针对 L 型阵列的二维 DOA 估计,大多数算法都选择先降维后估计的方法。Tayem 等<sup>[110]</sup>将 L 型阵列中的 2 条均匀线阵分别划分为 2 个相互重叠的子阵,依靠子阵间的 ESPRIT 算法或者传播算子算法(propagator method, PM)对接收信号进行处理,获得目标的俯仰角和方位角估计。由于只利用了部分阵元的接收数据,这些算法的参数估计精度受到限制。Wang 等<sup>[111]</sup>提出一种 SUMWE 算法,首先对 L 型阵列接收数据的汉克相关矩阵进行线性操作得到零空间,并利用一维 DOA 技术独立估计出俯仰角和方位角,进一步通过搜索与相关代价函数的最小值来匹配方位角和俯仰角。在先降维后估计的方法中,方位角和俯仰角通常是独立估计的,因此,为了重建方位角和俯仰角之间的一对一映射关系,这些算法需要额外的角度对匹配过程,这可能导致对匹配误差并恶化角度估计性能。

针对以上问题,一些角度自动配对的算法被提出。Gu 等<sup>[112]</sup>提出了联合奇异值分解(joint singu-

lar value decomposition, JSVD)算法,可以实现二维角度估计值的自动匹配,但由于待估计源信号协方差矩阵中的非零互相关项耦合了阵列相应向量,方位角的估计存在较大误差。为进一步提高无需配对时的角度估计精度,基于平行因子分解方法<sup>[113-114]</sup>被提出,但该方法存在收敛缓慢或不收敛的问题,且需要多次迭代,导致计算复杂度大幅增加。魏子翔等<sup>[115]</sup>引入辅助角将二维 DOA 估计问题转换为 2 个级联的一维 DOA 估计问题。Zhang 等<sup>[116]</sup>通过 Jacobi-Anger 展开重构 L 型阵列流行向量,将俯仰角和方位角解耦,在新的阵列流行向量下,方位角可与俯仰角自动配对。

#### 4.3 基于均匀圆阵的二维 DOA 估计

均匀圆阵可以提供 360°的覆盖范围以及在所有方向提供相同的孔径,同时均匀圆阵因为其独特的圆对称结构,使其既可被认为是位于曲线上的共形阵,也可被认为是具有不规则结构的平面阵,可以对空间信号进行二维 DOA 估计。然而,均匀圆阵阵列流行向量的复杂性阻碍了其测量方法的发展,关于均匀圆阵的研究主要围绕如何简化其阵列流形,使其具有类似均匀线阵的范德蒙特结构。

20 世纪 60 年代初,一种应用于均匀圆阵的模式空间变换方法被提出,该方法利用相位模式激励技术合成了均匀圆阵方向图。20 世纪 90 年代初,虚拟阵列变化技术被应用到均匀圆阵,该技术将圆阵分为多个线阵进行处理。Mathews 等<sup>[117]</sup>将相位模式激励技术与子空间算法相结合,提出了 UCA-RB(real beamspace)-MUSIC 和 UCA-ESPRIT 算法,所提算法通过相位模式激励技术合成波束域的阵列流形,该阵列流形结构类似于均匀线阵的阵列流形,同时该算法将子空间估计由元素空间复数域的特征分解转换到波束空间的实值特征分解,进一步降低了计算复杂度。鄢社锋<sup>[118]</sup>通过圆谐波变换,将均匀圆阵接收的阵元域数据变换至圆谐波域,在圆谐波域进行波束形成,进而以波束扫描的方式估计方位谱。

#### 4.4 基于体积阵的二维 DOA 估计

为了进一步扩大覆盖方向,提高分辨率,增强阵列对复杂环境和搭载平台的适应性,体积阵被应用于二维 DOA 估计,如麦克风阵<sup>[119]</sup>、艇艏阵<sup>[120]</sup>

以及为适应搭载平台的外形与运动特性而发展的共形体积阵<sup>[121]</sup>。面阵可视为  $z$  坐标为 0 的体积阵, 体积阵可参考不具有特殊形式的面阵, 使用未利用阵列流行特殊结构的二维方位估计方法, 而球面阵和圆柱阵因其阵列分布的对称性需要特殊的 DOA 估计方法。

球谐函数波束形成<sup>[122]</sup>是球面阵进行二维 DOA 估计的经典方法, 与 Zhang 等<sup>[116]</sup>所提方法类似, 该方法通过球傅里叶变换进行球谐函数分解, 波束输出通过球谐函数的正交性实现, 采用波束扫描的方式即可得到方位谱。Yan 等<sup>[123]</sup>在球谐函数分解的基础上进一步提出了一种阵列模式优化综合方法, 所得波束形成器可在多个性能指标间权衡。Battista 等<sup>[124]</sup>将球谐波分解和广义逆波束形成结合, 有效减少了噪声对声源定位的影响。Chu 等<sup>[125]</sup>将球谐函数波束形成输出结果表示为声源强度和点扩散函数的卷积, 利用反卷积技术提高球谐函数波束形成的空间分辨率, 并有效降低旁瓣。Yang 等<sup>[126]</sup>在 Chu 等<sup>[125]</sup>研究的基础上, 基于快速傅里叶变换发展了反卷积算法, 有效提高了球面阵反卷积算法的计算效率。

Yan 等<sup>[127]</sup>指出圆柱阵也可对声场谐波进行分解, 模态域阵列信号处理技术同样适用于圆柱阵。Liu 等<sup>[128]</sup>提出了一种圆柱阵列的二维模式合成算法, 将圆柱阵列视为等效线性阵列, 子单元为圆形子阵列, 波束方向图通过线性阵列的阵列因子和圆形子阵列的波束图得到。Zhu 等<sup>[129]</sup>通过对圆柱阵子阵分级处理, 提出了一种稳健超指向性波束形成算法, 该算法将圆柱阵分为两级子阵进行波束形成, 利用空间均匀噪声场中噪声互谱矩阵的循环特性, 得到基于特征波束分解与综合模型的圆柱阵超指向性的最优解。

## 5 基于人工智能的方法

传统 DOA 估计方法已经得到了充分的研究和发展, 但仍然存在以下限制: 首先, 真实环境的 DOA 估计场景更为复杂, 而目前 DOA 估计问题的数学模型均相对理想, 需要进一步开发更贴合真实复杂环境的 DOA 估计技术; 其二, 传统 DOA 估计方法的泛化性能有限, 大多方法仅适用于某种特定的估计场景, 而在真实环境下, 多种应

用背景可能同时存在。针对以上问题, 各类基于人工智能的 DOA 估计方法被相继提出。20 世纪 80 年代, 机器学习被引入 DOA 估计问题中, 其通过模拟人类学习过程, 自主学习研究问题中数学模型的输入输出内在关系。有学者提出利用反向传播(back-propagation, BP)神经网络、反 Hebbian 神经网络等方法进行方位估计, 并通过粒子群算法进行优化。这类方法大多采用协方差矩阵的上三角特征, 通过迭代得到方位的估计值。但这类浅层神经网络的分辨力与高分辨方法相比并没有优势。21 世纪初, 基于统计学习原理的支持向量机和支持向量回归(support vector regression, SVR)技术在 DOA 估计领域得到广泛应用, 其作为一类按监督学习方式对数据进行二元分类的广义线性分类器, 利用有限样本信息确定模型的复杂程度和识别能力。研究人员先后通过 SVR 技术解决远近场 DOA 估计问题<sup>[130]</sup>、非高斯噪声下的 DOA 估计问题以及传感器阵元之间的互耦影响<sup>[131]</sup>。Dehghanpour 等<sup>[132]</sup>通过加权线性组合局部核函数和全局核函数, 提出了泛化性能更强的改进 SVR 估计方法。基于监督学习的多种神经网络结构也被引入到 DOA 估计领域中, 径向基函数神经网络以及多层感知机等技术被提出。虽然基于简单神经网络的 DOA 估计精度有所提升, 抗噪性能提高, 但其易受到“黑匣子”效应和过拟合问题的影响, 且存在估计性能对超参数设置依赖的问题。

自 2006 年深度学习的概念被提出后, 其在图像处理、语音处理等领域取得了大量突破性进展。近年来, 一些学者也提出了深度学习在阵列信号处理中的应用, 如用深层神经网络(deep neural network, DNN)进行方位估计。DNN 是一种通过数据驱动来匹配网络输入和输出的模型工具, 因此无需考虑各类估计场景下阵列接收数据与待估方向间的建模关系, 可以自适应地提取接收数据中有效深度特征, 自主学习真实环境下 DOA 估计中的复杂物理关系。Terabayashi 等<sup>[133]</sup>将复值时空神经网络与功率反演自适应阵列方案相结合, 提出一种复值神经网络超宽带信号 DOA 估计系统。Zheng 等<sup>[134]</sup>基于 DNN 设计了一种强鲁棒性 DOA 估计算法, 通过不同信噪比水平和噪声类型下噪声-清晰语音对 DNN 进行训练, 使其能够学习

语音信息水平特征,从而生成可靠的频谱掩模,获取降噪后的频谱。Adavanne 等<sup>[135]</sup>提出了一种用于估计多个声源到达方向的 DNN,该网络通过堆叠卷积和循环神经网络生成空间伪谱,同时提供方位和仰角的 DOA 估计。Xiang 等<sup>[136]</sup>设计了一种自主步进多径 DOA 估计网络,减轻了多径信号引起的相位失真,增强了直接信号的相位特征,提高了 DOA 的估计精度。Yang 等<sup>[137]</sup>提出了一种堆叠自注意力网络,通过交替堆叠的自注意力块处理时间和频率的信息,时间自注意力块专注于接收到的音频混合的每个时间帧的重要性,并执行时间选择以减少非语音和干扰帧的影响,频率自注意力块推导不同频率之间的内部相关性。

基于深度神经网络的 DOA 估计方法可分为监督学习和无监督学习 2 类,其中监督学习在近年来得到较大关注,监督学习 DOA 估计网络分为分类型和拟合型 2 类。分类型网络划分角度域为多个区域,通过标签监督训练网络对阵列接收信号进行分类。Liu 等<sup>[138]</sup>基于多任务自动编码器和一系列并行多层分类器设计了一种 DNN 框架,增强了算法对阵列缺陷的适应性和对未知场景的泛化能力。Chakrabarty 等<sup>[139]</sup>将多目标 DOA 估计问题构建成一个分类问题,与压缩感知的思想类似,对整个空域观测范围进行足够密集的网格划分,输入多通道信号短时傅里叶变换(short-time Fourier transform, STFT)谱的相位特征,输出各子空间内存在目标信号的概率值。该方法假设各目标的方位落在某几个网格中,可同时估计多个目标的方位值,在强混响背景下,利用 8 个阵元的麦克风阵列估计目标的方位,取得了比可控响应功率相位变换(steered response power-phase transform, SRPPHAT)和 MUSIC 方法更为优越的性能(更低的平均标准差和更高的定位成功率)。拟合型网络通过网络结构近似拟合 DOA 估计中的数学模型。Wu 等<sup>[140]</sup>提出了稀疏先验卷积神经网络(convolutional neural network, CNN)DOA 估计器。Emma 等<sup>[141]</sup>将传统波束形成重写成副本的协方差矩阵和采样协方差矩阵的线性组合,相当于对方位谱进行稀疏表示,然后采用非线性前馈神经网络(nonlinear deep feed-forward neural network, FNN)求解该线性方程以完成方位估计。仿真和海试数据

的试验中, FNN 实现了类似于子空间分类和 SBL 的分辨率和精度。虽然上述基于监督学习的模型较好地适用于 DOA 估计中,但其需要大规模的高质量训练数据和标签,在实际复杂环境下,难以收集足以覆盖测试环境各变量的训练数据<sup>[142-143]</sup>。同时,在一些领域(如水声工程)也难以获得高质量的训练数据<sup>[144-145]</sup>。针对以上问题,可适用于少量标记样本或无需标记样本的非监督训练模型被提出。Yuan 等<sup>[143]</sup>提出了一种无监督方法,通过基于  $l_1$  范数的损失函数优化网络的权重。Zhu 等<sup>[146]</sup>基于自监督学习和对比预测编码提出了一种时频融合水下声源定位方法,提取时频域高级特征并进一步获得时频融合的特征向量,用以解决基于微小标记数据集进行源定位的问题。He 等<sup>[142]</sup>提出一种基于数据增强和弱监督自适应的 DOA 估计方法,该方法使用模拟生成的源域数据以及以声源数量作为弱标签的真实数据,通过混合单个源片段来进一步增强真实数据,并将弱监督域自适应应用于基于模拟数据预训练的模型。实验验证该方法可获得与使用完全标记的真实数据类似的性能。

总体来说,利用 DNN 进行参数估计尚处于从理论到应用的探索期,各类神经网络的应用方式还在开发中,数据集的构建、特征的提取等多停留在仿真试验或初级仿真环境试验阶段,且分辨力尚不如基于压缩感知的方法。但可以期待的是,随着场景的进一步具象化以及海量数据的收集,基于 DNN 参数估计将会取得更瞩目的成果。

## 6 结束语

文中回顾了半个世纪以来, DOA 估计方法历经波束形成方位谱—子空间—压缩感知—人工智能的发展过程。总结了窄带信号 DOA 估计的主要方向,讨论了宽带信号中多频点信息的处理方法,稀疏阵列中关于互质和嵌套阵列的 DOA 估计方法以及面阵、均匀 L 型阵、均匀圆阵和体积阵的二维 DOA 估计方法,梳理了人工智能方法在 DOA 估计上的应用并展望了 DNN 在方位估计领域的前景。根据以上分析可以看出,高分辨 DOA 估计算法仍然面临着以下难点:

1) 虽然 Grid-free 类的稀疏重构类算法在少快

拍数以及低信噪比场景下表现出较高的分辨力和估计精度, 且减少了网格失配的影响, 但其大多需要求解半正定规划问题, 通过 SDPT3 求解器求解的方法存在计算复杂度高的问题, 限制了无网格类算法在实际工程中的应用;

2) 基于分频点联合处理或频点聚焦处理的宽带目标 DOA 估计方法均认为来波信号的频率分布范围相同, 然而实际应用中往往难以确定宽带目标频率范围, 对异构宽带源的 DOA 估计方法值得进一步发展;

3) 基于深度学习的 DOA 估计算法相较于传统算法对复杂环境表现出更好的适应性。但目前基于深度神经网络的 DOA 估计技术较大程度依赖于训练数据, 需要较大的成本, 限制了基于深度学习的 DOA 估计算法的使用范围。如何基于小样本数据开发相应的人工智能 DOA 估计算法值得进一步研究。

#### 参考文献:

- [1] BARTLETT M S. Smoothing periodograms from time-series with continuous spectra[J]. *Nature*, 1948, 161 (4096): 686-687.
- [2] LI J, STOICA P, WANG Z. Doubly constrained robust Capon beamformer[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2004, 52(9): 2407-2423.
- [3] MESTRE X, LAGUNAS M A. Finite sample size effect on minimum variance beamformers: Optimum diagonal loading factor for large arrays[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2005, 54(1): 69-82.
- [4] GERSHMAN A B, LUO Z Q, SHAHBAZPANAHI S, et al. Robust adaptive beamforming based on worst-case performance optimization[M]. Hoboken, New Jersey, United States: Copyright © 2006 John Wiley & Sons, Inc., 2006: 49-89.
- [5] SANTOSH S, SHARMA K. A review on multiple emitter location and signal parameter estimation[J]. *International Journal of Engineering Research*, 2013, 2(3): 239-244.
- [6] SCHMIDT R. Multiple emitter location and signal parameter estimation[J]. *IEEE Transactions on Antennas & Propagation*, 1986, 34(3): 276-280.
- [7] BARABELL A. Improving the resolution performance of eigenstructure-based direction-finding algorithms[C]// *Processing International Conf. on Acoustics Speech & Signal*. Boston, Ma., USA: IEEE, 1983: 336-339.
- [8] RAO B D, HARI K V S. Performance analysis of root-MUSIC[J]. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 1989, 37(12): 1939-1949.
- [9] ERMOLAEV V T, GERSHMAN A B. Fast algorithm for minimum-norm direction-of-arrival estimation[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1994, 42(9): 2389-2394.
- [10] ERMOLAEV V T, GERSHMAN A B. Eigenvalue analysis of spatial covariance matrices for correlated signals[J]. *Electronics Letters*, 1992, 12(28): 1114-1115.
- [11] 韩芳明, 张守宏, 潘复平. 阵列误差对 MUSIC 算法性能的影响与校正[J]. *西安电子科技大学学报(自然科学版)*, 2003, 30(5): 585-589.
- [12] HAN F M, ZHANG S H, PAN F P. Effect of array uncertainty on the performance of MUSIC and its calibration[J]. *Journal of Xidian University(Natural Science)*, 2003, 30(5): 585-589.
- [13] ROY R, PAULRAJ A, KAILATH T. ESPRIT — A subspace rotation approach to estimation of parameters of cisoids in noise[J]. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 1986, 34(5): 1340-1342.
- [14] OTTERSTEN B, VIBERG M, KAILATH T. Performance analysis of the total least squares ESPRIT algorithm[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1991, 39(5): 1122-1135.
- [15] ZOLTOWSKI M D, HAARDT M, MATHEWS C P. Closed-form 2D angle estimation with rectangular arrays in element space or beamspace via unitary ESPRIT[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1996, 44(2): 316-328.
- [16] HAARDT M, NOSSEK J A. Unitary ESPRIT: How to obtain increased estimation accuracy with a reduced computational burden[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1995, 43(5): 1232-1242.
- [17] GOLDSTEIN J S, REED I S, SCHARF L L. A multistage representation of the Wiener filter based on orthogonal projections[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1998, 44(7): 2943-2959.
- [18] HIEMSTRA J D. Robust implementations of the multistage Wiener filter[D]. Blacksburg, VA, USA: Virginia Polytechnic Institute and State University, 2003.
- [19] SONG A, LI Y, LIU J, et al. DOA estimation of noncircular signals with multistage Wiener filter and polynomial rooting[J]. *Journal of University of Electronic Science and Technology of China*, 2013, 42(1): 53-57.
- [20] SHI Y, WANG S, HUANG Z. An algorithm for 2D DOA source parameters estimate based on multistage wiener filters[C]// *2006 International Conference on Communications, Circuits and Systems*. Guilin China: IEEE, 2006: 398-401.
- [21] XIN J, ZHENG N, SANO A. Simple and efficient non-parametric method for estimating the number of signals without eigendecomposition[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2007, 55(4): 1405-1420.

- [21] VIBERG M, OTTERSTEN B. Sensor array processing based on subspace fitting[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1991, 39(5): 1110-1121.
- [22] VIBERG M, OTTERSTEN B, KAILATH T. Detection and estimation in sensor arrays using weighted subspace fitting[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1991, 39(11): 2436-2449.
- [23] MARCOS S, BENIDIR M. Source-bearing estimation and sensor positioning with the propagator method [C]//*Advanced Signal Processing Algorithms, Architectures, and Implementations*. [S.l.]: SPIE, 1990, 1348: 312-323.
- [24] MARCOS S, MARSAL A, BENIDIR M. The propagator method for source bearing estimation[J]. *Signal Processing*, 1995, 42(2): 121-138.
- [25] EVANS J E, JOHNSON J R, SUN D F. Application of advanced signal processing techniques to angle of arrival estimation in ATC navigation and surveillance systems[R]. Massachusetts Avenue Cambridge: Massachusetts Institute of Technology, Lincoln Laboratory, 1982.
- [26] SHAN T J, WAX M, KAILATH T. On spatial smoothing for direction-of-arrival estimation of coherent signals[J]. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 1985, 33(4): 806-811.
- [27] PILLAI S U, KWON B H. Forward/backward spatial smoothing techniques for coherent signal identification [J]. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 1989, 37(1): 8-15.
- [28] 王布宏, 王永良, 陈辉. 相干信源波达方向估计的加权空间平滑算法[J]. *通信学报*, 2003, 24(4): 31-40.  
WANG B H, WANG Y L, CHEN H. Weighted spatial smoothing algorithm for direction of arrival estimation of coherent sources[J]. *Journal on Communications*, 2003, 24(4): 31-40.
- [29] KUNG S, LO C, FOKA R. A Toeplitz approximation approach to coherent source direction finding[C]//*IEEE International Conference on Acoustics, Speech, & Signal Processing (ICASSP)*. Tokyo, Japan: IEEE, 1986.
- [30] 王布宏, 王永良, 陈辉. 一种新的相干信源 DOA 估计算法: 加权空间平滑协方差矩阵的 Toeplitz 矩阵拟合 [J]. *电子学报*, 2003, 31(9): 1394-1397.  
WANG B H, WANG Y L, CHEN H. A novel genetic approach to DOA estimation of coherent sources based on weighted spatial smoothing and Toeplitz matrix fitting[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2003, 31(9): 1394-1397.
- [31] GORODNITSKY I F, RAO B D. Sparse signal reconstruction from limited data using FOCUSS: A re-weighted minimum norm algorithm[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1997, 45(3): 600-616.
- [32] COTTER S F, RAO B D, ENGAN K, et al. Sparse solutions to linear inverse problems with multiple measurement vectors[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2005, 53(7): 2477-2488.
- [33] KARABULUT G Z, YONGACOGU A. Sparse channel estimation using orthogonal matching pursuit algorithm[C]//*IEEE 60th Vehicular Technology Conference*. Los Angeles, CA, USA: IEEE, 2004.
- [34] NEEDELL D, VERSHYNIN R. Uniform uncertainty principle and signal recovery via regularized orthogonal matching pursuit[J]. *Foundations of Computational Mathematics*, 2009, 9(3): 317-334.
- [35] NEEDELL D, TROPP J A. CoSaMP: Iterative signal recovery from incomplete and inaccurate samples[J]. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 2009, 26(3): 301-321.
- [36] MALIOUTOV D, CETIN M, WILLSKY A S. A sparse signal reconstruction perspective for source localization with sensor arrays[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2005, 53(8): 3010-3022.
- [37] 牛俊儒. 基于稀疏重构的窄带信号 DOA 估计研究 [D]. 西安: 西安电子科技大学, 2017.
- [38] TIPPING M E. Sparse Bayesian learning and the relevance vector machine[J]. *Journal of Machine Learning Research*, 2001, 1(3): 211-244.
- [39] WIPF D P, RAO B D. Sparse Bayesian learning for basis selection[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2004, 52(8): 2153-2164.
- [40] JI S, XUE Y, CARIN L. Bayesian compressive sensing [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(6): 2346-2356.
- [41] BABACAN S D, MOLINA R, KATSAGGELOS A K. Bayesian compressive sensing using laplace priors[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2010, 19(1): 53-63.
- [42] WILLIAMS P M. Bayesian regularization and pruning using a Laplace prior[J]. *Neural Computation*, 1995, 7(1): 117-143.
- [43] LI K, YIN X Y, ZONG Z Y. Bayesian seismic multi-scale inversion in complex Laplace mixed domains[J]. *Petroleum Science*, 2017, 14(4): 694-710.
- [44] GERVEN M, CSEKE B, OOSTENVELD R, et al. Bayesian source localization with the multivariate laplace prior[J]. *Advances in Neural Information Processing Systems*, 2009, 2(1): 1901-1909.
- [45] MECKLENBRÄUKER C F, GERSTOFT P, ZÖCHMANN E. C-LASSO and its dual for sparse signal estimation from array data[J]. *Signal Processing*, 2017, 130: 204-216.
- [46] JIANG T, ZHANG X, LI Y. Bayesian compressive sensing using reweighted Laplace priors[J]. *Aeu-international Journal of Electronics and Communications*, 2018, 97: 178-184.
- [47] YANG Z, XIE L, ZHANG C. Off-grid direction of arrival estimation using sparse Bayesian inference[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2012, 61(1): 38-43.

- [48] DAI J, BAO X, XU W, et al. Root sparse Bayesian learning for off-grid DOA estimation[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2016, 24(1): 46-50.
- [49] WANG Q, ZHAO Z, CHEN Z, et al. Grid evolution method for DOA estimation[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2018, 66(9): 2374-2383.
- [50] WANG Q, YU H, LI J, et al. Adaptive grid refinement method for doa estimation via sparse bayesian learning [J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 2023, 48(3): 806-819.
- [51] YANG Z, XIE L, ZHANG C. A discretization-free sparse and parametric approach for linear array signal processing[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014, 62(19): 4959-4973.
- [52] BHASKAR B N, TANG G, RECHT B. Atomic norm denoising with applications to line spectral estimation[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2013, 61(23): 5987-5999.
- [53] TANG G, BHASKAR B N, SHAH P, et al. Compressed sensing off the grid[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2013, 59(11): 7465-7490.
- [54] YANG Z, XIE L. Enhancing sparsity and resolution via reweighted atomic norm minimization[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2015, 64(4): 995-1006.
- [55] WANG Y, TIAN Z. IVDST: A fast algorithm for atomic norm minimization in line spectral estimation[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2018, 25(11): 1715-1719.
- [56] JYOTHI R, BABU P, WANG Y, et al. DYANOM — Dykstra's projection based atomic norm solver[J]. Signal Processing, 2021, 182: 107958.
- [57] WAX M, SHAN T J, KAILATH T. Spatio-temporal spectral analysis by eigenstructure methods[J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1984, 32(4): 817-827.
- [58] LIU Z, WANG X, ZHAO G, et al. Wideband DOA estimation based on sparse representation—an extension of  $l_1$ -SVD in wideband cases[C]//2013 IEEE International Conference on Signal Processing, Communication and Computing(ICSPCC 2013). Kunming, China: IEEE, 2013: 1-4.
- [59] LUO J A, ZHANG X P, WANG Z. A novel aliasing-free subband information fusion approach for wideband sparse spectral estimation[J]. EURASIP Journal on Advances in Signal Processing, 2017, 2017(1): 1-13.
- [60] LUO J A, ZHANG X P, WANG Z. A new subband information fusion method for wideband DOA estimation using sparse signal representation[C]//2013 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing(ICASSP). Vancouver, BC, Canada: IEEE, 2013: 4016-4020.
- [61] TANG Z, BLACQUIERE G, LEUS G. Aliasing-free wideband beamforming using sparse signal representation[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011, 59(7): 3464-3469.
- [62] XU X, ZHANG M, YE Z. Wideband DOA estimation based on sparse signal representation[C]//2012 Fifth International Symposium on Computational Intelligence and Design(ISCID). Hangzhou, China: IEEE, 2012, 2: 10-13.
- [63] GERSTOFT P, MECKLENBRÄUKER C F, XENAKI A, et al. Multisnapshot sparse Bayesian learning for DOA[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2016, 23(10): 1469-1473.
- [64] GERSTOFT P, MECKLENBRÄUKER C F. Wideband sparse Bayesian learning for DOA estimation from multiple snapshots[C]//2016 IEEE Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop. Rio de Janeiro, Brazil: IEEE, 2016.
- [65] NANNURU S, GEMBA K L, GERSTOFT P, et al. Sparse Bayesian learning with multiple dictionaries[J]. Signal Processing, 2019, 159: 159-170.
- [66] VALAEE S. Array processing for detection and localization of narrowband, wideband and distributed sources [D]. Montreal, Quebec, Canada: McGill University, 1994.
- [67] HUNG H, KAVEH M. Focussing matrices for coherent signal-subspace processing[J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1988, 36(8): 1272-1281.
- [68] DORON M. On focusing matrices for wide-band array processing[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1992, 40(6): 1295-1302.
- [69] SELLONE F. Robust wideband DOA estimation[C]//2005 IEEE/SP 13th Workshop on Statistical Signal Processing(SSP). Bordeaux, France: IEEE, 2005.
- [70] MA F, ZHANG X. Wideband DOA estimation based on focusing signal subspace[J]. Signal, Image and Video Processing, 2019, 13: 675-682.
- [71] WANG L, ZHAO L, BI G, et al. Novel wideband DOA estimation based on sparse Bayesian learning with Dirichlet process priors[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2015, 64(2): 275-289.
- [72] ZHANG J, BAO M, ZHANG X P, et al. DOA estimation for heterogeneous wideband sources based on adaptive space-frequency joint processing[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2022, 70: 1657-1672.
- [73] 王朋, 迟骋, 纪永强, 等. 二维解卷积波束形成水下高分辨三维声成像[J]. 声学学报, 2019, 44(4): 613-625.
- WANG P, CHI C, JI Y Q, et al. Two-dimensional deconvolved beamforming for high-resolution underwater three-dimensional acoustical imaging[J]. Acta Acustica, 2019, 44(4): 613-625.
- [74] 汪敬东, 王乾威, 蔡献祥, 等. 基于 STK 的台湾铺路爪雷达系统性能分析[J]. 电子技术与软件工程, 2022, 12: 78-81.
- [75] PAL P, VAIDYANATHAN P P. Nested arrays: A novel

- approach to array processing with enhanced degrees of freedom[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, 58(8): 4167-4181.
- [76] YANG M, SUN L, YUAN X, et al. Improved nested array with hole-free DCA and more degrees of freedom[J]. *Electronics Letters*, 2016, 52(25): 2068-2070.
- [77] LIU C L, VAIDYANATHAN P P. Super nested arrays: Linear sparse arrays with reduced mutual coupling—Part II: High-order extensions[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2016, 64(16): 4203-4217.
- [78] SHI Z, XU L, ZHENG W. Low complexity DFT based DOA estimation for synthetic nested array using single moving sensor[J]. *Wireless Personal Communications*, 2018, 101: 857-874.
- [79] XIONG J, WANG W Q, CHEN H, et al. Compressive sensing-based range and angle estimation for nested FDA radar[C]//2015 Asia-Pacific Signal and Information Processing Association Annual Summit and Conference. Hong Kong, China: IEEE, 2015: 608-611.
- [80] SUN F, GAO B, CHEN L, et al. A low-complexity ESPRIT-based DOA estimation method for co-prime linear arrays[J]. *Sensors*, 2016, 16(9): 1367.
- [81] ZHANG D, ZHANG Y, ZHENG G, et al. Improved DOA estimation algorithm for co-prime linear arrays using root-MUSIC algorithm[J]. *Electronics Letters*, 2017, 53(18): 1277-1279.
- [82] ZHENG W, ZHANG X, ZHAI H. Generalized coprime planar array geometry for 2D DOA estimation[J]. *IEEE Communications Letters*, 2017, 21(5): 1075-1078.
- [83] ZHENG W, ZHANG X, GONG P, et al. DOA estimation for coprime linear arrays: An ambiguity-free method involving full DOFs[J]. *IEEE Communications Letters*, 2017, 22(3): 562-565.
- [84] PAL P, VAIDYANATHAN P P. Coprime sampling and the MUSIC algorithm[C]//2011 Digital Signal Processing and Signal Processing Education Meeting. Sedona, AZ, USA: IEEE, 2011: 289-294.
- [85] ZHOU C, ZHOU J. Direction-of-arrival estimation with coarray ESPRIT for coprime array[J]. *Sensors*, 2017, 17(8): 1779.
- [86] ZHANG Y D, AMIN M G, HIMED B. Sparsity-based DOA estimation using co-prime arrays[C]//2013 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. Vancouver, BC, Canada: IEEE, 2013: 3967-3971.
- [87] SHEN Q, CUI W, LIU W, et al. Underdetermined wideband DOA estimation of off-grid sources employing the difference co-array concept[J]. *Signal Processing*, 2017, 130: 299-304.
- [88] QIN Y, LIU Y, LIU J, et al. Underdetermined wideband DOA estimation for off-grid sources with coprime array using sparse Bayesian learning[J]. *Sensors*, 2018, 18(1): 253-263.
- [89] SHI Z, ZHOU C, GU Y, et al. Source estimation using coprime array: A sparse reconstruction perspective[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2016, 17(3): 755-765.
- [90] ZHOU C, GU Y, FAN X, et al. Direction-of-arrival estimation for coprime array via virtual array interpolation [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2018, 66(22): 5956-5971.
- [91] WAX M, SHAN T S, KAILATH T. Spatio-temporal spectral analysis by eigenstructure methods[J]. *IEEE Transaction on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 1984, 32(4): 817-827.
- [92] YE C B, ZHU B Z, LI B B, et al. Computationally efficient 2D-DOA estimation for uniform planar arrays: RD-ROOT-MUSIC algorithm[J]. *Transactions of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics*, 2021, 38(4): 685-694.
- [93] JHANG W, CHEN S W, CHANG A C. Efficient hybrid DOA estimation for massive uniform rectangular array[J]. *IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences*, 2020, 103(6): 836-840.
- [94] SHEN F F, LIU Y M, ZHAO G H, et al. Sparsity-based off-grid DOA estimation with uniform rectangular arrays[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2018, 18(8): 3384-3390.
- [95] ZHANG Z, WANG Y, TIAN Z. Efficient two-dimensional line spectrum estimation based on decoupled atomic norm minimization[J]. *Signal Processing*, 2019, 163: 95-106.
- [96] TIAN X, LEI J, DU L. A generalized 2D DOA estimation method based on low-rank matrix reconstruction[J]. *IEEE Access*, 2018, 6: 17407-17414.
- [97] 刘学承, 朱敏, 武岩波. 适用任意平面阵列的二维宽带 DOA 快速估计算法[J]. *仪器仪表学报*, 2022, 43(7): 102-111.
- LIU X C, ZHU M, WU Y B. A fast 2D wideband direction-of-arrival estimation method with arbitrary planar arrays[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2022, 43(7): 102-111.
- [98] PARK Y, SEONG W, GERS T P. Block-sparse two-dimensional off-grid beamforming with arbitrary planar array geometry[J]. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 2020, 147(4): 2184-2191.
- [99] 陈涛, 史林, 黄桂根, 等. 适用于任意几何结构平面阵列的无网格 DOA 估计算法[J]. *电子与信息学报*, 2022, 44(3): 1052-1058.
- CHEN T, SHI L, HUANG G G, et al. Gridless DOA estimation algorithm for planar arrays with arbitrary geometry[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2022, 44(3): 1052-1058.
- [100] LI J, LI Y, ZHANG X. Two-dimensional off-grid DOA estimation using unfolded parallel coprime array[J]. *IEEE Communications Letters*, 2018, 22(12): 2495-2498.

- [101] QIN S, ZHANG Y D, AMIN M G. Improved two-dimensional DOA estimation using parallel coprime arrays[J]. *Signal Processing*, 2020, 172: 107428.
- [102] LI J, ZHAO J, DING Y, et al. An improved co-prime parallel array with conjugate augmentation for 2D DOA estimation[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2021, 21(20): 23400-23411.
- [103] LI L, CHEN Y, ZANG B, et al. A high-precision two-dimensional DOA estimation algorithm with parallel coprime array[J]. *Circuits, Systems, and Signal Processing*, 2022, 41(12): 6960-6974.
- [104] ZHENG Z, MU S. Two-dimensional DOA estimation using two parallel nested arrays[J]. *IEEE Communications Letters*, 2019, 24(3): 568-571.
- [105] LI J, ZHANG X. Two-dimensional grid-less angle estimation based on three parallel nested arrays[J]. *Signal Processing*, 2020, 173: 107577.
- [106] HE J, LI L, SHU T. 2-D direction finding using parallel nested arrays with full co-array aperture extension[J]. *Signal Processing*, 2021, 178: 107795.
- [107] 张岩, 韩子腾, 王昭雷, 等. 基于 L 型声阵列多重信号分类声源测向研究[J]. *无线电工程*, 2024, 54(2): 335-342.
- ZHANG Y, HAN Z T, WANG Z L, et al. Sound source direction finding based on L-shaped acoustic array multiple signal classification[J]. *Radio Engineering*, 2024, 54(2): 335-342.
- [108] 高佳睿. Sub-6 GHz 频段微基站阵列天线研究与设计[D]. 西安: 西安科技大学, 2022.
- [109] 李佳旺. 面向毫米波通信和雷达应用的阵列天线技术研究[D]. 南京: 东南大学, 2022.
- [110] TAYEM N, KWON H M. L-shape 2-dimensional arrival angle estimation with propagator method[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2005, 53(5): 1622-1630.
- [111] WANG G, XIN J, ZHENG N, et al. Computationally efficient subspace-based method for two-dimensional direction estimation with L-shaped array[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(7): 3197-3212.
- [112] GU J F, WEI P. Joint SVD of two cross-correlation matrices to achieve automatic pairing in 2D angle estimation problems[J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2007, 6: 553-556.
- [113] LIU D, LIANG J. L-shaped array-based 2D DOA estimation using parallel factor analysis[C]//2010 8th World Congress on Intelligent Control and Automation. Jinan, China: IEEE, 2010: 6949-6952.
- [114] XU L, WU R, ZHANG X, et al. Joint two-dimensional DOA and frequency estimation for L-shaped array via compressed sensing PARAFAC method[J]. *IEEE Access*, 2018, 6: 37204-37213.
- [115] 魏子翔, 崔崑, 侯建刚, 等. 基于秩减估计器的 L 型阵列二维波达角估计算法[J]. *电子与信息学报*, 2015, 37(8): 1879-1885.
- WEI Z X, CUI W, HOU J G, et al. Rank reduction estimator based algorithm for estimating 2D-DOA with L-shaped array[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2015, 37(8): 1879-1885.
- [116] ZHANG Z, WANG W, HUANG Y, et al. Decoupled 2D direction of arrival estimation in L-shaped array[J]. *IEEE Communications Letters*, 2017, 21(9): 1989-1992.
- [117] MATHEWS C P, ZOLTOWSKI M D. Eigenstructure techniques for 2D angle estimation with uniform circular arrays[J]. *IEEE Transactions on signal processing*, 1994, 42(9): 2395-2407.
- [118] 鄢社锋. 优化阵列信号处理(下册): 模态处理与方位估计[M]. 北京: 科学出版社, 2018.
- [119] 邓昌建, 蒋世奇, 蔚泽峰, 等. 球形麦克风阵列时频故障信号定位算法研究[J]. *电子测量与仪器学报*, 2017, 31(2): 309-314.
- DENG C J, JIANG S Q, WEI Z F, et al. Research on location algorithm of time-frequency fault signal based on spherical microphone array[J]. *Journal of Electronic Measurement and Instrumentation*, 2017, 31(2): 309-314.
- [120] 陈卓, 陈伏虎. 潜艇艇艏阵声呐发展趋势分析[J]. *声学与电子工程*, 2015(4): 49-52.
- [121] 张鹏. 大角度扫描共形阵波束综合技术研究[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2023.
- [122] MEYER J, ELKO G. A highly scalable spherical microphone array based on an orthonormal decomposition of the soundfield[C]//2002 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing. Orlando, FL, USA: IEEE, 2002: 1781-1784.
- [123] YAN S, SUN H, SVENSSON U P, et al. Optimal modal beamforming for spherical microphone arrays[J]. *IEEE Transactions on Audio, Speech, and Language Processing*, 2010, 19(2): 361-371.
- [124] BATTISTA G, CHIARIOTTI P, CASTELLINI P. Spherical harmonics decomposition in inverse acoustic methods involving spherical arrays[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2018, 433: 425-460.
- [125] CHU Z, YANG Y, HE Y. Deconvolution for 3-dimensional acoustic source identification based on spherical harmonics beamforming[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2015, 344: 484-502.
- [126] YANG Y, CHU Z, SHEN L, et al. Fast fourier-based deconvolution for three-dimensional acoustic source identification with solid spherical arrays[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2018, 107: 183-201.
- [127] YAN S, HOU C, MA X. From element-space to modal array signal processing[J]. *Acta Acustica*, 2011, 36(5): 461-468.
- [128] LIU C, DING Z, LIU X. A low complexity 2D pattern synthesis algorithm for cylindrical array[J]. *International Journal of Antennas and Propagation*, 2013, 2013(1): 1-10.

- 352843.
- [129] ZHU S, WANG Y, YANG Y. Robust superdirective beamforming for cylindrical arrays based on subarray processing[J]. *Acta Acustica*, 2018, 43(4): 600-611.
- [130] PASTORINO M, RANDAZZO A. Real-time SVM-based approach for localization of sources[C]//2004 IEEE International Workshop on Imaging Systems and Techniques(IST). Stresa, Italy: IEEE, 2004: 2-6.
- [131] ASHOK C, VENKATESWARAN N. Support vector regressionbased DOA estimation in heavy tailed noise environment[C]//2016 International Conference on Wireless Communications, Signal Processing and Networking(WiSPNET). Chennai, India: IEEE, 2016: 99-102.
- [132] DEHGHANPOUR M, VAKILI V T T, FARROKHI A. DOA estimation using multiple kernel learning SVM considering mutual coupling[C]//2012 Fourth International Conference on Intelligent Networking and Collaborative Systems. Bucharest, Romania: IEEE, 2012: 55-61.
- [133] TERABAYASHI K, NATSUAKI R, HIROSE A. Ultrawideband direction-of-arrival estimation using complex-valued spatiotemporal neural networks[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2014, 25(9): 1727-1732.
- [134] ZHENG W Q, ZOU Y X, RITZ C. Spectral mask estimation using deep neural networks for inter-sensor data ratio model based robust DOA estimation[C]//2015 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing(ICASSP). South Brisbane, QLD, Australia: IEEE, 2015: 325-329.
- [135] ADAVANNE S, POLITIS A, VIRTANEN T. Direction of arrival estimation for multiple sound sources using convolutional recurrent neural network[C]//2018 26th European Signal Processing Conference(EUSIPCO). Rome, Italy: IEEE, 2018: 1462-1466.
- [136] XIANG H, CHEN B, YANG T, et al. Improved de-multipath neural network models with self-paced feature-to-feature learning for DOA estimation in multipath environment[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2020, 69(5): 5068-5078.
- [137] YANG Y, CHEN H, ZHANG P. A stacked self-attention network for two-dimensional direction-of-arrival estimation in hands-free speech communication[J]. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 2022, 152(6): 3444-3457.
- [138] LIU Z M, ZHANG C, PHILIP S Y. Direction-of-arrival estimation based on deep neural networks with robustness to array imperfections[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2018, 66(12): 7315-7327.
- [139] CHAKRABARTY S, HABETS E A P. Multi-speaker DOA estimation using deep convolutional networks trained with noise signals[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2019, 13(1): 8-21.
- [140] WU L, LIU Z M, HUANG Z T. Deep convolution network for direction of arrival estimation with sparse prior[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2019, 26(11): 1688-1692.
- [141] EMMA O, PETER G, HAIQIANG N. A feedforward neural network for direction-of-arrival estimation[J]. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 2020, 147: 2035-2048.
- [142] HE W, MOTLICEK P, ODOBEZ J M. Neural network adaptation and data augmentation for multi-speaker direction-of-arrival estimation[J]. *IEEE/ACM Transactions on Audio, Speech, and Language Processing*, 2021, 29: 1303-1317.
- [143] YUAN Y, WU S, WU M, et al. Unsupervised learning strategy for direction-of-arrival estimation network[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2021, 28: 1450-1454.
- [144] NIE W, ZHANG X, XU J, et al. Adaptive direction-of-arrival estimation using deep neural network in marine acoustic environment[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2023, 23(13): 15093-15105.
- [145] CAO H, WANG W, SU L, et al. Deep transfer learning for underwater direction of arrival using one vector sensor[J]. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 2021, 149(3): 1699-1711.
- [146] ZHU X, DONG H, ROSSI P S, et al. Time-frequency fused underwater acoustic source localization based on contrastive predictive coding[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2022, 22(13): 13299-13308.

(责任编辑: 杨力军)