



论 文

非下采样 Contourlet HMT 模型

王相海^{①②*}, 倪培根^①, 苏欣^③, 方玲玲^{①②}, 宋传鸣^①

① 辽宁师范大学计算机与信息技术学院, 大连 116029

② 苏州大学江苏省计算机信息处理技术重点实验室, 苏州 215006

③ 辽宁师范大学数学学院, 大连 116029

* 通信作者. E-mail: xhwang@lnnu.edu.cn

收稿日期: 2013-01-14; 接受日期: 2013-05-09

国家自然科学基金 (批准号: 41271422)、辽宁省教育厅科学研究一般项目 (批准号: L2013405, L2013406)、计算机软件新技术国家重点实验室开放基金 (批准号: KFKT2011B11)、南京邮电大学图像处理与图像通信江苏省重点实验室开放基金 (批准号: LBK2010003) 和智能计算与信息处理教育部重点实验室 (湘潭大学) 开放课题 (批准号: 2011ICIP06) 资助项目

摘要 非下采样 Contourlet 变换 (NSCT) 不仅具有类似传统小波变换和 Contourlet 变换的多尺度和多方向特性, 而且还具有良好的平移不变特性. 文中对 NSCT 变换系数进行研究, 获得 NSCT 变换的方向子带系数同样具有持续性和聚集性的结论; 在此基础上结合隐 Markov 树模型, 建立了一种新的基于 NSCT 域的隐 Markov 树模型 NSCT-HMT, 并且给出了该模型的参数结构以及模型参数的训练方法; 最后将所提出的模型应用于图像去噪中取得了很好的仿真效果.

关键词 非下采样 Contourlet 变换 高斯混合模型 隐 Markov 树模型 NSCT-HMT 模型 图像去噪

1 引言

继 Wavelet 变换之后, 为了在高维空间内追求更优的和更稀疏的表示方法, Ridgelet 变换^[1]、Bandelet 变换^[2]、Curvelet 变换^[3]、Shearlet 变换^[4]和 Contourlet 变换^[5]等多尺度几何分析 (multiscale geometric analysis) 方法先后被提出. 其中 Contourlet 变换作为一种“真正”的二维图像的稀疏表示方法, 首先通过多分辨率变换对图像进行扩展, 然后再使用局部化的方向滤波器进行线性表示, 因而能够将空域中曲线边缘附近的相关变换系数进行更有效的表示和集中, 从而获得一种较 Wavelet 更加稀疏和更加有效的图像表示. Contourlet 变换自提出以来一直受到高度关注, 并被应用于图像去噪、图像编码和图像水印等图像处理的多个领域^[6]. 近年来人们对图像 Contourlet 变换系数的统计规律和系数间的相关性进行了深入研究, 揭示了 Contourlet 变换系数间的依赖关系, 文献 [7] 在小波域隐 Markov 模型 (WD-HMM's)^[8,9] 的基础上, 建立了 Contourlet 隐 Markov 树 (HMT) 模型, 使系数间的依赖关系从尺度内扩大到了尺度间; 文献 [10] 对模型参数初始化进行了估计, 提出了一种基于改进的 Contourlet 域 HMT 模型的图像分割方法; 文献 [11] 将 D-S 证据理论和 MRF 模型结合到 Contourlet 域的 HMT 框架中, 在一定程度上提高了 SAR 图像的分割精度; 文献 [12] 则在 Contourlet HMT 模型基础上, 建立了以隐状态变量分布为条件的带方向特征的 Contourlet HMT 模型, 并将其应用于图像的目标分割中取得了很好的效果.

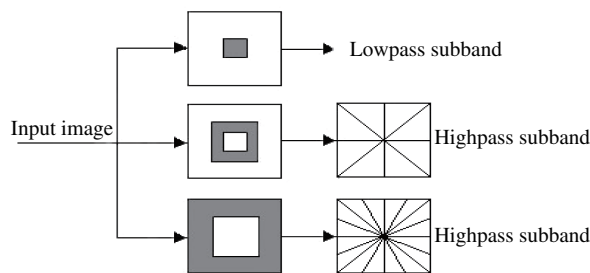


图 1 非下采样 Contourlet 变换滤波器组合

Figure 1 The NSCT filter bank

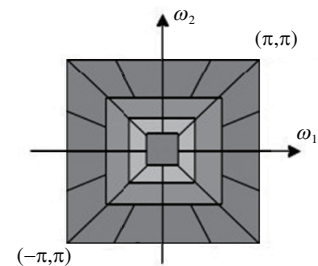


图 2 理想频域分布图

Figure 2 Example of idealized frequency decompositions by the NSCT

然而, 由于 Contourlet 变换在构造中使用了 LP 金字塔滤波器, 在变换过程中包含了下采样的过程, 这样 Contourlet 变换便不具有平移不变特性, 而图像变换的这种平移不变特性在诸如图像去噪、分割和融合等实际应用中越来越受到关注^[13]. Cunha 等在文献 [14] 中提出了非下采样 Contourlet 变换 (nonsubsampled contourlet transform, NSCT), 该变换通过合并二维非下采样金字塔滤波器组和非下采样方向滤波器组完成图像的变换. NSCT 除了保持了 Contourlet 变换的采用类似于线段的基结构来逼近图像的特性外, 通过利用较多的系数保持了变换的平移不变特性. 本文首先对 NSCT 方向子带系数的概率统计特性进行研究, 分析了 NSCT 系数之间的关系以及方向子带的边缘统计特性和联合统计特性, 获得了相应的统计结果; 在此基础上, 建立了一种基于 NSCT 域的隐 Markov 模型 (NSCT-HMT), 给出了模型的参数结构及参数估计过程, 模型有效的捕获了所有跨越尺度、空间和方向之间的依赖性, 同时具有很好的平移不变性; 进一步, 将 NSCT-HMT 应用于图像去噪中, 取得了优于小波域 HMT 模型和 Contourlet 域 HMT 模型的去噪结果. 该模型可广泛应用于图像去噪、分割、增强和融合等的应用领域中.

2 图像 NSCT 系数概率统计特性分析

2.1 NSCT 及系数之间的关系

非下采样 Contourlet 变换 (NSCT) 是在 Contourlet 变换的基础上提出的, 相对于 Contourlet 变换, NSCT 在图像的分解和重构过程中取消了下采样和上采样的环节, 这一改进使得非下采样 Contourlet 变换除了保持 Contourlet 变换所具有的多分辨率、多尺度和各向异性等性质外, 还拥有了 Contourlet 变换所不具有的平移不变 (shift-invariance) 特性. NSCT 首先采用非下采样的拉普拉斯塔式分解 (NSLP) 获得图像的多尺度分解, 通过多级拉普拉斯塔式分解将图像分解为一个低通子带和若干高通子带, 实现对图像奇异点的捕获; 进一步采用非下采样的方向滤波器组 (NSDFB) 对各尺度的高通子带进行方向分解, 分解出多个方向子带, 实现将分布在同方向的奇异点合成一个系数, 从而获得不同尺度、不同方向的子带图像. 其中 NSLP 实现了对图像的多分辨率分解, 而 NSDFB 则实现了多方向分解. 两个过程的结合, 便构成了双迭代非下采样滤波器结构, 即 NSCT. 图 1, 2 分别给出了利用 NSCT 滤波器组对图像进行多尺度即方向分解的流程及理想频域的分布图, 图 3 为 “Peppers” 图像的 3 层 NSCT 分解, 每层被分解成 4, 4, 8 个细节方向的信息.

对于每一个 NSCT 系数 X , 我们定义在 X 附近的 8 个邻域内的系数为该系数的邻域系数 (NX); 定义与 X 在同一方向、但处于其上一尺度的系数为该系数的父系数 (PX), 并且每个系数有且仅有一

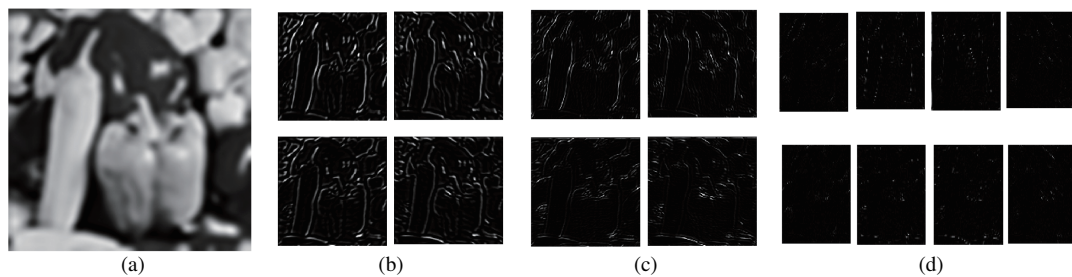


图 3 Peppers 图像的 NSCT 变换

Figure 3 The NSCT on the Peppers image. (a) Low frequency image; (b) the high frequency coefficients of three level decomposition; (c) the high frequency coefficients of two level decomposition; (d) the high frequency coefficients of one level decomposition

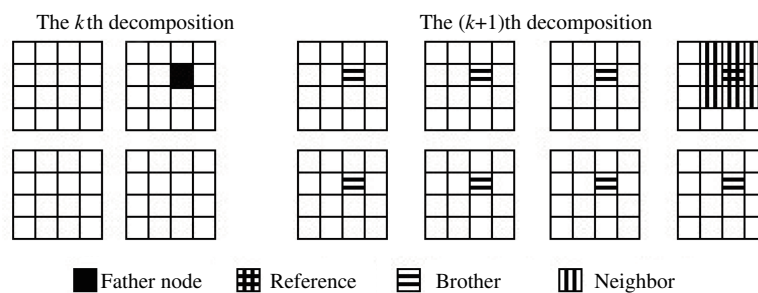


图 4 NSCT 系数之间的关系

Figure 4 The relationship of the coefficients of the NSCT

个父系数; 定义与 X 在同一尺度、但不同方向上且位置与 X 的位置相对应的系数为该系数的堂兄弟系数 (CX). 这样图像经 NSCT 分解后方向子带系数 X 与其相邻系数之间的关系可以分别表示为 (参见图 4):

父系数 (PX): 处于 X 上一级的尺度, 与 X 处于同一方向上.

邻域系数 (NX): 与 X 处于同一尺度, 同一方向子带上, X 周围的 8 个相邻的系数.

堂兄弟系数 (CX): 与 X 处于同一尺度, 但是不同方向上的系数.

2.2 NSCT 的边缘统计特性分析及系数建模

在图像信息处理中, 图像的边缘统计特性通常为图像系数的建模和分析奠定了基础. 为了分析图像 NSCT 系数的统计特性, 我们选取了不同类型的三幅图像 (自然图像、纹理图像和遥感图像), 对其进行了 3 层 NSCT 分解, 尺度从粗到细依次为 4, 4, 8 个方向子带, 然后对其最细尺度上的方向子带系数进行了概率分布统计, 统计结果参见图 5 中第 2 列的灰度直方图分布.

从概率分布图中我们可以看出, 与 Contourlet 变换系数相似 NSCT 系数同样具有“高尖峰, 长拖尾”的分布特性, 即概率分布的均值都为 0, 峰度 (Kurtosis) 值均都大于高斯分布的峰度 3. 该性质表明 NSCT 变换同样也是图像的一种稀疏表示方法, 即绝大多数系数的值都在零点附近, 只有少量的系数比较大, 这样就可以用少量的非零系数来表示图像. 这种特性在其他的方向子带系数上也同样存在.

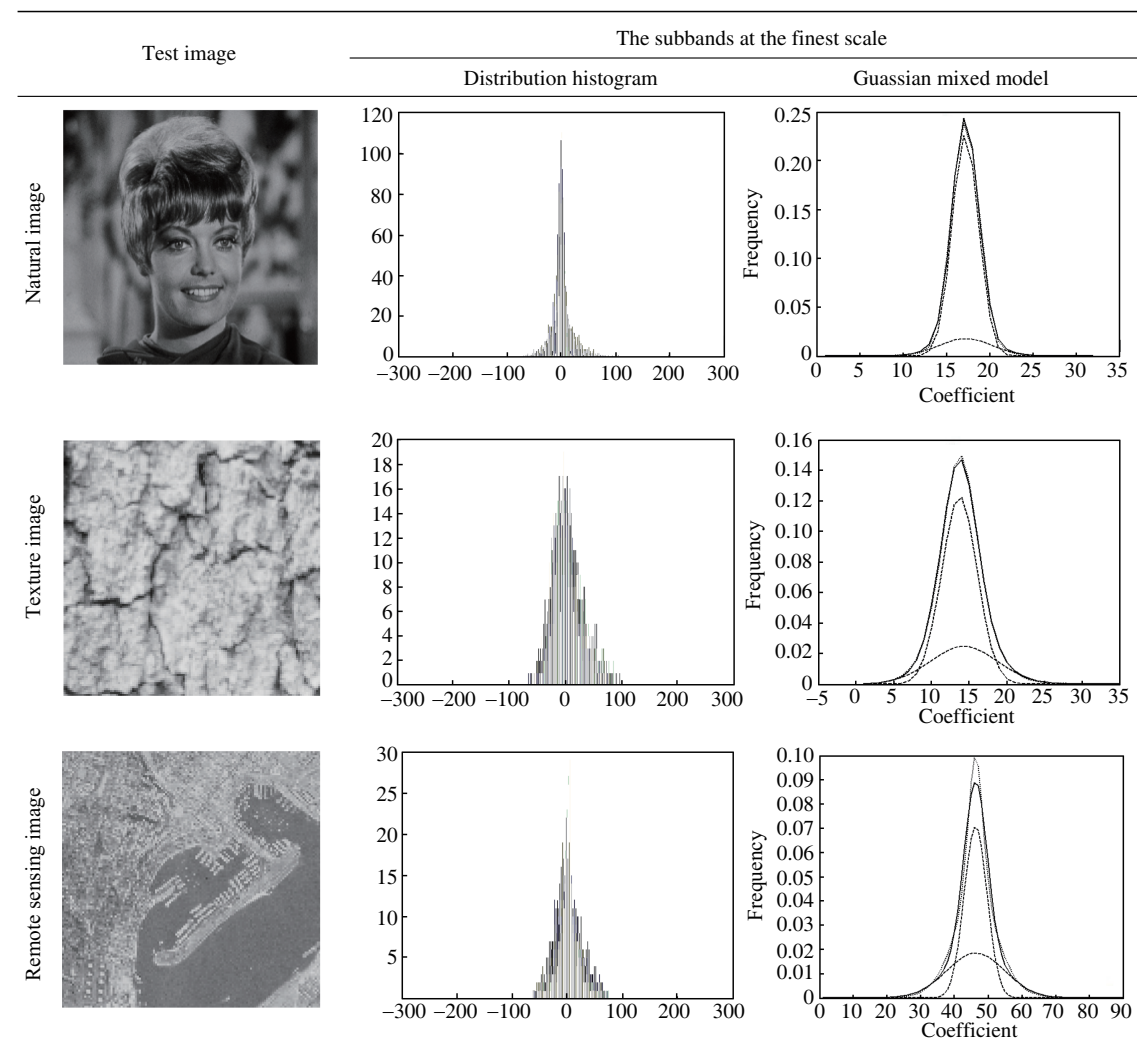


图 5 三类测试图像的 NSCT 变换系数的统计特性分析

Figure 5 The statistical analysis of the coefficients of the NSCT on three test images

理论上一个信号需要用一系列高斯分布来精确表示, 然而实际图像处理应用中, 一般用 2~4 个高斯混合分布就可以比较精确的对图像进行逼近^[9,15]. 事实上, 对于具有“高尖峰, 长拖尾”分布特性的子带系数, 可以认为系数处于“大”或“小”两种状态中的一种, 其中“大”状态对应少量的具有大幅值的系数, 图像边缘附近的像素灰度通常具有阶跃变化, 其数量所占比重较小, 分布较广散, 因而可以用大状态来表示; 同理, “小”状态对应大量具有小幅值的系数, 表示除目标边缘外的区域, 或者平滑区域. 这样, 分别用方差较大和较小的高斯分布对应大状态和小状态, 对每个数进行建模. 据此, 我们可以用高斯混合模型对 NSCT 系数进行建模. 图 5 中的第 3 列显示了对 NSCT 变换最细尺度子带系数的高斯混合模型, 其中虚点线形“...”表示 NSCT 系数分布, 虚段线形“- -”表示大、小两个状态的高斯模型, 实线线形“—”表示拟合的结果.

根据上述思想, 将 NSCT 方向子带系数的高斯混合模型用系数分布的概率密度函数表示如下:

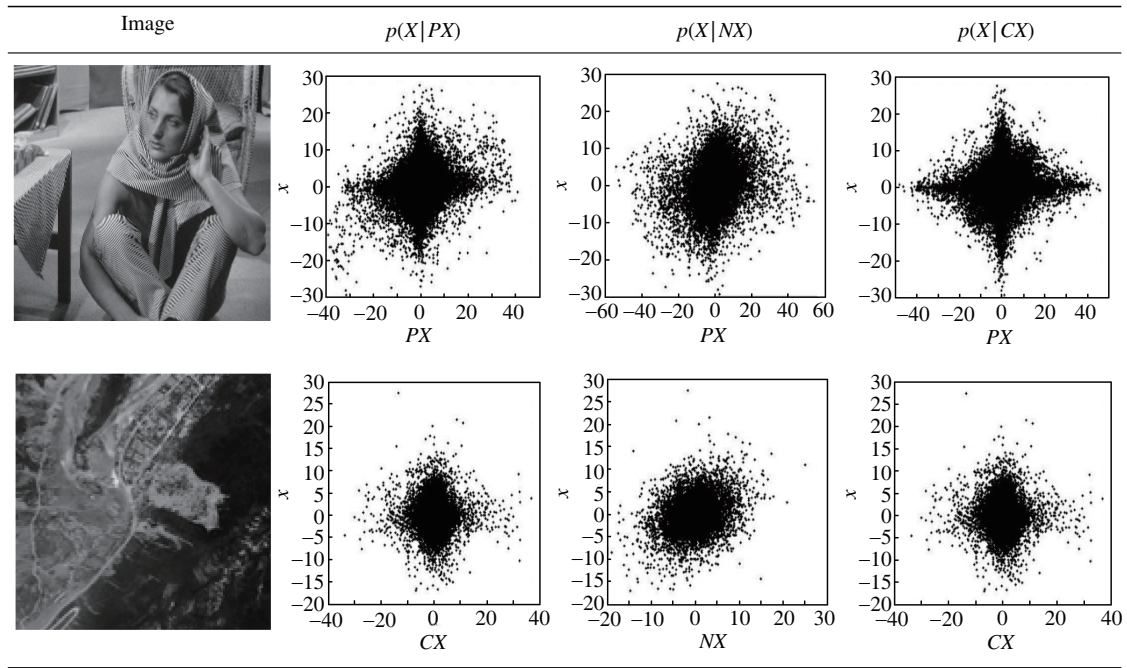


图 6 NSCT 方向子带系数联合概率分布图

Figure 6 The joint probability distribution of the directional subband coefficients of the NSCT

$$\begin{cases} f_{N_i}(N_i) = \sum_{m=1}^n f_{s_i}(m) f_{N_i|s_i}(N_i/s_i = m), \\ f_{N_i|s_i}(N_i/s_i = m) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{im}^2}} \exp\left[-\frac{(N_i - \mu_{im})^2}{2\sigma_{im}^2}\right] = g(N_i; \mu_{im}, \sigma_{im}^2), \end{cases} \quad (1)$$

其中, s_i 表示系数选取何种状态, $f_{s_i}(m)$ 为系数取大、小状态的概率分布函数, 且满足 $\sum_{m=1}^n f_{s_i}(m) = 1$, $f_{N_i|s_i}(N_i/s_i = m)$ 为系数取某一状态条件下对应高斯模型的概率分布密度函数, 这里 μ_{im} 和 σ_{im}^2 分别为高斯分布的均值和方差.

这样, 可以利用参数集 $GMM = \{f_{s_i}(m), \mu_{im}, \sigma_{im}^2\}$ 来表示 NSCT 方向子带系数的概率分布模型.

2.3 联合统计特性分析

边缘统计特性表述了单个子图像内 NSCT 系数的关系, 而不同方向子带系数之间的依赖关系需要通过联合统计分析来实现. 为此我们在图 6 中对两幅图像进行了 NSCT 系数的联合概率分布统计, 其中 X , PX , NX 和 CX 的含义参见 2.1 小节.

从图 6 可以看出, 所有的联合概率分布图有一个共同的特点, 即所有点都有向中心位置靠拢的趋势, 这说明在同一尺度内, 如果一个系数的值是大系数, 那么它的邻域系数值为大系数的概率也很大, 即 NSCT 系数表现出聚集特性; 而在不同的尺度间, 如果一个系数是大系数, 那么它的子系数为大系数的概率同样也很大, 即 NSCT 系数表现出持续特性.

综合上述分析, 可获得如下结论:

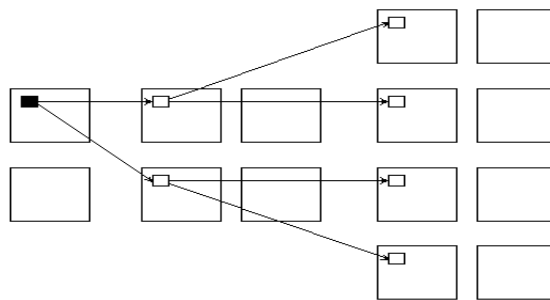


图 7 NSCT 系数之间的父子关系

Figure 7 The set membership of the NSCT coefficients

结论 1 尽管 NSCT 系数不服从高斯分布, 但是我们可以利用两个高斯函数的混合来对 NSCT 系数进行建模, 同时 NSCT 系数对它的邻域系数具有很强的依赖性.

结论 2 NSCT 系数符合零均值的混合高斯分布.

结论 3 NSCT 系数具有持续性和聚集性, 其中持续性揭示了不同尺度间 NSCT 的父、子系数所处的状态保持一定的相似性, 即如果一个系数的父系数是大状态, 这个系数很大程度上也是大状态, 反之亦然; 并且父系数对其子系数的预测能力要强于邻域系数和堂兄弟系数.

NSCT 系数所表现出的上述特性为建立 NSCT 域的 HMT 模型奠定了基础.

3 NSCT-HMT 模型

隐 Markov 模型是一个双重随机过程, 即具有一定状态数的隐 Markov 链和显示随机函数集, 它由隐含层和观测层组成, 其中隐含层包括一定量的状态, 不能被直接观察到, 而观测层 (实际观测量) 能观测到与状态对应的一些观察值, 观测向量是由一个具有响应概率密度分布的状态序列所产生, 即它是通过某些概率密度分布来表现各种状态.

一幅图像经 NSCT 变换后形成不同方向的高频子带图像和低频子带图像, 由于进一步的 NSCT 变换过程中没有进行下采样, 这样所获得的高频和低频子带图像的大小和原图像是相同的. NSCT 系数之间的父子关系如图 7 所示, 其中 NSCT 变换后从粗尺度到细尺度之间形成了一种二叉树的结构, 即每个父节点对应两个孩子节点. NSCT 系数之间的相关性由父、子节点间的状态变量转移概率来表示.

3.1 NSCT-HMT 模型建立

假设先对图像进行了尺度为 $j = \{1, 2, \dots, L\}$ 的 L 层 NSLP 多尺度分解, 其中 $j = 1$ 和 $j = L$ 分别为最顶层 (分辨率最低) 和最低层 (分辨率最高) 的尺度; 在对图像进行多尺度分解的同时对每一层进行 D_l 个方向的 NSDFB 分解, 对于其中的一个方向 k , 可以形成一棵具有 p 个节点的树, 定义为 T_1^k , 下角标 “1” 表示树根节点, 代表整棵树. 全部的 NSCT 系数可以记为 $N^k = \{N_1^k, N_2^k, \dots, N_p^k\}$, 与之相对应的隐状态标记为 $S^k = \{S_1^k, S_2^k, \dots, S_p^k\}$. 定义 T_j^k 为方向为 k , 根节点为 j 的一棵子树, 该子树包含了 k 方向内节点 j 和它全部的后代. 定义树结构中任意一节点 i , 用 N_i 表示该点的 NSCT 系

数, S_i 表示该点系数所对应的隐状态, $\rho(i)$ 表示该点的父系数, 且该节点所在树结构的根节点用 N_1 表示, 其对应的隐状态用 S_1 表示.

对于图像 NSCT 分解后方向子带的系数采用(1)式所示的高斯混合模型来建模, 然后通过状态转移概率矩阵来建立各个 NSCT 系数之间的相互关系, 具体用 $\varepsilon_{i,\rho(i)}^{m,n} = f(s_i = m | s_{\rho(i)} = n)$ 来表示父子节点间的状态转移概率, 其含义为在已知父节点 $\rho(i)$ 的隐状态变量 $s_{\rho(i)}$ 的值为 n 时, 子节点 i 的隐状态变量 s_i 的值为 m 的条件概率. 在此基础上, 可建立由以下 4 个参数组成的 NSCT 域 HMT 模型:

- (1) 各个方向子带根节点 N_1 的状态概率分布函数 $P_{N_1}(m)$, 其中 m 为隐状态的个数;
- (2) 状态转移概率 $\varepsilon_{i,\rho(i)}^{m,n} = f(s_i = m | s_{\rho(i)} = n)$;
- (3) 已知 j 尺度 d 方向子带上隐状态变量 T_j 的取值时, NSCT 系数混合高斯分布的方差 $\sigma_{i,m}^2$ 和均值 $u_{i,m}$.

将以上 4 个参数用形式化四元组 θ_{N-HMT} 表示为

$$\theta_{N-HMT} = \{(P_{N_1}(m), \varepsilon_{i,\rho(i)}^{m,n}, \sigma_{i,m}^2, u_{i,m}) | i = 1, 2, \dots, p; m, n = 1, 2, \dots, M\}, \quad (2)$$

其中 p 代表系数的个数, M 代表状态数.

这样每个 NSCT 域 HMT 模型均可用 (2) 式所示的参数四元组表示.

3.2 NSCT-HMT 模型参数估计

对 NSCT-HMT 模型参数的估计借鉴对隐状态变量参数进行估计的 HMT-EM 算法^[8], 通过迭代逐步求得局部最优解, 其中每次迭代分为计算期望 (E 步) 和期望最大化 (M 步), 具体步骤如下.

Step 1. E 步骤.

使用上向—下向算法计算隐状态的联合后验概率密度函数 $P(S_i = m | N, \theta^l)$ 和 $P(S_i = m, S_{\rho(i)} = n | N, \theta^l)$, 它们分别表示在给定被观测到的 NSCT 方向子带系数 $N = \{N_1, N_2, \dots, N_p\}$ 和初始概率模型的条件下, 模型在迭代了 l 次的时刻下系数 i 的隐状态为 m 的概率, 以及模型在迭代了 l 次的时刻下系数 i 的隐状态为 m , 且其父系数 $\rho(i)$ 的隐状态为 n 的概率.

为了获得这些概率, 定义 T_i 为根节点为 i 的观测 NSCT 系数子树, T_j 是 T_i 的子树, $T_{i \setminus j}$ 为将 T_j 从 T_i 中去除后余下的所有 NSCT 系数所形成的树. 对于每个子树定义:

条件似然:

$$\begin{cases} \beta_i(m) = f(T_i | S_i = m, \theta), \\ \beta_{i,\rho(i)}(m) = f(T_i | S_{\rho(i)} = m, \theta) \beta_{\rho(i) \setminus i}(m) = f(T_{\rho(i) \setminus i} | S_{\rho(i)} = m, \theta). \end{cases} \quad (3)$$

联合概率密度:

$$\alpha_i(m) = p(S_i = m, T_{1 \setminus i} | \theta). \quad (4)$$

当给定 S_i 时, T_i 与 $T_{1 \setminus i}$ 之间是条件独立的, 根据 HMM 性质有:

$$\begin{cases} p(S_i = m, T_i | \theta) = \alpha_i(m) \cdot \beta_i(m), \\ p(S_i = m, S_{\rho(i)} = n, T_1 | \theta) = \beta_i(m) \cdot \varepsilon_{i,\rho(i)}^{m,n} \cdot \alpha_{\rho(i)}(n) \beta_{\rho(i) \setminus i}(n). \end{cases} \quad (5)$$

则 NSCT 系数 N 的似然值为

$$f(N|\theta) = f(T_1|\theta) = \sum_{m=1}^M p(S_i = m, T_1|\theta) = \sum_{m=1}^M \alpha_i(m) \cdot \beta_i(m). \quad (6)$$

由贝叶斯定理得到所需的条件概率为

$$\begin{cases} P(S_i = m|N, \theta) = \alpha_i(m) \cdot \beta_i(m) / \sum_{n=1}^M \alpha_i(n) \cdot \beta_i(n), \\ P(S_i = m, S_{\rho(i)} = n|N, \theta) = \beta_i(m) \cdot \varepsilon_{i, \rho(i)}^{m, n} \cdot \alpha_{\rho(i)}(n) \beta_{\rho(i) \setminus i}(n) / \sum_{n=1}^M \alpha_i(n) \cdot \beta_i(n). \end{cases} \quad (7)$$

1) 下向步骤

① 初始化. 令 $j = 1$, 即从分辨率最低层开始, 对于所有的隐状态 $m = 1, 2, \dots, M$, 令 $\alpha_1(m) = p_{s_1}(m)$;

② 沿树形结构移向下一个尺度, 令 $j = j + 1$;

③ 在尺度 j , 对于所有的状态 $m = 1, 2, \dots, M$, 计算

$$\alpha_i(m) = \sum_{n=1}^M \varepsilon_{i, \rho(i)}^{m, n} \cdot \alpha_{\rho(i)}(n) \beta_{\rho(i) \setminus i}(n);$$

④ 若 $j = L$, 则停止, 否则返回②重复执行.

2) 上向步骤

① 初始化. 令 $j = L$, 即从分辨率最高层开始; 对于所有的隐状态 $m = 1, 2, \dots, M$, 设 $p_{s_1}(m) = 1/M$, 同时令状态转移概率矩阵中的每个值均为 $1/M$. 由这些初始值计算在每个状态下 NSCT 系数的条件概率: $\beta_i(m) = g(N_i; \mu_{i, m}, \sigma_{i, m}^2)$;

② 沿树形结构移至上一个尺度: 令 $j = j - 1$;

③ 对于所有状态 $m = 1, 2, \dots, M$, 可以得到

$$\beta_{\rho(i)}(m) = g(N_{\rho(i)}; \mu_{\rho(i), m}, \sigma_{\rho(i), m}^2) \times \prod_{i \in N(\rho(i))} \beta_{i, \rho(i)}(m);$$

④ 若 $j = 1$, 则停止; 否则返回②.

Step 2. M 步骤.

经过 E 步骤计算, 状态概率分布已知后, 模型 θ^{l+1} 参数更新为

$$\begin{cases} P_{S_i(m)} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T P(S_i^t = m|N^t, \theta), & \varepsilon_{i, \rho(i)}^{m, n} = \frac{\sum_{t=1}^T P(S_i^t = m, S_{\rho(i)}^t = n|N^t, \theta)}{T \cdot p_{\rho(i)}(n)}; \\ \mu_{i, m} = \frac{\sum_{t=1}^T N_i^t \cdot P(S_i^t = m|N^t, \theta)}{T \cdot p_{\rho(i)}(m)}, & \sigma_{i, m}^2 = \frac{\sum_{t=1}^T (N_i^t - \mu_{i, m}) \cdot P(S_i^t = m|N^t, \theta)}{T \cdot p_{\rho(i)}(m)}. \end{cases}$$

Step 3. 重复 E 步骤和 M 步骤直到收敛, 则隐 Markov 模型训练完毕.

表 1 给出了图像 “Peppers” 通过 EM 算法训练得到模型参数.

进一步, 图 8 给出了对图像 “Peppers” 进行 EM 训练时 Delta 随迭代次数的变化曲线, 其中横坐标表示模型训练的迭代次数, 纵坐标为每次迭代中的 Delta 值. 可以看出, 对于图像 “Peppers” 通过

表 1 NSCT-HMT 模型参数
Table 1 The parameters of the NSCT-HMT model

		$K = 1$		$K = 2$	
		State1	State2	State1	State2
$P_{1,k}$		0.46	0.54	0.72	0.28
$A_{2,2k-1}$	State1	0.34	0.99	0.00	0.83
	State2	0.66	0.01	1.00	0.17
$A_{2,2k}$	State1	0.69	0.00	0.00	0.82
	State2	0.31	1.00	1.00	0.18
$A_{3,2k-1}$	State1	0.99	0.61	0.49	0.00
	State2	0.01	0.39	0.51	1.00
$A_{3,2k}$	State1	0.99	0.60	0.52	1.00
	State2	0.01	0.40	0.48	0.00
$A_{3,2k+3}$	State1	0.39	0.01	0.48	0.00
	State2	0.61	0.99	0.52	1.00
$A_{3,2k+4}$	State1	0.59	0.99	0.47	0.00
	State2	0.41	0.01	0.53	1.00
$\sigma_{1,k}$		20.22	5.38	8.25	20.19
$\sigma_{2,2k-1}$		2.21	12.18	11.89	2.67
$\sigma_{2,k}$		11.32	2.17	11.95	2.68
$\sigma_{3,2k-1}$		1.10	6.96	8.29	1.13
$\sigma_{3,2k}$		1.10	7.38	1.16	8.31
$\sigma_{2,2k+3}$		7.64	1.05	7.79	1.12
$\sigma_{2,2k+4}$		1.03	7.91	7.80	1.11

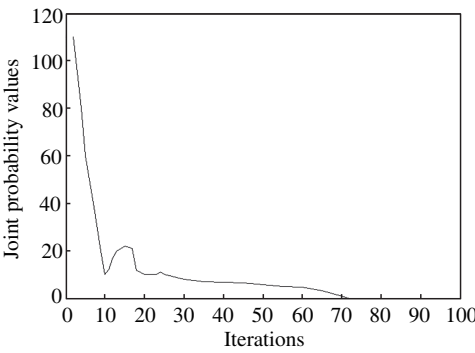


图 8 NSCT-HMT 模型迭代过程
Figure 8 The iterative process of NSCT-HMT

EM 训练 NSCT-HMT 模型, 其联合概率曲线的变化总体上是稳定的, 且经过 70 次左右的迭代可达到收敛.

4 NSCT-HMT 模型在图像去噪中的应用

4.1 基于 NSCT-HMT 图像去噪算法实现

设含噪声图像的 NSCT 系数为 y , 则理论上 y 可由原始图像的 NSCT 系数 x 和噪声的 NSCT 系数 n 组成. 这样图像的去噪问题就可以表述为: 在已知含噪声图像系数 y 的情况下, 对原始图像系数 x 的估计.

基于 NSCT-HMT 模型的图像去噪过程如下:

Step 1. 含噪声图像的 NSCT 系数为 y 建立 NSCT-HMT 模型, 利用 3.2 小节的 NSCT-HMT 模型参数估计算法对模型进行参数估计, 获得该模型的参数:

$$\theta_{\text{N-HMT}} = \{P_{N_1}(m), \varepsilon_{i,\rho(i)}^{m,n}, \sigma_{i,m}^2, u_{i,m}\}. \quad (8)$$

Step 2. 利用蒙特卡罗 (Monte-Carlo) 方法^[9], 即通过不断生成随机的白噪声图像并且均衡图像在 NSCT 域内的方差这种方法来估算噪声图像模型中噪声系数的方差 $(\sigma_{(j,k,i)}^{(\text{noise})})^2$.

Step 3. 通过噪声图像 NSCT-HMT 模型的方差减去噪声系数方差可以获得原始图像的系数模型. 即

$$(\sigma_{(j,k,i),m}^{(x)})^2 = [(\sigma_{(j,k,i),m}^{(y)})^2 - (\sigma_{(j,k,i)}^{(\text{noise})})^2]_+, \quad (9)$$

其中 j, k, i 分别表示为尺度、方向、系数, m 表示 NSCT 系数所处的隐状态, 且

$$[Z]_+ = \begin{cases} Z, & \text{if } Z \geq 0, \\ 0, & \text{else.} \end{cases}$$

Step 4. 由(8)、(9)式可以获得去噪后图像的 HMT 参数模型 $\theta_{\text{N-HMT}-x} = \{P_{N_1}(m), \varepsilon_{i,\rho(i)}^{m,n}, (\sigma_{i,m}^{(x)})^2, u_{i,m}\}$, 利用该参数模型对去噪图像的 NSCT 系数进行估计. 由 2.2 小节, 当状态 $S_{j,k,i}$ 一定时, NSCT 系数服从高斯分布. 假设噪声是均值为零的高斯白噪声, 且与 NSCT 系数无关, 这样利用 Bayes 估计方法可得:

$$E[x_{j,k,i}|y_{j,k,i}, \theta_{\text{N-HMT}-x}, S_{j,k,i}] = \frac{(\sigma_{(j,k,i),m}^{(x)})^2}{(\sigma_{(j,k,i),m}^{(x)})^2 + (\sigma_{(j,k,i)}^{(n)})^2} \times y_{j,k,i}.$$

Step 5. 最后, 利用 EM 算法所获得的条件概率 $p(S_{j,k,i} = m|y_{j,k,i}, \theta_{\text{N-HMT}-x})$, 可获得去噪图像 x 的估计为

$$E[x_{j,k,i}|y_{j,k,i}, \theta_{\text{N-HMT}-x}] = \sum_m p(S_{j,k,i} = m|y_{j,k,i}, \theta_{\text{N-HMT}-x}) \times \frac{(\sigma_{(j,k,i),m}^{(x)})^2}{(\sigma_{(j,k,i),m}^{(x)})^2 + (\sigma_{(j,k,i)}^{(n)})^2} \times y_{j,k,i}.$$

4.2 实验结果及分析

为了验证提出模型的有效性, 本文对已知噪声方差的多幅图像进行了去噪仿真试验, 同时与小波域 HMT 模型处理方法、Contourlet 域 HMT 模型处理方法进行了对比. 实验中小波选择了 db4, Contourlet 变换选用了 ‘9-7’ 塔形滤波器和 ‘pkva’ 方向滤波器, NSCT 变换选用了 ‘maxflat’ 非下采样多尺度滤波器和 ‘dmaxflat7’ 非下采样方向滤波器, 图像的小波变换、Contourlet 变换和 NSCT 变换均采用了四层分解, 其中 Contourlet 变换和 NSCT 变换中的方向滤波器的分解方向分别为 4, 4, 8, 8. 仿真实验是在 Matlab R2009 环境下进行的.



图 9 三幅测试图像去噪效果对比

Figure 9 The comparison of the denoising results for the three test images. (a) The original image; (b) the noisy image; (c) the Wavelet-HMT model; (d) the Contourlet-HMT model; (e) the NSCT-HMT model

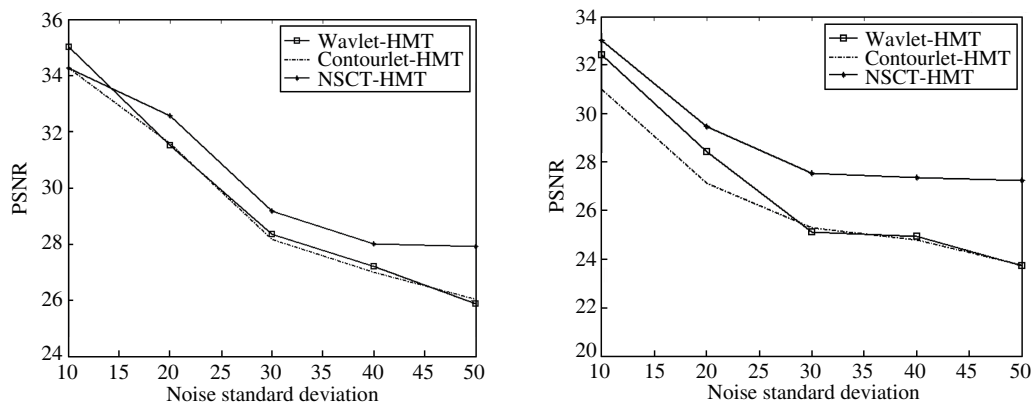


图 10 不同 HMT 模型去噪结果 PSNR 对比图

Figure 10 The comparison of the denoising results of the PSNR for different HMT model

图 9 为选取大小为 256×256 的三幅图像作为测试图像, 并分别利用 Matlab 对图像添加噪声方差为 30 的高斯白噪声, 然后采用小波域 HMT 模型处理方法、Contourlet 域 HMT 模型处理方法和本文的 NSCT-HMT 模型进行去噪的结果比较图. 从实验结果可以看出, 基于本文 NSCT-HMT 模型的去噪算法取得了优于小波域 HMT 模型和 Contourlet 域 HMT 模型的去噪直观效果.

图 10 给出了对包含不同噪声方差的 Lena 和 Barbara 噪声图像采用不同的 HMT 模型进行去噪的峰值信噪比 (PSNR) 定量分析对比图, 表 2 是对应去噪图像的 PSNR 值. 从中可以看出, 基于 NSCT-

表 2 不同方法对图像去噪效果对比

Table 2 The comparison of the performances of the denoising results for different methods

Image	Noise variance	PSNR(dB)			
		Noisy image	Wavelet-HMT	Contourlet-HMT	NSCT-HMT
Lenna	30	18.88	28.35	28.18	29.18
	40	16.53	27.21	27.00	28.01
	50	14.63	25.89	26.04	27.91
Barbara	30	18.72	25.11	25.27	27.52
	40	16.38	24.94	24.79	27.36
	50	14.48	23.71	23.74	27.23

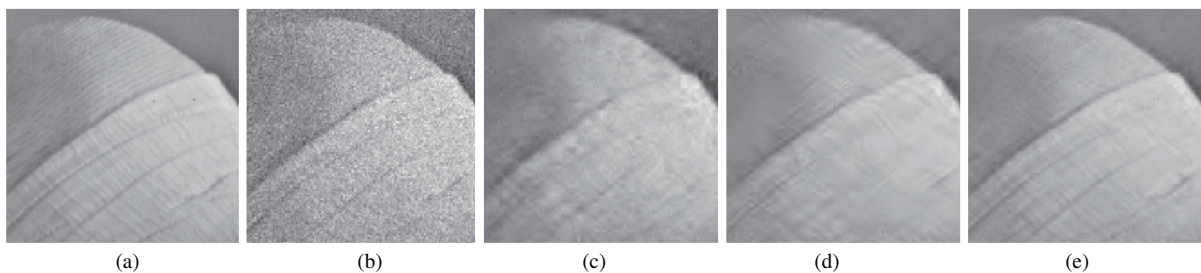


图 11 Lenna 图像部分区域放大 3 倍的去噪效果对比

Figure 11 The comparison of the denoising results of the three times partial Lenna image. (a) The original image; (b) the noisy image(noise variance is 30); (c) the result of Wavelet-HMT denoising; (d) the result of Contourlet-HMT denoising; (e) the result of NSCT-HMT denoising

HMT 模型的去噪方法无论对噪声方差较低的噪声, 还是噪声方差较高的噪声, 其去噪效果好于基于 Wavelet-HMT 模型和基于 Contourlet-HMT 模型的去噪方法, 而且随着噪声方差的提高效果越明显, 其 PSNR 平均提高约 1 dB.

此外, 为了更好的观察到去噪的视觉效果, 图 11 给出了去噪前后局部放大 3 倍的 Lenna 图像. 可以看出基于 NSCT-HMT 模型的去噪图像能够更好的保持原图像的边缘和细节信息.

5 小结

本文首先对非下采样 Contourlet 变换 (NSCT) 方向子带系数的特性进行了分析, 获得图像 NSCT 变换系数具有持续性和聚集性的结论, 在此基础上提出一种新的 NSCT 域的隐 Markov 模型 NSCT-HMT, 该模型具有能够捕捉不同方向、不同尺度之间系数的依赖性、同一尺度和方向间系数的聚集性以及 NSCT 分解系数平移不变性的特性; 进一步, 对 NSCT-HMT 模型的参数结构和模型参数的训练方法进行了研究; 最后提出了一种基于 NSCT-HMT 模型得图像去噪算法, 该算法较基于 Wavelet-HMT 模型和 Contourlet-HMT 模型的图像去噪算法具有更好的去噪效果, 特别在保持去噪图像的边缘和细节信息方面.

NSCT 通过利用非下采样变换方式保证了变换的平移不变性, 然而这种变换方式也使得变换系数得到一定程度的增加, 这样在利用 EM 算法迭代训练模型参数时, 与其他模型相比需要用更多的时

间来对系数进行处理, 如何通过并行计算等机制来提高 EM 算法的训练速度将是进一步需要关注的问题.

参考文献

- 1 Candes E J. Ridgelet Theory and Application. Stanford: Department of Statistic, Stanford University, 1998. 1–125
- 2 Pennec E L, Mallat S. Bandelet image approximation and compression. *Multiscale Model Simul*, 2005, 4: 992–1039
- 3 Candes E J, Donoho D L. Curvelets: A Surprisingly Effective Nonadaptive Representation for Objects with Edges. A Cohen, C Rabut, and L L Schumaker, Eds. Saint-Malo: Vanderbilt University Press, 2000
- 4 Easley G, Labate D, Lim W Q. Sparse directional image representations using the discrete shearlet transform. *Appl Comput Harmon A*, 2008, 25: 25–46
- 5 Do M N, Vetterli M. Contourlet: a new directional multiresolution image representation. In: *Proceedings of Conference Record of the Thirty-Sixth Asilomar Conference on Signals Systems and Computers*, Pacific Grove, 2002. 497–501
- 6 Lin L Y, Zhang Y Y, Sun T, et al. *Contourlet Transform-Image Processing Application*. Beijing: Science Press Ltd., 2008 [林立宇, 张有焱, 孙涛等. *Contourlet 变换 — 影像处理应用*. 北京: 科学出版社, 2008]
- 7 Do M N, Vetterli M. The Contourlet transform: an efficient directional multiresolution image representation. *IEEE Trans Image Process*, 2005, 14: 2091–2106
- 8 Fan G L, Xia X G. Wavelet-based texture analysis and synthesis using hidden Markov models. *IEEE Trans Circuits-I*, 2003, 50: 106–120
- 9 Crouse M S, Nowak R D, Baraniuk R G. Wavelet-based statistical signal processing using hidden Markov models. *IEEE Trans Signal Process*, 1998, 46: 886–902
- 10 Jiao L C, Hou B, Xu J. Image segmentation using Contourlet domain hidden Markov model based on parametric initialization. *SciencePaper Online*, 2009, 1–8 [焦李成, 侯彪, 徐婧. 基于参数初始化 Contourlet HMT 模型的图像分割. *中国科技论文在线*, 2009, 1–8]
- 11 Wu Y, Li M, Zong H T, et al. *Fusion Segmentation Algorithm for Sar Images Based on HMT in Contourlet Domain and D-S Theory of Evidence*. 2nd ed. Berlin: Springer-Verlag, 2009. 937–951
- 12 Wang X H, Chen M Y, Song C M, et al. Contourlet HMT model with directional feature. *Sci China Inf Sci*, 2012, 55: 1563–1578
- 13 Yang Y T. *Research on image fusion based on nonsubsampling Contourlet transform*. Doctoral dissertation. Beijing: Chinese Academy of Science, 2012 [杨粤涛. 基于非采样 Contourlet 变换的图像融合. 博士论文. 北京: 中国科学院研究生院, 2012]
- 14 Cunha A L, Zhou J, Do M N. The nonsubsampling Contourlet transform: theory, design, and applications. *IEEE Trans Image Process*, 2006, 15: 3089–3101
- 15 Deng L. *Applications of Contourlet-Domain Hidden Markov Model in SAR Image Processing*. Beijing: Surveying and Mapping Press, 2009 [邓磊. *SAR 图像处理方法 — Contourlet 域隐马尔科夫模型的应用*. 测绘出版社, 2009]

The nonsubsampling Contourlet HMT model

WANG XiangHai^{1,2*}, NI PeiGen¹, SU Xin³, FANG LingLing^{1,2} & SONG ChuanMing¹

1 *School of Computer and Information Technology, Liaoning Normal University, Dalian 116029, China;*

2 *Provincial Key Laboratory for Computer Information Processing Technology, Soochow University, Suzhou 215006, China;*

3 *School of Mathematics, Liaoning Normal University, Dalian 116029, China*

*E-mail: xhwang@lnnu.edu.cn

Abstract The non-subsampled Contourlet transform (NSCT) has not only characteristics of multi-scale, multi-direction and anisotropy, like traditional wavelet transform and Contourlet transform, but also the good characteristics of shift-invariant. We draw the conclusion that the directional subband coefficients also have persistence and aggregation through studying the coefficients of the NSCT. On the basis of HMT, we establish a novel non-subsampled Contourlet transform domain hidden Markov tree model, NSCT-HMT, and give the parameters structure of the model as well as the training method of the model parameters. Finally, we apply the proposed model to image denoising, and achieve a good simulation effect.

Keywords nonsubsampling Contourlet transform, Gaussian mixed model, hidden Markov tree model, NSCT-HMT model, image denosing



WANG XiangHai was born in 1965. He received the Ph.D. degree in computational mathematics from Jilin University, Changchun, in 1999. Currently, he is a professor at the School of Computer and Information Technology, Liaoning Normal University. His research interest includes multimedia information processing and computer graphics. He is a senior member of China Computer Federation (CCF), as well as a member

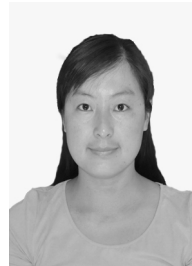
of CCF Technical Committee of CAD and Graphics, a member of Technical Committee of Information Storage Technology, and a fellow of Liaoning Province Graphics Society.



NI PeiGen was born in 1987. He received the M.S. degree from the School of Computer and Information Technology of Liaoning Normal University, Dalian, in 2013. His research interest includes image denoising and segmentation.



SU Xin was born in 1988. He is studying for a M.S. degree at the School of Mathematics from Liaoning Normal University, Dalian. His research interest includes image denoising and segmentation.



FANG LingLing was born in 1985. She received the Ph.D. degree from the School of Computer Science and Technology of Soochow University, Suzhou, in 2013. Currently, she is a lecturer at the School of Computer and Information Technology, Liaoning Normal University. Her research interest includes image segmentation and visual tracking problems using variational optimization.