

基于分数阶双忆阻器的多稳态混沌系统及其FPGA实现*

熊林海** 吴朝俊 徐楚岩

(西安工程大学电子信息学院, 西安, 710048)

2023-09-05收稿, 2023-10-19收改稿

摘要:将分数阶微积分和忆阻器引入混沌系统可以增加混沌系统的复杂性,从而拓宽混沌系统的应用范围。首先在三阶混沌系统中引入了两个分数阶磁控忆阻器构建新型四阶混沌系统,再采用平衡点稳定性分析、分岔图、相图、动力学地图等方法对其进行动力学行为分析。结果表明:分数阶系统产生了无穷多共存吸引子,具有超级多稳态,展现出丰富的动力学行为。阶次的改变会引起忆阻特性曲线不对称改变,系统状态发生改变。最后,搭建了FPGA实验平台,实验结果与数值仿真结果一致。

关键词:混沌;忆阻器;动力学特性;多稳态;FPGA

中图分类号:TM46 文献标识码:A 文章编号:1000-3819(2024)01-0077-07

Multistable Chaotic System Based on Fractional Order Double Memristor and Its FPGA Implementation

XIONG Linhai WU Chaojun XU Chuyan

(School of Electrical and Information, Xi'an Polytechnic University, Xi'an, 710048, CHN)

Abstract: The introduction of fractional calculus and memristor into chaotic systems can increase the complexity of chaotic systems and broaden the application range of chaotic systems. Firstly, two magnetic-controlled memristors are introduced into the third-order chaotic system to construct a new fourth-order chaotic system. Secondly, the equilibrium stability analysis, bifurcation diagram, phase diagram, dynamic map and other methods are used to analyze its dynamic behavior. The results show that the system will produce an infinite number of coexisting attractors, which has a super multistable state and exhibits rich dynamic behavior, and the change of the order will cause the asymmetric change of the memristor characteristic curve, the system state will change. Finally, the FPGA experimental platform is built, and the experimental results are consistent with the numerical simulation results.

Key words: chaos; memristor; dynamic characteristics; multistable state; FPGA

引言

忆阻器作为4种基本电路元件之一^[1],具有纳

米级、非线性、可记忆的特性,在研究非线性动态行为方面发挥着重要作用^[2-3]。在混沌系统中引入忆阻器,可以产生具有复杂动力学行为的混沌吸引子与多稳态现象^[4-5]。分数阶微积分算子具有非局部

* 基金项目:国家自然科学基金项目(51507134);陕西省自然科学基金面上项目(2021JM-449, 2018JM5068);陕西省大学生创新创业训练计划项目(S202310709142)

** 联系作者:E-mail:1520673118@qq.com

性和记忆性,在描述物理系统时动态性能时更好,能更好构建现实具有记忆和遗传特性的材料的模型,解决了传统整数阶模型理论分析和实验结果一致性不好的问题^[6]。

一些文献使用忆阻器替换原有混沌系统参数,基于整数阶微积分进行分析。文献[4]将忆阻器引入四维混沌系统,构建了新型忆阻超混沌系统,系统具有无限多共存吸引子、状态转移行为、偏移增量控制的特性。文献[7]使用忆阻器代替混沌系统中的耦合系数,构造了五维忆阻混沌系统,系统产生了复杂的动力学现象,具有超级多稳定性。分数阶混沌系统在实际应用中更有优势。文献[8]使用分数阶忆阻器构建了电力电子变换器,分数阶系统出现了更多的周期工作状态,元器件参数选择范围更大,电路工作更加稳定。文献[9]对分数阶神经元模型进行研究,分数阶模型具有更复杂的放电方式和放电规律,更接近真实的神经元。少部分文献基于分数阶微积分对忆阻混沌系统进行分析。文献[10]使用分数阶微积分对忆阻退化Jerk系统进行分析,分数阶系统产生了两种涡卷吸引子和无穷多共存吸引子。综上所述,将忆阻器和分数阶微积分引入到混沌系统中,可以构建具有丰富动力学行为的混沌系统。

当前虽然基于忆阻器的混沌系统研究较多,但基于分数阶微积分的具有多稳定性的混沌系统研究较少。因此本文将2个分数阶磁控忆阻器引入一个三阶混沌系统,基于分数阶微积分建立了四阶双忆阻混沌系统,对其进行动力学行为分析。结果表明:分数阶系统展现出丰富的动力学行为,系统具有无穷多共存吸引子。最后,通过现场可编程门阵列(Field-programmable gate array, FPGA)实验验证了理论分析的正确性。

1 分数阶忆阻器的建模分析

本文采用了文献[2]中提到的磁控忆阻器,其表达式为:

$$\begin{cases} i = W(\varphi)u \\ W(\varphi) = m + n\varphi^2 \\ \dot{\varphi} = u \end{cases} \quad (1)$$

其中: m 、 n 为忆阻器参数,均为正数; u 、 i 为忆阻器两端的电压和电流; φ 为忆阻器内的磁通量; $W(\varphi)$ 为忆导函数。

将磁控忆阻器推广到分数阶后,其模型表达式为:

$$\begin{cases} i = W(\varphi)u \\ W(\varphi) = m + n\varphi^2 \\ {}_0 D_t^q \varphi = u \end{cases} \quad (2)$$

其中: q 为积分阶次, D 为分数阶微分算子。

选取参数 $m = 6.5$ 、 $n = 7.5$ 对分数阶忆阻器的特性进行分析,输入电压信号为正弦信号。通过改变输入正弦信号的频率和幅值以及阶次参数 q 得到忆阻器的特性曲线。图1(a)为输入信号频率变化时的忆阻器特性曲线,输入信号电压 $u_0 = 1$ V,阶次 $q = 0.9$ 。曲线呈过原点收缩的紧磁滞回线,随着输入信号频率的增加,曲线逐渐向中心收缩。图1(b)为输入信号幅值变化时的忆阻器特性曲线,输入信号频率 $f = 0.2$ Hz,阶次 $q = 0.9$ 。当输入信号幅值增加时,曲线外形保持不变,包围的面积逐渐增加。图1(c)为阶次 q 变化时的忆阻器特性曲线,输入电压 $u_0 = 1$ V, $f = 0.2$ Hz。曲线在3象限变化比1象限更加明显,随着阶次 q 的增加,曲线包围的面积逐渐增大。结果表明:分数阶忆阻器符合基本的忆阻器定义,且对输入电压的频率、幅值以及积分阶次的变化敏感。

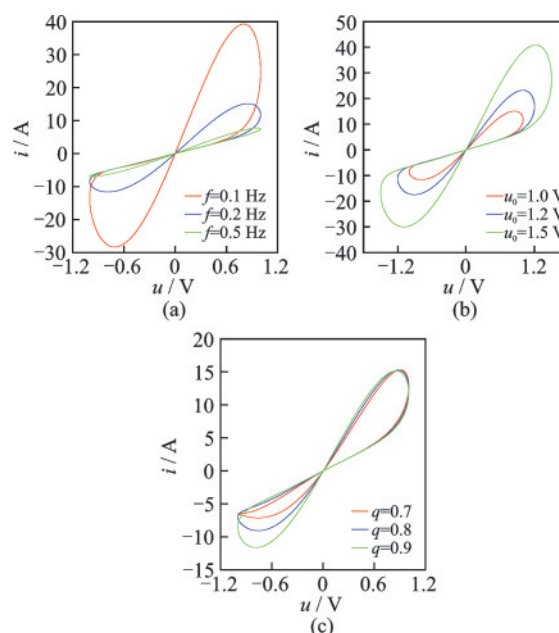


图1 分数阶忆阻器 u - i 特性曲线:(a) 频率变化;(b) 幅值变化;(c) 阶次变化

Fig.1 u - i characteristic curves of fractional memristor: (a) Frequency change; (b) Amplitude change; (c) Order change

2 双忆阻混沌系统建模分析

2.1 双忆阻混沌系统构建

本文中双忆阻混沌系统基于文献[11]中提到的三阶混沌系统构建,混沌系统模型如下:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = z^2 - ay \\ \frac{dy}{dt} = z \\ \frac{dz}{dt} = x - bz \end{cases} \quad (3)$$

其中 x, y, z 为混沌系统的系统状态变量, a, b 为系统参数, t 为时间变量。

将式(2)所示的分数阶磁控忆阻器引入到式(3)系统中,将系统状态变量 x 作为忆阻器的输入电压信号,将忆阻器输出电压加入到系统状态方程中。构建出新的分数阶双忆阻混沌系统,系统模型表达式为:

$$\begin{cases} {}_0D_t^q x = z^2 - ay - (m + nw^2)x \\ {}_0D_t^q y = z \\ {}_0D_t^q z = x - bz + d(m + nw^2)x \\ {}_0D_t^q w = x \end{cases} \quad (4)$$

其中, x, y, z, w 为混沌系统的系统状态变量, a, b, d, m, n 为系统参数, q 为阶次。

2.2 平衡点稳定性分析

令混沌系统方程中等式左侧为0,求得双忆阻混沌系统(4)的平衡点集为:

$$B = \{(x, y, z, w) | x = y = z = 0, w = C\} \quad (5)$$

其中 C 为实数。在平衡点线性化双忆阻混沌系统(4),求得系统的雅可比矩阵为:

$$J_B = \begin{bmatrix} -nC^2 - m & -a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ d(nC^2 + m) + 1 & 0 & -b & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

雅可比矩阵的特征方程为:

$$\lambda [\lambda^3 + (nC^2 + b + m)\lambda^2 + (bnC^2 + bm)\lambda + (adnC^2 + a + adm)] = 0 \quad (7)$$

雅可比矩阵的特征方程存在零特征根 $\lambda_0 = 0$ 。当特征方程的3个根实部非全小于0时,系统处于不稳定平衡点;当特征方程的3个根实部均小于0时,系统处于稳定平衡点。为了便于计算,固定参数 $m = 6.5, n = 7.5, a = 18, b = 4, d = 5$ 。系统处

于不同平衡点时,稳定状态也不同,例如:当系统处于平衡点 $(0, 0, 0, C)$ ($C = 0.1$)时,特征方程的根为 $\lambda_1 = -12.4143, \lambda_{2,3} = 0.9192 \pm 6.9481i$,其中 i 为虚数符号,此时系统处于不稳定平衡点;当系统处于平衡点 $(0, 0, 0, C)$ ($C = 1.5$)时,特征方程的根为 $\lambda_1 = -26.837, \lambda_{2,3} = -0.2690 \pm 8.8875i$,此时系统处于稳定平衡点。

3 混沌系统的动力学行为分析

系统参数和系统初值的改变会对混沌系统的状态造成重要影响,通过分岔图、相图、动力学地图分析其动力学特性。

3.1 系统参数变化时的动力学行为分析

选取参数 $b = 4, d = 5, m = 6.5, n = 7.5, q = 0.9$,系统初值为 $(0.1, 0, 0.1, 0)$,系统参数 $a \in [13, 18]$ 时绘制分岔图如图2所示。系统出现了倍周期分岔、切分岔的运动方式,表现出周期、混沌交替出现的现象。系统出现了1-4周期,以及混沌态,混沌态的轮廓逐渐扩张。当 $a \in [13, 15.6]$ 时系统处于周期态,当 $a = 15.6$ 时系统经过倍周期分岔进入混沌态,在此之后的混沌态中均存在着一些很小的周期窗口;随着参数 a 继续增大系统经过切分岔进入一段短暂的3周期态;接着通过倍周期分岔进入一种新的混沌态,然后系统再次以切分岔进入短暂的4周期态;随着参数 a 的持续增大,系统快速进入另一种新的混沌态。如图3(a)、(b)所示,当 $a = 16.7$ 时系统处于3周期态;如图3(c)、(d)所示,当 $a = 16.9$ 时系统处于混沌态。

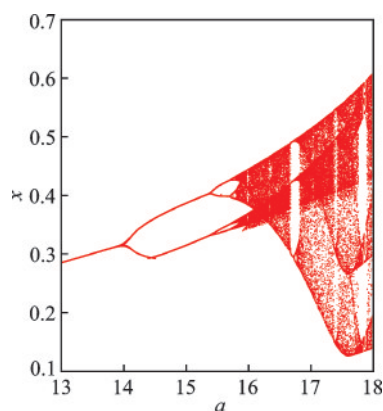


图2 系统参数 a 变化时的分岔图

Fig.2 Bifurcation diagram when system parameter a changes

为了研究当2个系统参数同时变化对系统的影响,绘制了动力学地图。选取参数 $d=5, m=6.5, n=7.5, q=0.9$, 系统初值为 $(0.1, 0, 0.1, 0)$ 。当系统参数 $a \in [15, 18], b \in [4, 4.5]$ 时动力学地图如图4所示。图4中不同颜色代表系统处于不同状态:红色代表1周期,橙色代表2周期,黄色代表3周期,绿色代表4周期,蓝色代表混沌态。当系统参数 a 增大、 b 减小时,系统从周期态向混沌态改变。系统的周期态和混沌态分布较为集中,在混沌区杂散分布着4周期态。

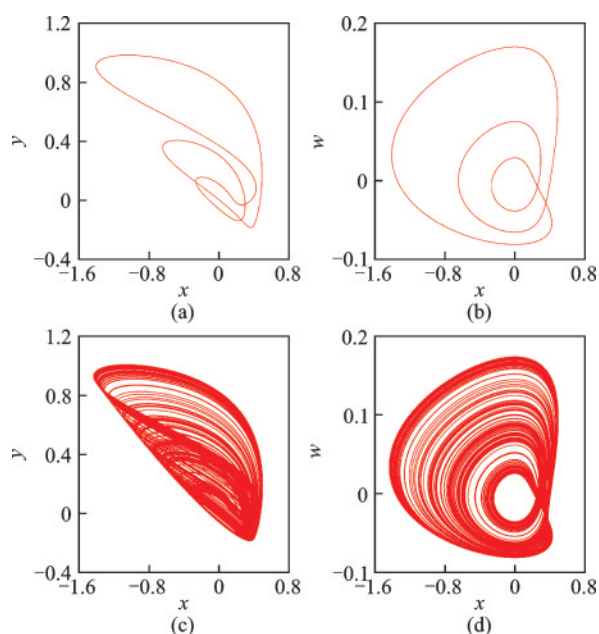


图3 系统相图:(a) x - y 周期相图;(b) x - w 周期相图;(c) x - y 混沌相图;(d) x - w 混沌相图

Fig.3 Phase diagrams of the system: (a) x - y periodic phase diagram; (b) x - w periodic phase diagram; (c) x - y chaotic phase diagram; (d) x - w chaotic phase diagram

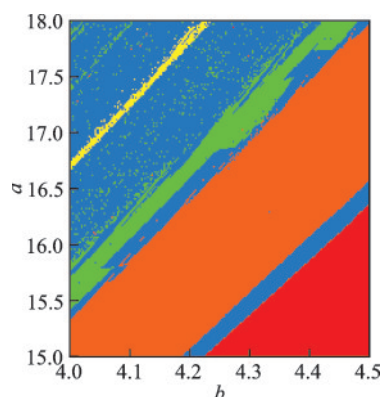


图4 参数 a 、 b 变化时的动力学地图

Fig.4 Dynamic map when parameters a and b change

3.2 系统初值变化时的动力学行为分析

当系统参数保持不变,只改变系统初值时,系

统出现无穷多共存吸引子的现象为系统的超级多稳定性^[7]。

当固定参数 $a=18, b=4, d=5, m=6.5, n=7.5, q=0.9$, 系统初值为 $(0.1, 0, 0.1, w)$ 。从图5(a)可以看出当初值 $w \in [-1, 1]$ 时,系统出现了倍周期分岔、切分岔、反倍周期分岔的运动形式,系统经历了周期、混沌、周期的状态。分岔图呈现出近似原点对称的现象,和系统参数 a 改变类似,系统也出现了4种周期和混沌现象。当初值 $w \in [-1, -0.38]$ 时系统处于周期态;随着初值 w 增大系统经过倍周期分岔进入混沌态;随着初值 w 继续增大,当 $w = -0.23$ 时系统经切分岔进入一段短暂的3周期态,随着初值 w 持续增大系统快速进入一种新的混沌态;当 $w = -0.11$ 时系统经过切分岔进入4周期态,随着初值 w 的持续增大,系统进入另一种新的混沌态;当初值 $w = 0.37$ 时系统经过切分岔再次进入短暂的3周期态,随即系统又进入混沌;初值 $w = 0.47$ 时系统经过反倍周期分岔进入周期态。图5(b)中初值 $w = -0.09$ 时在分岔图局部还观察到了8周期共存吸引子,图5(c)为8周期共存吸引子相图。

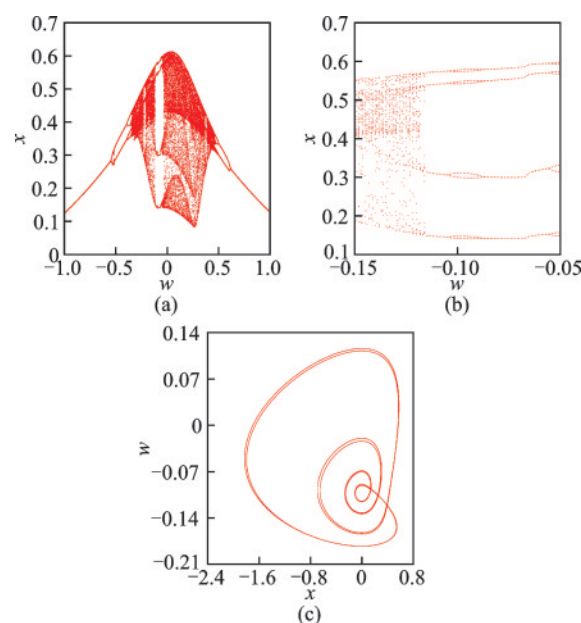


图5 系统初值 w 变化时的分岔图和相图:(a)分岔图;(b)分岔图局部放大图;(c) $w = -0.09$ 时的相图

Fig.5 Bifurcation diagram and phase diagram when the initial value w of the system changes: (a) Bifurcation diagram; (b) Partial enlarge diagram of bifurcation diagram; (c) Phase diagram at $w = -0.09$

分数阶双忆阻混沌系统选取参数 $a=18, b=4, d=5, m=6.5, n=7.5, q=0.9$ 。只改变系统初值,如图6所示:当初值为 $[\alpha, 0, 0.1, 0], \alpha \in [0, 1]$

时,系统的分岔图呈现出外形相似的混沌态;初值为 $[\alpha, 0.5, 0.1, 0]$ 、 $\alpha \in [0, 1]$ 时,系统分岔图呈现出外形相似的4周期态。

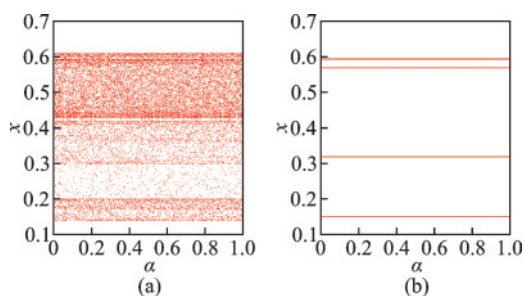


图6 改变系统初值时多共存吸引子分岔图: (a) 初值为 $[\alpha, 0, 0.1, 0]$ ($\alpha \in [0, 1]$); (b) 初值为 $[\alpha, 0.5, 0.1, 0]$ ($\alpha \in [0, 1]$)

Fig.6 Multicoexisting attractor bifurcation diagrams: (a) The initial value is $[\alpha, 0, 0.1, 0]$ ($\alpha \in [0, 1]$); (b) The initial value is $[\alpha, 0.5, 0.1, 0]$ ($\alpha \in [0, 1]$)

为了更加直接地观察分数阶系统的多共存吸引子,在 $\alpha \in [0, 1]$ 中选取几个特定的值绘制相图,当 $\alpha = 0, 0.4, 0.8, 1.0$ 时系统相图如图7所示。

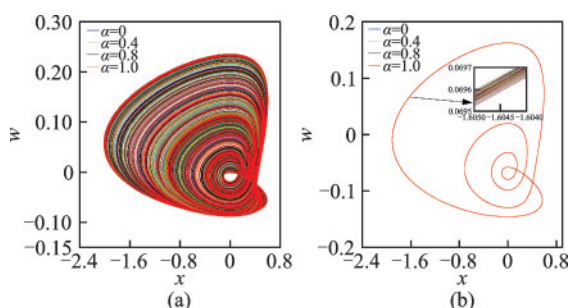


图7 多共存吸引子相图: (a) 初值为 $[\alpha, 0, 0.1, 0]$ ($\alpha = 0, 0.4, 0.8, 1.0$); (b) 初值为 $[\alpha, 0.5, 0.1, 0]$ ($\alpha = 0, 0.4, 0.8, 1.0$)

Fig.7 Multicoexisting attractor bifurcation diagrams: (a) The initial value is $[\alpha, 0, 0.1, 0]$ ($\alpha = 0, 0.4, 0.8, 1.0$); (b) The initial value is $[\alpha, 0.5, 0.1, 0]$ ($\alpha = 0, 0.4, 0.8, 1.0$)

从图7中可以看出:相图呈现出形状相似的混沌态、周期态图形,证明了系统具有多共存吸引子,具有多稳态。

3.3 分数阶系统阶次改变的动力学行为分析

分数阶系统的阶次 q 为系统关键参数,选取参数 $a = 18, b = 4, d = 5, m = 6.5, n = 7.5$,系统初值为 $(0.1, 0, 0.1, 0)$,当 $q \in [0.5, 1]$ 时绘制分岔图如图8所示。阶次增大时分岔图复杂性也随之增大,分

数阶系统出现了1、2、3、4周期态和混沌态以及倍周期分岔、切分岔的运动方式。当 $q \in [0.5, 0.6)$ 时系统处于周期态;当 $q = 0.6$ 时系统经过倍周期分岔进入混沌态; $q \in [0.62, 1]$ 系统处于混沌态,在此范围内有一些短暂的周期态。

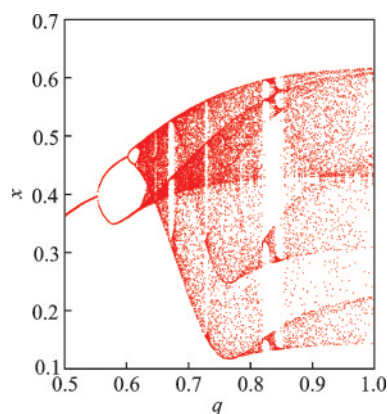


图8 阶次改变时的分岔图

Fig.8 Bifurcation diagram with order change

通过相图对系统状态进行观察,如图9所示。当 $q = 0.60, 0.67, 0.70, 0.90$ 时系统分别处于2周期态、3周期态、混沌态、混沌态。相图所展现的系统状态和分岔图所展现的一致。阶次微小的变化对系统的状态可以造成较大改变,因此阶次可以作为混沌系统中除系统初值和系统参数之外的一个新变量。

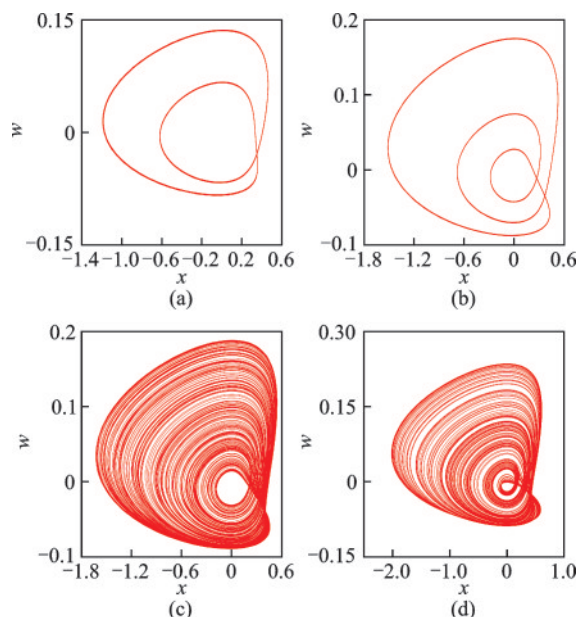


图9 阶次 q 变化时的 $x-w$ 相图: (a) $q=0.60$; (b) $q=0.67$; (c) $q=0.70$; (d) $q=0.90$

Fig.9 $x-w$ phase diagrams at order q change: (a) $q=0.60$; (b) $q=0.67$; (c) $q=0.70$; (d) $q=0.90$

4 基于FPGA的实验研究

分数阶系统采用Adomain分解法实现,首先将系统中线性和非线性项进行分离:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} L(x) \\ L(y) \\ L(z) \\ L(w) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} N(x) \\ N(y) \\ N(z) \\ N(w) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -ay - mx \\ z \\ x - bz + dmx \\ x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} z^2 - nw^2x \\ 0 \\ dnw^2x \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (8)$$

其中 L 代表线性部分, N 代表非线性部分。

对非线性项进行两次Adomain分解可以得到:

$$\begin{cases} A_1^0 = p_z^0 p_z^0 - n p_w^0 p_w^0 p_x^0 \\ A_3^0 = d n p_w^0 p_w^0 p_x^0 \\ A_1^1 = 2 p_z^0 p_z^1 - n (3 p_w^0 p_w^0 p_x^1 + 6 p_w^0 p_w^1 p_x^0) \\ A_3^1 = d n (3 p_w^0 p_w^0 p_x^1 + 6 p_w^0 p_w^1 p_x^0) \end{cases} \quad (9)$$

其中: A 的下标代表系统的第几个方程,上标代表分解次数; p 的上标代表分解次数,下标代表系统状态变量。

$$\text{令 } \begin{cases} c_x^0 = p_x^0, c_y^0 = p_y^0, c_z^0 = p_z^0, c_w^0 = p_w^0 \\ c_x^1 = p_x^1, c_y^1 = p_y^1, c_z^1 = p_z^1, c_w^1 = p_w^1 \end{cases}, \text{ 可得:}$$

$$\begin{cases} c_x^1 = c_z^0 c_z^0 - a c_y^0 - m c_x^0 - n c_w^0 c_w^0 c_x^0 \\ c_y^1 = c_z^0 \\ c_z^1 = c_x^0 - b c_z^0 + d m c_x^0 + d n c_w^0 c_w^0 c_x^0 \\ c_w^1 = c_x^0 \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{cases} c_x^2 = 2 c_z^0 c_z^1 - a c_y^0 - m c_x^0 - n (3 c_w^0 c_w^0 c_x^1 + 6 c_w^0 c_w^1 c_x^0) \\ c_y^2 = c_z^0 \\ c_z^2 = c_x^0 - b c_z^0 + d m c_x^0 + d n (3 c_w^0 c_w^0 c_x^1 + 6 c_w^0 c_w^1 c_x^0) \\ c_w^2 = c_x^0 \end{cases} \quad (11)$$

从而得到系统的解如式(12)所示,表达式中 Γ 为gamma函数,其值在运算过程中不改变,可以当作常数处理。式中 $x(t_0)$ 、 $y(t_0)$ 、 $z(t_0)$ 、 $w(t_0)$ 为系统初值, q 为积分阶次。

$$\begin{cases} x(t) = x(t_0) + \sum_{j=1}^2 c_x^j \frac{(t-t_0)^{jq}}{\Gamma(jq+1)} \\ y(t) = y(t_0) + \sum_{j=1}^2 c_y^j \frac{(t-t_0)^{jq}}{\Gamma(jq+1)} \\ z(t) = z(t_0) + \sum_{j=1}^2 c_z^j \frac{(t-t_0)^{jq}}{\Gamma(jq+1)} \\ w(t) = w(t_0) + \sum_{j=1}^2 c_w^j \frac{(t-t_0)^{jq}}{\Gamma(jq+1)} \end{cases} \quad (12)$$

分解后的系统是离散的,通过FPGA实现数字电路的搭建,实验时选取的参数为 $b=4$ 、 $d=5$ 、 $m=6.5$ 、 $n=7.5$ 、 $q=0.9$, a 的取值为16.7和16.9,系统初值为(0.1,0,0.1,0)。数值的量化和运算模块的数据截取都采用32位定点有符号数,其中小数位占22位,电路运行的时钟频率为5 MHz,通过对系统时钟分频得到。实验采用的FPGA开发板型号为Zynq-7020,具体实现方式为:首先在Matlab中使用Xilinx公司的System generator模块搭建离散后的混沌系统,测试成功后封装成IP内核包;接着在Vivado软件中使用Verilog语言编程,配置时钟信号、DA模块、管脚约束;最终将设计综合实现生成比特流,下载到FPGA中运行,在示波器上观察结果。

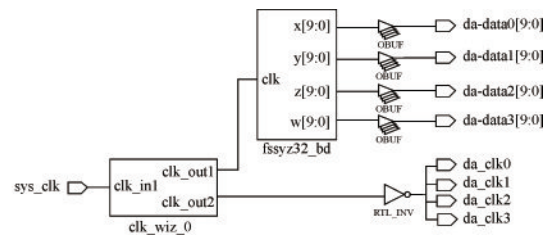


图10 FPGA系统结构图

Fig.10 Structure diagram of the FPGA system

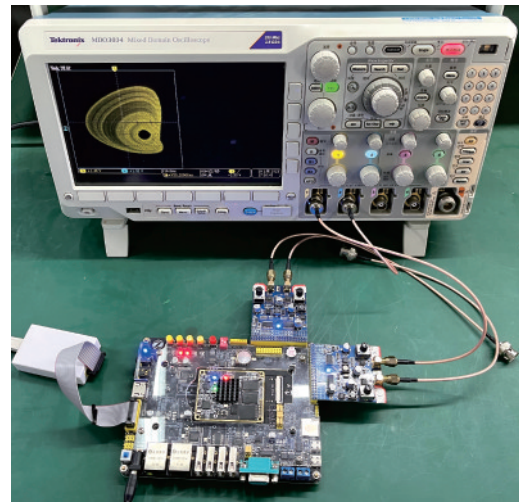


图11 实验环境图

Fig.11 Experimental environment diagram

示波器的型号为泰克公司的MDO3034,用示波器测到的实验结果如图12所示,由图可见实验结果与数值仿真得到的图3基本一致,证明了理论的正确性。

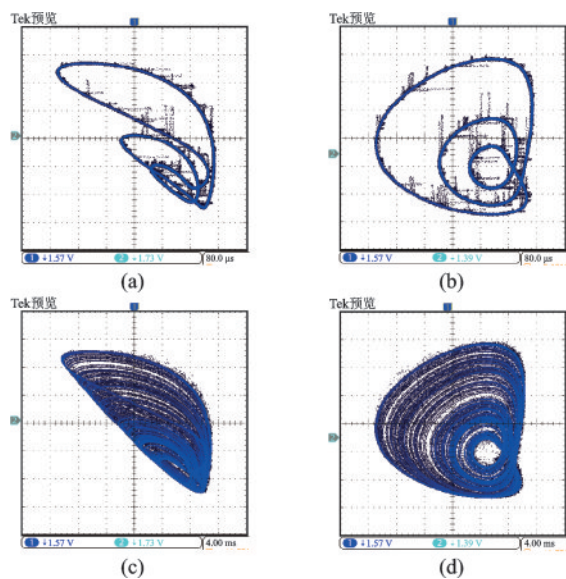


图12 实验结果图: (a) x - y 周期相图; (b) x - w 周期相图; (c) x - y 混沌相图; (d) x - w 混沌相图

Fig.12 Phase diagrams of system: (a) x - y periodic phase diagram; (b) x - w periodic phase diagram; (c) x - y chaotic phase diagram; (d) x - w chaotic phase diagram

5 结 论

本文采用了2个分数阶磁控忆阻器构建了一个新型4阶双忆阻混沌系统,进行了动力学行为分析。结果表明:分数阶系统具有无穷多共存吸引子,具有超级多稳定性,展现出丰富的动力学行为。阶次的变化让忆阻特性曲线产生了不对称改变,系统的状态也发生了改变。最后使用FPGA搭建了双忆阻混沌系统,示波器得到的结果和数值仿真结果一致,证明了系统的存在性和可移植性。今后将会把分数阶双忆阻混沌系统产生的混沌序列作为加密序列,在图像加密、保密通信等领域进行应用,提升加密的安全性。利用分数阶双忆阻混沌系统的敏感性,在弱信号检测领域进行检测,可提高检测的精准度。

参 考 文 献

[1] Chua L O. Memristor-the missing circuit element [J].

IEEE Transactions on Circuit Theory, 1971, 18(5): 507-519.

- [2] Yang N N, Xu C, Wu C J, et al. Fractional-order cubic nonlinear flux-controlled memristor: theoretical analysis, numerical calculation and circuit simulation [J]. Nonlinear Dynamics, 2019, 97(1): 33-44.
- [3] 张国桢,王聪,张宏立.一种含隐藏吸引子的新型忆阻超混沌系统[J].固体电子学与进展,2023,43(4): 335-340.
- [4] 万求真,马婧,计文奎,等.无平衡点忆阻超混沌系统的动力学分析及电路实现[J].固体电子学与进展,2023,43(3): 227-233,271.
- [5] Tan Q W, Zeng Y C, Li Z J. A simple inductor-free memristive circuit with three line equilibria [J]. Nonlinear Dynamics, 2018, 94(3): 1585-1602.
- [6] 孙宝,张文超,李占龙,等.变阶分数阶微分方程的数值解法综述[J].控制与决策,2022,37(10): 2433-2442.
- [7] 张贵重,全旭,刘嵩.一个具有超级多稳定性的忆阻混沌系统的分析与FPGA实现[J].物理学报,2022,71(24): 101-110.
- [8] 吴朝俊,张琦,杨宁宁,等.基于分数阶的忆阻 buck-boost 变换器动力学行为分析[J].电子元件与材料,2022,41(5): 479-486.
- [9] 赵松,刘丹,罗小元,等.经频磁声刺激下分数阶扩展 Hindmarsh-Rose 神经元放电特性分析[J].电子与信息学报,2022,44(2): 534-542.
- [10] 孙克辉,秦川,王会海.分数阶忆阻退化 Jerk 系统的特性分析与DSP实现[J].电子与信息学报,2020,42(4): 888-894.
- [11] Li C B, Sprott J C. Variable-boostable chaotic flows [J]. Optik, 2016, 127(22): 10389-10398.



熊林海(XIONG Linhai) 男,2000年生,在读硕士研究生,目前从事非线性电路建模研究。