

电熔镁砂熔炼过程电极电流饱和约束一步最优控制

富月¹ 李宝¹

摘 要 电熔镁砂熔炼过程通过电极电流熔化物料, 采用埋弧方式, 边熔化边加料, 其被控对象是以转动方向与频率为输入, 以电极电流为输出的三相电机. 本文通过引入中间变量并转化控制目标, 将电熔镁砂熔炼过程三相电极电流的复杂非线性控制问题简化为线性控制问题, 提出了一种简化的电极电流饱和约束一步最优控制方法, 并通过引入拉格朗日乘子向量和松弛向量验证了该方法的最优性. 理论分析和仿真对比实验结果表明本文所提简化控制方法的有效性和优越性. 此外, 当考虑电熔镁砂熔炼过程中存在的不可测外部干扰时, 在上述简化的电极电流饱和约束算法的基础上设计了高阶干扰观测器, 理论分析和仿真结果验证了具有高阶干扰观测器的简化算法的优越性.

关键词 电熔镁砂, 饱和约束, 离散时间非线性系统, 一步最优控制

引用格式 富月, 李宝. 电熔镁砂熔炼过程电极电流饱和约束一步最优控制. 自动化学报, 2022, 48(1): 239–248

DOI 10.16383/j.aas.c200896

Saturation Constraint One-step Optimal Control of Electrode Current for the Fused Magnesia Smelting Process

FU Yue¹ LI Bao¹

Abstract The fused magnesia smelting process melts the material through the electrode current, and uses the submerged arc method to feed the material while melting. The controlled object is a three-phase motor with the rotation direction and frequency as the inputs and the electrode current as the outputs. In this paper, by introducing an intermediate variable and transforming the control objective, the complex nonlinear control problem of the three-phase electrode current for the fused magnesia smelting process is simplified into a linear control problem, and a saturation constraint one-step optimal controller is proposed. The optimality of the method is verified by introducing Lagrangian multiplier vectors and relaxation vectors. Theoretical analysis and simulation results show the effectiveness and superiority of the simplified control method. Furthermore, when unmeasurable external disturbances are considered in the fused magnesia smelting process, a high-order disturbance observer is designed on the basis of the simplified electrode current saturation constraint algorithm. Theoretical analysis and simulation results verify the superiority of the simplified algorithm with the high-order disturbance observer.

Key words Fused magnesia, saturation constraint, discrete-time nonlinear systems, one-step optimal control

Citation Fu Yue, Li Bao. Saturation constraint one-step optimal control of electrode current for the fused magnesia smelting process. *Acta Automatica Sinica*, 2022, 48(1): 239–248

电熔镁砂熔炼过程如图 1 所示, 首先, 将菱镁矿石运送至原矿仓, 然后, 经电振给料机将菱镁矿石加入电熔镁炉中, 通过供电系统供电, 使 A、B 和 C 三相电极末端产生电弧, 菱镁矿石吸收电弧放出

的热量融化, 形成熔池. 电流控制系统通过产生电流以控制电机, 使三相电极上下移动, 进而使三相电极电流跟踪其设定值, 随着菱镁矿石的不断加入以及不断融化, 熔池液面的高度不断上升, 当熔池的上表面达到炉口时, 熔炼过程结束. 最后, 使用工具车将电熔镁炉的炉体脱离熔炼工位, 进行冷却和处理, 从而获得电熔镁砂产品^[1].

电熔镁砂熔炼过程以三相电机转动方向与频率为输入, 以三相电极电流为输出, 采用埋弧方式, 即将三相电极埋入原矿中, 边熔化边加料, 具有工艺机理复杂、关键参数不能测量、受原料成分和生产条件等不确定因素干扰、熔炼过程动态变化等综合复杂性. 针对电熔镁砂熔炼过程, 文献 [1] 根据能量守恒定律, 建立了电极电流动态模型.

收稿日期 2020-10-26 录用日期 2021-02-09

Manuscript received October 26, 2020; accepted February 9, 2021

国家自然科学基金 (61991403, 61991400), 辽宁省教育厅创新人才项目 (ZX20200070), 辽宁省重大科技专项 (2020JH1/10100008) 资助

Supported by National Natural Science Foundation of China (61991403, 61991400), the Innovative Talent Project of Liaoning Education Committee (ZX20200070), the Science and Technology Major Project of Liaoning Province (2020JH1/10100008)

本文责任编辑 王鼎

Recommended by Associate Editor WANG Ding

1. 东北大学流程工业综合自动化国家重点实验室 沈阳 110819

1. State Key Laboratory of Synthetical Automation for Process Industries, Shenyang 110819

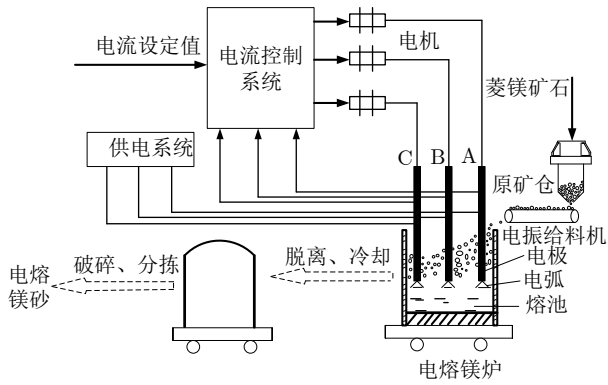


图 1 电熔镁砂熔炼过程

Fig.1 Fused magnesia smelting process

该模型是一类具有未知参数的仿射型离散时间非线性模型, 针对该类模型, 从上个世纪 90 年代开始, 随着神经网络和模糊逻辑等智能工具的引入, 很多学者开展了相关控制方法的研究. 文献 [2-3] 为最早将多层神经网络和模糊逻辑引入到离散时间非线性仿射系统控制问题的文献. 在此基础上, 文献 [4] 基于一定的假设条件, 提出了新的多层神经网络自适应控制方法, 并给出了收敛性结果; 文献 [5-6] 提出了基于神经网络与自适应动态规划的近似最优控制方法; 文献 [7] 提出了基于单层神经网络的有限水平单网络自适应控制方法; 文献 [8] 提出了基于神经网络的有限时间最优控制方法; 文献 [9] 提出了一种新颖的非策略交错式 Q 学习算法, 并证明了收敛性; 文献 [10-11] 提出了基于神经网络的容错控制方法; 文献 [12-13] 提出了自适应模糊控制方法; 文献 [14] 利用两种模糊规则仿真网络建立系统动态模型, 提出了一种自适应控制方法; 文献 [15] 利用直接补偿法, 提出了一种多开关自适应线性化模糊控制算法, 用于延迟非严格反馈系统, 等等. 上述基于神经网络和模糊逻辑的非线性控制方法, 算法复杂, 很难在电熔镁炉等复杂的工业过程中进行实际应用. 为了实现电熔镁炉的自动控制, 文献 [1] 设计了带输出补偿的 PID 控制方法. 该方法根据电熔镁砂熔炼过程电极电流对象模型, 首先将其在平衡点附近线性化, 得到由线性模型和未知高阶非线性项组成的控制器设计模型, 然后根据该控制器设计模型设计带输出补偿的 PID 控制器, 最后用一步最优前馈控制律和一步最优调节律设计控制器参数. 由于没有考虑实际电机转动频率的约束, 并且控制器设计模型和对象模型之间具有较大的误差, 使得电流跟踪其设定值的误差较大.

本文通过引入中间变量并转化控制目标, 将电熔镁砂熔炼过程三相电极电流的复杂非线性控制问

题简化为线性控制问题, 提出了一种简化的电极电流饱和约束一步最优控制方法. “一步最优控制”与“一步预报”相对应, 基于“一步预报”的控制即为“一步最优控制”^[16]. 经典的一步最优控制算法不能应用于具有饱和约束并且存在外部干扰的实际非线性过程. 本文通过引入拉格朗日乘子向量和松弛向量验证了该方法的最优性. 此外, 当考虑电熔镁砂熔炼过程中存在的不可测外部干扰时, 在上述简化的电极电流饱和约束算法的基础上设计了高阶干扰观测器, 提出了具有高阶干扰观测器的简化算法.

本文的主要创新点如下:

- 1) 针对电熔镁砂熔炼过程三相电极电流的复杂非线性控制问题, 通过引入中间变量并转化控制目标, 将其转化为线性控制问题;
- 2) 通过引入拉格朗日乘子向量和松弛向量, 提出了一种简化的电极电流饱和约束一步最优控制方法, 解决了电熔镁砂熔炼过程中电极电流的饱和约束控制问题;
- 3) 设计高阶干扰观测器, 提出了基于高阶干扰观测器的饱和约束一步最优控制方法, 解决了电熔镁砂熔炼过程中存在不可测干扰的电极电流饱和约束控制问题.

1 控制问题描述及控制目标转化

针对电熔镁砂熔炼过程, 文献 [1] 根据能量守恒定律, 建立了如下电极电流动态模型:

$$\dot{y}_i(t) = \frac{\sqrt{3}}{\pi} F_i(\cdot) y_i^2(t) - 2\sqrt{3} Q_i(\cdot) u_i(t) y_i^2(t) \quad (1)$$

其中, $i = 1, 2, 3$ 分别表示 A, B, C 三相电极, 输入变量 $u_i(t)$ 为第 i 相电机转动方向与频率, 输出变量 $y_i(t)$ 为第 i 相电极电流, $F_i(\cdot) = \left[\frac{f_1(\cdot)}{r_{\text{arc}}^2} - \frac{f_2(\cdot)}{2h_{\text{ipool}}^2(\cdot)} \right] \frac{\dot{h}_{\text{ipool}}(\cdot)}{U}$ 和 $Q_i(\cdot) = \frac{f_1(\cdot)(1-s)r_d}{Ur_{\text{arc}}^2 p}$ 为非线性时变函数, 涉及的参数和函数的物理意义如表 1 所示.

采用欧拉法对模型 (1) 进行离散化^[17], 由于 $F_i(\cdot)$ 和 $Q_i(\cdot)$ 随时间变化缓慢, 因此可假设其为常数, 由此产生的建模误差由电流的变化率 $\Delta y_i(k)$ 来补偿, 故式 (1) 的离散化模型可表示为式 (2)^[1]:

$$y_i(k+1) = y_i(k) + \sigma_t \frac{\sqrt{3}}{\pi} F_i y_i^2(k) - \sigma_t \times 2\sqrt{3} Q_i u_i(k) y_i^2(k) + \Delta y_i(k) \quad (2)$$

其中, $\sigma_t = 1 \text{ s}$ 为采样时间, $\Delta = 1 - z^{-1}$, z^{-1} 为单位后移算子.

电熔镁砂熔炼过程中电极电流动态模型的输入

表 1 电极电流动态模型中参数的符号及物理意义
Table 1 Symbols and meanings of parameters in dynamic model of electrode current

符号	物理意义
$f_1(\cdot)$	随原料颗粒长度和杂质成分变化的埋弧电阻率
$f_2(\cdot)$	随原料颗粒长度和杂质成分变化的熔池电阻率
r_{arc}	埋弧等效弧柱半径
$h_{\text{ipool}}(\cdot)$	随原料颗粒长度、杂质和电极电流变化的熔池高度
U	熔炼电压
p	电极极对数
r_d	升降机构等效齿轮半径
s	转差率

变量 $u_i(k)$, 即三相电机转动方向和频率在实际运行过程中会受到执行器的饱和约束. 本文的目标为针对电熔镁砂熔炼过程电极电流动态模型 (2), 设计饱和约束一步最优控制器, 使得电极电流跟踪其设定值 $y_i^*(k)$, 并且控制器输出满足饱和约束, 即 $|u_i(k)| \leq m$, 其中 $m > 0$ 为电机转动方向与频率的上界, 并且已知. 不失一般性, 首先针对式 (2), 做如下假设:

假设 1. 系统输出电极电流 $y_i(k) \neq 0$.

式 (2) 为仿射型非线性模型, 通过观察, 我们将式 (2) 等号左右两边同时除以 $y_i^2(k)$, 经过整理可以得到:

$$\begin{aligned} [1 - 2z^{-1} + z^{-2}] \frac{y_i(k+1)}{y_i^2(k)} = \\ -2\sqrt{3} \times Q_i u_i(k) + \frac{\sqrt{3}}{\pi} F_i \end{aligned} \quad (3)$$

令 $x_i(k+1) = \frac{y_i(k+1)}{y_i^2(k)}$, $A(z^{-1}) = 1 - 2z^{-1} + z^{-2}$, $a_i = \frac{\sqrt{3}}{\pi} F_i$, $b_i = -2\sqrt{3}Q_i$, 则式 (3) 可以简化为:

$$A(z^{-1})x_i(k+1) = b_i u_i(k) + a_i \quad (4)$$

不难验证, 当 $\lim_{k \rightarrow \infty} |x_i(k) - 1/y_i^*(k)| \rightarrow 0$ 时, $\lim_{k \rightarrow \infty} |y_i(k) - y_i^*(k)| \rightarrow 0$. 因此本文的控制目标可以转化为: 针对模型 (4), 设计控制器使得 $x_i(k)$ 跟踪其设定值 $1/y_i^*(k)$, 并且控制器输出满足饱和约束, 即 $|u_i| \leq m$.

2 饱和约束一步最优控制

针对式 (4), 为了实现系统输出渐近跟踪其设定值, 尽可能降低控制输入幅值, 使其满足饱和约束, 同时消除 a_i 对系统输出的影响, 现引入一步超前最优性能指标:

$$J = |P(z^{-1})x_i(k+1) - R(z^{-1})\frac{1}{y_i^*(k)} + Q(z^{-1})u_i(k) + S(z^{-1})a_i|^2 \quad (5)$$

其中, $P(z^{-1})$ 、 $R(z^{-1})$ 、 $Q(z^{-1})$ 和 $S(z^{-1})$ 为加权多项式. $P(z^{-1})$ 和 $Q(z^{-1})$ 的选择保证了闭环系统在输入饱和约束下的稳定性, 通过选择 $R(z^{-1})$ 来消除跟踪误差, 通过选择 $S(z^{-1})$ 实现对 a_i 的静态补偿. 为了表述方便, 我们令 $Q(z^{-1}) = Q_0 + z^{-1}\bar{Q}(z^{-1})$, 其中 $\bar{Q}(z^{-1}) = Q_1 + Q_2 z^{-1} + \dots$. 求解饱和约束一步最优控制律, 就是求解如下带不等式约束的条件极值问题:

$$J^* = \min_{|u_i(k)| \leq m} J \quad (6)$$

采用拉格朗日松弛法, 通过引入拉格朗日乘子参数 $\alpha \geq 0$ 和 $\beta \geq 0$ 以及松弛参数 μ 和 v , 将条件极值问题转化为如下不带约束的极值问题:

$$J^* = \min_{u_i(k), \alpha, \beta, \mu, v} J' \quad (7)$$

其中, $J' = J + \alpha[u_i(k) - m + \mu^2] + \beta[-u_i(k) - m + v^2]$.

定理 1. 饱和约束一步最优控制律为:

$$u_i(k) = u'_i(k) - \frac{\alpha - \beta}{2D^2} \quad (8)$$

其中, $D = Fb_i + Q_0$, $u'_i(k)$ 通过下式计算:

$$\begin{aligned} Du'_i(k) = R(z^{-1})\frac{1}{y_i^*(k)} - \bar{Q}(z^{-1})u_i(k-1) - \\ G(z^{-1})x_i(k) - [F + S(z^{-1})]a_i \end{aligned} \quad (9)$$

当 $|u'_i(k)| < m$ 时, $\alpha = 0$, $\beta = 0$; 当 $u'_i(k) \leq -m$ 时, $\alpha = 0$, $\beta = 2D^2[-m - u'_i(k)]$; 当 $u'_i(k) \geq m$ 时, $\alpha = 2D^2[-m + u'_i(k)]$, $\beta = 0$.

证明. 引入 Diophantine 方程:

$$P(z^{-1}) = A(z^{-1})F + z^{-1}G(z^{-1}) \quad (10)$$

其中, F 为常数, $G(z^{-1})$ 为 1 阶多项式. 用 F 乘以式 (4) 等号左右两边, 并利用式 (10), 可以得到:

$$\begin{aligned} P(z^{-1})x_i(k+1) = G(z^{-1})x_i(k) + \\ Fb_i u_i(k) + Fa_i \end{aligned} \quad (11)$$

于是由式 (7) 和式 (11) 得 J' 对 $u_i(k)$ 的偏导为:

$$\begin{aligned} \frac{\partial J'}{\partial u_i(k)} = 2 \left[P(z^{-1})x_i(k+1) - R(z^{-1})\frac{1}{y_i^*(k)} + \right. \\ \left. Q(z^{-1})u_i(k) + S(z^{-1})a_i \right] (Fb_i + Q_0) + \alpha - \beta \end{aligned} \quad (12)$$

令 $D = Fb_i + Q_0$, 并将式 (11) 代入式 (12), 则

$$\begin{aligned} \frac{\partial J'}{\partial u_i(k)} = 2D & \left[Du_i(k) + \bar{Q}(z^{-1}) u_i(k-1) + \right. \\ & G(z^{-1}) x_i(k) - R(z^{-1}) \frac{1}{y_i^*(k)} + \\ & \left. [S(z^{-1}) + F] a_i + \frac{\alpha - \beta}{2D} \right] \end{aligned} \quad (13a)$$

J' 对 α 、 β 、 μ 和 v 的偏导分别为:

$$\frac{\partial J'}{\partial \alpha} = u_i(k) - m + \mu^2 \quad (13b)$$

$$\frac{\partial J'}{\partial \beta} = -u_i(k) - m + v^2 \quad (13c)$$

$$\frac{\partial J'}{\partial \mu} = 2\alpha\mu \quad (13d)$$

$$\frac{\partial J'}{\partial v} = 2\beta v \quad (13e)$$

令式 (13a) ~ (13e) 为零, 则可以得到:

$$u_i(k) = u'_i(k) - \frac{\alpha - \beta}{2D^2} \quad (14a)$$

$$u_i(k) = m - \mu^2 \quad (14b)$$

$$u_i(k) = -m + v^2 \quad (14c)$$

$$2\alpha\mu = 0 \quad (14d)$$

$$2\beta v = 0 \quad (14e)$$

由此可知: 当 $\alpha = 0$, $\beta = 0$ 时, $u_i(k) = u'_i(k)$, 此时, $\mu^2 = m - u'_i(k)$, $v^2 = m + u'_i(k)$, 即 $|u'_i(k)| < m$; 当 $\alpha = 0$, $v = 0$ 时, $u_i(k) = -m$, 此时, $\beta = 2D^2[-m - u'_i(k)]$, $\mu^2 = 2m$, 即 $u'_i(k) \leq -m$; 当 $\mu = 0$, $\beta = 0$ 时, $u_i(k) = m$, 此时, $\alpha = 2D^2[-m + u'_i(k)]$, $v^2 = 2m$, 即 $u'_i(k) \geq m$; 当 $\mu = 0$, $v = 0$ 时, $u_i(k) = \pm m$, 矛盾, 故该情况无解. $\square$

定理 2. 对于有界的参考输入 $y_i^*(k)$, 若选择加权多项式 $P(z^{-1})$ 和 $Q(z^{-1})$, 使得 $P(z^{-1})b_i + Q(z^{-1}) \times A(z^{-1})$ 稳定, 则当将控制器式 (8) 应用到被控对象式 (2) 或者式 (4) 时, 闭环系统输入、输出信号有界. 此外, 通过选择适当的加权多项式 $S(z^{-1})$ 和 $R(z^{-1})$, 闭环系统输出 $y_i(k)$ 可以渐近跟踪其设定值 $y_i^*(k)$.

证明. 考虑如下两种情况:

1) 当 $|u'_i(k)| < m$ 时, $u_i(k) = u'_i(k)$. 此时将式 (9) 代入式 (4), 并分别消去 $u_i(k)$ 和 $x_i(k)$, 可以得到:

$$\begin{aligned} x_i(k+1) = & \frac{b_i R(z^{-1})}{P(z^{-1})b_i + Q(z^{-1})A(z^{-1})} \frac{1}{y_i^*(k)} + \\ & \frac{Q(z^{-1}) - S(z^{-1})b_i}{P(z^{-1})b_i + Q(z^{-1})A(z^{-1})} a_i \end{aligned} \quad (15a)$$

$$\begin{aligned} u_i(k) = & \frac{A(z^{-1})R(z^{-1})}{P(z^{-1})b_i + Q(z^{-1})A(z^{-1})} \frac{1}{y_i^*(k)} - \\ & \frac{z^{-1}G(z^{-1}) + [F + S(z^{-1})]A(z^{-1})}{P(z^{-1})b_i + Q(z^{-1})A(z^{-1})} a_i \end{aligned} \quad (15b)$$

由于多项式 $P(z^{-1})b_i + Q(z^{-1})A(z^{-1})$ 稳定, 并且 a_i 是常数, 因此根据关键技术引理^[18], 由式 (15a) 和式 (15b) 可知, 对于有界的参考输入 $y_i^*(k)$, $x_i(k)$ 和 $u_i(k)$ 都是有界的. 由于对于 $\forall k$, $x_i(k)$ 有界且 $x_i(k) \neq 0$, 因此 $y_i(k) = \frac{1}{z^{-2}x_i(k)}$ 有界, 故闭环系统输入、输出信号有界.

为了实现稳态跟踪, 由式 (15a) 可知, 需要选择 $S(z^{-1})$, 使 $Q(z^{-1}) - S(z^{-1})b_i = 0$, 并选择 $R(z^{-1})$ 使闭环系统的稳态增益为 1.

2) 当 $u'_i(k) \leq -m$ 或 $u'_i(k) \geq m$ 时, $u_i(k) = m$ 或 $u_i(k) = -m$. 由于 $A(z^{-1})$ 有两个极点在单位圆上, $u_i(k)$ 为常数时, 因此 $x_i(k) \rightarrow \infty$ ^[19]. 另一方面, 由于 $x_i(k) = \frac{y_i(k)}{y_i^2(k-1)}$, $y_i(k) \neq 0$ 且有界, 因此 $x_i(k)$ 有界. 这与上述情况相矛盾, 故输入信号不发生饱和现象, 由 1) 可知, 闭环系统输入、输出信号有界, 并且可以实现稳态跟踪.

由式 (15a) 可知, 为了使输出 $x_i(k)$ 能够稳定跟踪设定值 $\frac{1}{y_i^*(k)}$, 多项式 $S(z^{-1})$ 和 $R(z^{-1})$ 必须满足:

$$S(1) = \frac{Q(1)}{b_i} \quad (16a)$$

$$R(1) = \frac{P(1)b_i + Q(1)A(1)}{b_i} \quad (16b)$$

当系统达到稳态时, 式 (15a) 可以写为:

$$\begin{aligned} x_i(\infty) = & \frac{b_i R(1)}{P(1)b_i + Q(1)A(1)} \frac{1}{y_i^*(\infty)} + \\ & \frac{Q(1) - S(1)b_i}{P(1)b_i + Q(1)A(1)} a_i \end{aligned}$$

由式 (16a) 和式 (16b) 可以得到 $x_i(\infty) - 1/y_i^*(\infty) = 0$, 而根据式 (3) 可以得到 $x_i(\infty) = 1/y_i(\infty)$, 即 $y_i(\infty) - y_i^*(\infty) = 0$, 因此闭环系统输出可以渐近跟踪其设定值. $\square$

注 1. 不难看出, 控制器 (8) 实际上是饱和约束

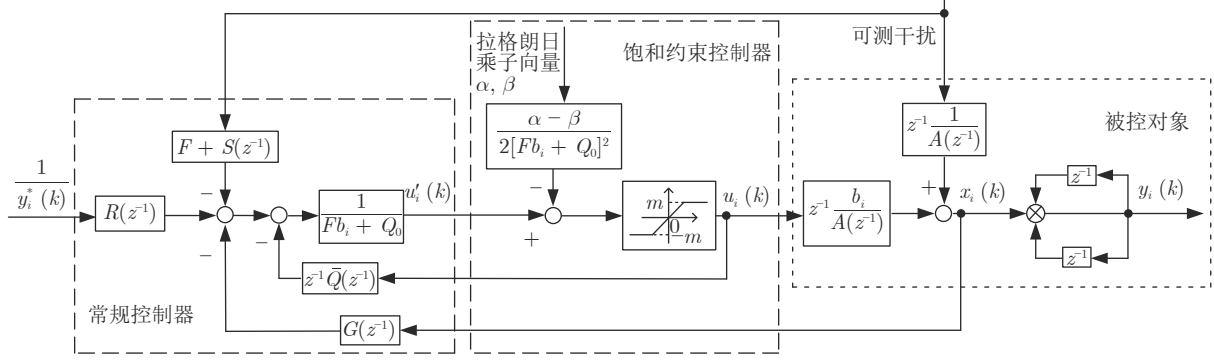


图2 饱和约束一步最优控制结构图

Fig.2 Structure diagram of one-step optimal control with saturation constraint

控制 $u_i(k) = \text{sat}(u'_i(k), m)$ 的解析形式. 控制系统结构如图2所示. 可以看出, 该控制系统由常规控制器、饱和约束控制器及被控对象三部分构成, 其中常规控制器由前馈控制和反馈控制两部分组成, 饱和约束控制器由拉格朗日乘子向量和饱和约束组成, 反馈信号为虚拟变量 $x_i(k)$.

3 基于高阶干扰观测器的饱和约束一步最优控制

在电熔镁砂熔炼过程中, 通常会受到原料成分和生产条件等不确定性的外部干扰影响, 导致系统性能变差. 当考虑不可测外部干扰 $d_i(k)$ 时, 经过整理可以得到与式(4)相对应的电熔镁砂熔炼过程对象模型如下:

$$A(z^{-1})x_i(k+1) = b_i u_i(k) + \tau_i(k) \quad (17)$$

其中, $A(z^{-1})$, $x_i(k+1)$, b_i 以及 $u_i(k)$ 与式(4)中意义相同, 而 $\tau_i(k) = a_i + \frac{d_i(k)}{y_i^2(k)}$. 若 $\tau_i(k)$ 已知, 针对式(17)的控制器设计过程如第2节所述, 这里不再赘述. 实际上, 干扰 $d_i(k)$ 是未知的, 因此 $\tau_i(k)$ 也是未知的. 为了实现有效的控制, 设计如下高阶干扰观测器^[20]:

$$\begin{aligned} \hat{d}_i(k) &= \hat{d}_i(k-1) + L_0[y_i(k) - \hat{y}_i(k)] + \\ &\Delta \hat{d}_i(k-1) + L_1[\Delta y_i(k) - \Delta \hat{y}_i(k)] + \dots + \\ &\Delta^N \hat{d}_i(k-1) + L_N \times \\ &[\Delta^N y_i(k) - \Delta^N \hat{y}_i(k)] \end{aligned} \quad (18a)$$

$$\begin{aligned} \hat{y}_i(k) &= \bar{A}(z^{-1})y_i(k-1) + y_i^2(k-1) \times \\ &b_i u_i(k-1) + a_i y_i^2(k-1) + \hat{d}_i(k-1) \end{aligned} \quad (18b)$$

其中, N 为正整数, 是高阶干扰观测器的阶次, $\hat{d}_i(k)$ 为 k 时刻系统的干扰估计, $\hat{y}_i(k)$ 为 k 时刻系统

的输出估计, $L_j \in \mathbf{R}$ 是常数, 其中 $j = 0, 1, 2, \dots, N$, $\bar{A}(z^{-1}) = z(1 - A(z^{-1}))$.

假设2. 未知干扰 $d_i(k)$ 有界, 并且其变化率满足 $\Delta d_i(k) < 1$.

定理3. 若假设2成立, 并且存在常数 L_j , $j = 0, 1, 2, \dots, N$, 使得对于任意的 $|z| > 1$, 不等式 $[1 - z^{-1}E(z^{-1}) + z^{-1}T(z^{-1})] \neq 0$, 则对于任意小的正数 $\varepsilon > 0$, 存在正整数 N_0 , 当 $N > N_0$ 时, 干扰估计误差 $|d_i(k) - \hat{d}_i(k)| < \varepsilon$, 即 $\lim_{N \rightarrow \infty} |d_i(k) - \hat{d}_i(k)| = 0$. 其中, $E(z^{-1}) = 1 + \Delta + \Delta^2 + \dots + \Delta^N$, $T(z^{-1}) = L_0 + L_1\Delta + L_2\Delta^2 + \dots + L_N\Delta^N$.

证明. 对于任意 k 时刻的干扰 $d_i(k)$, 可以将其扩展为:

$$\begin{aligned} d_i(k) &= \Delta^{N+1}d_i(k) + \Delta^N d_i(k-1) + \dots + \\ &\Delta d_i(k-1) + d_i(k-1) \end{aligned} \quad (19)$$

将式(19)和式(18a)相减, 整理, 可以得到:

$$\begin{aligned} d_i(k) - \hat{d}_i(k) &= \Delta^{N+1}d_i(k) + [1 + \Delta + \dots + \Delta^N] \times \\ &[d_i(k-1) - \hat{d}_i(k-1)] - [L_0 + \\ &L_1\Delta + \dots + L_N\Delta^N][y_i(k) - \hat{y}_i(k)] \end{aligned} \quad (20)$$

由式(17)和式(18b)可以得到:

$$y_i(k) - \hat{y}_i(k) = d_i(k-1) - \hat{d}_i(k-1) \quad (21)$$

将式(21)代入式(20), 可以得到:

$$\begin{aligned} \{1 - z^{-1}[1 + \Delta + \dots + \Delta^N] + z^{-1} \times \\ [L_0 + L_1\Delta + \dots + L_N\Delta^N]\} \times \\ [d_i(k) - \hat{d}_i(k)] &= \Delta^{N+1}d_i(k) \end{aligned} \quad (22)$$

令 $E(z^{-1}) = 1 + \Delta + \dots + \Delta^N$, $T(z^{-1}) = L_0 + L_1\Delta + \dots + L_N\Delta^N$, 则式(22)可写为:

$$\begin{aligned} & [1 - z^{-1}E(z^{-1}) + z^{-1}T(z^{-1})] \times \\ & [d_i(k) - \hat{d}_i(k)] = \Delta^{N+1}d_i(k) \end{aligned} \quad (23)$$

根据假设 2, 当 $N \rightarrow \infty$ 时, $\Delta^{N+1}d_i(k) \rightarrow 0$, 即 $\lim_{N \rightarrow \infty} \Delta^{N+1}d_i(k) = 0$, 又对于任意的 $|z| > 1$ 时, $1 - z^{-1}E(z^{-1}) + z^{-1}T(z^{-1}) \neq 0$, 则当 $N \rightarrow \infty$ 时, $d_i(k) \rightarrow \hat{d}_i(k)$, 即 $\lim_{N \rightarrow \infty} d_i(k) = \hat{d}_i(k)$. $\square$

根据第 2 节饱和约束一步最优控制设计过程可以得到基于高阶干扰观测器的饱和约束一步最优控制方程为:

$$\begin{aligned} Du_i(k) = & \left\{ R(z^{-1}) \frac{1}{y_i^*(k)} - \bar{Q}(z^{-1}) u_i(k-1) - \right. \\ & \left. G(z^{-1}) x_i(k) - [F + S(z^{-1})] \hat{\tau}_i(k) \right\} - \frac{\alpha - \beta}{2D} \end{aligned} \quad (24)$$

其中, 多项式 F 和 $G(z^{-1})$ 可通过式 (10) 计算, 多项式 $S(z^{-1})$ 和 $R(z^{-1})$ 可以通过式 (16a) 和式 (16b) 计算, $\hat{\tau}_i(k)$ 是 $\tau_i(k)$ 的估计值, 通过 $\hat{\tau}_i(k) = a_i + \frac{\hat{d}_i(k)}{y_i^2(k)}$ 计算, $\hat{d}_i(k)$ 可以通过式 (18a) 计算.

4 仿真验证

4.1 饱和约束一步最优控制仿真

与文献 [1] 相同, 以 A 相电极为例, 在式 (25) 上叠加如图 3 所示的均值为 0, 方差为 $\sqrt{15\ 300}$ 的随机噪声信号, 并且将其作为对象仿真模型.

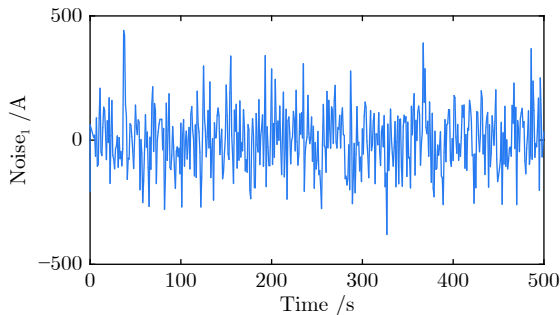


图 3 随机噪声信号

Fig.3 Random noise signal

$$\begin{aligned} y_1(k+1) = & 2y_1(k) - y_1(k-1) + \\ & b_1 u_1(k) y_1^2(k) + a_1 y_1^2(k) \end{aligned} \quad (25)$$

其中, $a_1 = -7.4099 \times 10^{-5}$, $b_1 = -2.4453 \times 10^{-3}$. 分别采用本文提出的饱和约束一步最优控制方法、文献 [1] 所描述的带输出补偿的 PID 控制方法以及文献 [21] 所描述的数据驱动 PID 控制方法, 进行对比仿真实验.

与文献 [1] 相同, 我们的控制目标为:

$$|e(k)| = |y_1^*(k) - y_1(k)| < 2\ 000, \quad 0 < k < \infty \quad (26)$$

其中, 电极电流参考输入为: $y_1^*(k) = 15\ 300\text{A}$, 电极电流 $y_1(k)$ 和控制量 $u_1(k)$ 的约束为:

$$12\ 000 < y_1(k) < 17\ 000, \quad -20 < u_1(k) < 20 \quad (27)$$

首先采用本文提出的饱和约束一步最优控制方法进行仿真实验. 选择 $P(z^{-1}) = 1$, $Q(z^{-1}) = 1 \times 10^{-4}(1 - z^{-1})$, 根据式 (10)、式 (16a) 和式 (16b) 可以得到 A 相电极电流饱和约束一步最优控制器的参数如下:

$$\begin{cases} Fb_1 + Q(z^{-1}) = -2.3453 \times 10^{-3} - \\ \quad 1.0000 \times 10^{-4} z^{-1} \\ G(z^{-1}) = 2.0000 - z^{-1} \\ R(z^{-1}) = 0.9591 + 0.1227 z^{-1} - 0.1227 \times \\ \quad z^{-2} + 0.0409 z^{-3} \end{cases} \quad (28)$$

得到如图 4 所示的 A 相电极电流输出曲线.

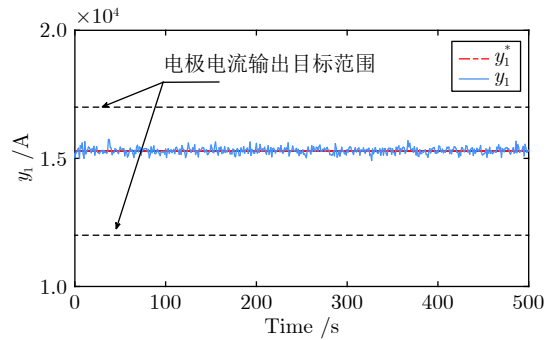


图 4 采用本文控制方法时 A 相电极电流 y_1

Fig.4 A-phase electrode current y_1 using the control method in this paper

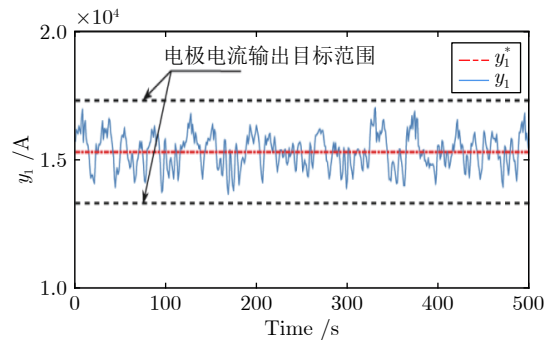


图 5 采用文献 [1] 控制方法时 A 相电极电流 y_1

Fig.5 A-phase electrode current y_1 using the control method in [1]

然后将文献 [1] 所述的带输出补偿的 PID 控制方法应用到式 (25), 得到如图 5 所示的 A 相电极电流输出曲线。

最后采用文献 [21] 所述的数据驱动 PID 控制方法进行仿真实验. 针对式 (25), 设计如下控制器:

$$\begin{aligned} u_1(k) = & u_1(k-1) + K_I(k)e(k) - K_P(k) \times \\ & [y_1(k) - y_1(k-1)] - K_D(k) \times \\ & [y_1(k) - 2y_1(k-1) + y_1(k-2)] \end{aligned} \quad (29)$$

其中, $K_P(k)$ 、 $K_I(k)$ 和 $K_D(k)$ 为 PID 的时变参数, 利用 CHR (Chien, Hrones and Reswick) PID 参数整定方法得到各参数初始值为: $K_P(0) = -1.181$, $K_I(0) = 1.012$, $K_D(0) = -0.324$, 通过最速下降法在线校正 PID 参数. 将上述控制器应用到式 (25), 得到如图 6 所示的 A 相电极电流输出曲线. 由图 5 和图 6 可知, 当采用文献 [1] 和文献 [21] 所述的控制方法时, 虽然 A 相电极电流能够围绕其设定值上下波动, 同时也没有超出饱和约束范围, 但是跟踪误差较大, 由图 4 可以看出, 当采用本文所提出的控制方法时, 跟踪误差明显降低.

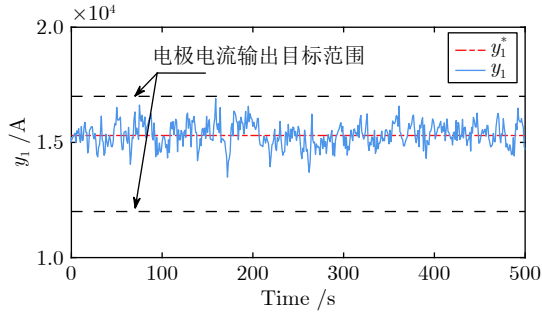


图 6 采用文献 [21] 控制方法时 A 相电极电流 y_1

Fig.6 A-phase electrode current y_1 using the control method in [21]

利用如下式 (30a) 和式 (30b) 所示的均方误差 (Mean squared error, MSE)^[22] 和误差绝对值积分 (Integrated absolute error, IAE)^[1], 对以上三种控制方法进行比较, 得到如表 2 所示的性能评价表.

$$MSE = \frac{1}{500} \sum_{k=1}^{500} [y_1^*(k) - y_1(k)]^2 \quad (30a)$$

$$IAE = \sum_{k=1}^{500} |y_1^*(k) - y_1(k)| \quad (30b)$$

根据表 2 可以得到, 当采用文献 [1] 的方法时, 电极电流的 MSE 为 0.4502×10^6 , IAE 为 0.2787×10^6 , 当采用文献 [21] 的方法时, 电极电流的 MSE 为 0.6631×10^6 , IAE 为 0.2115×10^6 , 而当采用本文方法时, 电极电流的 MSE 为 0.1294×10^6 , IAE 为 0.0679×10^6 .

表 2 采用文献 [1] 控制方法、文献 [21] 控制方法和本文控制方法时 A 相电极电流 y_1 的性能评价

Table 2 Performance evaluating of A-phase electrode current y_1 using the control method proposed in this paper and described in [1] and [21]

	MSE	IAE
文献 [1] 的控制方法	0.4502×10^6	0.2787×10^6
文献 [21] 的控制方法	0.6631×10^6	0.2115×10^6
本文提出的控制方法	0.1294×10^6	0.0679×10^6
与文献 [1] 相比降低	71.27 %	75.64 %
与文献 [21] 相比降低	80.48 %	67.89 %

将本文方法与文献 [1] 方法对比, 得到电极电流的 MSE 和 IAE 分别降低了 71.27 % 和 75.64 %; 将本文方法与文献 [21] 方法对比, 得到电极电流的 MSE 和 IAE 分别降低了 80.48 % 和 67.89 % . 该结果说明本文方法相较于文献 [1] 和文献 [21] 所提出的方法, 能够较好地将电极电流控制在目标范围之内.

为了进一步体现本文所提方法的优越性, 绘制

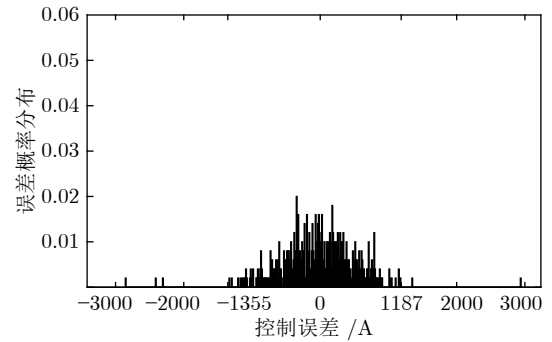


图 7 采用文献 [21] 控制方法时 A 相电极电流误差概率分布

Fig.7 Error probability distribution of A-phase electrode current using the control method in [21]

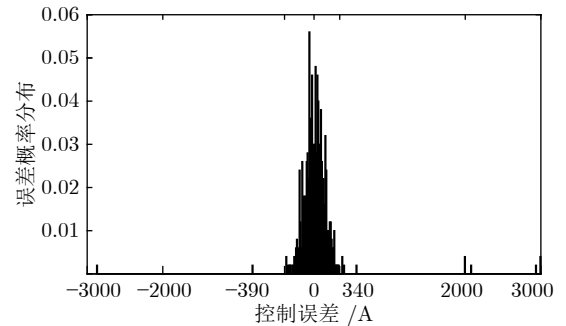


图 8 采用本文控制方法时 A 相电极电流误差概率分布

Fig.8 Error probability distribution of A-phase electrode current using the control method in this paper

如图 7 和图 8 所示的 A 相电极电流误差经验概率分布图. 从图 7 和图 8 可以看出, 当采用本文所提出的控制方法时, 电极电流误差超出控制目标 (26) 误差范围的概率更小.

4.2 基于高阶干扰观测器的一步最优控制仿真

同第 4.1 节所述, 以 A 相电极为例, 在式 (25) 上叠加如图 3 所示的随机噪声信号和不可测干扰 $d_1(k)$, 并将其作为被控对象仿真模型:

$$y_1(k+1) = 2y_1(k) - y_1(k-1) + b_1 \times u_1(k)y_1^2(k) + a_1 y_1^2(k) + d_1(k) \quad (31)$$

其中, $a_1 = -7.4099 \times 10^{-5}$, $b_1 = -2.4453 \times 10^{-3}$, $d_1(k) = 100 \sin(k\pi/50) + 100 \cos(k\pi/60)$.

为进行比较, 首先采用第 2 节不考虑不可测干扰的饱和约束一步最优控制方法进行仿真实验. 运行时间从 $k=1$ 到 $k=500$, 控制目标如式 (26), 控制器参数的选择如式 (28), 采用控制器式 (8) 进行仿真验证, 得到如图 9 所示的电极电流输出曲线, 如图 10 所示的控制器输出曲线.

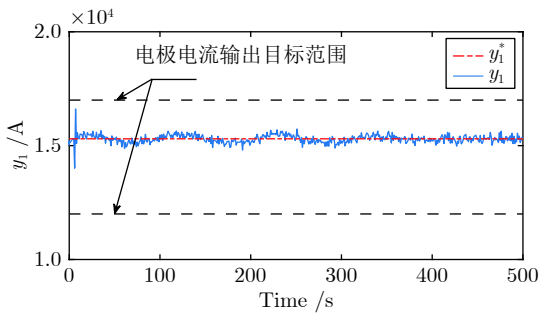


图 9 加入不可测干扰时 A 相电极电流 y_1
Fig.9 A-phase electrode current y_1 when unmeasurable disturbance is introduced

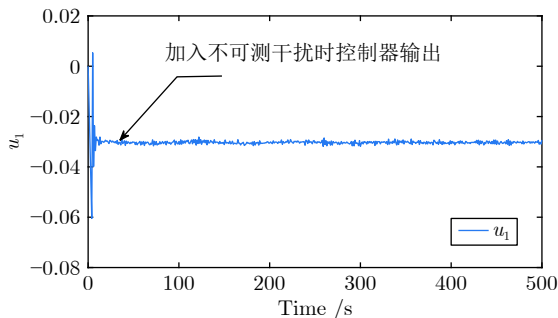


图 10 加入不可测干扰时控制器输出 u_1
Fig.10 Controller output u_1 when unmeasurable disturbance is introduced

利用式 (30a) 和式 (30b) 计算得到 A 相电极电流的 $MSE = 0.4970 \times 10^6$, $IAE = 0.0854 \times 10^6$,

与第 4.1 节没有加入干扰时 A 相电极电流的 MSE 和 IAE 值相比增大, 因此, 有必要对未知干扰进行处理.

首先, 采用本文设计的高阶干扰观测器式 (18) 对干扰 $d_1(k)$ 进行估计. 根据定理 3, 选择高阶干扰观测器的阶次 $N=2$, L_0 , L_1 和 L_2 分别为:

$$L_0 = 0.8411, L_1 = 0.9960, L_2 = 1.000$$

则 $1 - z^{-1}E(z^{-1}) + z^{-1}T(z^{-1}) = 0$ 的零点:

$$z_1 = 0.1328, z_2 = 0.0301$$

满足定理 3 不等式零点在单位圆内的要求. 其他控制器参数选择如式 (28).

采用控制器式 (24) 进行仿真实验, 得到如图 11 所示的 A 相电极电流输出曲线, 如图 12 所示的控制器输出曲线, 对未知干扰 d_1 的估计如图 13 所示.

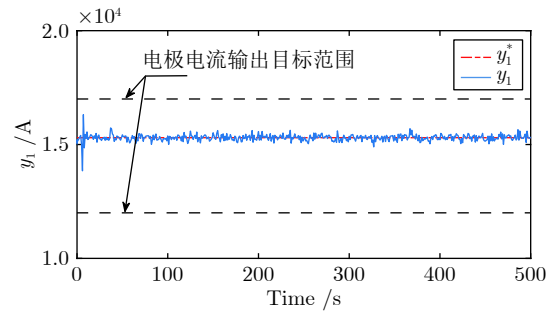


图 11 采用高阶干扰观测器控制时 A 相电极电流 y_1
Fig.11 A-phase electrode current y_1 using the proposed high-order disturbance observer based controller

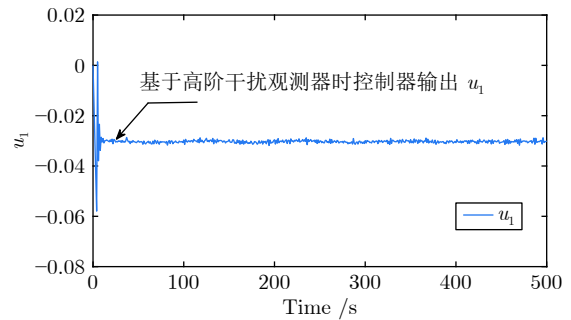


图 12 采用高阶干扰观测器时控制器输出 u_1
Fig.12 Controller output u_1 using the proposed high-order disturbance observer based controller

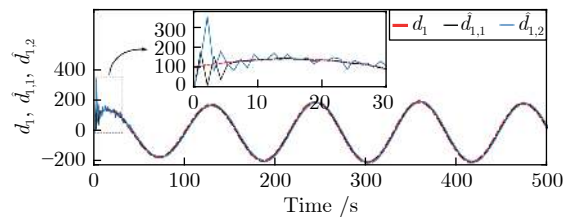


图 13 未知干扰 d_1 的估计值
Fig.13 Estimated value of unknown disturbance d_1

为验证高阶干扰观测器具有较小的响应时间, 我们做了与文献 [23] 所述方法的仿真对比实验, 对比结果如图 13 所示. 图中 d_1 是干扰的实际值, $\hat{d}_{1,1}$ 是采用本文设计的高阶干扰观测器得到的估计值, $\hat{d}_{1,2}$ 是采用文献 [23] 方法得到的估计值. 由图 13 可以看到, 与采用文献 [23] 方法的估计值相对比, 得到采用本文设计的高阶干扰观测器具有较小的响应时间.

为了与文献 [24] 所述的自抗扰输出反馈控制方法进行对比, 首先将电熔镁砂熔炼过程输入输出模型 (31) 式转化成如下状态空间模型:

$$\begin{cases} z_1(k+1) = z_2(k) \\ z_2(k+1) = 2z_2(k) - z_1(k) + b_1 \times \\ u_1(k) z_2^2(k) + a_1 z_2^2(k) + d_1(k) \end{cases} \quad (32)$$

其中, $z_1(k) = y_1(k)$, $z_2(k) = y_1(k+1)$, 并设计如下输出反馈控制器:

$$u_1(k) = -\hat{z}_1(k) + 2\hat{z}_2(k) + \hat{z}_3(k) \quad (33)$$

其中, $\hat{z}_1(k)$ 、 $\hat{z}_2(k)$ 和 $\hat{z}_3(k)$ 由如下扩展观测器得到^[24]:

$$\begin{cases} \hat{z}_1(k+1) = \hat{z}_2(k) + 300(y_1(k) - \hat{z}_1(k)) \\ \quad 0.01\varphi(10^4(y_1(k) - \hat{z}_1(k))) \\ \hat{z}_2(k+1) = \hat{z}_3(k) + 3 \times 10^4(y_1(k) - \\ \quad \hat{z}_1(k)) + u_1(k) \\ \hat{z}_3(k+1) = 10^6(y_1(k) - \hat{z}_1(k)) \end{cases} \quad (34)$$

其中, $\varphi(\cdot)$ 是分段函数, 与文献 [24] 中表达式相同. 将上述算法应用到式 (31), 得到如图 14 所示的 A 相电极电流输出曲线, 如图 15 所示的控制器输出曲线.

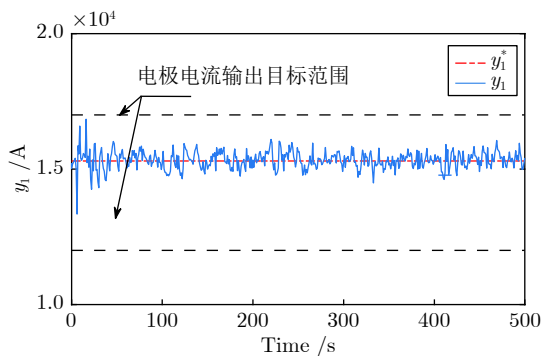


图 14 采用文献 [24] 控制方法时 A 相电极电流 y_1

Fig. 14 A-phase electrode current y_1 using the control method in [24]

采用性能评价指标 MSE 和 IAE 对加入不可测扰动时的系统进行性能评价, 得到如表 3 所示的性能评价表.

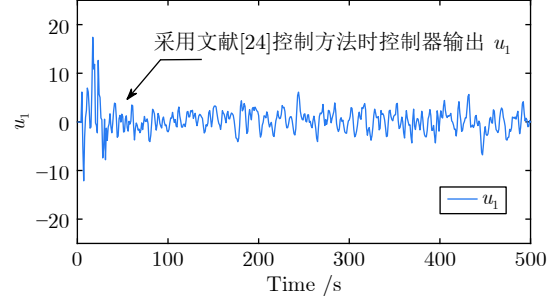


图 15 采用文献 [24] 控制方法时控制器输出 u_1

Fig. 15 Controller output u_1 using the method in [24]

表 3 采用文献 [24] 控制方法和本文控制方法时 A 相电极电流 y_1 的性能评价

Table 3 Performance evaluating of A-phase electrode current y_1 using the control method proposed in this paper and described in [24]

	MSE	IAE
采用本文第3节控制方法	0.4970×10^6	0.0854×10^6
文献[24]的控制方法	0.5906×10^6	0.2879×10^6
本文控制方法	0.2951×10^6	0.0784×10^6
与第3节方法相比降低	40.62 %	8.20 %
与文献[24]方法相比降低	50.03 %	72.77 %

根据表 3 可知, 当加入不可测干扰后, 根据第 2 节提出的电极电流饱和约束一步最优控制方法, 计算得到电极电流的 MSE 为 0.4970×10^6 , IAE 为 0.0854×10^6 , 当采用文献 [24] 所述的方法时, 电极电流的 MSE 为 0.5906×10^6 , IAE 为 0.2879×10^6 , 而当采用本文提出的控制方法时, 电极电流的 MSE 为 0.2951×10^6 , IAE 为 0.0784×10^6 . 将本文提出的基于高阶干扰观测器的饱和约束一步最优控制方法与本文第 2 节提出的饱和约束一步最优控制方法对比, 计算得到电极电流的 MSE 和 IAE 分别降低了 40.62 % 和 8.20 %, 将本文所提出的基于高阶干扰观测器的饱和约束一步最优控制方法与文献 [24] 所描述的控制方法对比, 计算得到电极电流的 MSE 和 IAE 分别降低了 50.03 % 和 72.77 %. 该结果说明本文方法相较于文献 [24] 所提出的方法, 具有一定的优越性, 能够较好地电极电流控制在目标范围之内, 并且设计的高阶干扰观测器可以较好地实现对未知干扰的估计.

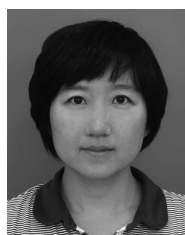
5 结论

本文首先通过引入中间变量将复杂的电熔镁砂熔炼过程三相电极电流饱和约束控制问题简化为线性约束控制问题, 提出了一种简化的电极电流饱和约束一步最优控制方法. 然后, 对熔炼过程可能存

在的不可测干扰设计了高阶干扰观测器, 提出了基于高阶干扰观测器的电熔镁砂熔炼过程简化控制算法. 最后通过理论分析和仿真对比实验验证了本文所提方法的有效性和优越性. 由于本文所提方法针对的是电熔镁砂的单批加料过程, 在接下来的研究工作中, 我们会针对多批加料过程考虑如何设计有效的控制器使电极电流跟踪其设定值.

References

- Wang Wei-Zhou, Wu Zhi-Wei, Chai Tian-You. PID control with output compensation in the smelting process of fused magnesite. *Acta Automatica Sinica*, 2018, **44**(7): 1282–1292 (王维洲, 吴志伟, 柴天佑. 电熔镁砂熔炼过程带输出补偿的PID控制. *自动化学报*, 2018, **44**(7): 1282–1292)
- Narendra K S, Parthasarathy K. Identification and control of dynamical systems using neural networks. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 1990, **1**(1): 4–27
- Jagannathan S. Adaptive fuzzy logic control of feedback linearizable discrete-time dynamical systems under persistence of excitation. *Automatica*, 1998, **34**(11): 1295–1310
- Chen F C, Khalil H K. Adaptive control of a class of nonlinear discrete-time systems using neural networks. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1995, **40**(5): 791–801
- Sahoo A, Xu H, Jagannathan S. Approximate optimal control of affine nonlinear continuous-time systems using event-sampled neurodynamic programming. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2017, **28**(3): 639–652
- Narayanan V, Jagannathan S. Event-triggered distributed approximate optimal state and output control of affine nonlinear interconnected systems. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2018, **29**(7): 2846–2856
- Heydari A, Balakrishnan S N. Finite-horizon control-constrained nonlinear optimal control using single network adaptive critics. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2013, **24**(1): 145–157
- Zhao Q M, Xu H, Jagannathan S. Neural network-based finite-horizon optimal control of uncertain affine nonlinear discrete-time systems. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2015, **26**(3): 486–499
- Li J N, Chai T Y, Lewis F L, Ding Z T, Jiang Y. Off-policy interleaved Q-learning: Optimal control for affine nonlinear discrete-time systems. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2019, **30**(5): 1308–1320
- Lin H W, Zhao B, Liu D R, Alippi C. Data-based fault tolerant control for affine nonlinear systems through particle swarm optimized neural networks. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, 2020, **7**(4): 954–964
- Wang Z S, Liu L, Zhang H G. Neural network-based model-free adaptive fault-tolerant control for discrete-time nonlinear systems with sensor fault. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2017, **47**(8): 2351–2362
- Liu Yan-Jun, Wang Wei. Adaptive fuzzy control for a class of multivariable nonlinear systems. *Acta Automatica Sinica*, 2007, **33**(11): 1163–1169 (刘艳军, 王伟. 一类多变量非线性系统的自适应模糊控制. *自动化学报*, 2007, **33**(11): 1163–1169)
- Liu Y J, Gao Y, Tong S C, Li Y M. Fuzzy approximation-based adaptive backstepping optimal control for a class of nonlinear discrete-time systems with dead-zone. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2016, **24**(1): 16–28
- Treesatayapun C. Discrete-time adaptive controller for unfixed and unknown control direction. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2018, **65**(7): 5367–5375
- Huang J T, Law Y C. Adaptive linearizing fuzzy control of delayed MIMO nonstrict-feedback systems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2020, **28**(10): 2592–2604
- Goodwin G. *Adaptive Filtering Prediction and Control*. Mineola: Dover Publications, 2013.
- Chai Tian-You, Yue Heng. *Adaptive Control*. Beijing: Tsinghua University Press, 2016 (柴天佑, 岳恒. 自适应控制. 北京: 清华大学出版社, 2016.)
- Goodwin G, Ramadge P, Caines P. Discrete-time multivariable adaptive control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1980, **25**(3): 449–456
- Chaoui F Z, Giri F, Dion J M, M-Saad M, Dugard L. Direct adaptive control subject to input amplitude constraint. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, **45**(3): 485–490
- Wang Dong-Wei, Fu Yue. Pole placement controller based on high-order disturbance observer and its application. *Control Theory & Applications*, 2020, **37**(08): 1815–1825 (王东委, 富月. 基于高阶干扰观测器的极点配置控制器及应用. *控制理论与应用*, 2020, **37**(08): 1815–1825)
- Yamamoto T, Takao K, Yamada T. Design of a data-driven PID controller. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2009, **17**(1): 29–39
- Hagglund T. A control-loop performance monitor. *Control Engineering Practice*, 1995, **3**(11): 1543–1551
- Chang J L. Applying discrete-time proportional integral observers for state and disturbance estimations. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2006, **51**(5): 814–818
- Guo B Z, Wu Z H, Zhou H C. Active disturbance rejection control approach to output-feedback stabilization of a class of uncertain nonlinear systems subject to stochastic disturbance. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2016, **61**(6): 1613–1618



富月 东北大学流程工业综合自动化国家重点实验室副教授. 2009 年获得东北大学控制理论与控制工程专业博士学位. 主要研究方向为复杂工业过程自适应控制, 智能解耦控制, 近似动态规划以及工业过程运行控制. 本文通信作者.

E-mail: fuyue@mail.neu.edu.cn

(FU Yue Associate professor at the State Key Laboratory of Synthetical Automation for Process Industries, Northeastern University. She received her Ph. D. degree from Northeastern University in 2009. Her research interest covers adaptive control, intelligent decoupling control, approximate dynamic programming, and industrial operational control. Corresponding author of this paper.)



李宝 东北大学流程工业综合自动化国家重点实验室硕士研究生. 于 2019 年获得东北大学学士学位. 主要研究方向为复杂工业过程自适应控制和最优控制.

E-mail: libao0128@126.com

(LI Bao Master student at the State Key Laboratory of Synthetical Automation for Process Industries, Northeastern University. He received his bachelor degree from Northeastern University in 2019. His research interest covers adaptive control and optimal control for complex industry process.)