

提高 CORS RTK 测量精度的卡尔曼滤波算法

吕伟才^{1,2}, 高井祥², 杭玉付³, 王文波¹, 朱亚洲¹, 杨旭¹

(1. 安徽理工大学 测绘学院, 安徽 淮南 232001; 2. 中国矿业大学 环境与测绘学院, 江苏 徐州 221116;
3. 淮南矿业(集团)有限责任公司, 安徽 淮南, 232001)

[摘要] 结合开采沉陷监测的特点, 以煤矿开采沉陷自动化监测系统的实时数据采集终端系统 2min 内各历元采集的坐标及精度为基础, 构建卡尔曼滤波模型, 以进一步改善移动终端 CORS RTK 测量精度。利用地表移动观测站的实测数据, 通过与 CORS RTK 测量、水准测量结果的比较分析, 滤波后的测量精度得到了较好的改善, 平面测量精度和高程测量精度均可达到 $\pm 10.0\text{mm}$, 能基本满足开采沉陷监测的精度要求。

[关键词] CORS RTK 测量; 卡尔曼滤波; 精度分析; 移动终端; 开采沉陷监测

[中图分类号] TD172 **[文献标识码]** A **[文章编号]** 1006-6225 (2016) 02-0090-05

Improve Surveying Precision of CORS RTK Based on Kalman Filter

LV Wei-cai^{1,2}, GAO Jing-xiang², HANG Yu-fu³, WANG Wen-bo¹, ZHU Ya-zhou¹, YANG Xu¹

(1. Surveying College, Anhui University of Science & Technology, Huainan 232001, China;
2. Environment Science & Spatial Informatics School, China University of Mining & Technology, Xuzhou 221116, China;
3. Huainan Mining (Group) Co., Ltd., Huainan 232001, China)

Abstract: With monitoring characters of mining subsidence, on the basis of coordinate and precision of data that collected in 2min by real-time data acquisition terminal system of coal mine mining subsidence automation monitoring system, Kalman filter model was built, then surveying precision of mobile terminal CORS RTK would improved future. The results of CORS RTK surveying and level surveying were compared based on measured data of surface movement surveying station. The surveying precision after filter was improved obviously, the precision of plane surveying and altimetric surveying could reached $\pm 10.0\text{mm}$, the result could meet surveying precision of mining subsidence monitoring.

Key words: CORS RTK surveying; kalman filter; precision analysis; movement terminal; mining subsidence monitoring

为保障煤矿安全生产、加强矿区生态环境治理及研究重复开采时的地表移动变形规律,《煤矿测量规程》要求,首采面及重要建构筑物必须建立地表移动观测站或专门观测站(以下简称观测站),以通过数据采集、处理和分析来掌握地表移动变形特征与规律。在建立观测站的过程中,涉及到连接测量、全面观测、日常观测等阶段^[1]。在这些阶段,当监测点较多时^[2~4],若采用常规方法进行数据采集,不仅工作劳动强度大,而且需要组织大量的人力物力来实施,这使得测量成本得不到有效控制。

为解决目前开采沉陷数据采集手段落后、自动化和信息化程度低等问题,淮南矿业集团委托安徽理工大学和南京科博空间信息科技有限公司开展“地表移动自动化监测系统研究”项目工作,以提升科技保障安全生产的水平。该项目的研究内容之

一是结合煤矿开采沉陷监测的特点,研究集成 CORS 和移动 GIS 技术的数据采集终端系统。

地表移动自动化监测系统由 1 个基准站 (PY-DCDP)、9 个连续运行监测站 (CORS1 ~ CORS9) 和约 60 个常规监测点组成^[5]。其中, PYDCDP 布设于工业广场主办公楼楼顶,提供监测基准及差分数据,离常规监测点的距离不超过 4km; CORS1 ~ CORS9 分别布设于切眼、最大下沉区域、上山边界等关键部位,采用连续实时监测、定时实时监测模式;常规监测点主要采用 CORS RTK 监测模式,还可采用与全站仪、数字水准仪集成的测量模式。接收机采用自主研发的兼容 BDS, GPS, GLO-NASS、预留 Galileo 的 GNSS 专用一体机。地表移动自动化监测系统基本框架如图 1 所示。

矿山开采沉陷监测要求相邻两期间平面点位相对中误差 $\leq \pm 20\text{mm}$,最弱点高程中误差 $\leq \pm 10\text{mm}$,

[收稿日期] 2015-08-19

[DOI] 10.13532/j.cnki.cn11-3677/td.2016.02.024

[基金项目] 国家自然科学基金资助项目 (41474026); 淮南矿业(集团)有限责任公司资助项目 (HNKY-JTJS (2013) - 28)

[作者简介] 吕伟才 (1965-), 女, 山东青岛人, 副教授, 硕士生导师, 主要从事 GNSS 测量与数据处理研究。

[引用格式] 吕伟才, 高井祥, 杭玉付, 等. 提高 CORS RTK 测量精度的卡尔曼滤波算法 [J]. 煤矿开采, 2016, 21 (2): 90-94.

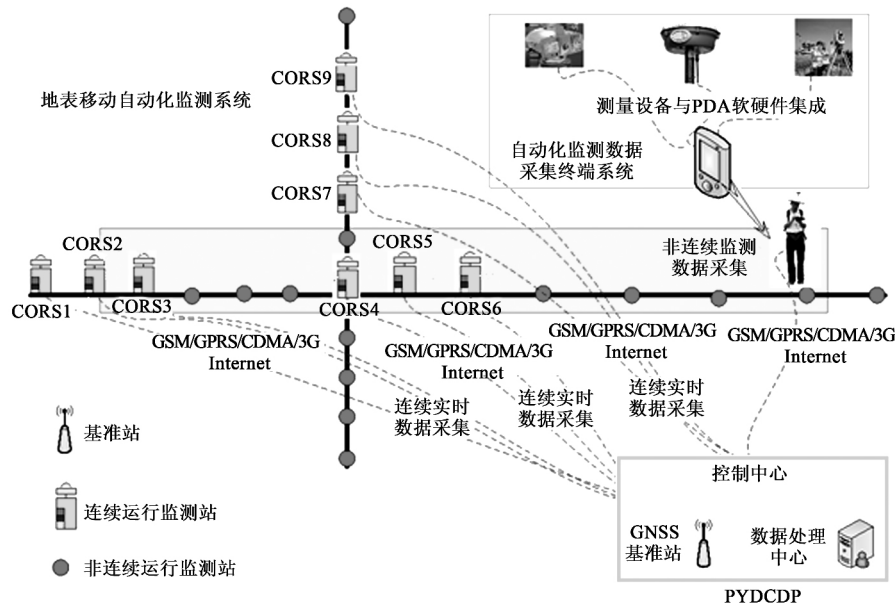


图 1 地表移动自动化监测系统基本框架

以保证解算的开采沉陷的关键参数（如边界角、移动角等）的精度。这就要求一次测量的平面点位相对中误差 $\leq \pm 14\text{mm}$ ，最弱点高程中误差 $\leq \pm 7\text{mm}$ 。虽然从外业数据采集速度上来说，目前有多种手段（如 CORS RTK 系统、测量机器人、三维激光扫描等）可以达到这一要求，但对于矿山开采沉陷监测而言，这些手段还难以推广应用。如，CORS RTK 技术具有数据采集速度快、与传统 RTK 相比精度高的特点，在 20km 范围内公认的平面位置精度约 $\pm 20\text{mm}$ ，高程精度约 $\pm 30\text{mm}$ ^[6-7]。这种测量精度（特别是高程方向的精度）还难以满足矿山开采沉陷监测的要求。

在“地表移动自动化监测系统研究”项目中，为提高自动化监测系统中移动终端的 CORS RTK 测量的精度，采用了卡尔曼滤波算法（Kalman Filtering Algorithm，简称 KFA）。本文在介绍滤波 CORS RTK 测量基本原理的基础上，利用实测数据，通过与 CORS RTK 测量、水准测量结果的比较分析，获得滤波 CORS RTK 测量的精度信息，为采用卡尔曼滤波算法的移动终端进行开采沉陷监测提供参考依据。

1 CORS RTK 测量的 Kalman 滤波方程

Kalman 滤波理论在工程和地壳形变^[8-9]、动态数据处理^[10-11]、GNSS 定位定轨等方面的应用更为多见，是一种对动态系统进行数据处理的方法。

采用地表移动自动化监测系统的移动终端进行 CORS RTK 测量时，各点的主要测量信息包括点名、参考坐标系下的平面坐标（ x, y ）、拟合高程

h 、WGS-84 大地坐标（ B, L, H ）、平面坐标和拟合高程的中误差。对某一测点进行了多次测量（如 30 次）时，CORS RTK 测量的 Kalman 滤波算法的主要思路为：首先将各点在 WGS-84 坐标系下的大地坐标转换为高斯平面坐标，并利用 Kalman 滤波模型进行滤波，获得滤波后的高斯平面坐标和大地高；然后利用连接测量阶段建立的坐标系转换模型和高程系统转换模型获得各点在参考坐标系（如 1954 北京坐标系）下的坐标和拟合高程（如 1985 国家高程基准下的高程）；最后取各点转换后的平面坐标和高程的平均值并进行精度评定。

1.1 Kalman 滤波的状态方程

采用 CORS RTK 测量获得的观测站某一监测点三维坐标（WGS-84 坐标系下高斯平面直角坐标和大地高）序列中，由于相邻历元时间间隔很短，因此可认为在观测过程中，当该监测点处于相对静止状态时，可以将 t 历元监测点 i 的三维坐标 $\xi_i(t)$ 作为动态系统的状态向量，将其瞬时速率 $\Omega_i(t)$ 作为随机干扰，则有以下微分关系式^[12]：

$$\dot{\xi}_i(t) = \Omega_i(t) \quad (1)$$

记 i 点的状态向量为 $X_i(t)$ （在本文中，用 X, Y, Z 表示测点三维坐标），即

$$X_{i, 3,1}(t) = \xi_{i, 3,1}(t)^T = [X_i \ Y_i \ Z_i]^T \quad (2)$$

$$\Omega_{i, 3,1}(t) = [\dot{X}_i(t) \ \dot{Y}_i(t) \ \dot{Z}_i(t)]^T \quad (3)$$

则式（1）可写成

$$\dot{X}_i(t) = O \cdot X_i(t) + E \cdot \Omega_i(t) \quad (4)$$

式（4）中， O 和 E 为三阶零矩阵和单位阵。

采用拉普拉斯变换, 对式 (4) 进行离散化, 可得 Kalman 滤波的状态方程为:

$$X_{i,k+1} = E \cdot X_{i,k} + \Delta t_k E \cdot \Omega_{i,k} \quad (5)$$

将上式写成纯量形式有

$$\begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{bmatrix}_{k+1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{bmatrix}_k + \begin{bmatrix} \Delta t_k & 0 & 0 \\ 0 & \Delta t_k & 0 \\ 0 & 0 & \Delta t_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{X}_i \\ \dot{Y}_i \\ \dot{Z}_i \end{bmatrix}_k \quad (6)$$

式中, $\Delta t_k = t_{k+1} - t_k$, t_k 和 t_{k+1} 为 k 和 $k+1$ 历元的观测时刻。将式 (6) 记为

$$X_{k+1} = \Phi_{k+1,k} X_k + \Gamma_{k+1,k} \Omega_k \quad (7)$$

式 (7) 即为观测站监测点三维坐标序列的 Kalman 滤波状态方程。

1.2 Kalman 滤波的观测方程

当以观测站监测点的三维位置为观测值时, 某一监测点 i 在 $k+1$ 历元的观测方程为

$$L_{i/k+1} = \xi_{i/k+1} + \Delta_{i/k+1} \quad (8)$$

其纯量形式为

$$\begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{bmatrix}_{k+1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{bmatrix}_{k+1} + \begin{bmatrix} \Delta_{X_i} \\ \Delta_{Y_i} \\ \Delta_{Z_i} \end{bmatrix}_{k+1} \quad (9)$$

则该监测点的滤波观测方程为

$$L_{k+1} = B_{k+1} X_{k+1} + \Delta_{k+1} \quad (10)$$

状态方程 (7) 和观测方程 (10) 共同构成了监测点三维位置序列的 Kalman 滤波模型

$$\left. \begin{aligned} X_k &= \Phi_{k,k-1} X_{k-1} + \Gamma_{k,k-1} \Omega_{k-1} \\ L_k &= B_k X_k + \Delta_k \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

式 (11) 中, X_k 和 L_k 均为监测点的三维位置向量。其中, $\Phi_{k,k-1}$ 为 $k-1$ 到 k 历元的系统转移矩阵; $\Gamma_{k,k-1}$ 为系统噪声矩阵; Ω_{k-1} 为 $k-1$ 历元的系统噪声; B_k 为 k 历元系统的观测矩阵; Δ_k 为 k 历元系统的观测噪声; X_k 为 k 历元系统待估状态参数; L_k 为 k 历元系统的观测向量矩阵。

2 监测点位置序列的 Kalman 滤波算法

2.1 滤波递推公式

与式 (11) 相应的 Kalman 滤波递推公式:

$$\left. \begin{aligned} X(k/k) &= X(k/k-1) + J_k E_k \\ D_X(k/k) &= (I - J_k B_k) D_X(k/k-1) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

$$\left. \begin{aligned} X(k/k-1) &= \Phi_{k,k-1} X(k-1/k-1) \\ D_X(k/k-1) &= \Phi_{k,k-1} D_X(k-1/k-1) \Phi_{k,k-1}^T + \Gamma_{k,k-1} D_\Omega(k-1) \Gamma_{k,k-1}^T \\ J_k &= D_X(k/k-1) B_k^T [B_k D_X(k/k-1) B_k^T + D_\Delta(k)]^{-1} \\ E_k &= L_k - B_k X(k/k-1) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

式中, I 为单位矩阵; $X(k/k-1)$ 为一步预测值; $D_X(k/k-1)$ 为一步预测方差阵; J_k 为状态增益矩阵; E_k 为预测残差或新息。

以监测点的三维位置为观测值时, $\Phi_{k,k-1}$, B_k , $\Gamma_{k,k-1}$ 矩阵有以下特点

$$\Phi_{k,k-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, B_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \Gamma_{k,k-1} = \Delta t_k \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

则式 (13) 变为

$$\left. \begin{aligned} X(k/k-1) &= X(k-1/k-1) \\ D_X(k/k-1) &= D_X(k-1/k-1) + \Delta t_k^2 D_\Omega(k-1) \\ J_k &= D_X(k/k-1) [D_X(k/k-1) + D_\Delta(k)]^{-1} \\ E_k &= L_k - X(k/k-1) \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

式 (15) 中的预测残差 E_k 实际为某一监测点在 k 历元的观测值 (三维坐标) 与 $k-1$ 历元的滤波值 (三维坐标) 之差, 则相应的 Kalman 滤波递推公式为^[10,12]:

$$\left. \begin{aligned} X(k/k) &= X(k-1/k-1) + J_k E_k \\ D_X(k/k) &= (I - J_k) D_X(k/k-1) \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

式 (15) 和式 (16) 即为观测站监测点三维位置序列的 Kalman 滤波递推计算公式。在确定了系统的初始状态后, 利用监测点下一历元的三维位置观测值, 即可求得监测点三维位置滤波值。

2.2 初始状态确定

从 Kalman 滤波方程可以看出, 要确定动态系统在 t_k 时刻的状态, 首先必须知道系统的初始状态, 即应确定 Kalman 滤波递推公式中的初值。

(1) 确定状态参数初值 对于采用 CORS RTK 测量获得观测站监测点三维位置的动态系统而言, 状态参数为监测点三维位置。由于采用事后处理模式, 因此, 状态参数的初值可取为某一监测点各历元三维位置的平均值 $\xi^0 = [\bar{X} \ \bar{Y} \ \bar{Z}]^T$ 。

(2) 确定方差阵初值 观测噪声的方差阵 D_Δ , 即 CORS RTK 测得的监测点各历元三维位置的方差阵。由于状态参数与观测值相同, 因此状态参数的初始方差阵, 可由 CORS RTK 测得的监测点各历元三维位置的中误差平均值确定。

(3) 动态噪声初始方差阵 当以监测点的三维位置为状态参数时, 则三维位置的变化率为动态噪声, 其方差阵为 $D_\Omega(0) = 2\Delta t^{-2} D_{\xi^0}$, 其中, D_{ξ^0} 为状态参数的初始方差阵。这样, 利用 CORS RTK 测量获得监测点三维位置序列即可获得系统的初始状态, 然后利用式 (15) 和式 (16) 对此三维位置序列进行滤波。

3 试验与分析

3.1 试验简介

为验证本文提出的滤波算法的正确性和精度情况,于 2014 年 11 月 17 日在“地表移动自动化监测系统研究”项目研究区的潘一东 12421 (1) 综采面观测站的部分监测点 (共 45 点) 上进行了试验。试验时,分别采用 1 台 Leica Sprinter 150 数字水准仪和 1 台套 CORS RTK 移动终端 (采用兼容 GPS/BD 的接收机) 进行外业数据采集。采用 CORS RTK 测量时,每点观测 30 次以上。

对于水准测量,按四等的要求进行观测,以观测站控制点为已知点,采用最小二乘平差方法进行平差计算,平差后的单位权中误差为 $\hat{\sigma}_0 = \pm 0.7\text{mm}$,每公里观测高差观测值的全中误差为 $\pm 2.2\text{mm}$,高程中误差不超过 $\pm 2.0\text{mm}$,平均约为 $\pm 1.7\text{mm}$ 。因此,水准测量平差成果作为 CORS RTK 高程测量成果比较的标准。

对于 CORS RTK 测量,采用手持 RTK 跟踪杆进行,每点观测 2min,采样率为 2s。当观测条件较差时 (如树底下),可适当延长时间。CORS RTK 测量内业处理,分别采用常规数据处理方法和本文提出的滤波处理方法。采用常规数据处理方法时,取各点所有 CORS RTK 观测历元成果的平均值并进行精度评价;采用滤波处理方法,数据处理方法参见“CORS RTK 测量的 Kalman 滤波算法”的主要思路。

3.2 数值结果与分析

本次试验中,对于 CORS RTK 测量,其平面位置最低精度为 19.1mm,最高精度为 7.2mm,平均精度为 9.7mm;其高程最低精度为 43.0mm,最高精度为 12.0mm,平均精度为 19.3mm。滤波后平面位置最低精度为 4.6mm,最高精度为 1.7mm,平均精度为 2.3mm;高程最低精度为 10.0mm,最高精度为 3.0mm,平均精度为 4.6mm。

表 1 和表 2 中列出了 CORS RTK 测量和其滤波后的平面和高程精度统计信息,可以看出:对于 CORS RTK 测量,采用本文提出的 Kalman 滤波算法,其平面位置精度和高程位置精度得到了大幅度地提升 (约提高了 4 倍),同时精度分布更为均匀,即滤波后各点的测量成果更为稳定和可靠,这就为获得稳定的正常高提供了依据。

与水准高程测量成果相比,CORS RTK 测量的高程与水准高程的最大差值为 93.3mm,最小差值为 50.6mm,平均差值为 74.7mm,差值中误差为 $\pm 10.1\text{mm}$;滤波后的高程与水准高程的最大差值为

表 1 CORS RTK 测量平面精度统计

精度区间	滤波算法		CORS RTK	
	点数	比率/%	点数	比率/%
<5mm	45	100	0	0
5~10mm	0	0	29	64.5
10~15mm	0	0	14	31.1
15~20mm	0	0	2	4.4
>20mm	0	0	0	0

表 2 CORS RTK 测量高程精度统计

精度区间	滤波算法		CORS RTK	
	点数	比率/%	点数	比率/%
<5mm	36	80	0	0
5~10mm	9	20	0	0
10~15mm	0	0	11	24.5
15~20mm	0	0	19	42.2
>20mm	0	0	15	33.3

17.6mm,最小差值为 0.4mm,平均差值为 2.9mm,差值中误差为 $\pm 8.4\text{mm}$ 。表 3 中列出了这 45 个测点上 CORS RTK 高程测量及其滤波成果与水准高程测量结果之间的差异统计信息,图 2 绘出了该差异图形。

表 3 高程测量差值统计

差值区间	滤波算法-水准		CORS RTK-水准	
	点数	比率/%	点数	比率/%
<10mm	31	68.9	0	0
10~20mm	14	31.1	0	0
20~50mm	0	0	0	0
50~80mm	0	0	30	66.7
>80mm	0	0	15	33.3

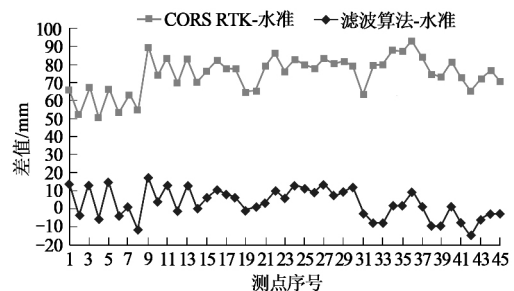


图 2 CORS RTK 高程测量与水准测量的差异

从表 3 和图 2 可以看出:对于本次试验而言:

(1) 于 CORS RTK 测量转换后的正常高与水准测量成果相比差异很大,且这种差异存在系统性。最大相差约 100mm,平均差值约 80mm,差值中误差约 10mm,难以满足开采沉陷监测对高程测量的精度要求。

(2) 与 CORS RTK 测量相比,滤波后的 CORS RTK 测量成果不仅其内部精度得到大幅度提升 (参见表 1 和表 2),而且其转换后的正常高的精度也得到了大幅度地提高,且消除了常规 RTK 高程测量的系统性误差。其转换后的正常高与水准测量

成果相比差异较小。最大相差约 18mm, 平均差值约 3mm, 差值中误差约 9mm, 基本满足开采沉陷监测对高程测量的精度要求。

(3) 滤波后的 CORS RTK 测量与水准测量高程相比, 差值在 $\pm 7\text{mm}$ 以内的点有 21 个, 占 46.7%; 差值在 $\pm 10\text{mm}$ 以内的点约占 70% 以上; 差值在 $\pm 15\text{mm}$ 以内的点有 44 个, 占 97.7%; 极少出现差值超过 $\pm 15\text{mm}$ 的情况。这说明滤波后的 CORS RTK 高程测量具有较好的稳定性和可靠性。

4 结 论

在“地表移动自动化监测系统研究”项目中, 为提高实时数据采集终端系统采用 CORS RTK 测量模式获得的各测点空间位置 (特别是高程) 信息的精度和可靠性, 结合开采沉陷监测的特点, 建立了 Kalman 滤波算法, 对 CORS RTK 测量获得的测点空间位置序列进行进一步处理。研究区的实测数据表明, 对 CORS RTK 测量成果采用 Kalman 滤波算法后, 其平面位置精度和高程位置精度得到了大幅度地提升 (约为常规 CORS RTK 测量的 4 倍), 同时精度分布更为均匀, 即滤波后各点的测量成果更为稳定和可靠, 这就为获得稳定的正常高提供了依据。

对于开采沉陷监测, 为确定移动变形边界, 要求平面点位相对中误差不超过 $\pm 14\text{mm}$, 边界部分最弱点高程中误差不超过 $\pm 7.1\text{mm}$ 。对于本试验而言, 滤波后的 CORS RTK 测量的平面位置精度平均不超过 $\pm 2.5\text{mm}$, 最大不超过 $\pm 5.0\text{mm}$, 完全满足开采沉陷监测对平面位置测量的精度要求; 滤波后的 CORS RTK 高程测量, 与水准测量高程相比, 高程差值的中误差为 $\pm 8.4\text{mm}$, 与 $\pm 7.1\text{mm}$ 相接近。若为确定正确的移动变形边界, 该种算法还需要进一步改进; 但对于沉陷区的非边界区域测量, 滤波后的 CORS RTK 高程测量仍可以获得良好的监测成果, 这就为高效、快速采集移动变形信息提供了技

术保障。

影响滤波后的 CORS RTK 高程测量精度的因素主要有: CORS RTK 测量本身的精度 (平面和高程)、天线相位中心偏差、测区高程 (似大地水准面) 拟合模型的精度、观测条件等, 特别是前两种因素, 这是后续改进中需要考虑的主要因素。

【参考文献】

- [1] 何国清, 杨 伦, 凌赓娣, 等. 矿山开采沉陷学 [M]. 徐州: 中国矿业大学出版社, 1991.
 - [2] 余学祥, 秦永洋, 孙兴平, 等. 相邻工作面综合地表移动观测站的设计与连接测量 [J]. 大连大学学报, 2008, 29 (6): 74-79.
 - [3] 余学祥, 秦永洋, 孙兴平, 等. 顾桥煤矿 11-2 煤综采面地表移动变形基本特征分析 [J]. 矿山测量, 2009 (12): 8-12.
 - [4] 余学祥, 邓蓉蓉, 张美微, 等. 基于似单差法的井筒沉降监测试验与结果分析 [J]. 合肥工业大学学报 (自然科学版), 2012, 35 (6): 804-808.
 - [5] 蒋法文, 刘可胜, 杭玉付, 等. 煤矿开采沉陷自动化监测实时数据采集终端系统研究 [J]. 矿山测量, 2014 (5): 93-97.
 - [6] 马洪滨, 孙 军, 周海壮, 等. 鞍山市连续运行参考站系统建设与定位精度分析 [J]. 导航定位学报, 2013, 1 (1): 89-95.
 - [7] 吴文坛, 田 挚, 李 哲, 等. 河北 CORS 在大比例尺倾斜航空摄影测量中的应用 [J]. 测绘通报, 2013 (2): 63-66.
 - [8] 余学祥, 吕伟才. GPS 监测网动态数据处理抗差 Kalman 滤波模型 [J]. 中国矿业大学学报, 2000, 29 (6): 553-557.
 - [9] 余学祥, 吕伟才. 抗差卡尔曼滤波模型及其在 GPS 监测网中的应用 [J]. 测绘学报, 2001, 30 (1): 27-31.
 - [10] 吕伟才, 徐绍铨. Kalman 滤波在似单差方法中的应用 [J]. 测绘通报, 2006 (3): 14-17.
 - [11] 吕伟才, 徐绍铨, 余学祥. 似单差数据处理方法及其在矿区变形监测中的应用研究 [J]. 工程勘察, 2004 (6): 45-48.
 - [12] Lü Weicai, Xu Shaoquan. Kalman Filtering Algorithm Research for the Deformation Information Series of the Similar Single-Difference Model [J]. Journal of China University of Mining and Technology, 2004, 14 (2): 189-194. [责任编辑: 李 青]
-
- (上接 56 页)
- [14] 戴华阳, 廖孟光, 王继林, 等. 采动影响区浅埋输气管道调整技术与应用设计 [J]. 煤矿开采, 2013, 18 (5): 69-72.
 - [15] 冯 伟, 么惠全. 采空塌陷区管道成灾机理分析及工程防治措施 [J]. 水文地质工程地质, 2010, 37 (3): 112-115.
 - [16] 刘吉波, 戴华阳, 阎跃观, 等. 相似材料模型实验两个控制点经纬仪观测法及其精度分析 [J]. 矿山测量, 2008 (1): 77-79.
 - [17] CAI Y, VERDEL T, DECK O. On the topography influence on subsidence due to horizontal underground mining using the influence function method [J]. Computers and Geotechnics, 2014, 61: 328-340.
 - [18] DAI H, LIAN X, LIU J, et al. Model study of deformation induced by fully mechanized caving below a thick loess layer [J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2010, 47 (6): 1027-1033.
 - [19] 么惠全, 冯 伟. 抬管技术在通过采空区管道的应用 [J]. 油气储运, 2011, 30 (6): 449-452.

[责任编辑: 邹正立]