



超大质量双黑洞的引力波模板和信号识别

李滋浩^{1,2,3}, 曹周键^{1*}

1. 国科大杭州高等研究院, 基础物理和数学科学学院, 杭州 310024

2. 中国科学院理论物理研究所, 北京 100190

3. 中国科学院大学, 北京 100049

*联系人, E-mail: zjcao@amt.ac.cn

收稿日期: 2024-08-26; 接受日期: 2024-11-04; 网络出版日期: 2024-12-06

国家重点研发计划(编号: 2021YFC2203001)资助项目

摘要 超大质量双黑洞是空间引力波探测最为重要和最为主要的引力波源之一. 同地面引力波探测类似, 匹配滤波数据分析方法是处理引力波数据、反演波源参数、实现天文观测的标准化方法. 波源的波形模板是匹配滤波方法实施的前提条件. 本文主要基于作者团队近年来的成果, 简要总结了超大质量双黑洞引力波模板和信号识别问题的研究, 目的是帮助读者迅速了解针对空间引力波探测的超大质量双黑洞的引力波模板和信号识别问题研究现状.

关键词 空间引力波探测, 超大质量双黑洞, 引力波模板

PACS: 04.25.D-, 04.30.Db, 04.70.Bw, 95.30.Sf

1 引言

自2015年LIGO^[1]首次直接探测到引力波以来, 引力波天文学飞速发展^[2-4]. LIGO-Virgo-KAGRA组成的科学联盟已成功探测到约200例双星并合引力波事件^[5,6]. 以CPTA, EPTA, PPTA和NanoGrav为代表的脉冲星计时阵探测团队^[7-10]在2023年也发现随机引力波背景信号的强烈证据. 作为空间引力波探测的排头兵, LISA项目^[11]于2024年1月底正式获批进入硬件建设阶段¹⁾. 中国的空间引力波探测计划也在紧张筹

备中. 2008年, 中国科学院发起并组建了空间引力波探测论证组, 由多个研究所及院外高校科研单位共同参与, 旨在规划我国未来数十年的空间引力波探测发展路线. 空间引力波探测已被列入中国科学院、国家航天局、中国载人航天工程办公室联合发布的《国家空间科学中长期发展规划(2024–2050年)》. 中国科学院的这个空间引力波探测在2017年被命名为“空间太极计划”^[12]. 2014年天琴计划^[13]被提出. 2019年, 作为试验卫星的太极一号^[14,15]和天琴一号^[16-18]顺利发射并成功完成测试任务. 这两个测试卫星的功能类

1) Petersen C C. The space-based gravitational wave observatory LISA gets the green light. <https://www.universetoday.com/165483/the-space-based-gravitational-wave-observatory-lisa-gets-the-green-light/>.

引用格式: 李滋浩, 曹周键. 超大质量双黑洞的引力波模板和信号识别. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2025, 55: 230402
Li Z H, Cao Z J. Gravitational wave templates and signal recognition of supermassive binary black holes (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2025, 55: 230402, doi: 10.1360/SSPMA-2024-0352

似于2015年底发射的LISA探路者(LISA Pathfinder, 也叫SMART-2卫星)^[19]. 随着空间引力波探测硬件建设的开展, 关于空间引力波探测数据分析的研究也迅速跟进^[20, 21].

数据处理是连接空间引力波探测硬件和科学产出的关键一环. 匹配滤波数据分析方法是引力波数据处理并反演波源参数实现天文观测的标准化方法, 而波源的波形模板是匹配滤波方法实施的前提条件^[22, 23]. 空间引力波探测中, 引力波波源的波形模板也是数据分析流水线构建的理论基础. 空间引力波探测的目标波源主要分为四类: 超大质量双黑洞并合、极端质量比和中等质量比旋近双星系统、银河系内双致密星系统和宇宙弦、黑洞回声等未知新颖波源. 本文主要关心超大质量双黑洞并合的引力波模板和信号识别问题.

当前, 世界上还没有专门为空间引力波探测建立的模板库. 在部分需要使用空间引力波探测引力波源模板的场景中, 研究者通常对地面引力波探测所用的模板进行适当的修改, 比如LISA模拟数据挑战(MLDC)^[24–28]、LISA数据挑战(LDC)^[29]和太极数据挑战^[30].

针对双黑洞并合问题构建引力波源模板, 求解相应的爱因斯坦方程并分析出其释放引力波的定量行为是问题的关键^[3]. 由于该问题所涉及的爱因斯坦方程对双黑洞系统总质量具有标度不变性, 因此, 在构建用于空间引力波探测的超大质量双黑洞并合事件波形模板时, 双黑洞总质量的大小并不构成显著的挑战^[31].

双黑洞系统的总质量对应其释放引力波的频率. 地面引力波探测涉及的频率范围在几十赫兹到几百赫兹, 对应的双黑洞系统总质量在几个太阳质量和100个太阳质量之间. 即地面引力波探测仅能探测到恒星级黑洞. 这一天文事实要求地面引力波探测所需双黑洞并合的引力波模板质量比的范围在1:1到一比几十之间. 由于近等质量双黑洞系统高效的引力波轨道圆化效应, 地面引力波探测所需双黑洞并合的引力波模板基本无需考虑轨道离心率. 空间引力波探测涉及的频率范围在 10^{-4} –0.1 Hz, 对应的双黑洞系统总质量在 10^4 – 10^7 个太阳质量范围. 这样的双黑洞系统包括质量相当的双超大质量黑洞系统, 也包括超大质量黑洞-中等质量黑洞系统, 以及超大质量黑洞-恒星级质量黑洞系统. 如此一来, 空间引力波探测所需双黑洞并

合的引力波模板质量比的范围就必须包含1:1– $1:10^7$ 的范围. 随着质量比的增加, 引力波轨道圆化效应减弱, 导致空间引力波探测所需双黑洞并合的引力波模板必须仔细考虑轨道离心率的问题.

针对上述空间引力波探测超大质量双黑洞的引力波模板和信号识别问题, 本文将介绍椭圆轨道下的自旋双星系统有效单体数值相对论模型(SEOBNRE), 并分析其辐射反作用力与引力波记忆效应. 我们将重点描述近等质量超大质量双黑洞系统引力波形的高阶模式和超大质量双黑洞并合系统的引力波记忆效应, 包含轨道平面进动的椭圆轨道双黑洞并合系统的动力学和引力波形理论分析. 下一节将首先介绍数值相对论计算结果的精度和空间引力波探测项目的需求, 接下来介绍近等质量椭圆轨道超大质量双黑洞系统引力波形的高阶模式理论, 以及综合类光无限远渐近对称性对应的Bondi-Metzner-Sachs理论和数值相对论建立的超大质量双黑洞并合系统的引力波记忆效应理论模型. 有趣的是, 我们还发现宇宙辐射会产生引力波记忆效应, 并可能被未来的哈勃常数测量观测到. 另外我们考虑星系环境对双黑洞并合引力波的影响, 建立了并合双星极端质量比旋进系统的波形构建理论, 研究了引力透镜效应对引力波天文学的潜在影响. 在数据处理方法方面, 建立了空间引力波模拟数据集, 发展了机器学习方法, 特别是waveformer大模型的神经网络方法, 来处理引力波数据. 针对空间引力波探测模拟数据, 机器学习方法可以同时识别超大质量双黑洞并合、极端质量比旋近、河内双白矮星系统和随机引力波背景四种引力波信号.

2 数值相对论计算精度与空间引力波探测的模板需求

为了得到引力波源的波形模板, 数值相对论仍然是不可替代的建模工具. 作为偏微分方程数值求解的三大数值方法, 有限差分、谱方法和有限元都在数值相对论中有广泛应用, 其中大型数值相对论软件以使用有限差分和谐方法的居多. 典型数值相对论软件如文献^[22]的表1所示. 关于有限元方法和新兴的人工智能方法在爱因斯坦方程数值计算中的研究目前仍在进行中^[32].

质量比超过1:20的双黑洞系统在计算效率方面为

数值相对论提出了前所未有的挑战. 由于计算效率的限制, 目前数值相对论能计算引力波形的双黑洞最大质量比为1:20, 这正是LIGO所用模板质量比限制的来历. 为了突破这个限制, 我们必须提出新的计算方法以实现数值相对论计算效率的实质提升.

现有数值相对论算法的计算效率受限于网格细化的层间数据依赖关系和伪谱方法的全局数据联系. 但同时我们也注意到, 有限差分算法网格点相对独立, 具有较高的并行计算效率, 而谱方法的指数收敛性, 具有较高的串行计算效率. 基于有限元计算框架的谱元方法则可以结合有限差分算法的高并行计算效率和谱方法的高串行计算效率. 因此, 针对数值相对论面对的计算效率挑战, 我们提出有限元数值相对论的想法, 期望将有限差分法和伪谱数值相对论算法各自的优点整合, 同时规避它们的缺点. 目前国际数值相对论界存在若干基于有限差分算法的数值相对论软件, 如AMSS-NCKU, EinsteinToolkit等; 也存在若干基于谱方法的数值相对论软件, 如SpEC等. 然而基于有限元计算方法的大型数值相对论计算软件却是完全缺失的, 有限元数值相对论是一个崭新的研究课题. 此外, 有限元数值相对论这一理想方法的实现过程还存在计算方程弱形式构造的理论困难. 数值相对论的计算方法问题极具挑战性, 从1964年数值相对论诞生到2005年Pretorius首次实现双黑洞并合的稳定计算, 现有的数值相对论计算方法体系的设计历经41年才得以完成. 也就是说, 人们用了近半个世纪来解决数值相对论稳定性问题. 接下来, 保证稳定性的计算效率问题变成数值相对论新一轮的挑战性问题.

面对有限元数值相对论这个挑战性问题, 需要解决偏微分方程形式、边界条件和有限元数值实现等问题. 我们使用广义协和坐标条件巧妙地把爱因斯坦方程类比成哈密顿-雅可比方程形式, 然后借用哈密顿-雅可比方程的间断伽辽金有限元计算方法设计了有限元数值相对论的计算方法理论框架. 基于这些成果, 建成了有限元数值相对论的基本算法框架, 该算法能有效处理数值误差带来的间断解, 比有限差分法具有更好的收敛性. 我们实现了对爱因斯坦方程长时间的稳定计算. 我们完成了固定黑洞、固定坐标、固定

边界条件下的有限元数值相对论的基本理论和数值测试.

数值相对论的计算量非常庞大, 为了在满足引力波波形模板构建需求的同时避免重复的计算, 人们采取合作的方式来建立计算结果的数据库, 例如SXS数值相对论数据库²⁾、佐治亚理工数值相对论数据库³⁾和罗切斯特理工数值相对论数据库⁴⁾.

2.1 波形精度的刻画与需求

引力波是广义相对论最重要的理论预言之一. 但引力波探测极其困难. 影响引力波探测能力的因素包括硬件灵敏度和波源的理论模型. 在既定硬件灵敏度的基础上, 一个好的波源模型可以很好地提高引力波探测能力. 辅助以好的理论模型, 匹配滤波技术(Matched Filtering)可以把埋在噪声以下的引力波信号挖出来. 人类的首次引力波探测已经被LIGO实现(GW150914). 引力波事件GW150914的成功探测是实验技术进步和理论研究突破相结合的产物. 实验数据处理中起关键作用的有效单体数值相对论(EOBNR)模型提升实验结果的置信度从 4.6σ 到 5.1σ , 达到通常物理学实验要求的置信度标准. 这是理论模型提高探测能力很好的一个例子. 引力波探测的科学意义远不止得到引力波直接信号进而验证广义相对论, 它更重要的科学意义在于引力波天文学. 没有引力波源的理论模型就谈不上用引力波来观测天体. 引力波源的理论模型是引力波天文学的基础. 在引力波事件GW150914的探测中, 正是EOBNR理论模型证认出其引力波源是并合双黑洞, 还给出了该双黑洞的质量、自旋等信息, 实现了对引力波源的天文观测. EOBNR理论模型是后牛顿近似理论和数值相对论两者结合的结果.

针对匹配滤波数据处理方法的应用, 引力波理论模板精度的最好刻画方法就是波形间的相互匹配程度. 相应地, 人们定义了匹配因子的概念. 匹配因子取值范围是0-1. 0就是完全不匹配, 1就是完全匹配. 匹配因子的大小决定了所用理论模板由于精度的限制带来的信号损失. 假设完全精确的理论模板对应的最远观测距离(即探测视界)为 R . 由于理论模板精度的限制,

2) Caltech-Cornell-CITA 2020 Binary black hole simulation results, <http://www.black-holes.org/waveforms>.

3) Georgia Tech catalog, <https://einstein.gatech.edu/catalog/>.

4) RIT Waveform Catalog, <https://ccrg.rit.edu/content/data/rit-waveform-catalog>.

真实的探测视界变为 R 乘以匹配因子. 由此可见信号数目的损失跟匹配因子的立方成正比. 从信号探测损失的角度出发, 人们通常采用的精度阈值约为99%. 这样精度带来的信号丢失基本是可以忽略不计的.

引力波理论模板在数据处理中还有一个非常重要的作用就是保证数据处理实现对波源参数的反演, 即实现真正意义的天文观测. 由于模板精度的影响, 波源参数反演会形成系统偏差. 同时仪器噪声经由波源参数反演会形成统计误差. 为了最大限度利用硬件灵敏度, 模板精度带来的系统偏差应小于仪器噪声带来的统计误差.

2.2 空间引力波探测的硬件灵敏度

人类要探测低频引力波只能到太空去. 欧美发达国家很早就布局了空间引力波探测计划, LISA就是其中最著名的一个. 20世纪90年代, NASA与欧洲空间局开始合作发展LISA项目; 2011年, 由于NASA的退出和欧洲经费的缩减, LISA原定的3颗卫星6路激光干涉被削减为3颗卫星2路激光干涉, 项目也改名为eLISA; 2017年, LISA入选欧空局“宇宙观十年计划(2015–2025)”中最高级的L级任务, 经费上限10.5亿欧元, 同时NASA宣布回归空间引力波探测, eLISA又重新回到了LISA项目; 2018年1月, 欧洲空间局宣布空间天线激光干涉仪(LISA)完美通过了任务定义审核. 2024年1月底, LISA项目正式获批开始硬件建设⁵⁾.

与此同时, 中国科学家从来没有放弃对这一最前沿的科学问题的探索. 天琴计划科学家团队自20世纪80年代就开始埋首于引力基础实验研究, 20世纪90年代中期开始引力波探测隔振关键技术研究, 于2000年布局了空间惯性传感技术的研究, 2002年布局了星间激光干涉测量技术的研究, 这是在太空中进行引力波探测的几项最核心的技术. 经过多年的发展, 天琴计划科学家团队的空间加速度计在国内率先进行了在轨飞行试验, 为我国自主开展空间引力波探测奠定了关键技术基础. 团队始终坚持走自主发展的道路, 于2014年在国内率先提出要自主开展我国的空间引力波探测天琴计划, 并制定了“0123”的技术路线. 天琴计划的方案与欧洲LISA计划不同, 它的目标是在2035年

前后, 在约10万公里高的地心轨道上, 部署3颗全同卫星, 构成边长约为17万公里的等边三角形星座, 建成空间引力波天文台“天琴”, 开展引力波的空间探测.

同为中国空间引力波探测的太极计划, 与欧美LISA计划基本相同, 在距离地球约5000万公里的轨道上, 发射3颗全同卫星, 三星编队轨道以太阳为中心, 设计干涉臂臂长即卫星间距300万公里. 2016年, 提出该计划的中国科学院为实现它制定了“三步走”发展路线.

天琴、LISA、太极三个计划, 前者是地心轨道方案, 后两者是日心轨道方案, 它们有相同的核心技术需求, 也有各自不同的技术难题, 但对空间引力波探测具有互补性. 三个探测计划里, 单个探测器对于不同空间方位的敏感度不同. 三个探测器联合起来不仅可以覆盖更宽广的空间, 而且可以更加精确地确定引力波源的物理参数, 从而更好地理解种子黑洞的起源及演化、宇宙的起源及演化与引力的本质特性等. 与LISA和太极相比, 天琴对相对高频信号(0.1 Hz)观测更加敏感, 由于波源定位能力随频率增大而提高, 天琴在对高频引力波波源的定位能力方面具有明显的优势. 考虑到LISA与天琴不同的设计理念与运行轨道, 它们联合观测时能互补, 在1–100 mHz范围内, LISA-天琴联合观测网的定位精准度比单个探测器高且定位效率也高, 覆盖天区范围更广阔. 天琴的敏感频率在几十毫赫兹频段, 它的定位及探测能力不会受到探测器平面指向固定参考源的影响. 此外, 太极探测器臂长大于LISA, 在毫赫兹频段太极比LISA敏感. 尽管LISA与太极轨道类似, 在毫赫兹频段, LISA和太极的探测器平面转动不但可以帮助其提高空间定位能力, 而且可以帮助其覆盖所有空间方位. 联合观测不但可以极大提高对引力波源的空间定位能力, 而且可以观测到更宽的频段及更大的空间范围, 从而为研究哈勃常数等宇宙学参数及宇宙演化提供新的观测手段. 目前, 天琴计划“0123”技术路线图中的第“0”步的月球激光测距和第“1”步的“天琴一号”技术试验卫星项目已经顺利开展, 作为第“2”步的“天琴二号”卫星项目正在顺利推进中. 太极计划也完成了三步走中的第一步, 正在推进后续工作. 作为太极计划第二步的太极二号卫星项目同几个别的卫星项目整合在一起形成“盘古”项目, 目

5) Petersen C C. The space-based gravitational wave observatory LISA gets the green light. <https://www.universetoday.com/165483/the-space-based-gravitational-wave-observatory-lisa-gets-the-green-light/>.

前也在积极推进中. 太极和天琴这两个空间引力波探测计划的工作得到了国际上越来越多科学家的关注和重视.

除了上述LISA、太极和天琴之外, 美国还推出了BBO计划, 也叫“后爱因斯坦”计划, 该计划有一颗“大爆炸观测者”卫星, 着重探测地面装置和LISA计划之间的“中频引力波”. 日本也有DECIGO计划, 该计划由3颗无阻力卫星构成, 各相距1000 km, 计划在21世纪30年代发射. 目前, LISA暂定于2034年发射主要的3颗探测卫星, 与中国提出的太极计划、天琴计划预计发射的时间接近.

空间引力波探测项目的探测灵敏度受很多因素影响, 简化而言, 主要噪声来自测试质量运动偏离弯曲时空测地线运动的程度, 即加速度噪声和测试质量间距离的测量精度(测距精度)两个方面. 定量地, LISA、太极和天琴空间引力波探测计划的灵敏度曲线如参考文献[33]的图2所示.

2.3 空间引力波探测项目与数值相对论计算精度对比

我们分别针对LISA、太极和天琴空间引力波探测项目的硬件灵敏度设计深入、系统地研究了现有数值相对论计算结果的计算精度情况, 并与LIGO对模板精度的需求进行了对比. 定量地, 首先定义波形的匹配因子为

$$\text{FF} \equiv \max_i \frac{\langle h_1 | h_2 \rangle}{\|h_1\| \cdot \|h_2\|}, \quad (1)$$

$$\langle h_1 | h_2 \rangle = 2 \int_{f_{\text{low}}}^{f_{\text{up}}} \frac{\tilde{h}_1 \tilde{h}_2^* + \tilde{h}_1^* \tilde{h}_2}{S(f)} df, \quad (2)$$

$$\|h\| \equiv \sqrt{\langle h | h \rangle}, \quad (3)$$

其中, 公式中的波浪号表示傅里叶变换, f 为频率, $S(f)$ 为探测器噪声的单边功率谱密度, $(f_{\text{low}}, f_{\text{up}})$ 是探测器的频率范围. 由于数值相对论计算精度总体都很高, 描述计算误差的匹配因子都很接近1. 为了更好地定量描述匹配程度, 还引入了不匹配因子, 它等于 $1-\text{FF}$. 具体地, 对SXS数值相对论数据库⁶⁾里的近2000个计算结果进行了分析. 针对LISA、太极和天琴分别计算了SXS数值相对论计算结果数据集的不匹配因子. 同时还对比计算了这些数值相对论结果相对

于LIGO灵敏度的不匹配因子. 分析结果表明不匹配因子相对于LISA和太极两个空间引力波探测项目的表现差不多, 跟相对于LIGO的结果也相差不多. 相对于天琴空间引力波探测项目, 这些数值相对论的计算结果相对略差一点. 更定量地, 我们对这些不匹配因子的行为做了统计分析, 发现对于LISA和太极两个空间引力波探测项目, 绝大多数数值相对论计算结果的匹配因子都在99.9%以上. 对于天琴空间引力波探测项目, 数值相对论计算结果的计算精度表现稍差一些, 但绝大多数数值相对论计算结果的匹配因子都在99%以上^[34].

3 带自旋的椭圆轨道有效单体数值相对论理论模型

为了从数值相对论的计算结果凝练出引力波理论模型, 需要解析分析. 但解析分析的近似方法在极端相对论条件下会不同程度地失效. 比如描述椭圆轨道系统的绝热近似在旋近后期就不再成立. 我们从数值相对论中类比思路, 提出直接采用系统状态代替离心率描述的方法, 改为用位置和速度来描述系统状态, 让离心率成为一个导出量. 这一新思路克服了旋近轨道和极端广义相对论效应为离心率带来的概念性困难. 椭圆轨道在解析计算上极度复杂, 这是在我们工作前只有旋近早期引力波模板的另一个原因. 经过仔细分析, 我们注意到一个物理规律: 引力辐射圆化轨道的效率很高, 导致的物理结果是要么引力不足以束缚双星导致双星擦肩而过不能并合, 要么在双星并合时引力辐射已经把轨道圆化到准圆水平. 基于此观察, 把椭圆轨道的引力波形分成圆和非圆两个部分进行处理. 这样一方面可以最大限度使用之前人们关于圆轨道引力波模板的研究成果, 另一方面可以只关心非圆效应的低阶后牛顿修正结果. 这是因为轨道离心率大的时候双星离得远, 引力弱; 双星靠近, 引力强时, 轨道离心率已经变小了.

根据前述想法, 我们在前人发展的有效单体数值相对论理论模型的基础上建立了椭圆轨道自旋双星系统有效单体数值相对论(SEOBNRE)引力波理论模型^[35]. 经过仔细的定量检验, 我们的模型显示出很强的适用性^[36]. 构建LIGO引力波模板的、德国马普引

6) Caltech-Cornell-CITA 2020 Binary black hole simulation results, <http://www.black-holes.org/waveforms>.

力研究所的Buonanno高度评价我们的SEOBNRE模型, 称其为世界上首个描述带自旋椭圆双黑洞系统的理论模型. LIGO科学合作组^[37,38]的成员已经成功把我们的SEOBNRE模型应用到LIGO的双星并合事件中, 有效估计了双星系统的离心率. 该结论为人们理解并合双星系统的形成机制提供了定量帮助. GW190521事件中较大质量的那个黑洞在恒星级黑洞形成理论中不可能存在, 关于该黑洞的来历人们还在激烈争论中. 利用我们的SEOBNRE模型, LIGO科学合作组^[39]的成员发现GW190521双黑洞系统的轨道离心率不可忽略. 该结果引发了人们对GW190521双黑洞系统形成机制的激烈讨论. 由于轨道离心率对判断双黑洞形成机制的重要意义^[40], 若干后续研究小组检查和确认了GW190521双黑洞系统存在不可忽略轨道离心率的结果^[41,42].

人们普遍认为轨道离心率会激发高阶引力波辐射. 出于对引力波模板精度要求的考虑, 我们最近把SEOBNRE进一步扩展, 包含了高阶引力波形^[43]. 圆轨道情形只有一个实质的旋转运动参数. 椭圆轨道情形多出一个径向运动参数. 针对该困难我们提出了调和参数的概念来刻画旋转运动和径向运动两个参数. 基于高阶SEOBNRE引力波模板, 我们对椭圆轨道引力波性质进行了深入分析, 发现轨道离心率实际上并不会增强高阶引力波辐射. 离心率增强的是同阶但高频的引力波辐射. 该结果澄清了人们长期以来一个误解.

引力波作为宇宙学探针的典型应用之一在于其可用于测量哈勃常数^[44]. 双星系统产生的引力波波中记录了其质量、轨道频率和与观测者的距离信息. 与“标准烛光”Ia型超新星不同, 引力波源的距离可以直接由波形通过模板匹配得到而无需经过其他观测的校准. 考虑到引力波与声波的某种相似性, 人们因为引力波的这种特性而将其称为“标准汽笛”. 然而, 由于引力波中的宇宙红移信息被波形中的其他参数完全吸收, 必须借助于其他手段来测量红移, 从而能够将距离-红移关系应用到宇宙学参数(如哈勃常数)的测量中. 一种方案为借助引力波的电磁对应体. 譬如双中子星的合并伴随着千新星或者伽马暴. 通过电磁对应体我们可以找到双星系统的宿主星系从而得到红移信息. 这种同时探测到其电磁对应体的引力波事件被称为“亮汽笛”. 目前为止, LIGO探测到的90个引力波事

件中只有一例双中子星事件为亮汽笛. 而这例亮汽笛也给出了第一个由引力波测量的哈勃常数^[45]. 目前这一例引力波哈勃常数测量的精度还不足以解决宇宙学中哈勃常数测量不一致的问题. 而对于绝大多数的引力波事件, 尤其是恒星质量的双黑洞系统, 几乎无法探测到其电磁对应体. 对于没有电磁对应体的“暗汽笛”, 需要通过其他方法获取红移信息. 较为流行的方案为考虑引力波波源空间定位里的所有可能的宿主星系, 从而在统计上给出红移的信息. 此时, 引力波波源空间定位的能力将直接影响红移测量的精度, 进而决定了引力波暗汽笛限制宇宙学参数的能力. 受限于LIGO的引力波定位能力, 目前几十个暗汽笛联合给出的哈勃常数的测量只能和一个亮汽笛相当^[46]. 考虑到目前和未来绝大多数引力波事件以暗汽笛为主, 其空间定位和距离测量的精度对于引力波作为宇宙学精确探针至关重要. 有研究指出, 双星系统的轨道偏心率在这一问题上将扮演极其重要的角色. 致密双星系统的轨道偏心率被认为是了解双星系统形成机制最有力的指标之一^[47]. 随着双星系统的旋进, 其轨道伴随着圆化的过程. 通常认为在进入LIGO频段(10 Hz)时, 大多数双星系统残余的偏心率很小. 在目前的LIGO引力波事件中, 只有一例偏心率事件被相关文献报道^[41,42]. 近些年来相关研究表明在LIGO频段偏心率对于波源空间有一定的提升但并不十分显著. 我们将视角集中在分赫兹(中间)频段(0.1–10 Hz). 考虑到偏心率与引力波频率近似成反比, 在中间频段观测到的带有一定偏心率的事件数将非常可观. 同时, 在中间频段双星系统的旋进时期很长, 这样空间探测器的位移带来的波形调制和多普勒效应将提供丰富的定位信息, 而偏心率的效应也会得到累积. 此时偏心率诱导的引力波高阶模式会更早地进入探测器频段而给出更多的定位信息. 此外这些高阶模式在波形中可以打破参数的简并, 从而提升波形参数的估计. 通过计算发现, 对于典型的恒星质量双黑洞系统, 如果其在进入中间频段时具有0.4的偏心率, 则其引力波波源空间定位可达到1–3个数量级的提升. 此外, 偏心率还能破除当倾向角很小时的距离-倾向角简并性, 从而提升距离参数的估计. 对于典型的恒星质量双星系统, 偏心率(0.4)对于距离参数的估计在小倾向角情况下的提升可达到2个数量级以上. 这样, 在中间频段恒星质量致密双星系统更可能具有偏心率, 而恰好偏心率在此频段又能极大地提升引力

波波源的空间定位,以至于我们可以在不借助于电磁对应体的情况下确定其宿主星系和红移,抑或极大地减少宿主星系以及红移的不确定性. 我们知道亮汽笛的电磁对应体既能破除距离-倾向角的简并性,又能帮助我们确定其宿主星系和红移. 从这种意义上来说,致密双星系统的轨道偏心率将暗汽笛“点亮了”. 这些结果显示了致密双星系统轨道偏心率在未来引力波作为宇宙学精确探针中具有的非凡意义^[48],也表明椭圆轨道致密双星系统引力波模板构建的重要意义.

经过两年多的努力,我们课题组发展和建立了不包含轨道平面进动的椭圆轨道双黑洞波形模板软件SEOBNRE,在2017年发展了世界上第一个不包含轨道平面进动的椭圆轨道双黑洞并合引力波理论模型. 到现在,世界上已有包括SEOBNRE理论模型在内的三个类似理论模型^[35,36,43,49–53],如表1所示.

3.1 有效单体数值相对论理论模型的构建思路

引力波理论模型的构建过程实际上是对爱因斯坦场方程进行求解和结果分析的过程. 在极端相对论条件下,解析分析、求解爱因斯坦场方程的各种近似方法都会不同程度地失效. 比如,描述椭圆轨道系统的绝热近似方法在旋近后期就不再成立. 所以,我们在研究中以数值相对论计算为主,进而反复分析和提炼数值相对论计算结果,然后得到规律性的引力波理论模型.

针对椭圆轨道绝热近似失效的问题,我们类比数值相对论计算的思路,提出了直接采用系统状态代替离心率描述的方法. 更确切地,我们使用位置和速度来描述系统状态,让离心率成为一个导出量. 经过系统、深入地分析,我们发现了一个物理规律. 引力波辐射圆化椭圆轨道的效率很高. 具体表现为: 要么引力不足以

束缚双星导致双星擦肩而过不能并合; 要么双星并合时引力辐射把轨道已经圆化到准圆水平. 基于这个物理规律,我们把椭圆轨道的引力波分成圆和非圆两部分进行处理. 圆的部分可以最大限度地借鉴前人关于圆轨道引力波模板的研究成果. 而非圆的部分则只需要关心低阶后牛顿修正的结果即可. 物理图像上,这是因为轨道离心率大的时候双星离得远,引力弱; 双星靠近,引力强时,轨道离心率已经变得很小,修正量变得很小.

在操作技术上,我们把数值相对论计算结果和后牛顿解析分析结合到一起. 同时引入量子有效场论的分析技术,使用能级对应的方法充分利用有效单体理论方法加强后牛顿展开级数的收敛性. 通过对比数值相对论和有效单体分析方法得到的关于轨道动力学和引力波波形的计算结果,反复迭代、修正得到最终的引力波理论模型.

3.2 带自旋的椭圆轨道有效单体数值相对论理论模板精度

如前所述,在考察波形精度的过程中,数值相对论的计算结果由于其极高的精度,可以作为标准答案来检验所构建理论模板的波形精度. 而精度的刻画方法同前述的方法一样,使用匹配因子来进行定量标定. 使用SXS数值相对论计算库的结果作为标准,校验所构建的理论模板. 对于引力波的主要模式(2, 2),我们前期的研究已经对SEOBNRE模型针对LIGO灵敏度曲线进行了充分的校验. 我们把SEOBNRE拓展到了高阶模式(2, 1), (3, 3)和(4, 4),其精度得到进一步提升. 引入高阶模式对提高波形模板精度具有重要作用. 在只包含(2, 2)模式时,有若干物理情形的模板精度低于99%. 对应地,加入我们最近研究所得的高阶模式波形模板^[43]后,波形精度可以被提升到99%.

表 1 世界上不同研究小组研发的椭圆轨道双黑洞并合系统引力波模板情况(以最早发表时间排列)

Table 1 The gravitational wave templates for eccentric binary black hole merger systems developed by different research groups around the world (in chronological order of earliest publication)

椭圆轨道模板	主要研究小组	最早发表时间
SEOBNRE	本课题组	2017
TEOBResumS	意大利INFN团队	2020
SEOBNRv4E	德国马普所团队	2021

4 超大质量双黑洞并合系统的引力波记忆效应理论模型

引力波记忆效应即引力波在时空中留下的永久痕迹,是广义相对论的重要理论预言. 这种效应不仅是引力波的独特现象之一,还为我们提供了深入理解广义相对论和时空结构的关键窗口. 关于引力波记忆效应的解析计算,目前仅有1991年Christodoulou的定性

分析结果和双黑洞早期旋进阶段的后牛顿近似结果. 我们结合有效单体分析思路和数值相对论的计算结果构建了第一个双黑洞并合引力波记忆效应的旋近-并合-铃宕完备引力波模型^[54].

由于差分方法和谱方法关于引力波记忆效应的数值相对论计算结果不一致. 我们2016年的研究结果没有得到绝大多数人的认可. 针对数值相对论结果不一致的困难, 我们对BMS理论关于引力波的平衡关系进行了深入研究. 巧妙应用BMS理论中带自旋权重球谐函数的数学关系, 利用绝热近似进行时间尺度分离, 把1991年Christodoulou的定性分析结果推进为定量结果, 得到了引力波记忆效应的精确计算方法. 该方法不仅解决了关于引力波记忆效应数值相对论计算结果不一致的问题, 还为构建引力波记忆效应的波形模板铺平了道路. 引力波记忆效应的传统数据分析方法是基于波形分析的匹配滤波方法. LIGO数据分析团队基于该方法对现存的所有引力波观测数据进行了分析, 还没有得到引力波记忆效应的正面探测结果. 我们基于自己发展出的引力波记忆效应精确计算方法, 进一步研究得到引力波记忆效应的整体幅度依赖于波源参数的函数关系. 由于考虑的是整体幅度, 这里不需要上述引力波记忆效应精确计算方法中的绝热近似条件, 所以我们得到的函数关系是精确的. 该函数关系可类比为圆面积与圆半径的精确等量关系. 基于该关系, 我们可以通过波源参数(圆半径)的测量实现对引力波记忆效应(圆面积)的测量. 利用该思路, 我们得到关于引力波记忆效应的正面测量结果. 该测量结果得到Lomb-Scargle周期图数据分析法提出者Scargle的高度赞赏.

爱因斯坦方程作为一个张量方程, 把它化成偏微分方程时需要选择坐标系. 不同坐标系的选择会导致偏微分方程的形式有很大差别. 另外, 和坐标选择带来的广义协变性相关但又不完全一样的问题是, 比安基恒等式使得原本的10个爱因斯坦方程不独立. 但如何构造和选择独立的6个变量也会在很大程度上影响方程形式. 再者等效原理导致了引力能量密度不可定义. 由于上述这些复杂问题, 历史上引力波的理论预言经历了非常曲折的过程. 就连爱因斯坦本人对引力波存在性的看法也曾反复改变. 最终在20世纪60年代该问题被Bondi-Metzner-Sachs (BMS)理论成功解决.

BMS理论是关于时空渐近对称性的理论, 其物理

假设是时空渐近平直, 结论是渐近对称性除了通常的庞加莱(Poincaré)对称性外还包含超平移对称性. 也就是说离引力波源无穷远处, 或者说处于波动区的探测器有可能存在相对运动、转动和超平移. 但他们所测到的引力波都是一样的. BMS理论的上述对称性会导致一系列恒等式. 2020年的诺贝尔物理学奖获得者Penrose和Rindler^[55]在20世纪70年代从上述恒等式导出了渐近平直时空著名的peeling性质. 上述恒等式还可以被用来导出渐近平直时空的整体守恒量, 包括被人们早已熟悉的能量守恒和动量守恒, 以及最近被人们发现的软毛守恒量.

然而, 记忆效应的直接定义难以呈现其波形的物理图像, 导致无法将记忆效应纳入引力波数据处理的波形模板中, 从而难以通过匹配滤波等典型数据处理方法对其进行探测. 我们针对此问题对引力波记忆效应的概念进行了拓展, 提出了绝热近似的物理图像来区分引力波记忆效应和非记忆效应的部分. 我们认为记忆效应对应引力波中绝热不变的部分, 即其时间变化率远远小于非记忆效应部分的时间变化率. 基于此物理图像, 把引力波分成记忆效应和非记忆效应两个部分. 由此还可以得出推论, 引力波的记忆效应部分对引力波的能流贡献可以忽略不计. 此推论表明了人们通常使用非记忆效应部分的能流计算引力波记忆效应的合理性.

注意到能流同引力波记忆效应的关系来自后牛顿近似, 把上述展开式代入BMS恒等式中. 经过对自旋权重为-2的球谐函数的巧妙应用, 发现关于引力波记忆效应的恒等式为

$$\begin{aligned}
 h_{lm} \Big|_{t_1}^{t_2} = & -\sqrt{\frac{(l-2)!}{(l+2)!}} \left[\frac{4}{D} \int \Psi_2^0 [{}^0 Y_{lm}] \sin \theta d\theta d\phi \right] \Big|_{t_1}^{t_2} \\
 & - D \sum_{l'=2}^{\infty} \sum_{l''=2}^{\infty} \sum_{m'=-l'}^{l'} \sum_{m''=-l''}^{l''} \Gamma_{l'l''m'-m''-m} \\
 & \times \left(\int_{t_1}^{t_2} \dot{h}_{l'm'} \dot{\bar{h}}_{l''m''} dt - \dot{h}_{l'm'}(t_2) \bar{h}_{l''m''}(t_2) \right. \\
 & \left. + \dot{h}_{l'm'}(t_1) \bar{h}_{l''m''}(t_1) \right) \Big], \quad (4)
 \end{aligned}$$

式中符号的具体解释请参考文献^[56]. 式中的第二项是通常文献中见到的引力波能流贡献, 其他三项是我们研究工作发现的修正项. 由于这三项没有时间积分的累积效应, 所得贡献往往都比较小, 绝大多数情况

下, 这三项的贡献小于1%.

把SXS数值相对论的计算结果作为非记忆效应部分的波形代入式(4)可以计算出典型的引力波记忆效应波形. 轨道离心率对引力波记忆效应波形的影响很明显, 典型地, 椭圆轨道会导致引力波记忆效应产生振荡. 引力波记忆效应受轨道离心率影响出现的振荡行为也许可以被用来解除椭圆轨道波形和轨道平面进动波形的简并. 这个问题对于确定GW190521的轨道离心率非常有帮助.

5 人工智能引力波数据处理新方法

传统的匹配滤波引力波数据处理方法会遇到计算量大、对理论波形依赖严重等问题. 我们尝试通过对匹配滤波方法遇到的问题, 同时对问题本身和人工智能方法的可能解决途径进行研究.

为了研究和测试包括传统匹配滤波和新型人工智能在内的各种数据处理方法, 需要构建模拟数据集以供各种测试和研究使用. 不失一般性, 我们针对太极的设计灵敏度构建了模拟数据^[30]. 由于空间引力波探测项目间的相似性, 这个模拟数据集也可以被LISA和天琴等空间引力波探测项目对比使用.

引力波测量数据的特点是强噪声和弱信号. 如果把数据直接交给机器学习进行人工智能处理, 很可能造成机器学习无法感知信号的局面. 目前在国际上人们往往采取的方式是先对原始数据进行精心的白化处理再进行后续的人工智能操作. 这样的后果是前端白化错失了人工智能的处理优势, 人工智能数据处理端对端的优势无法体现. 为了克服上述困难, 我们类比匹配滤波数据处理方法的强项, 提出了匹配滤波感知层深度学习神经网络模型的人工智能数据处理方法^[57]. 基于上述匹配滤波感知层深度学习神经网络模型, 可以准确找出LIGO第一次观测运行和第二次观测运行的所有11个引力波事件. 相比传统方法, 我们的人工智能方法处理效率有极大提升. 以LIGO第一次观测运行的观测数据为例, 共计约50 d的数据, 我们的方法只需要约5 d的时间即可处理完毕, 比实时处理快10倍.

匹配滤波感知层深度学习神经网络模型的人工智能数据处理方法在空间引力波模拟数据处理中也能发挥很好的作用. 匹配滤波感知层深度学习神经网络模

型的人工智能数据处理方法可以识别出LISA模拟数据的所有15个超大质量双黑洞引力波信号.

匹配滤波感知层深度学习神经网络模型人工智能数据处理方法可以较好地解决引力波探测数据极强噪声、极弱信号的困难. 但该方法的误报率仍然较高, 以对LIGO第一次科学运行数据的测试为例, 误报率为大约1个/h. 为了应对高误报率的问题, 引入了集成学习的机器学习方法^[58]. 集成学习潜在的思想是即便某一个弱分类器得到了错误的预测, 其他的弱分类器也可以将错误纠正回来. 我们称单个学习器为弱学习器, 相对的集成学习则是强学习器. 针对引力波探测数据的特点, 我们采取两重集成的方式. 第一重集成针对单个探测器, 增强机器学习模型的性能. 第二重集成针对探测器组合, 利用噪声的独立性进一步压低误报率, 将LIGO数据分析的误报率降低至约1个/11 d. 预期这样的集成学习方法可以被用到空间引力波探测项目, 如太极等的多路激光干涉读出数据中.

6 小结和展望

2015年LIGO实现了首次引力波的直接探测, 证实了爱因斯坦100年前的理论预言, 证实了双黑洞并合系统的存在. 由于这两大科学意义, LIGO的成果很快获得基础物理突破奖、Gruber宇宙学奖、邵逸夫奖和诺贝尔物理学奖等重大科学奖项. 同时, 一个崭新的学科——引力波天文学随之开启. 引力波天文学把引力基本物理问题的研究从纯理论研究模式变革为实验、理论并进模式. 引力波天文学是我国“十三五”期间部署的重点基础科研领域. 国务院印发的《国家重大科技基础设施建设中长期规划(2012–2030年)》明文指出要“探索预研空间微重力科学实验设施、南极气球站和引力波研究设施的建设”. 《“十三五”国家科技创新规划》中又提出要在“引力波电磁对应体”方面取得原创成果. 为了拓展引力波探测的频段, 欧美联合提出LISA空间引力波探测计划, 中国也适时推出了自己的空间引力波探测计划“太极”和“天琴”. 这三个空间引力波探测计划以合作和竞争共存的良好态势迅猛发展.

为了配合和辅助中国和国际空间引力波探测项目的发展, 波形模板构建和信号提取与识别两个科学问

题越来越迫在眉睫. 波形模板的关键是波形精确度、完备性和波形生成速度. 信号提取和识别的关键是高准确性和低误报率. 高准确性也就是指信号识别不漏, 不错过真实信号. 低误报率也就是指不出错, 即不把噪声当信号.

本文对超大质量双黑洞系统的波形模板构建和信号识别问题做了简要介绍. 重点向读者解释了我们课题组近年来关于带自旋的椭圆轨道有效单体数值相对论(SEOBNRE)理论模型, 以及在其基础上发展的近等质量超大质量双黑洞系统引力波形的高阶模式理论和建立的超大质量双黑洞并合系统的引力波记忆效应理论模型. 在所发展波形模板精度方面, 我们课题组系统深入检查了数值相对论计算结果的精度满足空间引力波探测项目需求的程度. 结合现有数值相对论的计算

结果, 建立了近等质量椭圆轨道超大质量双黑洞系统引力波形的高阶模式理论; 综合类光无限远渐近对称性对应的Bondi-Metzner-Sachs理论和数值相对论建立了超大质量双黑洞并合系统的引力波记忆效应理论模型. 在数据处理方法方面, 建立了空间引力波模拟数据集, 发展了机器学习方法特别是集成学习的方法来处理引力波数据, 以LIGO 实测数据为例, 我们的机器学习方法不仅可以很好地识别出双黑洞并合信号而且还具有误报率较低的优点.

在未来的工作中, 我们计划进一步完善超大质量双黑洞系统的波形模板构建, 特别是质量比和波形计算速度两个大问题. 在机器学习引力波数据处理方面, 我们将在进一步用好用理论模板的同时, 发挥机器学习的优势, 尝试突破模板精度的限制.

致谢 感谢北京师范大学的胡彬教授、李正祥教授、张宏宝教授, 湖南第一师范学院的何孝凯教授, 美国罗切斯特理工学院的季力伟博士, 中国农业大学的赵志超博士和河南省科学院的赵俊杰博士在相关问题上的讨论.

参考文献

- 1 Abbott B P, Abbott R, Abbott T D, et al. Observation of gravitational waves from a binary black hole merger. *Phys Rev Lett*, 2016, 116: 061102
- 2 Zhao W. Gravitational-wave standard siren and cosmology (in Chinese). *Sci Sin-Phys Mech Astron*, 2018, 48: 079805 [赵文. 引力波标准汽笛与宇宙学. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2018, 48: 079805]
- 3 Cao Z J, He X K. Using gravitational wave to test general relativity (in Chinese). *Sci Sin-Phys Mech Astron*, 2018, 48: 079806 [曹周键, 何孝凯. 引力波探测检验广义相对论. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2018, 48: 079806]
- 4 Bian L, Cai R G, Cao S, et al. The gravitational-wave physics II: Progress. *Sci China-Phys Mech Astron*, 2021, 64: 120401
- 5 Abbott R, Abbott T D, Acernese F, et al. GWTC-3: Compact binary coalescences observed by LIGO and Virgo during the second part of the third observing run. *Phys Rev X*, 2023, 13: 041039
- 6 Abac A G, Abbott R, Abouelfettouh I, et al. Observation of gravitational waves from the coalescence of a $2.5\text{--}4.5M_{\odot}$ compact object and a neutron star. *Astrophys J Lett*, 2024, 970: L34
- 7 Xu H, Chen S, Guo Y, et al. Searching for the nano-Hertz stochastic gravitational wave background with the Chinese pulsar timing array data release I. *Res Astron Astrophys*, 2023, 23: 075024
- 8 Reardon D J, Zic A, Shannon R M, et al. Search for an isotropic gravitational-wave background with the Parkes Pulsar timing array. *Astrophys J Lett*, 2023, 951: L6
- 9 Antoniadis J, Arumugam P, Arumugam S, et al. The second data release from the European Pulsar timing array. *Astron Astrophys*, 2023, 678: A50
- 10 Agazie G, Anumalapudi A, Archibald A M, et al. The NANOGrav 15 yr data set: Evidence for a gravitational-wave background. *Astrophys J Lett*, 2023, 951: L8
- 11 Arun K G, Belgacem E, Benkel R, et al. New horizons for fundamental physics with LISA. *Living Rev Relativ*, 2022, 25: 4
- 12 Hu W R, Wu Y L. The Taiji program in Space for gravitational wave physics and the nature of gravity. *Nat Sci Rev*, 2017, 4: 685–686
- 13 Luo J, Chen L S, Duan H Z, et al. TianQin: A space-borne gravitational wave detector. *Class Quantum Grav*, 2016, 33: 035010
- 14 Luo Z, Wang Y, Wu Y, et al. The Taiji program: A concise overview. *Prog Theor Exp Phys*, 2021, 5: 05A108
- 15 Wu L, Xu P, Zhao S, et al. Global gravity field model from Taiji-1 observations. *Microgr Sci Technol*, 2022, 34: 77
- 16 Mei J, Bai Y Z, Bao J, et al. The TianQin project: Current progress on science and technology. *Prog Theor Exp Phys*, 2021, 5: 05A107
- 17 Luo J, Bai Y Z, Cai L, et al. The first round result from the TianQin-1 satellite. *Class Quantum Grav*, 2020, 37: 185013

- 18 Zhou A N, Cai L, Xiao C Y, et al. Non-gravitational force measurement and correction by a precision inertial sensor of TianQin-1 satellite. *Class Quantum Grav*, 2022, 39: 115005
- 19 Armano M, Audley H, Baird J, et al. Beyond the required LISA free-fall performance: New LISA pathfinder results down to 20 μHz . *Phys Rev Lett*, 2018, 120: 061101
- 20 Spéri L, Karnesis N, Renzini A I, et al. A roadmap of gravitational wave data analysis. *Nat Astron*, 2022, 6: 1356–1363
- 21 Wang H, Du M H, Xu P, et al. Challenges in space-based gravitational wave data analysis and applications of artificial intelligence (in Chinese). *Sci Sin-Phys Mech Astron*, 2024, 54: 270403 [王赫, 杜明辉, 徐鹏, 等. 空间引力波探测科学数据处理的挑战与人工智能技术的应用. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2024, 54: 270403]
- 22 Cao Z J, Du Z H. Numerical relativity and gravitational wave astronomy (in Chinese). *Sci Sin-Phys Mech Astron*, 2017, 47: 010405 [曹周键, 都志辉. 数值相对论与引力波天文学. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2017, 47: 010405]
- 23 Cai R G, Cao Z J, Han W B. The gravitational wave models for binary compact objects (in Chinese). *Chin Sci Bull*, 2016, 61: 1525–1535 [蔡荣根, 曹周键, 韩文标. 并合双星系统的引力波理论模型. 科学通报, 2016, 61: 1525–1535]
- 24 Arnaud K A, Auger G, Babak S, et al. Report on the first round of the mock LISA data challenges. *Class Quantum Grav*, 2007, 24: S529–S539
- 25 Arnaud K A, Babak S, Baker J G, et al. An overview of the second round of the mock LISA data challenges. *Class Quantum Grav*, 2007, 24: S551–S564
- 26 Babak S, Baker J G, Benacquista M J, et al. Report on the second mock LISA data challenge. *Class Quantum Grav*, 2008, 25: 114037
- 27 Babak S, Baker J G, Benacquista M J, et al. The mock LISA data challenges: From challenge 1B to challenge 3. *Class Quantum Grav*, 2008, 25: 184026
- 28 Babak S, Baker J G, Benacquista M J, et al. The mock LISA data challenges: From challenge 3 to challenge 4. *Class Quantum Grav*, 2010, 27: 084009
- 29 Baghi Q. The LISA data challenges. arXiv: [2204.12142](https://arxiv.org/abs/2204.12142)
- 30 Ren Z, Zhao T, Cao Z, et al. Taiji data challenge for exploring gravitational wave universe. *Front Phys*, 2023, 18: 64302
- 31 He X K, Cao Z J, Liang C B. Application of dimensional analysis in gravitational wave physics (in Chinese). *Coll Phys*, 2019, 38: 1–4 [何孝凯, 曹周键, 梁灿彬. 量纲分析在引力波物理中的应用. 大学物理, 2019, 38: 1–4]
- 32 Zhao T, Cao Z, Lin C Y, et al. Numerical relativity for gravitational wave source modelling. In: *Handbook of Gravitational Wave Astronomy*. Singapore: Springer, 2022
- 33 Li L F, Cao Z. Post-Keplerian waveform model for binary compact object as sources of space-based gravitational wave detector and its implications. *Gen Relativ Gravit*, 2023, 55: 76
- 34 Wang Z, Zhao J, Cao Z. Accuracy of numerical relativity waveforms with respect to space-based gravitational wave detectors. *Commun Theor Phys*, 2024, 76: 015403
- 35 Cao Z, Han W B. Waveform model for an eccentric binary black hole based on the effective-one-body-numerical-relativity formalism. *Phys Rev D*, 2017, 96: 044028
- 36 Liu X, Cao Z, Shao L. Validating the effective-one-body numerical-relativity waveform models for spin-aligned binary black holes along eccentric orbits. *Phys Rev D*, 2020, 101: 044049
- 37 Romero-Shaw I M, Lasky P D, Thrane E. Searching for eccentricity: Signatures of dynamical formation in the first gravitational-wave transient catalogue of LIGO and Virgo. *Mon Not R Astron Soc*, 2019, 490: 5210–5216
- 38 Romero-Shaw I M, Farrow N, Stevenson S, et al. On the origin of GW190425. *Mon Not R Astron Soc-Lett*, 2020, 496: L64–L69
- 39 Romero-Shaw I, Lasky P D, Thrane E, et al. GW190521: Orbital eccentricity and signatures of dynamical formation in a binary black hole merger signal. *Astrophys J Lett*, 2020, 903: L5
- 40 Samsing J, Bartos I, D’Orazio D J, et al. AGN as potential factories for eccentric black hole mergers. *Nature*, 2022, 603: 237–240
- 41 Gayathri V, Healy J, Lange J, et al. Eccentricity estimate for black hole mergers with numerical relativity simulations. *Nat Astron*, 2022, 6: 344–349
- 42 Gamba R, Breschi M, Carullo G, et al. GW190521 as a dynamical capture of two nonspinning black holes. *Nat Astron*, 2023, 7: 11–17
- 43 Liu X, Cao Z, Zhu Z H. A higher-multipole gravitational waveform model for an eccentric binary black holes based on the effective-one-body-numerical-relativity formalism. *Class Quantum Grav*, 2022, 39: 035009
- 44 Schutz B F. Determining the Hubble constant from gravitational wave observations. *Nature*, 1986, 323: 310–311
- 45 Abbott B P, Abbott R, Abbott T D, et al. A gravitational-wave standard siren measurement of the Hubble constant. *Nature*, 2017, 551: 85–88
- 46 Abbott R, Abe H, Acernese F, et al. Constraints on the cosmic expansion history from GWTC-3. *Astrophys J*, 2023, 949: 76
- 47 Zevin M, Romero-Shaw I M, Kremer K, et al. Implications of eccentric observations on binary black hole formation channels. *Astrophys J Lett*,

2021, 921: L43

- 48 Yang T, Cai R G, Cao Z, et al. Eccentricity of long inspiraling compact binaries sheds light on dark sirens. *Phys Rev Lett*, 2022, 129: 191102
- 49 Chiaramello D, Nagar A. Faithful analytical effective-one-body waveform model for spin-aligned, moderately eccentric, coalescing black hole binaries. *Phys Rev D*, 2020, 101: 101501
- 50 Nagar A, Bonino A, Retegno P. Effective one-body multipolar waveform model for spin-aligned, quasicircular, eccentric, hyperbolic black hole binaries. *Phys Rev D*, 2021, 103: 104021
- 51 Khalil M, Buonanno A, Steinhoff J, et al. Radiation-reaction force and multipolar waveforms for eccentric, spin-aligned binaries in the effective-one-body formalism. *Phys Rev D*, 2021, 104: 024046
- 52 Ramos-Buades A, Buonanno A, Khalil M, et al. Effective-one-body multipolar waveforms for eccentric binary black holes with nonprecessing spins. *Phys Rev D*, 2022, 105: 044035
- 53 Liu X, Cao Z, Shao L. Upgraded waveform model of eccentric binary black hole based on effective-one-body-numerical-relativity for spin-aligned binary black holes. *Int J Mod Phys D*, 2023, 32: 2350015
- 54 Cao Z, Han W B. Inspiral-merger-ringdown (2, 0) mode waveforms for aligned-spin black-hole binaries. *Class Quantum Grav*, 2016, 33: 155011
- 55 Penrose R, Rindler W. *Spinors and Space-Time, Vol. 2: Spinor and Twistor Methods in Spacetime Geometry*. Cambridge: Cambridge University Press, 1986
- 56 Liu X, He X, Cao Z. Accurate calculation of gravitational wave memory. *Phys Rev D*, 2021, 103: 043005
- 57 Wang H, Wu S, Cao Z, et al. Gravitational-wave signal recognition of LIGO data by deep learning. *Phys Rev D*, 2020, 101: 104003
- 58 Ma C L, Wang W, Wang H, et al. Ensemble of deep convolutional neural networks for real-time gravitational wave signal recognition. *Phys Rev D*, 2022, 105: 083013

Gravitational wave templates and signal recognition of supermassive binary black holes

LI ZiHao^{1,2,3} & CAO ZhouJian^{1*}

¹*School of Fundamental Physics and Mathematical Sciences, Hangzhou Institute for Advanced Study, UCAS, Hangzhou 310024, China*

²*Institute of Theoretical Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China*

³*University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China*

*Corresponding author (email: zjcao@amt.ac.cn)

Supermassive binary black holes are among the most important and primary sources of gravitational wave detections by space-based detectors. Similar to ground-based gravitational wave detections, the matched filtering data analysis method is a standardized approach for processing gravitational wave data and measuring source parameters to get astrophysical information. The waveform template of the wave source is a prerequisite for implementing the matched filtering method. This article focuses on the problem of gravitational wave template and signal recognition for supermassive binary black holes. Based on the research results of the author's research team in recent years, a brief review is made on the construction of gravitational wave templates and the development of signal recognition methods for supermassive binary black holes. The purpose is to help readers quickly understand the current research status of gravitational wave templates and signal recognition for supermassive binary black holes in space-based gravitational wave detection.

space-based gravitational wave detection, supermassive binary black hole, gravitational wave template

PACS: 04.25.D-, 04.30.Db, 04.70.Bw, 95.30.Sf

doi: [10.1360/SSPMA-2024-0352](https://doi.org/10.1360/SSPMA-2024-0352)