

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2022.0819

行星借力地木转移轨道优化与星历模型下 中途修正设计

陆鹏飞¹, 王悦^{1,*}, 齐征^{1,2}, 刘建辉²

(1. 北京航空航天大学 宇航学院, 北京 100191; 2. 空间物理重点实验室, 北京 100076)

摘 要: 木星系探测具有重要的科学意义与战略价值, 而地木转移是实现木星系探测的关键基础。基于行星借力飞行技术对地球木星转移轨道进行了优化设计, 并在高精度星历模型中针对实际飞行可能存在的轨道误差设计了中途修正策略。基于 Tisserand 图分析行星借力飞行序列; 以进入环木轨道探测器质量最大化为目标, 构建考虑行星星历的借力飞行转移轨道优化非线性规划模型; 针对实际飞行误差设计多次借力飞行轨道的中途修正策略; 以中国木星系探测任务论证为背景, 以 2034—2036 年为发射窗口, 在长征 5 号运载火箭发射能力下, 得到了多种借力转移序列的最优与次优转移方案。结果表明: 金星-地球-地球借力转移的最优解可以使进入目标环木轨道的探测器质量达到 4 340.8 kg, 相比霍曼转移提高约 1 300 kg, 而后在星历模型下用蒙特卡罗仿真验证中途修正策略, 结果显示, 在各种误差情况下终端 B 平面脱靶量小于 50 km, 且修正脉冲消耗较小, 证明所设计的行星借力转移轨道和中途修正策略能够在高精度力学环境中实现地木转移任务, 可为中国木星系探测任务设计提供参考。

关 键 词: 地木转移; 星历模型; 借力飞行; 轨道优化; 中途修正; 蒙特卡罗仿真

中图分类号: V412.4⁺1

文献标志码: A

文章编号: 1001-5965(2024)11-3445-11

木星是太阳系已知最古老和质量、体积最大的行星。作为一颗气态巨行星, 其主要由气态物质与液态物质构成, 大气中拥有极高含量的氢气, 目前天文学界对其是否有固态内核仍然存在争议。迄今为止, 已发现木星拥有 80 颗天然卫星, 其中, 最大的 4 颗卫星为木卫 1~木卫 4, 统称为伽利略卫星。木星系探测具备极高的科学价值, 可提高对太阳系起源与演化、地外生命存在可能性等问题的认识。

目前国外已有的木星探测任务包括飞越探测和环绕探测 2 种方式。早期的先驱者 10 号、11 号, 旅行者 1 号、2 号等对木星进行过飞越探测; 伽利

略号与朱诺号实现了对木星的环境探测, 获取到更多关于木星大气、磁场、内部结构等的信息。未来美国国家航空航天局(National Aeronautics and Space Administration, NASA)的欧罗巴快船计划、欧洲航天局的木星冰卫探测器都将陆续发射。中国的木星探测任务已被提上日程, 将逐步开展论证工作, 推动中国行星探测工程进入新阶段。

在木星系探测任务规划中, 行星际转移轨道的设计至关重要。转移过程的燃料消耗往往决定任务可携带的有效载荷质量。因此, 行星际转移轨道设计中需要着重考虑减少燃料消耗。在二脉冲直接转移方面, 中心引力场下 2 个共面圆轨道之间最

收稿日期: 2022-09-29; 录用日期: 2022-11-09; 网络出版时间: 2022-11-23 10:11

网络出版地址: link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20221122.0942.001

基金项目: 国家自然科学基金(11872007); 中央高校基本科研业务费专项资金

*通信作者. E-mail: ywang@buaa.edu.cn

引用格式: 陆鹏飞, 王悦, 齐征, 等. 行星借力地木转移轨道优化与星历模型下中途修正设计[J]. 北京航空航天大学学报, 2024, 50(11): 3445-3455. LU P F, WANG Y, QI Z, et al. Gravity-assist Earth-to-Jupiter transfer trajectories optimization and midcourse correction design in ephemeris model[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2024, 50(11): 3445-3455 (in Chinese).

省燃料的转移方式为霍曼转移,其最优性已被不少学者证明^[1-2]。然而霍曼转移对发射窗口要求严格,在给定的任务发射时刻区间内不一定存在,此时可采用更为普适的 Lambert 变轨转移方式。将发射时刻、到达时刻与转移能量建立关系的 Pork-Chop 图,可以用于搜索转移能量消耗较低的发射窗口^[3-4]。文献 [5] 提出一种二维发射窗口搜索方法,在搜索过程中引入约束以减小搜索空间,相较于 Pork-Chop 图搜索效率更高。此外,在霍曼转移的条件不满足时,增加一定数量的中间脉冲有助于降低转移燃料消耗,由此引出对多脉冲转移优化的相关研究,有间接法与直接法两类方法。间接法基于主矢量原理,将最优控制问题转化为边值问题,不断迭代使得主矢量满足 4 个必要条件^[6-7];直接法将最优控制问题参数化,转为非线性规划问题求解^[8-10]。

由于木星轨道的能量较大,直接向木星转移所需的燃料很多,因此,需要引入借力飞行技术,以降低燃料消耗。借力飞行也称为引力辅助,指利用对大天体的飞掠来改变相对中心天体的轨道。在借力飞行的机理研究方面,Broucke 用圆锥曲线拼接法对借力前后相对中心天体轨道的能量角动量变化进行研究,并分析了飞掠参数对轨道能量改变的影响^[11]。Qi 和 Xu 则在圆型限制性三体问题框架下研究借力飞行的机理,推导出能量变化的解析表达^[12],与文献 [11] 的结论基本一致,文献 [13] 又推广到借力天体轨道偏心率不为 0 的情况。乔栋等用限制性三体问题的数值积分研究了借力飞行中自由参数与借力前后轨道变化的关系^[14-15]。在借力飞行的应用方面,文献 [16] 提出 C3 匹配法设计借力飞行转移轨道,文献 [17] 针对多次借力飞行转移序列搜索问题,提出 Tisserand 图方法。文献 [18] 用微分进化算法优化行星际多次借力飞行转移轨道。文献 [19] 采用借力飞行技术分析主带小行星的可达性问题。一些学者还将借力飞行与小推力变轨结合用于设计星际转移轨道^[20-21]。借力飞行还被用于设计多卫星行星系统中的探测轨道设计^[22-23]。

针对地木转移轨道设计,美国的伽利略号探测器使用 1 次金星借力、2 次地球借力的方式进行转移,而朱诺号采用 2 次深空机动和 1 次地球借力实现地木转移。中国深空探测起步较晚,在地木转移方面目前只有少数学者进行过一些探索。陈杨等用圆锥曲线拼接法对窗口为 2020—2025 年的地木转移轨道进行初步优化设计,并考虑了中途飞越主带小行星^[24]。田百义等对 2030 年前后多次借力飞

行的地木转移及行星飞越探测轨道进行了分析^[25]。陈诗雨等初步设计了地木日心段转移及木星系内借力捕获至木卫四轨道的方案^[26]。杨彬等基于有动力借力飞行设计了地木转移轨道^[27]。然而,现有的研究都是在圆锥曲线拼接法中初步设计转移轨道,对真实轨道动力学环境中方案是否可行鲜有探究。此外,前述文献中都只给出了某种借力序列的最优解,而对于次优解的情况及可行解的分布没有进行分析,不利于整体任务规划。再者,目前的研究大多以逃逸地球速度增量和捕获速度增量为优化目标,没有与运载火箭的发射能力结合考虑。事实上,航天器在转移中实际执行的脉冲消耗与逃逸地球及被木星捕获速度增量相比有较大差别,后者的结果无法用于对探测器质量的初步设计。

因此,本文建立了以进入环木轨道探测器质量为目标函数的、考虑了运载能力的优化模型,该模型更贴合任务实际,可直接用于探测器质量的设计。通过优化求解得到给定窗口内各方案的最优转移解,并分析了可行解的分布及借力次数与飞行时间对到达质量的影响。在考虑各大行星与主要卫星引力、太阳光压摄动及入轨误差、导航误差、修正执行误差等实际因素的情况下设计中途修正策略,并通过蒙特卡罗仿真验证了修正策略的有效性,在高精度动力学环境下实现了行星际转移飞行。

1 借力飞行序列分析

1.1 借力飞行机理

在初步设计中,借力飞行过程常用圆锥曲线拼接法建模。当探测器远离行星时,假设其只受太阳引力,遵循日心二体运动;当探测器近距离飞掠行星时,假设其只受行星引力,轨道是以行星为焦点的双曲线,如图 1 所示。其中, P 为借力行星, $\boldsymbol{v}_P$ 为

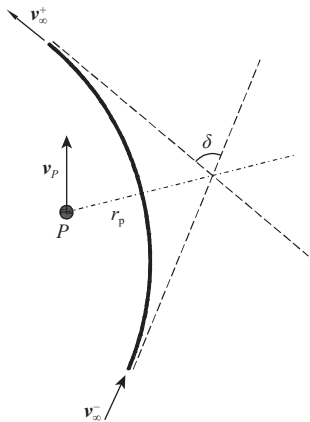


图 1 借力飞行过程双曲线

Fig. 1 Hyperbolic curve of planet-assisted flight

行星的速度矢量, $\mathbf{v}_{\infty}^-$ 为进入双曲线无穷远速度矢量, $\mathbf{v}_{\infty}^+$ 为出射双曲线无穷远速度矢量, r_p 为双曲线近拱点半径。借力飞行前后相对行星的双曲线无穷远速度大小不变, 即 $\|\mathbf{v}_{\infty}^+\| = \|\mathbf{v}_{\infty}^-\| = v_{\infty}$, δ 为方向偏转角。

根据双曲线运动的性质, 可以求解出偏转角 δ 的大小:

$$\delta = 2 \arcsin \left(\frac{\mu_P}{\mu_P + v_{\infty}^2 r_p} \right) \quad (1)$$

式中: μ_P 为行星的引力常数。

由于借力过程持续时间相较于日心巡航段可忽略不计, 因此, 一般假设借力飞行瞬时发生, 即探测器日心位置不改变, 日心速度发生突变。图 2 中的速度矢量三角形描述了飞掠前后日心速度的变化, $\mathbf{v}^-$ 为借力前探测器日心速度矢量, $\mathbf{v}^+$ 为借力后探测器日心速度矢量, $\Delta \mathbf{v}$ 为借力前后日心速度增量矢量。

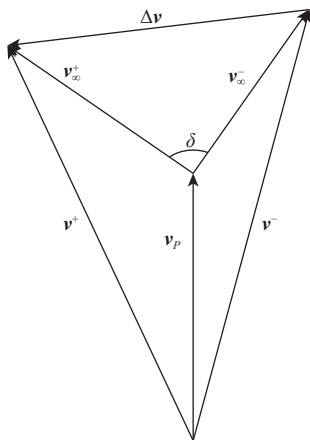


图 2 借力飞行速度矢量三角形

Fig. 2 Velocity vector triangle of planet-assisted flight

1.2 借力序列确定

文献 [17] 提出搜索借力序列的 Tisserand 图方法。该方法给出满足能量要求的行星际转移序列。其原理源于 Tisserand 准则, 当借力天体(行星)的质量远小于中心天体(太阳)的质量时, 借力前后探测器的轨道存在守恒量:

$$T = \frac{a_P}{a} + 2 \sqrt{\frac{a}{a_P} (1 - e^2)} \cos i \quad (2)$$

式中: a_P 为借力行星的轨道半长轴; a 、 e 、 i 分别为探测器轨道半长轴、偏心率、轨道倾角。

借力飞行时探测器一般以较近距离飞掠行星, 由此可以推导出式 (2) 中的守恒量与相对借力行星双曲线无穷远速度大小的定量关系^[28], 归一化后的表现形式为

$$|\mathbf{v}_{\infty}| = \sqrt{3 - T} \quad (3)$$

式 (3) 表明相对同一借力行星, 每次飞掠时双曲线无穷远速度大小也为恒定。又因为行星轨道的线速度大小近似不变, 所以可进一步推断出借力后探测器日心轨道的能量 E 与近日点半径 R_p , 依赖于借力时相对行星双曲线出射无穷远速度矢量 $\mathbf{v}_{\infty}^+$ 与行星速度矢量 $\mathbf{v}_P$ 之间的角度。因此, 以探测器近日点半径 R_p 为横轴, 以日心轨道能量 E 为纵轴, 对于某颗借力行星, 在不同的双曲线无穷远速度大小 $|\mathbf{v}_{\infty}|$ 下, 可以绘制出一族曲线, 曲线上的每一点 (E, R_p) 都代表轨道能量和近日点半径为对应值的一条轨道。将代表不同借力行星的曲线族绘制在同一个图中, 便可得到用于搜索借力序列的 Tisserand 图。

图 3 为 v_{∞} 以 1 km/s 为间隔变化的 Tisserand 图, 不同颜色的曲线族分别对应不同的行星, 其中, 横轴的单位 AU 为天文单位(后文同)。由于地木转移中一般用于借力的行星为金星、地球、火星, 因此, 图中只体现出了对应这些行星和木星的曲线。每一次借力, 在图上表现为日心轨道对应的点在该 $|\mathbf{v}_{\infty}|$ 值对应的曲线上滑动。由于飞掠行星的近拱点半径 r_p 不能低于某个阈值, 根据式 (1), 表现为偏转角 δ 存在一个上限, 所以在图 3 中标记出单次借力允许滑动范围的上限。

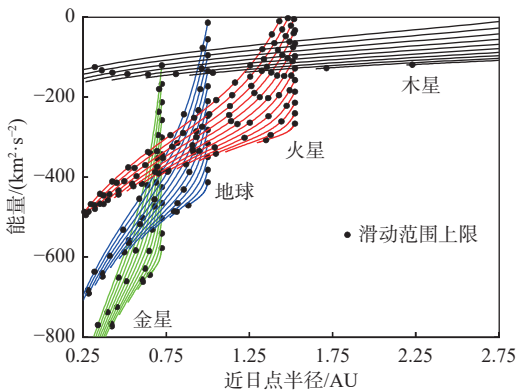


图 3 地木转移 Tisserand 图

Fig. 3 Tisserand graph of Earth-Jupiter transfer

从 Tisserand 图中可以找到很多潜在可行的地木转移借力序列, 为进行比较, 初步考虑火星借力 (Earth-Mars-Jupiter, EMJ)、金星-地球借力 (Earth-Venus-Earth-Jupiter, EVEJ)、火星-地球借力 (Earth-Mars-Earth-Jupiter, EMEJ)、金星-地球-地球借力 (Earth-Venus-Earth-Earth-Jupiter, EVEEJ)、火星-地球-地球借力 (Earth-Mars-Earth-Earth-Jupiter, EMEEJ)、金星-地球-火星借力 (Earth-Venus-Earth-Mars-Jupiter, EVEMJ) 这 6 种序列。图 4 为这些序列在 Tisserand 图上的局部细节。以 EVEJ 序列为例描述借力转移过程: 探测器相对地球以 7 km/s 的速度逃逸, 通过相对金星

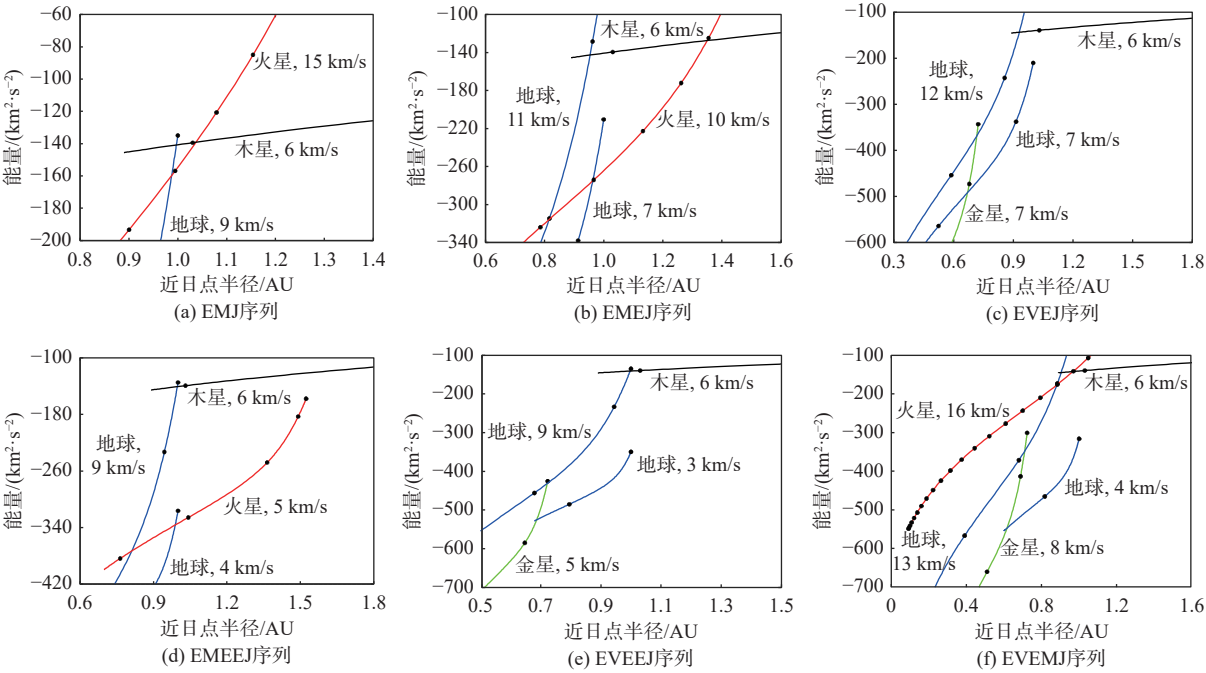


图 4 借力转移序列分析
Fig. 4 Analysis of gravity-assist transfer sequences

7 km/s 的双曲线无穷远速度借力后,可进入相对地球双曲线无穷远速度为 12 km/s 的日心轨道,再次通过地球借力后进入相对木星双曲线无穷远速度 6 km/s 的日心轨道。

需要说明的是,由 Tisserand 图确定的借力转移序列,只是能量上满足要求的潜在可能序列。在给定发射时刻区间内是否存在可行解,要考虑更多约束进行分析。

2 转移轨道优化

本节介绍三维空间中考虑行星真实星历的转移轨道优化方法。涉及的行星位置、速度由行星星历获得。探测器的动力学模型采用二体模型,轨道设计方法使用圆锥曲线拼接法。

已有的行星际转移轨道优化设计中,常常以总速度增量或发射与到达C₃作为目标函数。但在运载火箭起飞质量没有固定的情况下,以总速度增量为目标进行优化设计不一定能获得最大的到达质量。本文以最终到达质量为目标函数构建优化问题,旨在最大化进入环木轨道的探测器质量。

首先,对探测器离开地球的初始质量与发射能量的关系建模。根据已公开资料,当发射能量小于 100 km²/s² 时,运载火箭载荷质量与发射能量近似呈线性关系^[29-30]。因此,采用线性函数近似拟合离开地球时探测器质量与发射能量间的关系:

$$m_i = \lambda C_{3d} + \xi \tag{4}$$

式中: m_i 为离开地球时的探测器质量; C_{3d} 为发射能量; λ 和 ξ 为根据运载火箭性能确定的系数。

进而,进入目标环木轨道的探测器质量为

$$m_f = m_i e^{-\frac{|\Delta v|}{I_{sp} g_0}} \tag{5}$$

式中: I_{sp} 为轨控发动机的比冲; g_0 为海平面的重力加速度; $|\Delta v|$ 为转移过程中的脉冲消耗大小:

$$|\Delta v| = \Delta v_M + \Delta v_a \tag{6}$$

其中, Δv_M 为借力飞行时在行星近拱点施加的速度脉冲大小; Δv_a 为近木制动脉冲大小。 Δv_a 可由下述方法确定: 探测器在双曲线轨道的近木点处施加制动脉冲,制动后被捕获至环绕木星的目标椭圆轨道,近木点半径为 r_p^j ,远木点半径为 r_a^j ,则双曲线轨道在近木点处的速度大小为

$$v_p^{hyp} = \sqrt{v_{j\infty}^2 + \frac{2\mu_J}{r_p^j}} \tag{7}$$

式中: $v_{j\infty}$ 为进入木星影响球双曲线无穷远速度大小; μ_J 为木星的引力常数。目标椭圆轨道在近木点处的速度为

$$v_p^{ell} = \sqrt{\frac{\mu_J(1+e_j)}{r_p^j}} \tag{8}$$

其中, $e_j = (r_a^j - r_p^j) / (r_a^j + r_p^j)$ 为目标轨道的偏心率。则近木点处的制动脉冲大小为

$$\Delta v_a = v_p^{hyp} - v_p^{ell} \tag{9}$$

优化变量为从地球出发的时刻 t_0 、各次借力时

刻 $t_1, t_2, \dots, t_k$ (设转移过程中存在 k 次借力), 以及到达木星的时刻 t_{k+1} , 则优化变量记为

$$\boldsymbol{\chi} = [t_0, \dots, t_k, t_{k+1}]^T$$

优化过程中需考虑下述约束。

1) 发射能量约束。逃逸地球的 C_{3d} 应小于运载火箭的发射能量上限 C_3^{lim} , 该约束描述为

$$C_{3d} \leq C_3^{\text{lim}} \tag{10}$$

2) 飞行时间约束。整个地木转移过程的时间 T_{of} 小于给定飞行时间上限 t_{lim} , 该约束描述为

$$T_{\text{of}} \leq t_{\text{lim}} \tag{11}$$

3) 飞掠行星高度约束。借力飞行时, 探测器距离行星表面的高度存在一个下限, 设行星的半径为 r_p , 距行星表面高度最小为 h_{lim} , 该约束描述为

$$r_p \geq r_p + h_{\text{lim}} \tag{12}$$

式中: r_p 为双曲线近拱点半径, 可由下述非线性方程式 (13) 求解得到, 使该方程成立的 r_p 对应于借力前后双曲线无穷远速度矢量偏转角度。本文中通过牛顿迭代法求解该超越方程。

$$\arcsin\left(\frac{\|\mathbf{v}_\infty^- \times \mathbf{v}_\infty^+\|}{|\mathbf{v}_\infty^-||\mathbf{v}_\infty^+|}\right) - \arcsin\left(\frac{\mu_p}{\mu_p + r_p|\mathbf{v}_\infty^-|^2}\right) - \arcsin\left(\frac{\mu_p}{\mu_p + r_p|\mathbf{v}_\infty^+|^2}\right) = 0 \tag{13}$$

4) 行星近拱点处速度匹配约束。对于无动力借力, 相对行星入射双曲线与出射双曲线的无穷远速度大小应相等; 对于有动力借力, 近拱点时所施加的脉冲幅值应小于给定的上限值。该约束可统一描述为

$$\left|\sqrt{|\mathbf{v}_\infty^+|^2 + \frac{2\mu_p}{r_p}} - \sqrt{|\mathbf{v}_\infty^-|^2 + \frac{2\mu_p}{r_p}}\right| \leq \Delta v_{\text{lim}} \tag{14}$$

式中: 左侧 2 项分别为出射双曲线和入射双曲线轨道在近拱点的速度; Δv_{lim} 为近拱点脉冲幅值上限。

根据优化变量可由星历确定各时刻的行星位置与速度, 连接行星之间的探测器轨迹根据 Lambert 问题求解得到。

本文为裁剪庞大的优化空间, 提高优化效率, 采用网格搜索法对优化空间进行了预搜索。表 1 为各变量的搜索范围, 其中, t_i 和 t_f 分别为任务发射的最早和最晚时刻, $t_{i,j}^{\text{hoh}}$ 表示第 i 次借力的行星与第 j 次借力的行星之间霍曼转移的时长, $\gamma_{i,j}^L$ 和 $\gamma_{i,j}^U$ 为系数。

预搜索过程初步确定了满足前述 4 条约束的变量空间, 记为 Ω 。

综上, 转移轨道优化建模为一个非线性规划问

表 1 变量搜索范围		
Table 1 Searching intervals of variables		
变量	搜索范围下界	搜索范围上界
t_0	t_i	t_f
t_1	$t_0 + \gamma_{0,1}^L t_{0,1}^{\text{hoh}}$	$t_0 + \gamma_{0,1}^U t_{0,1}^{\text{hoh}}$
t_2	$t_1 + \gamma_{1,2}^L t_{1,2}^{\text{hoh}}$	$t_1 + \gamma_{1,2}^U t_{1,2}^{\text{hoh}}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
t_{k+1}	$t_k + \gamma_{k,k+1}^L t_{k,k+1}^{\text{hoh}}$	$t_k + \gamma_{k,k+1}^U t_{k,k+1}^{\text{hoh}}$

题, 数学模型表述为

$$\left\{ \begin{array}{l} \max \quad m_f = m_i e^{-\frac{|\Delta \mathbf{v}|}{I_{\text{sp}} g_0}} \\ \text{s.t.} \quad \boldsymbol{\chi} \in \Omega \\ C_{3d} \leq C_3^{\text{lim}} \\ T_{\text{of}} \leq t_{\text{lim}} \\ r_p \geq r_p + h_{\text{lim}} \\ \left| \sqrt{|\mathbf{v}_\infty^+|^2 + \frac{2\mu_p}{r_p}} - \sqrt{|\mathbf{v}_\infty^-|^2 + \frac{2\mu_p}{r_p}} \right| \leq \Delta v_{\text{lim}} \end{array} \right. \tag{15}$$

其中, 各个约束式都可由优化变量间接得出。

3 星历模型下轨道修正

求解模型式 (15) 可以得到最大化进入环木轨道探测器质量的转移方案。由于探测器转移轨道的设计采用了圆锥曲线拼接法, 故优化出的转移方案在真实动力学中与期望轨迹会产生较大偏差。此外, 考虑到实际飞行中存在入轨误差、导航误差、修正执行误差等, 因此, 有必要在星历动力学模型中对优化出的转移轨道进行修正, 使转移轨道满足真实力学环境的要求。

3.1 星历动力学模型

在日心黄道 J2000 坐标系下建立星历动力学模型, 考虑探测器受到的力包括: 太阳、水星、金星、地球、火星、木星的引力, 月球引力, 木卫 1~木卫 4 的引力, 土星系统、天王星系统、海王星系统的引力, 并且考虑了太阳光压摄动。

动力学模型表述为

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\frac{\mu}{|\mathbf{r}|^3} \mathbf{r} + \sum_{i=1}^{13} \mu_i \left(-\frac{\mathbf{r}_i}{|\mathbf{r}_i|^3} + \frac{\mathbf{u}_i}{|\mathbf{u}_i|^3} \right) + \mathbf{a}_{\text{sfp}} \tag{16}$$

式中: μ 为太阳的引力常数; $\mathbf{r}$ 为太阳指向探测器的位置矢量; μ_i 为第 i 个摄动天体(系统)的引力常数; $\mathbf{r}_i$ 为第 i 个摄动天体(系统)指向探测器的位置矢量; $\mathbf{u}_i$ 为第 i 个摄动天体(系统)指向太阳的位置矢量; $i = 1 \sim 13$ 分别表示: 水星、金星、地球、月球、火星、木星、木卫 1~木卫 4、土星系统、天王星系统、海王星系统; $\mathbf{a}_{\text{sfp}}$ 为太阳光压摄动加速度, 其表

$$b = \mu_P \left\| \mathbf{r}_{sc}^p \right\| / \left(\left\| \mathbf{v}_{sc}^p \right\|^2 \left\| \mathbf{r}_{sc}^p \right\| - 2\mu_P \right) \cdot \sqrt{\left\| \mathbf{e} \right\|^2 - 1} \quad (28)$$

真实的单位向量 $\mathbf{S}$ 为

$$\mathbf{S} = \frac{\mathbf{e}}{\left\| \mathbf{e} \right\|} \cos \theta + \left(\mathbf{h} \times \frac{\mathbf{e}}{\left\| \mathbf{e} \right\|} \right) \sin \theta \quad (29)$$

式中: $\theta = \arccos(1/\left\| \mathbf{e} \right\|)$ 。

进而可以求解出真实的 $\mathbf{B}$ 矢量:

$$\mathbf{B} = b(\mathbf{S} \times \mathbf{h}) \quad (30)$$

进一步根据式 (19) 和式 (20) 求解出方向向量 $\mathbf{T}$ 与 $\mathbf{R}$, 真实打靶点可由类似式 (23) 的点乘关系得到。

在中间某时刻探测器的日心位置速度由星历模型积分得到, 修正探测器的日心速度, 使得在 B 平面上的真实打靶点 (B_R, B_T) 收敛到期望打靶点 (B_R^*, B_T^*) , 真实飞行时间 t_{of} 收敛到期望飞行时间 t_{of}^* , 其中, 期望飞行时间根据第 2 节中的优化结果确定, 而真实飞行时间为从修正时刻积分至满足式 (24) 条件的飞行时间。打靶过程通过微分修正实现。

设打靶量 $\boldsymbol{\zeta} = [B_R \quad B_T \quad t_{of}]^T$, 微分修正每次迭代的速度修正量为

$$\Delta \mathbf{v} = \left(\frac{\partial \boldsymbol{\zeta}}{\partial \mathbf{v}} \right)^{-1} (\boldsymbol{\zeta}^* - \boldsymbol{\zeta}) \quad (31)$$

式中: $\boldsymbol{\zeta}^* = [B_R^* \quad B_T^* \quad t_{of}^*]^T$ 为期望打靶量, $\partial \boldsymbol{\zeta} / \partial \mathbf{v}$ 为 3×3 的 Jacobi 矩阵。星历模型下 Jacobi 矩阵的解析形式较为复杂, 因此, 本文使用有限差分法计算 Jacobi 矩阵。

根据式 (31) 不断修正探测器的日心速度, 直至打靶量的脱靶误差在精度允许的范围内。

4 转移轨道设计实例

本节将前述转移轨道优化与修正方法应用于中国木星系探测任务的地木转移轨道设计, 检验设计方法的有效性, 并为中国木星系探测任务提供设计参考。

4.1 转移轨道优化结果

根据已知少量数据, 估算长征五号运载火箭发射载荷质量与发射能量 C_{3d} 的近似关系式为

$$m_i = -23.611 \, 1 C_{3d} + 5 \, 424.999 \, 8 \quad (32)$$

目标环木椭圆轨道的近木点半径选为 75 492 km, 远木点半径选为 8×10^6 km。探测器轨控发动机的比冲设置为 320 s。约束中相关的参数设置如表 2 所示。

地球发射窗口取 2034 年 1 月 1 日—2036 年 12 月 31 日。预搜索网格间隔设置为 5 d, 变量搜索区间的系数取值设置为

表 2 优化设计中约束的参数设置

Table 2 Parameters of constraints in optimization design			
$C_3^{\text{lim}}/(\text{km}^2 \cdot \text{s}^{-2})$	h_{lim}/km	$\Delta v_{\text{lim}}/(\text{km} \cdot \text{s}^{-1})$	t_{lim}/a
90	200	0.6	8

$$\begin{cases} \gamma_{i,i+1}^L = 0.5, \gamma_{i,i+1}^U = 5, i = 0, 1, \dots, k-1 \\ \gamma_{i,i+1}^L = 0.5, \gamma_{i,i+1}^U = 2, i = k \end{cases}$$

式中: $i = k$ 与 $i = 0, 1, \dots, k-1$ 时设置不同, 是因为 $i = k$ 表示从最后一次借力行星向木星转移, 而地球等内行星向木星霍曼转移时长普遍较长, 故系数取值不应过大, 否则导致行星际飞行总时间超出上限。

优化算法采用综合学习粒子群 (comprehensive learning particle swarm optimization, CLPSO)^[33] 和序列二次规划 (sequential quadratic programming, SQP) 混合的算法, 参数设置: CLPSO 算法中粒子个数设置为 30, 迭代次数设置为 2 000, 惯性因子从 0.9 线性递减到 0.2; SQP 算法中最大迭代次数设置为 2 000。表 3 为转移轨道优化结果。

结果显示, 各借力序列转移时长一般为 2 000 多天, EVEEJ 借力转移序列最终进入目标轨道的探测器质量最大, 为 4 340.8 kg; 其次为 EMEJ 借力转移序列, 探测器质量为 3 882.57 kg。在给定的发射时间限制内, 对 EVEEJ 借力序列和 EMEJ 借力序列优化出的最优解在借力时不需要消耗脉冲, 即中间每一次借力都是无动力借力; 而其他 4 个序列都需要在某 1 次或 2 次借力时施加脉冲, 为有动力借力飞行转移。综合表 3 中结果, 到达木星质量较大的转移方案具备 2 个特征, 首先, 地球发射能量 C_{3d} 较小, 使得探测器初始质量可以设计得较大; 其次, 在多次借力转移中施加脉冲消耗较少。根据齐奥尔可夫斯基公式, 在本算例中转移过程每施加 100 m/s 的脉冲, 进入环木轨道终端质量就会降低 3.14%。因此, 满足这 2 点特征的 EVEEJ 借力序列转移方案具备较大的到达质量。

计算地木霍曼转移的结果以进行对比, 霍曼转移进入目标轨道的探测器质量为 3 028.19 kg, 飞行时长为 998 d。可以看出, 借力飞行技术的引入, 虽然需要更长的转移时间, 但显著提高了最终进入环木轨道的探测器质量, 比霍曼转移提高了约 1 300 kg。

已有研究中通常采用以速度增量为优化目标的行星际转移轨道优化方法, 与本文考虑运载火箭能力以到达质量为目标优化模型存在差别, 将 2 种模型的优化结果进行对比, 如表 4 所示。对比可以发现, 本文以到达质量为目标函数的优化模型, 相较于传统以速度增量为指标模型, 可以获

表 3 转移轨道优化结果

Table 3 Results of transfer orbit optimization

转移序列	发射时刻 (年/月/日)	到达木星时刻 (年/月/日)	总飞行时长/d	发射能量/ (km ² ·s ⁻²)	到达能量/ (km ² ·s ⁻²)	近木制动脉冲/ (km·s ⁻¹)	借力飞行时施加脉冲/ (km·s ⁻¹)	发射质量/kg	到达质量/kg	借力天体	借力时刻 (年/月/日)	飞掠近拱点半径/km	近拱点脉冲/ (km·s ⁻¹)	借力等效脉冲/ (km·s ⁻¹)
EMJ	2035/12/5	2042/8/16	2 445.63	59.34	28.14	0.514	0.294	4 023.82	3 110.84	火星	2039/6/25	3 589.5	0.294	1.573 4
EMEJ	2035/11/9	2042/7/3	2 427.95	32.64	34.58	0.569	1.6×10 ⁻⁶	4 654.28	3 882.57	火星	2038/6/27	3 744.1	2.7×10 ⁻⁸	2.045 2
										地球	2039/12/28	8 485.77	1.6×10 ⁻⁶	5.919 8
EVEJ	2035/12/26	2041/4/14	1 935.54	27.45	37.46	0.594	0.215	4 776.82	3 691.60	金星	2037/3/30	6 296.17	0.212	7.051 2
										地球	2038/12/8	6 658.19	0.002 97	6.513 0
EMEEJ	2036/2/4	2044/1/24	2 910.76	44.61	34.00	0.564	0.610	4 371.77	3 008.24	火星	2037/11/18	8 816.91	2.6×10 ⁻⁹	0.757 1
										地球	2038/4/28	38 462.14	0.153	2.098 3
										地球	2040/12/15	6 571.61	0.457	7.723 7
EVEEJ	2036/3/31	2042/10/6	2 380.65	10.83	32.16	0.548	2.8×10 ⁻⁶	5 169.26	4 340.80	金星	2036/9/26	7 841.4	2.8×10 ⁻⁹	6.429 9
										地球	2038/3/2	20 793.51	5.9×10 ⁻⁷	2.977 8
										地球	2039/10/30	9 032.28	2.2×10 ⁻⁶	5.838 0
EVEMJ	2036/4/2	2044/3/23	2 912.05	12.12	36.73	0.588	0.570	5 138.89	3 554.23	金星	2036/10/2	9 033.38	2.3×10 ⁻⁷	5.906 3
										地球	2038/3/4	7 401.51	8.0×10 ⁻¹⁰	6.700 6
										火星	2041/7/16	3 589.5	0.570	1.436 8

表 4 2 种优化模型的结果对比

Table 4 Comparison of results between two different optimization models

借力序列	速度增量为优化目标的到达质量/kg	本文模型优化的到达质量/kg
EMJ	3 029.02	3 110.84
EMEJ	3 831.82	3 882.57
EVEJ	3 626.27	3 691.60
EMEEJ	2 842.30	3 008.24
EVEEJ	4 199.13	4 340.80
EVEMJ	3 501.46	3 554.23

得更大的进入环木轨道探测器质量。因此,在星际探测器质量初步设计中,本文提出的优化模型更有优势。

除表 3 中给出的各序列最优解外,每个序列均可求解出一些满足约束条件的次优解,将各最优解和次优解以进入目标环木轨道的探测器质量与飞行时间为坐标标记在图 6 中,该图反映了在给定发射时间范围内可行解的特性分布情况,这对于扩展任务窗口、提高任务规划的灵活性具有重要意义。由图 6 可知,3 次借力转移方式的部分解在转移时长为 2 400 d 附近具备较大的到达质量,3 次借力转移方式中,转移时间增加,到达质量不一定更大;2 次借力转移方式中,有部分解具有较短的转移时长,但若想进一步提高到达质量,则需要更长的转移时间;单次借力转移方式中,本文只考虑了 EMJ 序列,所得解的到达质量均较小,且转移时长并不具备很大优势。

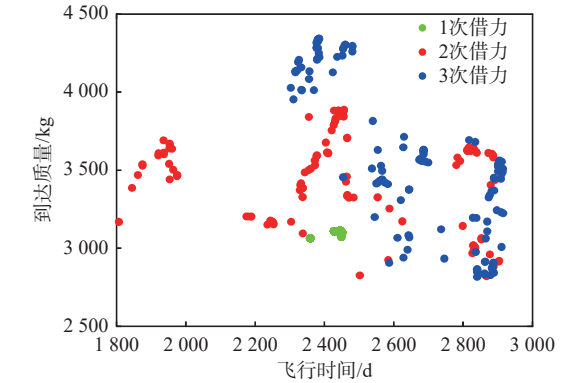


图 6 到达质量与飞行时间分布

Fig. 6 Distribution of arrival mass and time of flight

4.2 轨道修正仿真结果

对表 3 中进入目标环木轨道探测器质量最大的 EVEEJ 序列借力转移方案进行星历动力学模型下的中途修正仿真。探测器的面质比取 0.021 5 m²/kg,表面辐射压力系数设置为 1.4。数值积分采用四阶-五阶 Runge-Kutta 算法,星历数据采用了 JPL 的 DE438、JUP365、MAR097 文件,表 5 为地球初始停泊圆轨道和目标环木椭圆轨道的相关必要参数。

考虑转移中存在入轨误差、导航误差、修正执

表 5 初始停泊轨道和目标环木轨道参数

Table 5 Parameters of initial parking orbit and target orbit around Jupiter

地球停泊圆轨道高度/km	地球停泊圆轨道倾角/(°)	目标环木轨道近木点半径/km	目标环木轨道远木点半径/km	目标环木轨道倾角/(°)
400	40	75 492	8×10 ⁶	10

行误差 3 类误差, 假设其遵循高斯分布, 3σ 取值情况如表 6 所示。根据 Breakwell 间距比策略设计中途修正次数与修正时刻, 结果如表 7 所示, 表中, E-V 段为地球至金星段, V-E 段为金星至地球段, E-E 段为地球至地球段, E-J 段为地球至木星段。各次修正时刻指从离开出发行星(或借力行星)开始经过的天数。

表 6 各类误差取值

Table 6 Values of different errors

位置误差/km		速度误差/(m·s ⁻¹)		大小误差/%	方向误差/(°)
入轨	导航测量	入轨	导航测量		
30	15	15	0.03	1.5	0.15

表 7 各段修正次数与修正时刻

Table 7 Times and periods of corrections in different intervals

修改时刻	修正次数	各次修正时刻/d					
		1次	2次	3次	4次	5次	6次
E-V段	4	7	116	158	172		
V-E段	5	3	333	459	501	515	
E-E段	5	4	229	481	565	593	
E-J段	6	1	478	856	982	1 024	1 038

使用蒙特卡罗法进行仿真。据表 6 中的误差分布进行 100 次中途修正仿真, 图 7 为木星 B 平面上各次仿真的脱靶量, 从结果中可以看出, 多数仿真的脱靶量都集中在 20 km 以内, 极少数仿真的脱靶量为 20~30 km, 这证明了修正策略的有效性。图 8 为各次仿真的修正脉冲消耗, 可以看出, EVEEJ 借力序列转移的中途修正脉冲消耗基本都集中在 60~100 m/s。考虑中途修正脉冲消耗后, 最终进入木星轨道的探测器质量会有所减少, 图 9 为 100 次蒙特卡罗仿真中, 在星历动力学模型下考虑

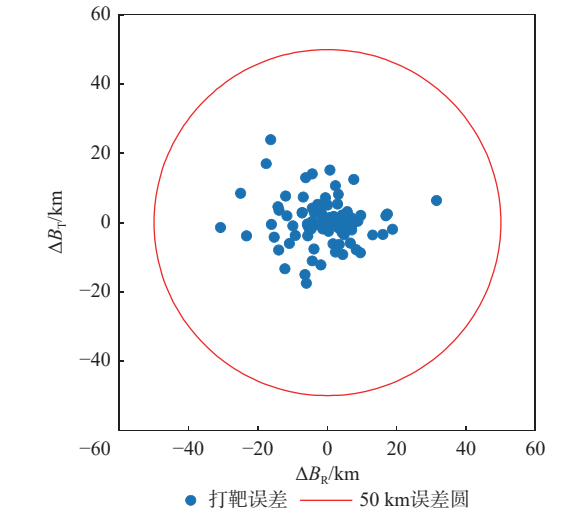


图 7 蒙特卡罗仿真脱靶量

Fig. 7 Miss distances in Monte-Carlo simulation

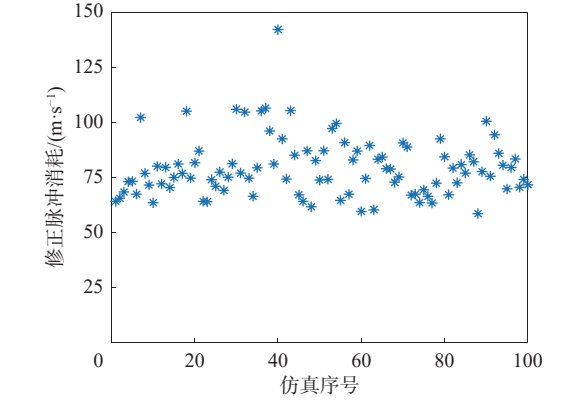


图 8 修正脉冲消耗

Fig. 8 Correction pulse consumption

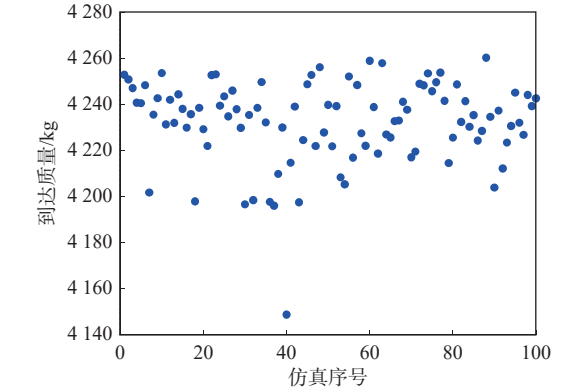


图 9 星历模型下修正后到达质量

Fig. 9 Arrival mass after correction in ephemeris model

修正脉冲后的到达质量情况, 结果显示, 最终探测器的质量基本为 4 200~4 260 kg。

以蒙特卡罗仿真中第 24 次作为示例, 绘制出日心黄道 J2000 坐标系下地木转移轨道, 如图 10 所示, 并将各次修正位置在图中标出。探测器从地球出发后, 经过金星借力和 2 次地球借力, 最终通过近木制动后进入目标轨道。经过计算, 考虑中途修正的脉冲消耗后, 进入环木轨道的探测器质量可达 4 239.64 kg。

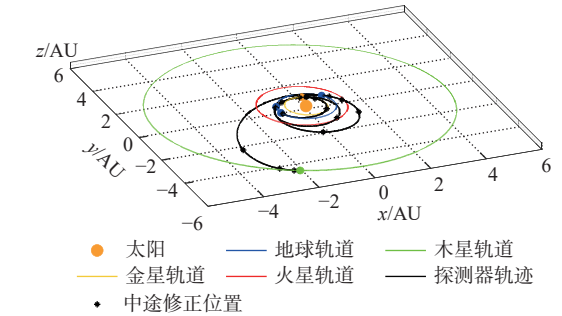


图 10 星历模型下的转移轨道

Fig. 10 Transfer orbit in ephemeris model

5 结 论

1) 本文考虑长征 5 号运载火箭发射能力, 构建

了最大化进入环木轨道探测器质量的非线性规划模型,利用 CLPSO 与 SQP 混合算法,求解得到了 2034—2036 年发射窗口的多个借力序列的最优转移解与次优转移解,其中,EVEEJ 序列转移可以使得进入环木轨道的探测器质量达 4 340.8 kg,比霍曼转移提高了约 1 300 kg。分析可行解的分布,讨论借力次数与飞行时间对到达质量的影响。数值结果还表明本文构建的以到达质量为目标函数的优化模型,相较于传统的以速度增量为指标的模式,可以获得更大的进入环木轨道的探测器质量。

2) 本文设计了在星历轨道动力学模型下地木转移多次借力飞行轨道的中途修正策略。考虑了多种工程误差,通过蒙特卡罗仿真验证了修正策略的有效性,表明所设计的转移轨道在高精度力学环境中可以实现。

本文方法可为中国木星系探测任务的地木转移轨道设计提供参考。虽然本文讨论地木转移问题,但设计方法可推广用于其他天体探测任务的行星借力转移轨道设计和中途修正。

参考文献 (References)

[1] PRUSSING J E. Simple proof of the global optimality of the Hohmann transfer[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1992, 15(4): 1037-1038.

[2] BATTIN R H. An introduction to the mathematics and methods of astrodynamics[M]. Reston: AIAA, 1999: 529-531.

[3] BREAKWELL J V, GILLESPIE R W, ROSS S. Researches in interplanetary transfer[J]. ARS Journal, 1961, 31(2): 201-208.

[4] HULKOWER N D, LAU C O, BENDER D F. Optimum two-impulse transfers for preliminary interplanetary trajectory design[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1984, 7(4): 458-461.

[5] DUAN J H, LIU Y F. Two-dimensional launch window method to search for launch opportunities of interplanetary missions[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2020, 33(3): 965-977.

[6] LION P M, HANDELSMAN M. Primer vector on fixed-time impulsive trajectories[J]. AIAA Journal, 1968, 6(1): 127-132.

[7] LI X, QIAO D, CHEN H. Interplanetary transfer optimization using cost function with variable coefficients[J]. Astrodynamics, 2019, 3(2): 173-188.

[8] ABDELKHALIK O, MORTARI D. N-impulse orbit transfer using genetic algorithms[J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2007, 44(2): 456-460.

[9] 陈全, 杨震, 罗亚中. 基于粒子群算法的多脉冲转移轨迹优化[J]. 空间控制技术与应用, 2014, 40(5): 25-30.

CHEN Q, YANG Z, LUO Y Z. Optimization of multi-impulse orbit transfer based on particle swarm optimization algorithm[J]. Aerospace Control and Application, 2014, 40(5): 25-30(in Chinese).

[10] ZHOU H Y, WANG X G, CUI N G. Fuel-optimal multi-impulse orbit transfer using a hybrid optimization method[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2020, 21(4): 1359-1368.

[11] BROUCKE R. The celestial mechanics of gravity assist[C]/Pro-

ceedings of the Astrodynamics Conference. Reston: AIAA, 1988: 4220.

[12] QI Y, XU S J. Mechanical analysis of lunar gravity assist in the Earth-Moon system[J]. Astrophysics and Space Science, 2015, 360(2): 55.

[13] QI Y, DE RUITER A. Energy analysis in the elliptic restricted three-body problem[J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2018, 478(1): 1392-1402.

[14] 乔栋, 崔平远, 崔枯涛. 基于圆型限制性三体模型的借力飞行机理研究[J]. 宇航学报, 2009, 30(1): 82-87.

QIAO D, CUI P Y, CUI H T. Research on gravity-assist mechanism in circular restricted three-body problem[J]. Journal of Astronautics, 2009, 30(1): 82-87(in Chinese).

[15] 乔栋, 崔平远, 尚海滨. 基于椭圆型限制性三体模型的借力飞行机理研究[J]. 宇航学报, 2010, 31(1): 36-43.

QIAO D, CUI P Y, SHANG H B. Research on gravity-assist mechanism in elliptic restricted three-body model[J]. Journal of Astronautics, 2010, 31(1): 36-43(in Chinese).

[16] LONGUSKI J M, WILLIAMS S N. Automated design of gravity-assist trajectories to Mars and the outer planets[J]. Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy, 1991, 52(3): 207-220.

[17] STRANGE N J, LONGUSKI J M. Graphical method for gravity-assist trajectory design[J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2002, 39(1): 9-16.

[18] OLDS A D, KLUEVER C A, CUPPLES M L. Interplanetary mission design using differential evolution[J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2007, 44(5): 1060-1070.

[19] CHEN Y, BAOYIN H X, LI J. Accessibility of main-belt asteroids via gravity assists[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2014, 37(2): 623-632.

[20] FAN Z, HUO M, QI J, et al. Fast initial design of low-thrust multiple gravity-assist three-dimensional trajectories based on the Bezier shape-based method[J]. Acta Astronautica, 2021, 178: 233-240.

[21] ARYA V, TAHERI E, JUNKINS J L. Low-thrust gravity-assist trajectory design using optimal multimode propulsion models[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2021, 44(7): 1280-1294.

[22] KLOSTER K W, PETROPOULOS A E, LONGUSKI J M. Europa orbiter tour design with Io gravity assists[J]. Acta Astronautica, 2011, 68(7-8): 931-946.

[23] CAMPAGNOLA S, BUFFINGTON B B, LAM T, et al. Tour design techniques for the Europa clipper mission[J]. Journal of Guidance Control Dynamics, 2019, 42(12): 2615-2626.

[24] 陈杨, 宝音贺西, 李俊峰. 木星探测轨道分析与设计[J]. 天文学报, 2012, 53(2): 106-118.

CHEN Y, BAOYIN H X, LI J F. Jupiter exploration mission analysis and trajectory design[J]. Acta Astronomica Sinica, 2012, 53(2): 106-118(in Chinese).

[25] 田百义, 张磊, 周文艳, 等. 木星系及行星际飞越探测的多次借力飞行轨道设计研究[J]. 航天器工程, 2018, 27(1): 25-30.

TIAN B Y, ZHANG L, ZHOU W Y, et al. Research on multiple gravity assist trajectories for a Jovian system exploration and planet flyby mission[J]. Spacecraft Engineering, 2018, 27(1): 25-30(in Chinese).

[26] 陈诗雨, 杨洪伟, 宝音贺西. 木星系探测及行星穿越任务轨迹初

- 步设计[J]. 深空探测学报, 2019, 6(2): 189-194.
- CHEN S Y, YANG H W, BAOYIN H X. Preliminary design for the trajectories of Jovian and planetary mission[J]. Journal of Deep Space Exploration, 2019, 6(2): 189-194(in Chinese).
- [27] 杨彬, 杨洪伟, 李爽, 等. 基于不同动力引力辅助模型的木星转移轨道设计[J]. 上海航天, 2019, 36(3): 55-61.
- YANG B, YANG H W, LI S, et al. Jupiter transfer trajectory design based on different powered gravity assist models[J]. Aerospace Shanghai, 2019, 36(3): 55-61(in Chinese).
- [28] CAMPAGNOLA S, RUSSELL R P. Endgame problem part 2: Multibody technique and the tisserand-poincare graph[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2010, 33(2): 476-486.
- [29] SMITH D A. Space launch system (SLS) mission planner's guide: ESD 30000[R]. Huntsville: National Aeronautics and Space Administration, 2018: 35.
- [30] Space Exploration Technologies Corporation. Falcon 9 launch vehicle payload user's guide: 09-S-0347[R]. Hawthorne: SpaceX, 2008: 19-24.
- [31] BREAKWELL J V. Fuel requirements for crude interplanetary guidance[J]. Advances in the Astronautical Sciences, 1960, 5: 53-65.
- [32] 倪彦硕, 施伟璞, 杨洪伟, 等. 利用 Breakwell 间距比法制定行星际探测中途修正策略[J]. 深空探测学报, 2016, 3(1): 83-89.
- NI Y S, SHI W H, YANG H W, et al. Midcourse correction strategy of interplanetary exploration with breakwell spacing ratio method[J]. Journal of Deep Space Exploration, 2016, 3(1): 83-89(in Chinese).
- [33] LIANG J J, QIN A K, SUGANTHAN P N, et al. Comprehensive learning particle swarm optimizer for global optimization of multimodal functions[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2006, 10(3): 281-295.

Gravity-assist Earth-to-Jupiter transfer trajectories optimization and midcourse correction design in ephemeris model

LU Pengfei¹, WANG Yue^{1,*}, QI Zheng^{1,2}, LIU Jianhui²

(1. School of Astronautics, Beihang University, Beijing 100191, China;

2. Science and Technology on Space Physics Laboratory, Beijing 100076, China)

Abstract: The Jupiter system exploration has important scientific significance and strategic value, and the Earth-to-Jupiter transfer is the key basis for Jupiter system exploration. The optimal design of Earth-to-Jupiter transfer trajectories is carried out using gravity-assist flight technology, and the midcourse correction strategy is designed to reduce orbit errors during actual flight in the high-precision ephemeris model. First, gravity-assist flight sequences were analyzed through the Tisserand graph. Second, in order to maximize the mass of the probe entering the orbit around Jupiter, a nonlinear programming model is established to optimize the planet-assisted transfer trajectories by considering the planetary ephemeris. Then, the midcourse correction strategy is designed to eliminate actual flight errors of the multiple gravity-assist flight trajectories. Finally, with China's Jupiter system exploration mission as an example, the optimal and suboptimal transfer solutions of various gravity-assist sequences are obtained by considering the capability of the Long March 5 launch vehicle in the launch window between the year 2034 and 2036. The results show that the optimal solution of the Venus-Earth-Earth-assisted transfer can make the mass of the probe entering the target orbit around Jupiter reach 4 340.8 kg, which is about 1 300 kg higher than that of the Hohmann transfer. Monte-Carlo simulations validate the midcourse correction strategy in the ephemeris model. The results show that under various errors, the final B-plane miss distances are less than 50 km, and the correction pulse consumption is small, which proves that the designed gravity-assist transfer trajectories and midcourse correction strategy can realize the Earth-to-Jupiter transfer mission in the high-precision mechanical environment and can provide a reference for the design of China's Jupiter system exploration mission.

Keywords: Earth-to-Jupiter transfer; ephemeris model; gravity-assist flight; trajectories optimization; midcourse correction; Monte-Carlo simulation

Received: 2022-09-29; **Accepted:** 2022-11-09; **Published Online:** 2022-11-23 10:11

URL: link.cnki.net/urlid/11.2625.V.20221122.0942.001

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (11872007); The Fundamental Research Funds for the Central Universities

* **Corresponding author.** E-mail: ywang@buaa.edu.cn