第 48 卷　第 5 期
2009 年 9 月
厦门大学学报(自然科学版)
Journal of Xiamen University (Natural Science)
Vol. 48　No. 5
Sep. 2009

连续区间系统的鲁棒 H∞ 控制 :LMI 方法

张达敏 , 张霄力 *
(厦门大学信息科学与技术学院 , 福建 厦门 361005)

摘要 :研究了一类连续区间系统的鲁棒 H_∞ 控制问题. 首先基于一个等价变换 ,将区间系统转换为一个具有时变参数不确定性的线性系统. 然后利用线性矩阵不等式(LMI) 方法讨论了系统的鲁棒稳定性以及扰动衰减度 ,得到检验该类系统鲁棒稳定且具有 H_∞ 性能 γ 的新的充分条件 ,用同样的方法得到系统鲁棒镇定且具有 H_∞ 性能 γ 的判定条件 ,并设计了系统鲁棒 H_∞ 状态反馈控制器. 通过求解一个凸优化问题 ,还可以得到该区间控制系统最优的扰动抑制水平及相应的鲁棒 H_∞ 状态反馈控制器. 所得结果均以 LMI 的形式给出 ,求解方便. 最后通过仿真算例验证了本文结果具有更小的保守性.

关键词 :区间系统 ; 鲁棒 H_∞ 控制 ; 状态反馈 ; LMI 方法
中图分类号 : TP 273　　**文献标识码** : A　　**文章编号** :0438-0479(2009) 05-651-05

近年来 ,鲁棒控制已经成为控制理论中最活跃的研究领域之一 ,随着 H_∞ 控制理论的发展 ,利用 H_∞ 控制理论对具有参数不确定性的系统进行鲁棒控制 ,更是目前研究的一个热点问题 ,已经取得了很多成果[1-3]. 在实际的工程控制系统中难以避免各种不确定性和干扰 ,其中有一类不确定性可以描述为系统的状态矩阵的部分或全部元素在一些确定的区间内变化 ,这就是区间控制系统[4]. 区间控制系统是一类重要的含参数不确定性的系统. 例如 ,飞机运动系统 ,电机控制系统均可视为区间控制系统. 区间系统的鲁棒镇定和干扰抑制问题 ,已引起众多学者的关注 ,文献[5]讨论了区间系统的鲁棒稳定性. 文献[4]研究了连续区间系统的鲁棒 H_∞ 控制 ,利用 Riccati 方程方法获得了状态反馈控制律. 文献[6]讨论了离散区间系统的鲁棒稳定性和鲁棒控制问题 ,得到离散区间系统鲁棒控制器存在的充分条件 ,通过求解修正的代数 Riccati 方程可以获得鲁棒状态反馈控制器. 文献[7]讨论了线性时不变区间广义系统的鲁棒 H_∞ 控制 ,利用文献[4]介绍的区间矩阵的等价变换 ,将所讨论的区间广义系统等价转换为一般的线性时不变不确定广义系统 ,得到区间广义系统二次能稳定且具有扰动衰减度 γ 的充分必要条件 ,并设计了状态反馈控制律. 文献[8]研究了一类时滞广义区间系统的鲁棒 H_∞ 弹性控制 ,利用 LMI 方法解决了控制器增益具有加法式摄动和乘法式摄动的弹性控制器的设计问题. 文献[9]研究了一类不确定系统的鲁棒稳定性问题 ,并将其结果推广到区间系统的鲁棒稳定性分析中 ,得到了区间系统鲁棒稳定的新判据. 本文主要针对文献[4]提出的一类区间控制系统 ,将文献[9]的结果推广到其鲁棒 H_∞ 控制上. 基于 LMI 方法得到系统鲁棒稳定且具有 H_∞ 性能 γ 的新的判定条件 ,同时设计了系统鲁棒 H_∞ 状态反馈控制器 ,使得系统鲁棒镇定且具有 H_∞ 性能 γ.

1　问题描述及性能分析

考虑连续区间控制系统[4] ,

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + B_1 w(t) + Bu(t) \\ z(t) &= Cx(t) + Du(t) \end{aligned} \tag{1}$$

其中 $x \in R^n$, $u \in R^m$, $z \in R^q$ 分别为状态变量、控制输入向量和被调输出向量 , $w \in R^p$ 为平方可积的干扰信号 ,即 $w \in L_2[0, \infty)$,且 $\| w \|_2 = (\int_0^\infty w^T(t) w(t) dt)^{1/2}$. B , B_1 , C , D 为适当维数的常数矩阵 , A 为不确定矩阵 ,其元素满足

$$A \in [\underline{A}, \bar{A}] = \{ A \in R^{n \times n} | \underline{a}_{ij} \le a_{ij} \le \bar{a}_{ij} ; i , j = 1 ,2 , \cdots, n\} ,$$

$\underline{A}$, $\bar{A}$ 为已知常数矩阵.

定义　给定常数 $\gamma > 0$,如果系统(1) 满足以下条件 :

(i) 当 $w = 0$ 时 ,系统(1) 是渐近稳定的 ;

(ii) 当 $x(0) = 0$ 时 ,对所有非零 $w \in L_2[0, \infty)$,满足 $\| z \|_2 \le \gamma \| w \|_2$.

则称系统(1) ($u(t) = 0$) 是鲁棒稳定的且具有 H_∞ 性能 γ;如果存在状态反馈控制器 $u(t) = Kx(t)$ 使得系统(1) 的闭环系统鲁棒稳定且具有 H_∞ 性能 γ,则称系统

收稿日期 :2008-12-15
基金项目 :福建省青年科技人才创新项目(2005J006) 资助
* **通讯作者** :zhxl @xmu. edu. cn

(1) 是鲁棒镇定的且具有 H_∞ 性能 γ.

引理 1 对于适当维数的矩阵 M,N,F,若 F 满足 $F^TF\le I$,则对于任意的 $\lambda>0$,下式总成立.

$$MFN+N^TF^TM^T\le\lambda MM^T+\lambda^{-1}N^TN \qquad (2)$$

证明 对于任意的适当维数矩阵 M,N,F,存在 $\lambda>0$,使得下式恒成立:

$$(\lambda M^T-FN)^T(\lambda M^T-FN)\ge 0,$$

展开并注意到条件 $F^TF\le I$,移项即得式(2).

引理 2[9] 对于任意 $A\in[\underline{A},\bar{A}]=\{A\in R^{n\times n}\mid \underline{a}_{ij}\le a_{ij}\le\bar{a}_{ij};i,j=1,2,\cdots,n\}$,$A$ 可以等价表示为

$$A=A_0+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\varepsilon_{ij}H_{ij} \qquad (3)$$

其中 $A_0=\frac{1}{2}(\underline{A}+\bar{A})$,$\varepsilon_{ij}$ 为不确定的实数且满足 $|\varepsilon_{ij}|\le 1$,$H_{ij}=0.5e_i(\bar{a}_{ij}-\underline{a}_{ij})e_j^T$,$e_i\in R^n$ 表示第 i 个元素为 1,其余元素为 0 的单位列向量.

引理 3 对给定的正数 γ,若存在对称矩阵 $P>0$,使得式(4)成立,则系统(1)是鲁棒稳定的且具有 H_∞ 性能 γ.

$$A^TP+PA+C^TC+\gamma^{-2}PB_1B_1^TP<0 \qquad (4)$$

证明 根据 Schur 补引理[10],式(4)等价于

$$\begin{bmatrix}A^TP+PA & PB_1 & C^T\\ B_1^TP & -\gamma^2I & 0\\ C & 0 & -I\end{bmatrix}<0 \qquad (5)$$

由式(5)可知系统(1)渐近稳定,且 $V(x)=x^TPx$ 是系统(1)的一个 Lyapunov 函数.

对任意的 $T>0$,考虑指标 $J=\int_0^T[z^T(t)z(t)-\gamma^2w^T(t)w(t)]\mathrm{d}t$,则当 $x(0)=0$ 时,有

$$J=\int_0^T[z^T(t)z(t)-\gamma^2w^T(t)w(t)+\dot{V}(x)]\mathrm{d}t-V(x(T))=$$
$$\int_0^T\begin{bmatrix}x(t)\\ w(t)\end{bmatrix}^T\begin{bmatrix}A^TP+PA+C^TC & PB_1\\ B_1^TP & -\gamma^2I\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x(t)\\ w(t)\end{bmatrix}\mathrm{d}t-V(x(T)).$$

据式(5)可知

$$\int_0^T[z^T(t)z(t)-\gamma^2w^T(t)w(t)+\dot{V}(x)]\mathrm{d}t<0,$$

即

$$x^T(T)Px(T)+\int_0^Tz^T(t)z(t)\mathrm{d}t<\gamma^2\int_0^Tw^T(t)w(t)\mathrm{d}t.$$

由 $w\in L_2[0,\infty)$ 及系统的渐近稳定性,令 $T\to\infty$ 得到 $\|z\|_2\le\gamma\|w\|_2$,根据上文的定义可知系统(1)鲁棒稳定且具有 H_∞ 性能 γ.

2 主要结果

定理 1 对给定的 $\gamma>0$,若存在对称矩阵 $P>0$,$Q_{ij}>0$,$i,j=1,2,\cdots,n$ 满足式(6),则系统(1)是鲁棒稳定的且具有 H_∞ 性能 γ.

$$\begin{bmatrix}M & PB_1 & E_{11} & E_{12} & \cdots & E_{nn}\\ B_1^TP & -\gamma^2I & 0 & 0 & \cdots & 0\\ E_{11}^T & 0 & -Q_{11} & 0 & \cdots & 0\\ E_{12}^T & 0 & 0 & -Q_{12} & \cdots & 0\\ \cdots & 0 & 0 & 0 & \ddots & \cdots\\ E_{nn}^T & 0 & 0 & 0 & \cdots & -Q_{nn}\end{bmatrix}<0 \qquad (6)$$

其中 $M=0.5(A_0^T+PA_0)+[0.5(A_0^TP+PA_0)]^T+C^TC+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}Q_{ij}$,$E_{ij}=0.5(H_{ij}^TP+PH_{ij})$.

证明 根据引理 2 和引理 3,对于给定的 $\gamma>0$,若存在 $P>0$ 满足下式

$$(A_0+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\varepsilon_{ij}H_{ij})^TP+P(A_0+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\varepsilon_{ij}H_{ij})+C^TC+\gamma^{-2}PB_1B_1^TP<0,$$

则系统(1)渐近稳定且具有 H_∞ 性能 γ.

令 $E_0=0.5(A_0^TP+PA_0)$,$E_{ij}=0.5(H_{ij}^TP+PH_{ij})$,则有

$$E_0+E_0^T+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\varepsilon_{ij}(E_{ij}+E_{ij}^T)+C^TC+\gamma^{-2}PB_1B_1^TP<0 \qquad (7)$$

对任意可逆矩阵 $L_{ij}\in R^{n\times n}$,由引理 1 可知

$$\varepsilon_{ij}(E_{ij}+E_{ij}^T)\le E_{ij}L_{ij}^{-1}L_{ij}^{-T}E_{ij}^T+L_{ij}^TL_{ij},$$

取 $Q_{ij}=L_{ij}^TL_{ij}$,显然有 $Q_{ij}>0$. 因此,

$$\varepsilon_{ij}(E_{ij}+E_{ij}^T)\le E_{ij}Q_{ij}^{-1}E_{ij}^T+Q_{ij} \qquad (8)$$

据此,

$$E_0+E_0^T+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\varepsilon_{ij}(E_{ij}+E_{ij}^T)+C^TC+\gamma^{-2}PB_1B_1^TP\le E_0+E_0^T+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}(E_{ij}Q_{ij}^{-1}E_{ij}^T+Q_{ij})+C^TC+\gamma^{-2}PB_1B_1^TP \qquad (9)$$

显然,若式(10)成立,则式(7)成立,从而系统(1)是鲁棒稳定的且具有 H_∞ 性能 γ.

$$E_0+E_0^T+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}(E_{ij}Q_{ij}^{-1}E_{ij}^T+Q_{ij})+C^TC+\gamma^{-2}PB_1B_1^TP<0 \qquad (10)$$

而式(10)等价于式(6). 得证.

考虑闭环区间控制系统(1)及状态反馈控制器:

$$u(t) = Kx(t) \tag{11}$$

根据定理 1,易得系统(1)的鲁棒 H_∞ 状态反馈控制器:

定理 2　对于任意给定的 $\gamma > 0$,若存在矩阵 Y 和对称矩阵 $X > 0, Q_{ij} > 0, i, j = 1, 2, \cdots, n$,满足式(12),则系统(1)在状态反馈控制律(11)作用下是鲁棒镇定的且具有 H_∞ 性能 γ.

$$\begin{bmatrix} \phi & N^T & B_1 & F_{11} & F_{12} & \cdots & F_{nn} \\ N & -I & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ B_1^T & 0 & -\gamma^2 I & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ F_{11}^T & 0 & 0 & -Q_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ F_{12}^T & 0 & 0 & 0 & -Q_{12} & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \ddots & \cdots \\ F_{nn}^T & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & -Q_{nn} \end{bmatrix} < 0 \tag{12}$$

其中,$N = CX + DY$, $F_0 = 0.5(XA_0^T + A_0X)$, $F_{ij} = 0.5(XH_{ij}^T + H_{ij}X)$, $i, j = 1, 2, \cdots, n$. $\phi = F_0 + F_0^T + BY + (BY)^T + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n Q_{ij}$.

证明　类似定理 1 的证明,对于给定的 $\gamma > 0$,若存在 $P > 0$ 满足下式

$$(A_0 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \varepsilon_{ij} H_{ij} + BK)^T P + P(A_0 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \varepsilon_{ij} H_{ij} + BK) + (C + DK)^T (C + DK) + \gamma^2 PB_1B_1^T P < 0,$$

则系统(1)渐近稳定且具有 H_∞ 性能 γ.

对上式分别左乘和右乘 P^{-1},并令 $X = P^{-1}$,得

$$X(A_0 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \varepsilon_{ij} H_{ij} + BK)^T + (A_0 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \varepsilon_{ij} H_{ij} + BK)X + X(C + DK)^T (C + DK)X + \gamma^2 B_1 B_1^T < 0$$

令 $F_0 = 0.5(XA_0^T + A_0X)$, $F_{ij} = 0.5(XH_{ij}^T + H_{ij}X)$,则有

$$F_0 + F_0^T + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \varepsilon_{ij}(F_{ij} + F_{ij}^T) + X(C + DK)^T (C + DK)X + \gamma^2 B_1B_1^T + BKX + (BKX)^T < 0 \tag{13}$$

对任意可逆矩阵 $L_{ij} \in R^{n \times n}$,由引理 1 可知

$$\varepsilon_{ij}(F_{ij} + F_{ij}^T) \le F_{ij} L_{ij}^{-1} L_{ij}^{-T} F_{ij}^T + L_{ij}^T L_{ij}.$$

取 $Q_{ij} = L_{ij}^T L_{ij}$,显然有 $Q_{ij} > 0$,从而,

$$\varepsilon_{ij}(F_{ij} + F_{ij}^T) \le F_{ij} Q_{ij}^{-1} F_{ij}^T + Q_{ij} \tag{14}$$

据此,

$$F_0 + F_0^T + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \varepsilon_{ij}(F_{ij} + F_{ij}^T) + X(C + DK)^T (C + DK)X + \gamma^2 B_1B_1^T + BKX + (BKX)^T \le F_0 + F_0^T + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (F_{ij} Q_{ij}^{-1} F_{ij}^T + Q_{ij}) + X(C + DK)^T (C + DK)X + \gamma^2 B_1B_1^T + BKX + (BKX)^T \tag{15}$$

令 $Y = KX$,显然,若式(16)成立,则式(13)成立,从而系统(1)是鲁棒镇定的且具有 H_∞ 性能 γ.

$$F_0 + F_0^T + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (F_{ij} Q_{ij}^{-1} F_{ij}^T + Q_{ij}) + (CX + DY)^T (CX + DY) + \gamma^2 B_1B_1^T + BY + (BY)^T < 0 \tag{16}$$

而式(16)为式(12)的 Schur 补,因此两者等价. 得证.

若定理 2 存在可行解,则使系统(1)鲁棒镇定且具有 H_∞ 性能 γ 的状态反馈阵为

$$K = YX^{-1} \tag{17}$$

推论 1　对闭环系统(1),如果以下的优化问题

$$\min_{Q_{i,j}, X, Y} \rho \quad s.t. \quad \text{(i)}$$

$$\begin{bmatrix} \phi & N^T & B_1 & E_{11} & E_{12} & \cdots & E_{nn} \\ N & -I & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ B_1^T & 0 & -\rho I & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ E_{11}^T & 0 & 0 & -Q_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ E_{12}^T & 0 & 0 & 0 & -Q_{12} & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \ddots & \cdots \\ E_{nn}^T & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & -Q_{nn} \end{bmatrix} < 0,$$

(ii) $X > 0$,

(iii) $\rho > 0$,

(iv) $Q_{ij} > 0, i, j = 1, 2, \cdots, n$,

存在一个最优解 $(\tilde{Q}_{ij}, \overline{X}, \tilde{Y})$, $i, j = 1, 2, \cdots, n$,则 $u(t) = \tilde{Y}\,\overline{X}^{-1} x(t)$ 是闭环系统(1)的鲁棒最优 H_∞ 状态反馈控制器,相应的鲁棒最优 H_∞ 性能指标为 $\gamma^* = \sqrt{\rho}$. 其中 ϕ, F_0, F_{ij} 的定义同上.

注 1　通过求解推论 1,可以得到系统(1)的最优 H_∞ 性能分析问题的解,即可以得到系统最优的干扰抑制能力及相应的状态反馈控制器. 由于推论 1 是一个具有线性矩阵不等式约束和线性目标函数的凸优化问题,因此可以很方便地应用 LMI 工具箱求解.

3　算例分析

考虑区间系统(1),系统参数如下:

$$\underset{\sim}{A} = \begin{bmatrix} -3 & 2-\beta_1 & 0 \\ 10 & -2 & 1 \\ 0.5 & 1-\beta_2 & 3 \end{bmatrix},$$

$$\bar{A}=\begin{bmatrix}-3 & 2+\beta_1 & 0\\ 10 & -2 & 1\\ 0.5 & 1+\beta_2 & 3\end{bmatrix},$$

$$B_1=\begin{bmatrix}1\\1\\0\end{bmatrix},B=\begin{bmatrix}1\\1\\1\end{bmatrix},$$

$C=[1\quad 0\quad 1]$, $D=0$, $\beta_1=4.05$, $\beta_2=4.05$.

根据引理 2,系统(1)等价为

$$\dot{x}(t)=(A_0+\varepsilon_{12}H_{12}+\varepsilon_{32}H_{32}+BK)x(t)+B_1w(t),$$

$$z(t)=(C+DK)x(t).$$

取 $\gamma=1$,根据定理 2,可以验证系统(1)是鲁棒镇定的且具有 H_∞性能 γ. 此时,

$$X=\begin{bmatrix}9.7471 & -10.573 & 4.6674\\ -10.573 & 119.6623 & 15.5912\\ 4.6674 & 15.5912 & 6.218\end{bmatrix},$$

$$Q_{12}=\begin{bmatrix}141.3501 & 24.0501 & 114.8365\\ 24.0501 & 320.2367 & 84.9772\\ 114.8365 & 84.9772 & 107.4131\end{bmatrix},$$

$$Y=[-258.0657\quad -276.021\quad -256.1318],$$

$$Q_{32}=\begin{bmatrix}141.3501 & 24.0501 & 114.8365\\ 24.0501 & 320.2367 & 84.9772\\ 114.8365 & 84.9772 & 107.4131\end{bmatrix},$$

$$K=[419.0772\quad 120.4147\quad -657.6917].$$

而利用文献[4]定理 1 的结果则无法保证系统(1)鲁棒镇定且具有H_∞性能 γ;若取 $\gamma=2$,利用文献[4]定理 1 的结果可以保证系统(1)鲁棒镇定且具有H_∞性能 γ. 由此可得本文结果具有更小的保守性. 此外,在文献[4]中为简化推导,作者令 $D=0$,而本文无此限制条件.

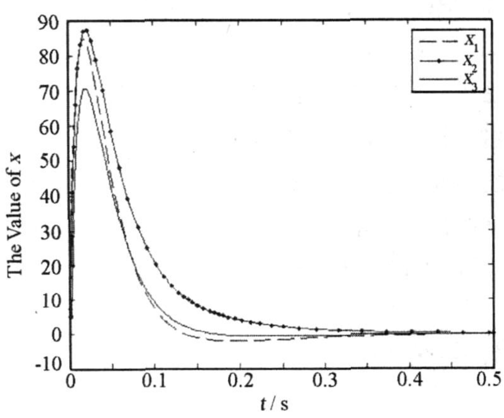

图 1 系统状态轨迹图

Fig. 1 The trajectory of system

令 $D=0.2$,其他参数不变. 可以验证系统(1)仍是鲁棒镇定的且具有H_∞性能 γ. 此时,

$$X=\begin{bmatrix}42.7302 & -12.9132 & 22.1868\\ -12.9132 & 16.3677 & -4.1266\\ 22.1868 & -4.1266 & 12.0705\end{bmatrix},$$

$$Q_{12}=\begin{bmatrix}292.0815 & -83.3138 & 155.6928\\ -83.3138 & 51.1802 & -38.5604\\ 155.6928 & -38.5604 & 84.3877\end{bmatrix},$$

$$Y=[-324.4217\quad 52.3686\quad -183.2807],$$

$$Q_{32}=\begin{bmatrix}292.0815 & -83.3138 & 155.6928\\ -83.3138 & 51.1802 & -38.5604\\ 155.6928 & -38.5604 & 84.3877\end{bmatrix},$$

$$K=[174.4\quad 61.4385\quad -314.7459].$$

验证推论 1. 令 $D=0.2$,系统其他参数同上. 可得最优H_∞性能 $\gamma^*=0.791\,8$,最优状态反馈阵 $K^*=[25861\quad 9255\quad -44022]$.

给定初始条件 $x_0=[10\quad 5\quad -10]^T$,根据定理 2,通过仿真得到如下状态响应曲线($x_1$, x_2, x_3 表示状态 x 的 3 个分量)(见图 1). 由图 1 可知,在设计的状态反馈控制律下,当区间系统的参数在给定区间内变化时,系统都是鲁棒镇定的.

4 结 论

本文研究了一类连续区间系统的鲁棒H_∞控制问题. 基于 LMI 方法分别讨论了系统鲁棒稳定和鲁棒镇定且具有H_∞性能 γ 的新的判定条件. 与文献[4]采用 Riccati 方程方法相比,文中所用 LMI 方法推导简单,结果易于检验. 应用本文结果,不仅可以求解给定干扰抑制水平 γ 情形下的鲁棒H_∞状态反馈控制器,还可以求解最优的干扰抑制水平 γ^* 及相应的状态反馈控制器. 通过算例分析可以看出,文中结果与文献[4]中的结果相比具有更小的保守性. 但是,本文仅仅是利用算例验证了所得结果的有效性,并未从理论上证明保守性减小的原因,因此今后作者将会对这方面作进一步的研究.

参考文献:

[1] Khargonekar P P, Petersenn I R, Zhou K. Robust stabilization of linear uncertain system: quadratic stabilizability and H_∞ control theory[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1990, 35(2): 352-361.

[2] Xie L, Souza C E. Robust H_∞ control for linear systems with norm-bounded time-varying uncertainty[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1992, 37(8): 1188-1191.

[3] Nie H, Zhao J. Hybrid state feedback H_∞ control for a class of linear systems with time-varying norm-bounded

uncertainty[C]//Proceedings of American Control Conference. Denver:Omnipress,2003:3608 - 3613.

[4] 吴方向,史忠科,戴冠中. 区间系统的H_∞鲁棒控制[J]. 自动化学报,1999,25(5):703 - 708.

[5] Sezer M E, Siljak D D. On stability of interval matrices [J]. IEEE Trans on Automatic Control,1994,39(2):368 - 371.

[6] 吴方向,史忠科. 离散区间系统的H_∞鲁棒控制[J]. 控制与决策,2000,15(4):479 - 481.

[7] 舒伟仁,张庆灵. 区间广义系统的鲁棒H_∞控制[J]. 东北大学学报:自然科学版,2002,23(11):1033 - 1036.

[8] 舒伟仁,李凤云. 时滞广义区间系统的H_∞鲁棒弹性控制[J]. 系统工程与电子技术,2006,28(11):1747 - 1751.

[9] 申涛,王孝红,袁铸钢. 一类不确定系统的鲁棒稳定性分析[J]. 自动化学报,2007,33(4):426 - 427.

[10] Boyd S, Ghaoui L E L, Feron E, et al. Linear matrix inequalities in system and control theory[M]. Philadelphia, USA:SIAM,1994.

Robust H_∞ Control for the Continuous-time Interval System: an LMI Approach

ZHANG Da-min, ZHANG Xiao-li *

(School of Information Science and Technology, Xiamen University, Xiamen 361005, China)

Abstract: This paper studies the robust H_∞ control for the continuous-time interval system. Firstly, based on an equivalent transformation, the continuous-time interval system is converted into a linear system with time-varying uncertainties. Then the robust stability conditions along with disturbance attenuation level are discussed by employing LMI approach. Some new sufficient results are gained in terms of linear matrix inequalities (LMI). With these results, it is easy to test the robust stability or stabilizability as well as the disturbance attenuation level. Using the same method, the robust H_∞ controller for stabilizing the interval system is designed. By solving the convex optimization problem, the optimal disturbance attenuation level and the corresponding optimal robust H_∞ state feedback control law can also be obtained. At the end of the paper, some numerical examples are given to show that our results in this paper are less conservative than the existing ones.

Key words: interval system; robust H_∞ control; state feedback; LMI approach