

考虑变形诱导纤维转动的增量-正割非线性平均场仿真

程 春¹⁾ 杨培继

(扬州大学机械工程学院, 江苏扬州 225127)

摘要 纤维增强聚合物复合材料以其较高的比强度和比刚度而广泛应用于航空航天及汽车等行业. 文章针对纤维增强聚合物复合材料在非线性与损伤建模中的关键难题, 提出两项创新性改进. 建立了具有工程实用价值的先进损伤本构模型. 首先, 针对传统均质化方法在复杂载荷路径下预测失真的技术瓶颈, 以增量-正割非线性法为框架, 创新性地考虑基体非对称塑性与纤维基体界面脱黏等特性, 构建了能够精确捕捉复合材料渐进损伤过程的新型均值场均匀化模型. 该方法在面内剪切等复杂载荷下展现出独特优势, 突破了传统方法的技术瓶颈, 即无法准确模拟应力-应变曲线的缓慢下降段. 其次, 模型创新性地考虑了应变对于纤维转动的影响, 通过量化剪切变形过程中纤维取向的动态演化规律, 显著提升了模型对复合材料大剪切变形的预测精度. 经 ABAQUS 有限元仿真验证, 该模型成功整合非对称基体塑性、界面脱黏、应变软化等复杂特性, 研究成果显著提升了复合材料结构多尺度损伤建模能力, 为航空航天复合材料结构的精细化设计提供了新的理论工具.

关键词 增量正割法, 变形诱导纤维转动, 均值场均匀化, 界面脱黏模型, 基体平均非对称塑性

中图分类号: TB332

文献标识码: A

DOI: 10.6052/0459-1879-25-139

CSTR: 32045.14.0459-1879-25-139

INCREMENTAL-SECANT NONLINEAR MEAN-FIELD SIMULATION CONSIDERING DEFORMATION-INDUCED FIBER ROTATION

Cheng Chun¹⁾ Yang Peiji

(College of Mechanical Engineering, Yangzhou University, Yangzhou 225127, Jiangsu, China)

Abstract Fiber-reinforced polymer composites are extensively employed in aerospace, automotive, and related industries owing to their superior specific strength and stiffness. This research focuses on addressing critical challenges in modeling the nonlinear mechanical behavior and damage evolution of fiber-reinforced polymer (FRP) composites, proposing two groundbreaking enhancements to establish an advanced, engineering-oriented damage constitutive model. First, to resolve the inherent limitations of conventional homogenization approaches in predicting inaccuracies under complex loading paths, a novel mean-field homogenization framework is developed using an incremental-secant nonlinear formulation. This framework innovatively incorporates asymmetric elastoplastic deformation of the polymer matrix and fiber-matrix interfacial debonding effects, enabling high-fidelity simulation of progressive damage mechanisms. The proposed model overcomes the longstanding deficiency of traditional methods in capturing the gradual

2025-03-31 收稿, 2025-06-13 录用, 2025-06-16 网络版发表.

1) 通讯作者: 程春, 讲师, 主要研究方向为复合材料力学. E-mail: chuncheng@yzu.edu.cn

引用格式: 程春, 杨培继. 考虑变形诱导纤维转动的增量-正割非线性平均场仿真. 力学学报, 2025, 57(8): 1920-1928

Cheng Chun, Yang Peiji. Incremental-secant nonlinear mean-field simulation considering deformation-induced fiber rotation. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2025, 57(8): 1920-1928

softening phase of stress-strain responses, particularly under in-plane shear and multiaxial loading scenarios, thereby significantly improving predictive reliability for composite failure. Second, a pioneering methodology is introduced to account for strain-induced fiber reorientation during large shear deformations. By formulating a quantitative relationship between shear strain and dynamic fiber orientation evolution, the model achieves exceptional accuracy in predicting nonlinear shear-dominated responses, a critical aspect for composites subjected to complex service conditions. Numerical validation via ABAQUS finite element simulations confirms the model's capability to integrate multifaceted damage mechanisms, including matrix plasticity anisotropy, interfacial decohesion, and strain-softening effects. The developed framework advances multi-scale damage modeling by bridging microscale damage initiation (e.g., matrix cracking and debonding) with macroscale structural degradation, offering unprecedented insights into failure progression. These advancements provide a robust theoretical foundation for the precision design of aerospace composite structures, particularly in optimizing damage tolerance and weight-critical components. By enhancing the fidelity of virtual testing tools, this research contributes to accelerating the development of next-generation composite materials tailored for extreme operational environments. The proposed methodology is anticipated to serve as a cornerstone for future studies on nonlinear composite mechanics and multiphysics-coupled failure analysis.

Key words incremental secant method, deformation-induced fiber rotation, mean-field homogenization, interface debonding model, asymmetric average matrix plasticity

引言

纤维增强聚合物 (fiber-reinforced polymer, FRP) 复合材料因其卓越的工程性能 (包括高比强度和刚度) 而广泛应用于航空航天、汽车和运动器材等各个行业^[1-4]. 工业应用中对其机械行为的精确有效预测的需求日益增长, 导致人们在开发不同长度尺度的复合建模技术方面进行了大量的研究工作. FRP 复合材料固有的不均匀和各向异性特性给精确建模带来了相当大的挑战, 特别是在非线性和损伤条件下^[5].

在层压板长度尺度上开发的宏观力学分析模型非常适合初步设计和优化^[6-10]. 然而, 这些模型存在 3 个主要缺点: 精度降低、通用性有限以及材料参数数量增加. 另一方面, 微观力学分析模型提供了对复合材料实际变形和断裂过程的详细了解, 使其成为材料设计和缺陷机制研究的理想选择^[11-13]. 尽管有这些优点, 但由于计算成本较高, 这些模型并不适合结构级应用^[8]. 基于均质化的方法可以平衡效率和准确性, 是一种有吸引力的替代方法^[14]. 这些方法定义每个材料点的边界值问题, 将这些点视为受边界条件影响的代表性体积单元 (representative volume elements, RVE) 的中心. 然后将材料切线算子以及均匀应力和应变计算为 RVE 体积上局部值的平均值^[15]. 均质化技术可以是纯数值的或半分析的. 数值方法包括单元有限元法 (cellular finite element method, CFEM) 和快速傅里叶变换 (fast

Fourier transform, FFT) 法. CFEM 与 Vorono 单元方法 (VCFEM) 一样, 将宏观尺度问题分解为称为 Vorono 单元的子域^[16]. FFT 方法将 RVE 离散化为像素或体素, 避免了网格划分困难^[17]. 尽管它们的能力很强, 但由于计算成本的原因, 这些方法常常被避免^[18]. 半解析方法, 如变换场分析 (TFA)^[19-20] 和平均场均匀化 (mean-field homogenization, MFH) 方法^[21-22], 得到了广泛的研究.

MFH 方法因其在复合材料多尺度建模中的成本效益而得到认可, 可适应相的线性和非线性行为^[22-24]. 它将复合材料复杂的微观结构行为简化为均匀的有效特性, 从而在保持关键机械特性的同时实现高效模拟.

MFH 方案已扩展到非线性范围, 以解决复合材料成分表现出的 (黏) 塑性和非线性黏弹性等行为. 这些扩展主要涉及定义线性等效复合材料 (linear comparison composite, LCC)^[25]. LCC 是一种虚拟复合材料, 其中成分的线性行为与给定应变状态下实际成分的线性化行为相匹配. 这个概念被用在增量公式中, 例如 Hill^[26] 提出的增量公式, 其中考虑了不同成分围绕其当前应变状态的应力和应变增量之间的线性关系. 因此, 线性响应的传统均质化技术仍然可以应用于应变增量, 以预测高度非线性复合材料的行^[27].

图 1 显示了 UD-CFRP (unidirectional carbon

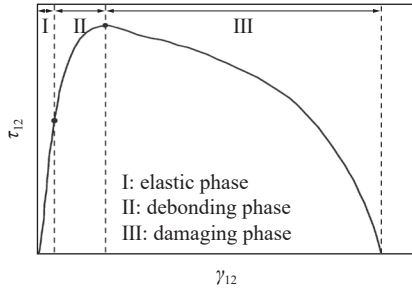


图 1 UD-CFRP 复合材料的典型面内剪切行为

Fig. 1 Typical in-plane shear behavior of UD-CFRP composite

fiber reinforced polymer) 复合材料在面内剪切载荷条件下的力学行为^[28]. 整个加载阶段可分为 3 阶段: I. 弹性阶段; II. 塑性及脱黏阶段; III. 损伤阶段. 其中, 文献 [21] 利用正切均匀化方法对阶段 I 和 II 的力学响应进行了详细的研究. 本研究在 Wu 等^[29] 提出的增量-正割 MFH 方案的基础上, 创新性地考虑基体非对称塑性与纤维基体界面脱黏等特性, 构建能够精确捕捉单向纤维复合材料在面内剪切加载下的渐进损伤过程 (图 1 第 III 阶段) 的新型本构模型, 有效解决了传统方法无法准确模拟应力应变曲线缓慢下降段的技术瓶颈, 此外模型又创新性地考虑了变形对于纤维转动的影响, 使得模型在模拟剪切变形时更加精确.

1 单向复合材料平均场模拟的增量-正割非线性化

本节介绍单向 (UD) 复合材料平均场建模的增量-正割非线性化 (incremental-secant nonlinearity) 方法. 它涵盖了提高平均场均匀化精度所必需的关键组成部分. 首先, 介绍基体相和纤维相的基本本构模型. 应用增量-正割法对平均场均匀化进行非线性化处理, 并详细推导相应模量. 然后给出了面内破坏准则和离轴行为的讨论, 特别是变形诱导纤维转动 (deformation-induced fiber rotation, DIFR) 模型, 最后提出一个纤维基体界面脱黏模型 (interface debonding model, IDM) 来模拟纤维-基体分离.

1.1 成分相的非对称弹塑性本构模型

弹塑性材料各组分的平均应力-应变关系可表示为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_i &= \mathbb{C}_i^{el} : \varepsilon_i^{el} \\ \varepsilon_i^{el} &= \varepsilon_i - \varepsilon_i^{pl}, \quad i = F, M \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中, 指数 F 和 M 分别为纤维相和基体相. σ_i 为应力张量, ε_i^{el} 和 ε_i^{pl} 分别为各组分 (纤维和基体) 的弹性和塑性平均应变. 单个刚度张量 $\mathbb{C}_i^{el}$ 可以计算为

$$\left. \begin{aligned} \mathbb{C}_i^{el} &= K_i \mathbb{I}^{vol} + 2G_i \mathbb{I}^{dev}, \quad i = F, M \\ G_i &= \frac{E_i}{2(1+\nu_i)} \\ K_i &= \frac{E_i}{3(1-2\nu_i)} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中, G_i 和 K_i 分别为剪切模量和压缩模量. E_i 是杨氏模量, ν_i 是泊松比. $\mathbb{I}^{vol}$ 是体积部分单位张量, $\mathbb{I}^{dev}$ 是偏量部分单位张量.

在考虑损伤的情况下, 屈服函数为

$$\left. \begin{aligned} \phi_i &= \sigma_i^{eq} - (Y_{0i} + Q_i) \gamma_i^{deb} (1 - d_i) \\ \sigma_i^{eq} &= \sqrt{\frac{3}{2}} \|\sigma_i^{dev}\| \\ \dot{Q}_i &= H_i \dot{q}_i \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中, σ_i^{eq} 为 von Mises 等效应力. Y_{0i} 为初始屈服应力. Q_i 为非线性硬化应力, q_i 为内变量. H_i 是加固参数. γ_i^{deb} 表示脱黏因子, 其取值范围为 1 ~ 0, 初始值为 1. d_i 为组分的损伤值, 取值范围为 0 ~ 1, 初始值为 0.

塑性应变 ε_i^{pl} 和内部变量 q_i 的演化方程如下

$$\left. \begin{aligned} \dot{\varepsilon}_i^{pl} &= \frac{3}{2} \dot{\lambda}_i N_i, \quad N_i = \frac{\sigma_i^{dev}}{\sigma_i^{eq}} \\ \dot{q}_i &= \lambda_i \gamma_i^{deb} (1 - d_i) \left(1 - b_i \frac{Q_i}{H_i} \right) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

这里 b_i 是另一个硬化参数. 塑性乘数 λ_i 由加载/卸载条件得到, 见例^[30]

$$\dot{\lambda}_i \geq 0, \quad \phi_i \leq 0, \quad \lambda_i \phi_i = 0 \quad (5)$$

利用式 (4) 可得等效塑性应变 $\varepsilon_i^{pl,eq}$ 为

$$\varepsilon_i^{pl,eq} = \lambda_i \sqrt{\frac{2}{3} \frac{\sigma_i^{dev} : \sigma_i^{dev}}{\|\sigma_i^{dev}\|^2}} = \lambda_i \quad (6)$$

式中, $\varepsilon_i^{pl,eq}$ 为等效塑性应变. 弹塑性模型的参数可归纳为弹性集 $\kappa_i^{el} = [E_i, \nu_i]^T$ 和塑性集 $\kappa_i^{pl} = [Y_{0i}, H_i, b_i]^T$.

为了考虑基体平均塑性非对称效应 (asymmetric average matrix plasticity, AAMP), 采用加权函数对塑性集 κ_i^{el} 的参数进行加权. 例如

$$Y_{0i} = \sum_{j=1}^2 w_{Mj} Y_{0ij} \quad (7)$$

提出了与矩阵相位有关的加权函数

$$\left. \begin{array}{l} \text{normal: } \omega_{M1}[\xi_M] = \xi_M^2 \\ \text{shear: } \omega_{M2}[\xi_M] = 1 - \xi_M^2 \end{array} \right\} \quad (8)$$

其中, 量 ξ_M 称为矩阵的应力模态因子, 其性质为 $-1 \leq \xi_M \leq 1$, 1 为拉伸, -1 为压缩, 0 为剪切. 对于应力模态因子 ξ_M , 它是第二和第三偏应力张量 σ_M^{dev} 不变量的比值, 表示为

$$\xi_M = \frac{\sqrt{27}}{2} \frac{\sigma_M^{\text{dev}} I_3}{(\sigma_M^{\text{dev}} I_2)^{\frac{3}{2}}} \quad (9)$$

式中, $\sigma_M^{\text{dev}} I_k = \frac{1}{k} \mathbf{1} : (\sigma_M^{\text{dev}})^k$, $k = 2, 3$.

塑性集的所有参数总结为

$$\kappa_i^{\text{pl}} = [Y_{0ij}, H_{ij}, b_{ij}]^T, \quad i = F, M, \quad j = 1, 2 \quad (10)$$

其中, 指数 $i = F, M$ 分别表示纤维和基体, $j = 1, 2$ 分别表示剪切和非剪切加载参数. 尽管使用弹塑性本构框架对纤维进行建模, 但这种方法主要是为了捕捉损伤条件下的软化行为, 并不表明纤维表现出显著的塑性行为. 在这项研究中, 纤维被认为是纯弹性的, 直到发生损伤. 此外, 纤维不考虑非对称效应.

1.2 增量-正割法的平均场非线性化

考虑一个最初完美黏合的两相单向纤维复合材料, 它由基体域 Ω_M 和纤维域 Ω_F 组成, 如图 2(a) 所示. 基体和纤维分别由各向同性刚度张量 $\mathbb{C}_M^{\text{el}}$ 和 $\mathbb{C}_F^{\text{el}}$ 表征. 它们的体积含量分别用 c_F 和 c_M 表示, 其中的关系 $c_F + c_M = 1$ 有效. 图 2(b) 说明了均质化 RVE, 其中定义了全局坐标系 $X_1 X_2 X_3$.

图 2(c) 给出了平均场均匀化方案的应力-应变响应增量-正割法的示意图. 考虑时间间隔 $[t_n, t_{n+1}]$, 以及时间 t_n 处的总平均应变张量 $\bar{\epsilon}_n$ 和由施加的载荷 (例如来自有限元法) 产生的应变增量 $\Delta \bar{\epsilon}_{n+1}$, 得出

平均应变张量

$$\bar{\epsilon}_{n+1} = \bar{\epsilon}_n + \Delta \bar{\epsilon}_{n+1} \quad (11)$$

在时间 t_{n+1} , 见图 2(c). 可以假设在时间 t_n 残余应变张量 $\bar{\epsilon}_n^{\text{res}}$ 对应于从应力状态 $\bar{\sigma}_n$ 到应力状态 $\bar{\sigma}_n^{\text{res}}$ 的弹性卸载.

因此, 弹塑性材料的割线线性化在时间 $[t_n, t_{n+1}]$ 内进行, 重载应变增量为 $\Delta \bar{\epsilon}_{n+1}^{\text{rd}}$, 使得

$$\bar{\epsilon}_{n+1} = \bar{\epsilon}_n^{\text{res}} + \Delta \bar{\epsilon}_{n+1}^{\text{rd}} \quad (12)$$

本文提出的主要思想是定义一个 LCC, 承受应变增量 $\Delta \bar{\epsilon}_{n+1}^{\text{rd}}$, 从中计算应力张量.

假设应力张量 $\bar{\sigma}_n$ 的主方向与应变张量 $\bar{\epsilon}_n$ 的主方向接近, 则可以得到卸载后的残余应力 $\bar{\epsilon}_n^{\text{res}} = \mathbf{0}$. 因此, 宏观应变增量计算为

$$\left. \begin{array}{l} \Delta \bar{\epsilon}_{n+1} = \bar{\epsilon}_{n+1} - \bar{\epsilon}_n^{\text{res}} \\ \bar{\epsilon}_n^{\text{res}} = \bar{\epsilon}_n - \Delta \bar{\epsilon}_n^{\text{ud}} \\ \Delta \bar{\epsilon}_n^{\text{ud}} = (\bar{\mathbb{C}}^{\text{el}})^{-1} : \bar{\sigma}_n \end{array} \right\} \quad (13)$$

式中, $\bar{\mathbb{C}}^{\text{el}}$ 为弹性切线刚度, 定义为

$$\bar{\mathbb{C}}^{\text{el}} = \mathbb{C}_M^{\text{el}} + c_F (\mathbb{C}_F^{\text{el}} - \mathbb{C}_M^{\text{el}}) : \mathbb{A}_F \quad (14)$$

式中, $\mathbb{A}_F$ 是纤维的应变集中张量, 它将微观场和宏观场与基体的应变集中张量和应力集中张量 $\mathbb{B}_i$ 连接在一起. 本研究采用 Mori-Tanaka 法, 具体的应变及应力集中张量的表达式可参照文献 [15].

$\mathbb{C}_{i_{n+1}}^S$ 是局部增量-正割算子, 其局部本构关系为

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_{i_{n+1}} = \sigma_{i_n}^{\text{res}} + \Delta \sigma_{i_{n+1}}^{\text{rd}} \\ \sigma_{i_n}^{\text{res}} = \sigma_{i_n} - \mathbb{C}_i^{\text{el}} : \Delta \epsilon_{i_n}^{\text{ud}} \\ \Delta \sigma_{i_{n+1}}^{\text{rd}} = \mathbb{C}_{i_{n+1}}^S : \Delta \epsilon_{i_{n+1}}^{\text{rd}}, \quad i = F, M \end{array} \right\} \quad (15)$$

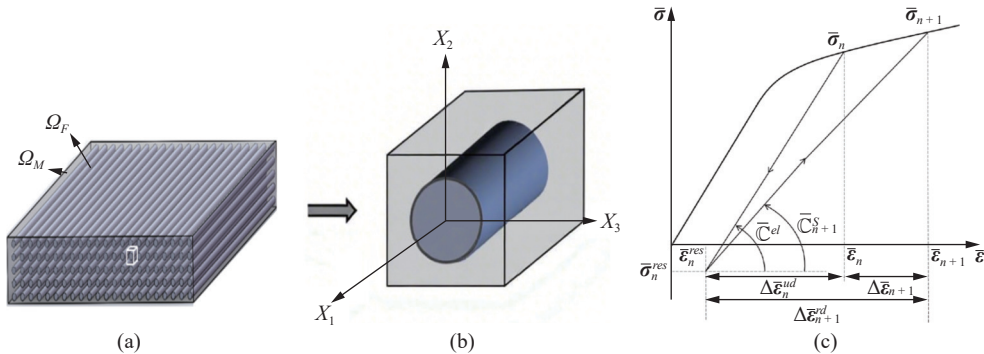


图 2 (a) UD-CFRP 复合材料, (b) 代表性体积单元 (RVE) 的示意图及 (c) 平均场增量-正割法的示意图

Fig. 2 Schematic illustration of (a) a UD-CFRP composite, (b) representative volume element (RVE) and (c) schematics of the mean-field incremental-secant approach

使用各向同性线性比较材料 $\bar{\mathbf{C}}_{n+1}^s$ 的增量割线算子将时间 t_{n+1} 时弹塑性相的应力张量公式化为

$$\left. \begin{aligned} \bar{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1} &= \bar{\boldsymbol{\sigma}}_n^{res} + \Delta \bar{\boldsymbol{\sigma}}^{rd} \\ \Delta \bar{\boldsymbol{\sigma}}^{rd} &= \bar{\mathbf{C}}_{n+1}^s : \Delta \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}^{rd} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

更加详细的关于增量-正割非线性均匀化方法的理论请参考文献 [17].

1.3 变形诱导纤维转动模型

在之前的研究中[31] 利用变换规律, 可以确定纤维在任何方向上的离轴行为. 在此基础上, 我们研究了变形诱导纤维转动对复合材料力学行为的影响.

该分析是在平面内 RVE 上进行的, 初始离轴角为 45° . 如图 3 所示, 法向和剪切变形都被考虑在内. 可以看出, 正向变形导致纤维转动, 而剪切变形不影响纤维取向.

法向变形引起的旋转角度 θ^r 可以使用以下公式确定

$$\theta^r = \arctan\left(\frac{1 + \varepsilon_{22}}{1 + \varepsilon_{11}}\right) - 45^\circ \quad (17)$$

其中, ε_{11} 和 ε_{22} 代表正态应变.

对于 45° 以外的纤维方向, 在计算旋转角度之前, 必须首先将应变矩阵转换为对应于 45° 纤维方向.

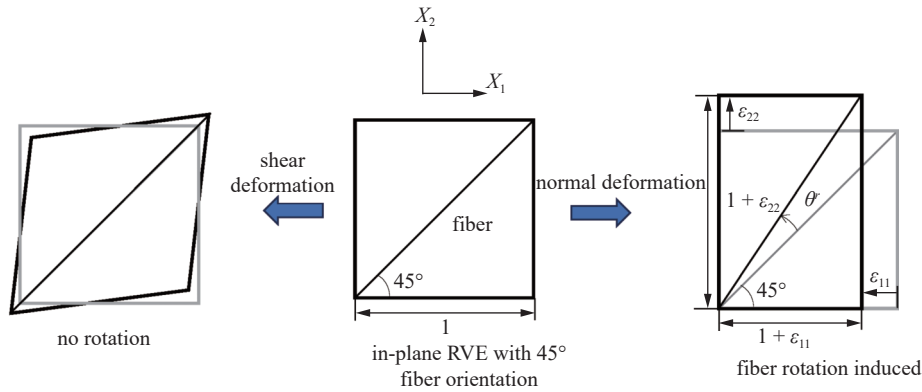


图 3 变形引起的纤维转动

Fig. 3 Deformation-induced fiber rotation

1.4 纤维基体界面脱黏模型

在本研究中, 使用与之前工作[31] 相同的脱黏因子. 然而, 由于非线性均质化方法的变化, 该因子 γ_i^{deb} (其中 $i = F, M$) 现在乘以流动应力, 脱黏因子 γ_M^{deb} 义如下

$$\gamma_M^{\text{deb}} = \exp\left[-\beta(\sigma_I^{eq} - \sigma_I^{cr})^k\right] \quad (18)$$

这里, σ_I^{cr} 表示等效界面强度, 而 β 和 k 是材料参数.

IDM 的参数总结为

$$\boldsymbol{\kappa}_I = [\beta, k, \alpha, \sigma_I^{cr}]^T \quad (19)$$

1.5 含剪切损伤诱导变形软化的 UD 复合材料面内破坏准则

实验结果[20,29] 表明 UD 复合材料的主要损伤机制是纵向纤维断裂、横向基体开裂以及面内剪切下的应变软化 (图 1). 损伤发生后, 对复合材料在纵向和横向以及剪切作用下的损伤同应变驱动演化方程为

$$d_k = \left(c_k \frac{|\phi_k|}{|\varepsilon_k^{cr}|}\right)^{m_k}, \quad k = 11, 22, 12 \quad (20)$$

其中, d_{11} 和 d_{22} 分别代表复合材料纵向和横向的损伤. d_{12} 为复合材料面内剪切损伤. c_k 和 m_k 是常数.

由于剪切损伤 d_{12} 对纤维和基体都造成了应力减小, 因此在式 (3) 中引入的损伤变量 d_i 可以表示为

$$\left. \begin{aligned} d_F &= d_{11}d_{12} \\ d_M &= d_{22}d_{12} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

平面内失效准则的参数总结为

$$\boldsymbol{\kappa}_D = [\varepsilon_{F11}^{cr}, \varepsilon_{M22}^{cr}, \varepsilon_{M12}^{cr}, c_{11}, c_{22}, c_{12}, m_{12}]^T \quad (22)$$

2 代表性示例

本研究将重点放在纤维体积含量为 60% ($c_F = 60\%$) 的 C30/E201 碳纤维/环氧基 UD 复合材料上, 以评估所开发的平均场模型的预测能力. 首先, 将对模型进行参数标识. 随后, 将开发的模型作为

UMAT 子程序进行数值实现, 并将其与 ABAQUS v6.14 集成, 对 UD-CFRP $\pm 45^\circ$ 层压板进行纵向拉伸加载的有限元模拟. 需要说明的是, 由于模型对 UD-CFRP 轴向、横向以及剪切的各个加载阶段都进行了准确的描述, 且在损伤模型中考虑了损伤的耦合作用 (式 (21)), 本模型可以推广到其他的不同角度和铺层方式.

2.1 参数标识

在引言中, 将 UD-CFRP 复合材料典型面内剪切特性的加载过程 (图 1) 分为 3 个阶段: I. 弹性阶段、II. 塑性和脱黏阶段以及 III. 破坏阶段. 我们详细阐述了在本研究中使用增量-正割法来非线性化平均场模型的优点, 与我们之前研究使用的增量-正切法^[27]相比, 增量-正割法不足以描述破坏阶段. 然而, 增量-正割法准确地捕捉到了阶段 III 的复杂性.

然而, 在描述阶段 I 和阶段 II 时, 两种方法之间没有根本区别. 因此, 纤维的弹性参数和基体的弹塑性参数与我们之前的研究一致. 与基体弹性性能 (κ_M^{el})、正常塑性性能 (κ_{M1}^{pl})、剪切塑性性能 (κ_{M2}^{pl}) 和纤维性能 (κ_F) 相关的参数总结于表 1 和表 2. 详情请参阅我们之前的工作^[20].

考虑到在本研究中已经额外考虑了变形引起的纤维转动, 我们将通过调整 IDM 的参数来平衡其对第 II 阶段的影响, 而忽略其对弹性阶段的影响.

在之前的研究中^[20], 通过将模拟数据与实验得到的面内剪切响应数据拟合, 成功地确定了 IDM 的参数. 这种方法同样适用于当前的研究. 图 4 中的数

据点代表了实验结果, 在考虑与实验加载过程同样的 DIFR 的影响以后, “DIFR 仿真”展示了与实验结果很好的拟合度. 为了展示 DIFR 的影响, 同时也展示了去除 DIFR 后的, 材料纯剪切的力学响应, 可以清晰地看出加载过程可分为 3 个阶段. 其中, 界面脱黏主要发生在阶段 II. 在纤维和基体参数已经确定的情况下, 对前两个阶段进行了曲线拟合, 以准确地推导出 IDM 参数. 图 4 所示的“DIFR 仿真”拟合曲线在阶段 II 中展示了很高的仿真实验拟合程度. 确定的参数总结为表 2 中的 κ_I . 此外, 为了评估 DIFR 的影响, 该图还显示了 DIFR 的旋转角度和排除了 DIFR 效应的实际面内剪切响应 (标记为“模拟”). 在阶段 II 结束时, 最大旋转角度接近 1.2° . 可以观察到, 由于变形引起的纤维转动, $\pm 45^\circ$ 层压板的剪切应力明显高于实际剪切应力.

接下来, 通过拟合阶段 II 的曲线来确定与剪切响应相关的破坏准则的参数. 如图 4 所示, 仿真数据与实验数据具有较强的相关性. 考虑 DIFR 后, $\pm 45^\circ$ 层压板的剪应力呈逐渐上升的趋势. 然而在实际中, 由于破坏实际剪应力在阶段 III 不断减小. 变形引起的旋转角度随应变线性增加, 最大可达 3.6° . 由于第三阶段的拟合, 确定了 κ_D 的参数 $\varepsilon_{M12}^{cr} = 0.039\ 5$, $c_{12} = 0.35$, $m_{12} = 1.5$, 确定参数见表 3. 其余参数通过拟合 C30/E201 UD-CFRP 复合材料的纵向和横向试验响应来确定, 如图 5 所示.

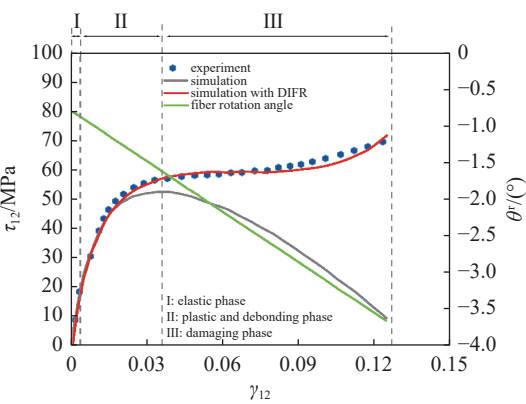


图 4 $\pm 45^\circ$ C30/E201 层压板的面内剪切响应
Fig. 4 In-plane shear response of the $\pm 45^\circ$ C30/E201 laminate

表 1 树脂基体材料参数

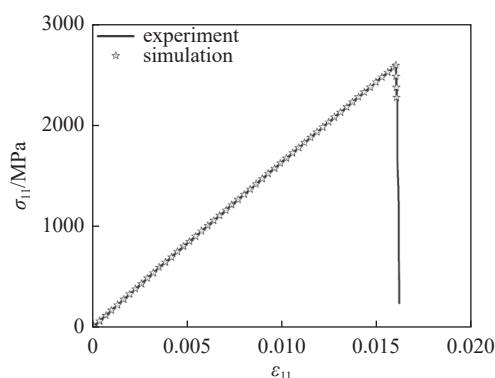
Table 1 Material parameters of the matrix					
Material parameter	κ_M^{el}		κ_{Mi}^{pl}		
	E_M/MPa	ν_M	Y_{0i}/MPa	H_{1i}/MPa	b_i
for shear ($i = 1$)	3.43×10^3	0.32	22	7.33×10^3	1.52×10^2
for normal ($i = 2$)			22	1.48×10^4	2.01×10^2

表 2 纤维和纤维-基体界面材料参数

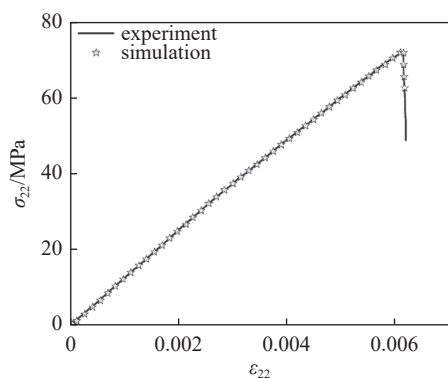
Table 2 Material parameters of the fibre and the fibre-matrix interface						
Material parameter	E_F/MPa	c^F	ν_F	β	k	σ_I^{cr}/MPa
κ_F	2.776×10^5	18.7	0.23			
κ_I				5.69×10^{-3}	1	22.5

表 3 平面内失效准则参数

Table 3 Parameters of failure criteria in the plane							
Parameter	ε_{F11}^{cr}	ε_{M22}^{cr}	ε_{M12}^{cr}	c_{11}	c_{22}	c_{12}	m_{12}
κ_D	0.016	0.015	0.039 5	101	71	0.35	1.5



(a) 纵向响应
(a) Longitudinal response



(b) 横向响应
(b) Transverse response

图 5 C30/E201 UD-CFRP 复合材料的力学响应

Fig. 5 Mechanical response of a C30/E201 UD-CFRP composite

2.2 纤维角度 $\pm 45^\circ$ UD-CFRP 层压板仿真

图 4 已经展示出新开发模型描述 UD-CFRP 应力应变单元体面内剪切响应的准确性. 为了更好研究 DIFR 对 UD-CFRP 层压板整个变形区域的影响, 对 UD-CFRP $\pm 45^\circ$ 层压板进行了有限元模拟.

2.2.1 $\pm 45^\circ$ 层压板静态模拟

所开发的平均场模型作为用户定义的材料子程序 (UMAT) 实现, 并集成到 ABAQUS 6.14 中进行静态计算. 模拟是按照测试标准 ISO 14129^[29] 进行的, 以确定 UD-CFRP 复合材料的面内剪切响应. 层合板的几何形状、边界条件如图 6 所示. 此外, 还引入了全局坐标系 ($X_1X_2X_3$) 和局部坐标系 ($x_1x_2x_3$), 如图 6 所示. 下面, 脚注为“11, 22 和 12”的量分别表示纵向、横向和剪切方向. 其中所有量都是相对于局部坐标系的. 有限单元采用的是常用的 C3D8R 三维单元和加强沙漏控制 (enhanced hourglass control). 左右两端总位移设置为 20 mm, 总加载时间为 1 s, 初始步长设置为 0.001 s, 每 0.006 s 输出一次结果, 最终计算到第 98 步, 总体收敛效果很好.

结果如图 7 所示, 其中包含了各种变量的云图, 包括图 7(a) DIFR θ^r 引起的纤维转动角, 图 7(b) 面内剪切损伤 d_{12} , 图 7(c) 基体的应力模式因子 ξ_M , 图 7(d) 状态下的脱黏因子 γ_M^{deb} 点①(阶段 II 结束阶段 III 开始) 和点②(阶段 III 结束)(图 4)).

如图 7(a) 所示, 由 DIFR 引起的纤维转动角 θ^r 的云图表明, 在阶段 II, 层压板内已经存在一定程度的纤维转动. 值得注意的是, 与端部相比, 层压板中间区域的旋转角 θ^r 稍小, 这表明层压板整个长度上具有一定的变形梯度. 随着模拟进入阶段 III, 旋转角

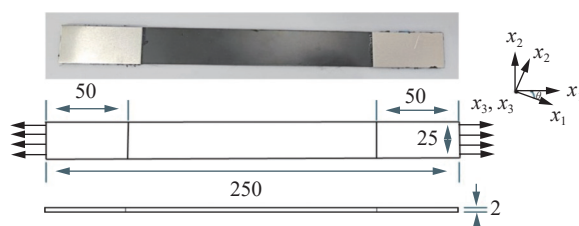


图 6 UD-CFRP $\pm \theta$ 层压板的模拟: 几何形状、边界条件

Fig. 6 Simulation of UD-CFRP $\pm \theta$ laminates: Geometry and boundary conditions

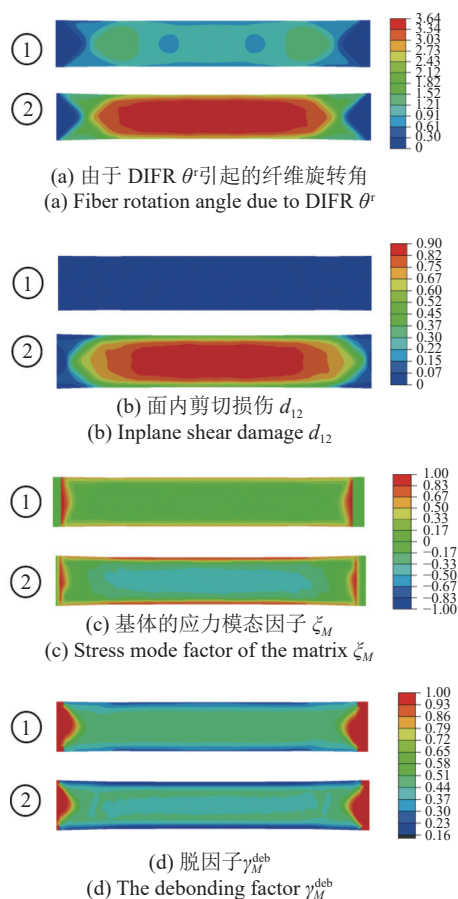


图 7 UD-CFRP $\pm 45^\circ$ 层压板的模拟

Fig. 7 Simulation of UD-CFRP $\pm 45^\circ$ laminate

度 θ' 进一步增大, 并且层压板整个变形区域的旋转变得几乎一致. 这种一致性意味着随着载荷的增加, 变形更加均匀.

图 7(b) 中面内剪切损伤 d_{12} 的云图表明, 这种损伤仅在阶段 III 产生. 剪切损伤均匀分布在层压板的中心区域, 表明损伤机制主要集中在较高应变水平下的该区域. d_{12} 的这种均匀分布表明层压板中心部分内存在一致的失效模式.

图 7(c) 中基体应力模态因子 ξ_M 的云图表明, 在阶段 III 开始之前, ξ_M 的值稳定在 0 左右. 这表明整个区域主要受到纯剪切作用加载. 然而, 随着纤维在第 III 阶段经历显著的旋转, 加载模式发生变化. 到阶段 III 结束时, ξ_M 的值接近 -0.5, 表明该区域从剪切载荷向压缩载荷转变. 这种转变表明由于基体内不断变化的应力状态而导致失效机制发生变化.

图 7(d) 所示的脱黏因子 γ_M^{deb} 显示了脱黏的程度. 可以看出, 阶段 II 发生了全面脱黏, 而整个阶段 III, 脱黏程度并没有明显增加. 这一观察结果与图 5 中提供的描述一致, 其中注意到脱黏主要发生在早期阶段, 在后续阶段中进展最小. 这种一致性进一步支持了这样的理解: 脱黏在初始阶段后稳定下来, 而后期阶段的特征更多是纤维转动和基体损伤, 而不是进一步脱黏.

2.2.2 $\pm 45^\circ$ 层压板准静态模拟及损伤验证

为了检验损伤模型的预测可靠性, 对 UD-CFRP 层合板进行显式有限元模拟. 所开发的模型作为用户自定义材料子程序 (VUMAT) 实现, 并集成到 ABAQUS 6.14 中进行准静态计算. 为了验证该模型在预测不同纤维取向 UD-CFRP 层合板性能方面的可行性, 进行了 $\pm 45^\circ$ CFRP 板模拟实验.

对于 $\pm 45^\circ$ 的层压板, 几何模型保持与图 6 所示相同的厚度, $+45^\circ$ 和 -45° 层厚均为 1 mm. 为了降低计算成本, 变形长度从 150 mm 减少到 50 mm. 图 8 显示了模拟结果, 并将其与实验数据进行了比较. 模拟结果表明, 损伤起始发生在边缘的应力集中点, 这在现实也可以由材料缺陷触发. 损伤传播路径表现出明显的各向异性, 主要沿着纤维方向延伸. 实验与仿真结果的对比表明, 该损伤模型有效地捕捉了损伤的产生和扩展. 然而, 差异出现在最后的破坏阶段, 因为模拟假设一个理想的材料没有局部缺陷, 不像实验材料, 存在固有的缺陷.

总体而言, 这些模拟结果提供了对给定载荷条

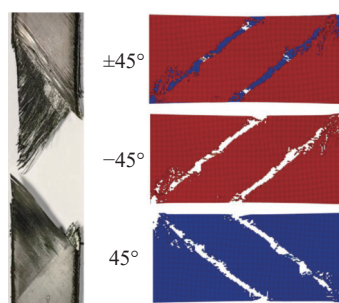


图 8 拉伸载荷下 $\pm 45^\circ$ UD-CFRP 层压板的实验和模拟结果比较

Fig. 8 Comparison of experimental and simulation results for the $\pm 45^\circ$ UD-CFRP laminate under tensile loading

件下 $\pm 45^\circ$ 层压板拉伸行为的详细了解, 展示出了纤维转动、剪切损伤、应力分布和不同载荷阶段脱黏之间的复杂相互作用.

3 结论

本研究扩展了增量-正割平均场均匀化方法, 以提高预测单向复合材料的非线性和损伤行为的准确性. 通过考虑非对称基体塑性 AAMP, 纤维基体界面脱黏 IDM, 和损伤诱导的应变软化效应, 增强模型在捕捉各种载荷条件下的纤维和基体之间的复杂相互作用. 在 ABAQUS 中使用 C30/E201 碳纤维/环氧基复合材料的有限元模拟验证了该模型, 证明了预测力学响应的准确性, 特别是对于纵向拉伸下的 UD-CFRP $\pm 45^\circ$ 层合板. 模拟强调了纤维取向如何显著影响刚度、强度和失效模式, 为工业应用中的复合材料结构设计提供了有价值的见解. 总的来说, 研究结果强调了增量-正割法更有效地捕捉复合材料中的非线性和损伤效应的能力, 为复杂载荷条件下纤维增强聚合物复合材料的力学行为提供了更强的预测能力. 未来的研究应该集中在两个关键的改进, 以提高模型的预测能力: (1) 将温度和应变率的依赖性纳入其非线性和损伤特性; (2) 整合材料缺陷和缺陷分布. 这些改进将能够更准确地模拟极端条件下的复合材料行为, 特别是在高温和高应变率的情况下典型的冲击和切割过程. 这些进步将大大扩展该模型在极端环境研究中的适用性, 同时提高其在工业应用中的可靠性.

参 考 文 献

- 1 李景华. 体育运动器材中化工材料的应用及智能化发展分析. 黏接, 2020, 44(11): 59-62, 66 (Li Jinghua. Analysis of the application and intelligent development of chemical materials in sports equip-

- ment. *Adhesion*, 2020, 44(11): 59-62, 66 (in Chinese))
- 2 马悦欣. γ -射线辐照对 T700 碳纤维及其复合材料界面性能的影响. [博士论文]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2010 (Ma Xinyue. Effect of γ -ray irradiation on the interfacial properties of T700 carbon fiber and its composites. [PhD Thesis]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2010 (in Chinese))
- 3 林德春, 潘鼎, 高健等. 碳纤维复合材料在航天航空领域的应力. 玻璃钢, 2007, 1: 20-30 (Lin Dechun, Pan Ding, Gao Jian, et al. Stress of carbon fiber composites in the aerospace sector. *Fiber Reinforced Plastic*, 2007, 1: 20-30 (in Chinese))
- 4 张小跃. 碳纤维复合材料强度对体育器材耐磨性能的影响. 合成材料老化与应用, 2009, 49(4): 160-162, 32 (Zhang Xiaoyue. Effect of carbon fiber composite strength on wear resistance of sports equipment. *Synthetic Materials Aging and Application*, 2009, 49(4): 160-162, 32 (in Chinese))
- 5 单奕萌, 弥世青, 周健等. 碳纤维复合材料铆接头力学性能与失效机制研究. 机械强度, 2023, 45(6): 14831492 (Shan Yimeng, Mi Shiqing, Zhou Jian, et al. Study on mechanical properties and failure mechanism of carbon fiber composite riveted joints. *Journal of Mechanical Strength*, 2023, 45(6): 14831492 (in Chinese))
- 6 Puck A. Festigkeitsanalyse von Faser-Matrix-Laminaten. Muenchen, Wien: Carl Hanser Verlag, 1996
- 7 Linde P, de Boer H. Modelling of inter-rivet buckling of hybrid composites. *Composite Structures*, 2006, 73(2): 221-228
- 8 Camanho PP, Bessa MA, Catalanotti G, et al. Modeling the inelastic deformation and fracture of polymer composites—part II: Smeared crack model. *Mechanics of Materials*, 2013, 59: 36-49
- 9 Du DD, Hu YB, Li HG, et al. Open-hole tensile progressive damage and failure prediction of carbon fiber-reinforced peektitanium laminates. *Composites Part B: Engineering*, 2016, 91: 65-74
- 10 Jin K, Wang H, Tao J, et al. Mechanical analysis and progressive failure prediction for fibre metal laminates using a 3D constitutive model. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 2019, 124: 105490
- 11 Abena A, Essa K. 3D micro-mechanical modelling of orthogonal cutting of UD-CFRP using smoothed particle hydrodynamics and finite element methods. *Composite Structures*, 2019, 218: 174-192
- 12 Melro AR, Camanho PP, Pinho ST. Generation of random distribution of fibres in long-fibre reinforced composites. *Composites Science and Technology*, 2008, 68(9): 2092-2102
- 13 Li H, Wang J, Wu C, et al. Damage behaviors of unidirectional cfrp in orthogonal cutting: A comparison between single- and multiple-pass strategies. *Composites Part B: Engineering*, 2020, 185: 107774
- 14 Kanout'e P, Boso D, Chaboche J, et al. Multiscale methods for composites: A review. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 2009, 16(1): 31-75
- 15 Doghri I. Mechanics of Deformable Solids: Linear, Nonlinear, Analytical and Computational Aspects. Springer, 2013
- 16 Ghosh S, Lee K, Moorthy S. Multiple scale analysis of heterogeneous elastic structures using homogenization theory and voronoi cell finite element method. *International Journal of Solids and Structures*, 1995, 32(1): 27-62
- 17 Moulinec H, Suquet P. A fast numerical method for computing the linear and nonlinear mechanical properties of composites. *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 1994, 318(11): 1417-1423
- 18 Miehe C, Schröder J, Schotte J. Computational micro-to-macro transitions of discretized microstructures undergoing small strains. *Archive of Applied Mechanics*, 1999, 69(4): 243-268
- 19 Dvorak GJ, Wafa AM, Bahei-El-Din YA. Implementation of the transformation field analysis for inelastic composite materials. *Comput Mech*, 1994, 14(3): 201-228
- 20 Ju X, Mahnen R. An nta-based homogenization framework considering softening effects. *Mechanics of Materials*, 2016, 96: 106-125
- 21 Cheng C, Wang Z, Jin Z, et al. Non-linear mean-field modelling of ud composite laminates accounting for average asymmetric plasticity of the matrix, debonding and progressive failure. *Composites Part B: Engineering*, 2021, 224: 109209
- 22 Lenz P, Mahnen R. A general framework for mean-field homogenization of multilayered linear elastic composites subjected to thermal and curing induced strains. *International Journal of Solids and Structures*, 2021, 233: 111266
- 23 Doghri I, Ouair A. Homogenization of two-phase elasto-plastic composite materials and structures study of tangent operators, cyclic plasticity and numerical algorithms. *International Journal of Solids and Structures*, 2003, 40(7): 1681-1712
- 24 Voigt W. Über die Beziehung zwischen den beiden Elastizitätskonstanten isotroper Körper. *Ann Phys*, 1889, 274(12): 573-587
- 25 Talbot DRS, Willis JR. Variational principles for inhomogeneous non-linear media. *IMA Journal of Applied Mathematics*, 1985, 35: 39-54
- 26 Hill R. Continuum micro-mechanics of elastoplastic polycrystals. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1965, 13: 89-101
- 27 Cheng C, Song C, Mahnen R, et al. A non-linear mean-field debonding model at large strains for the analysis of fibre kinking in UD composites. *Applied Composite Materials*, 2024, 31: 1191-1218
- 28 Cui H, Thomson D, Pellegrino A, et al. Effect of strain rate and fibre rotation on the in-plane shear response of 45 laminates in tension and compression tests. *Composites Science and Technology*, 135: 106-115, 2016
- 29 Wu L, Noels L, Adam L, et al. A combined incremental-secant mean-field homogenization scheme with per-phase residual strains for elasto-plastic composites. *International Journal of Plasticity*, 2013, 51: 80-102
- 30 Simo JC, Hughes TJR. Computational Inelasticity. Springer Verlag, 1998
- 31 ISO 14129. Fibre-reinforced plastic composites—Determination of the in-plane shear stress/shear strain response, including the in-plane shear modulus and strength, by the $\pm 45^\circ$ tension test method. 1997