

文章编号: 1002-0268 (2009) 08-0063-04

# 钢筋混凝土拱基于模态频率的承载能力评估

蒋友宝, 刘 扬, 张建仁

(长沙理工大学 土木与建筑学院, 湖南 长沙 410114)

**摘要:** 基于钢筋混凝土拱破坏过程中模态频率的变化规律, 进行了承载能力评估方法的研究。对某旧桥中的 2 根钢筋混凝土拱肋进行了加载过程中的模态试验。基于试验结果和有限元分析研究了有初始损伤和完好的钢筋混凝土拱破坏过程中的模态变化规律, 并采用曲线拟和的方法对钢筋混凝土拱的极限承载能力进行了预测。结果表明, 该拱接近破坏时模态频率会下降, 但各阶模态频率的下降程度与最弱刚度截面的位置有关; 拱破坏过程中第 1 阶模态频率值与所受荷载之间的关系可近似用二次方程来描述。

**关键词:** 桥梁工程; 钢筋混凝土拱; 极限承载能力; 模态频率; 损伤

**中图分类号:** U448.34

**文献标识码:** A

## Evaluation of Load Bearing Capacity of Reinforced Concrete Arch Based on Modal Frequency

JIANG Youbao, LIU Yang, ZHANG Jianren

(School of Civil Engineering and Architecture, Changsha University of Science and Technology, Changsha Hunan 410114, China)

**Abstract:** Based on the modal frequency changes in failure process, an evaluation method of load bearing capacity of reinforced concrete arch was studied. Modal experiments during the loading process of two reinforced concrete arch ribs from an old bridge were performed. Based on the experimental results and finite element analysis, the modal changes in failure processes of the arch with initial damage and the perfect arch were analyzed. Then the ultimate bearing capacity was forecasted with the curve fitting method. It shows that (1) the modal frequencies near failure reduce differently when the sections with the least stiffness are different; and (2) the correlation between the first order modal frequency and loading level is approximately a quadratic function in failure process.

**Key words:** bridge engineering; reinforced concrete arch; ultimate bearing capacity; modal frequency; damage

## 0 引言

钢筋混凝土桥梁在多年的运营过程中, 由于荷载与不良环境的共同作用, 会出现如混凝土开裂、钢筋锈蚀等各种形式的损伤, 导致承载能力降低, 这为桥梁的健康使用埋下隐患。因此, 开展对既有桥梁承载能力的评定十分重要。

现有承载能力评定方法通常是在现场进行非破坏性试验, 根据测得的结构响应反推算出结构参数, 然后进行承载能力估计<sup>[1-3]</sup>; 或者通过现场实测出影响桥梁承载能力各因素的损伤程度, 按照模糊数学和层

次分析方法来推算承载能力<sup>[4-6]</sup>。由于现场环境的复杂性, 试验荷载没有达到破坏荷载, 导致估计结果不一定可靠, 因而需展开实验室的破坏性试验研究来进行验证。现有对既有老化与损伤构件的破坏性试验研究, 多数是针对梁来开展的<sup>[7]</sup>, 对于拱形构件 (尤其是实桥构件) 的研究则较少。

在以上的 2 种评估方法中, 前者由于考虑了桥梁结构的整体工作性能, 较后者合理一些。而各种结构响应中, 易于测得的是模态响应参数。基于此, 本文研究了如何应用变化的模态参数来进行钢筋混凝土拱极限承载能力的评估。

收稿日期: 2008-11-03

基金项目: 交通部西部交通建设科技资助项目 (200631800019)

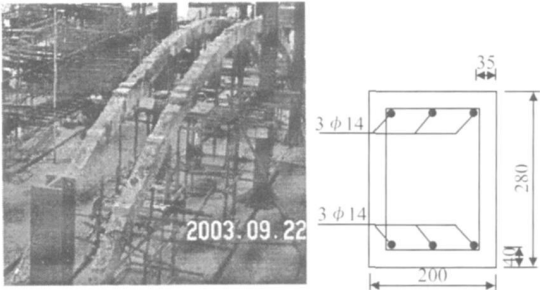
作者简介: 蒋友宝 (1982-), 男, 湖南永州人, 讲师, 博士, 从事桥梁结构可靠性评估研究. (jiangybsu@163.com)

1 既有拱肋的模式分析

选用文献 [8] 中的 2 根拱肋为试验对象, 该拱肋在某服役 28 a 的旧桥中获得。

1.1 试验背景

2 根拱肋跨度  $L$  为 20 m, 矢高为 3.15 m, 截面尺寸和配筋相同, 均采用对称配筋, 具体如图 1 所示。



注: 左边为北拱肋, 右边为南拱肋。

图 1 安装好的拱肋及其截面布置

Fig 1 The fixed two arch ribs and cross-section

拱肋安装好后, 通过刻度放大镜观测发现, 2 根拱肋多处存在着初始裂缝。坐标测量后发现拱轴线有几何偏差。另外拱脚处钢筋已中度锈蚀, 可见该拱肋已存在着较多的损伤, 尤以  $L/8$  处截面最严重。

采用特制的千斤顶-反力架系统在拱肋的  $L/2$ 、 $L/4$ 、 $3L/4$  处同步静力加载。试验结果表明, 2 根拱肋的全过程受力性能相似, 其中南拱肋的破坏荷载为 65.0 kN、北拱肋的破坏荷载为 68.0 kN。

1.2 模态测试

模态测试分别在拱肋的初始状态和静载试验各阶段的卸载之后 (不同的损伤程度) 进行。采用带力传感器的激振锤对结构实施瞬态激励, 竖向锤击激振, 即只测得拱肋平面内的振动模态。模态参数利用 DASP 软件分析得到。

表 1 南拱肋模态试验结果

Tab 1 Modal test result of the south arch rib

| 荷载/kN | 频率/Hz |       |        |        |
|-------|-------|-------|--------|--------|
|       | 1 阶   | 2 阶   | 3 阶    | 4 阶    |
| 0     | 4.289 | 7.632 | 14.645 | 19.712 |
| 26.5  | 4.281 | 7.754 | 14.604 | 19.586 |
| 37.1  | 4.206 | 7.240 | 14.006 | \      |
| 56.0  | 4.010 | 7.148 | 13.945 | 17.954 |
| 65.0  | 3.946 | 6.960 | 13.723 | 17.580 |
| *     | 5.577 | 9.819 | 18.773 | 26.783 |

注: “\” 表示没有采集, “\*” 为该拱肋没有损伤时的频率值。

对表 1 中的数据分析可知, 随着荷载的继续增加, 模态频率值基本上逐步降低。这是由于损伤程度加深导致结构刚度不断下降引起的。当达到极限荷

载时, 第 1 阶模态频率下降了 29.2%, 第 2 阶模态频率下降了 29.1%, 第 3 阶模态频率下降了 26.9%, 第 4 阶模态频率下降了 34.4%。

2 完好拱的模式分析

为进一步揭示拱在破坏过程中模态变化的规律, 采用有限元技术进行完好拱的模态分析。选用 ANSYS 软件, 采用 solid65 单元模拟混凝土, link8 单元模拟钢筋。考虑双非线性的影响, 完好拱的轴线无偏差, 但其跨度、高度及截面布置同试验拱肋。

2.1 对称加载

首先考虑对称加载情况, 仍采用  $L/2$ 、 $L/4$ 、 $3L/4$  处同步加载。表 2 给出了模态变化的计算结果。

表 2 对称加载下完好拱破坏过程中的模态变化

Tab 2 Modal changes of perfect arch under symmetry loads

| 极限承载力        | 频率/Hz |        |        |        |
|--------------|-------|--------|--------|--------|
|              | 1 阶   | 2 阶    | 3 阶    | 4 阶    |
| 0            | 5.898 | 11.251 | 19.838 | 26.028 |
| $0.2P_{u1}$  | 5.805 | 11.148 | 19.826 | 25.951 |
| $0.4P_{u1}$  | 5.231 | 9.676  | 18.692 | 23.964 |
| $0.6P_{u1}$  | 4.822 | 9.100  | 17.412 | 22.275 |
| $0.86P_{u1}$ | 4.436 | 8.429  | 17.055 | 21.954 |
| $0.99P_{u1}$ | 4.058 | 7.793  | 15.543 | 20.658 |

注:  $P_{u1}$  为此时的极限承载能力。

从表 2 可以看出, 各阶模态频率值随着荷载的增大持续降低。当接近破坏时, 拱结构的第 1 阶频率下降了 31.2%, 第 2 阶频率下降了 30.7%, 第 3 阶频率下降了 21.7%, 第 4 阶频率下降了 20.6%。

2.2 非对称加载

再考虑非对称加载的情况, 即采用  $L/2$ 、 $L/4$  处同步加载。表 3 给出了各阶段模态变化的情况。

表 3 非对称加载下完好拱破坏过程中的模态变化

Tab 3 Modal changes of perfect arch under asymmetry loads

| 极限承载力        | 频率/Hz |        |        |        |
|--------------|-------|--------|--------|--------|
|              | 1 阶   | 2 阶    | 3 阶    | 4 阶    |
| 0            | 5.898 | 11.251 | 19.838 | 26.028 |
| $0.31P_{u2}$ | 5.883 | 11.229 | 19.819 | 26.018 |
| $0.47P_{u2}$ | 5.710 | 10.990 | 19.357 | 26.000 |
| $0.63P_{u2}$ | 5.520 | 10.778 | 18.967 | 25.957 |
| $0.78P_{u2}$ | 4.762 | 9.668  | 18.091 | 23.381 |
| $0.99P_{u2}$ | 3.844 | 7.848  | 15.921 | 20.157 |

注:  $P_{u2}$  为此时的极限承载能力。

从表 3 看出, 各阶模态频率值也随着荷载的增大持续降低。当接近破坏时, 各阶频率的下降程度为: 第 1 阶频率下降 34.8%, 第 2 阶频率下降 30.2%, 第 3 阶频率下降 19.7%, 第 4 阶频率下降 22.6%。

对表 1 至表 3 中的数据进行归纳分析可知, 无论

是有初始损伤的既有拱还是完好拱, 加载过程中, 各阶模态频率的下降程度均有一定的差异。

### 3 基于模态变化的承载能力评估

钢筋混凝土拱在破坏过程中模态频率值的变化与所受荷载之间显然存在着一定的对应关系, 因而依据这种关系可进行承载能力的评估。

#### 3.1 模态变化的规律

对于结构参数相同的完好拱和有初始损伤的拱, 在整个加载过程中其前 3 阶振动形式相同, 且振动模态的排序不变, 即较低阶模态不会发生跃迁现象, 这与文献 [9] 的研究结论一致。而第 4 阶模态的振动形式在加载过程中则会有较大的变化, 对于有初始损伤的拱这更为显著。图 2 为南拱肋临近破坏时的前 3 阶振动模态图。



图 2 南拱肋临近破坏时的前 3 阶振动模态  
Fig. 2 The first three order modes of the south arch rib near failure

从图 2 中可以看出, 第 1 阶振动模态为 2 个半波的反对称形式, 第 2 阶振动模态为 3 个半波的正对称形式, 第 3 阶振动模态为 4 个半波的反对称形式。若定义加载过程中模态的频率改变率  $v_f$  为

$$v_f = (f - f_{per}) / f_{per} \quad (1)$$

式中,  $f_{per}$  为拱在无损伤情况下的频率, 则不同情况下频率改变率与受荷的关系曲线如图 3 所示。

从图 3(a) 中可知, 完好拱在整个对称加载过程中, 第 1、2 阶频率值的改变率较第 3 阶频率值的改变率要大一些。非对称加载下完好拱频率值的变化也有这个规律。原因在于完好拱在加载过程中最弱刚度截面的位置一般是在 2 个拱脚和 2 个  $L/4$  截面, 这与文献 [10] 的分析结论一致。此处最弱刚度截面是指加载过程中由于裂缝和塑性铰的出现导致刚度下降最多的截面。在第 1、2 阶模态中,  $L/4$  截面处的振动位移较大, 而在第 3 阶模态中,  $L/4$  截面处的振动位移较小, 因而当  $L/4$  截面刚度下降较大时, 第 1、2 阶频率值改变率要大一些。

在图 3(b) 中可看出, 第 3 阶模态频率值的改变率在加载初期要比第 2 阶模态大一些, 但在加载后期又比第 2 阶模态小一些, 即呈现出一种波动变化的特征。这说明有初始损伤的南拱肋具有与完好拱不同的变化规律。原因在于南拱肋在加载过程中, 最弱刚度截面的位置不再是  $L/4$  截面, 而是  $L/8$  截面。

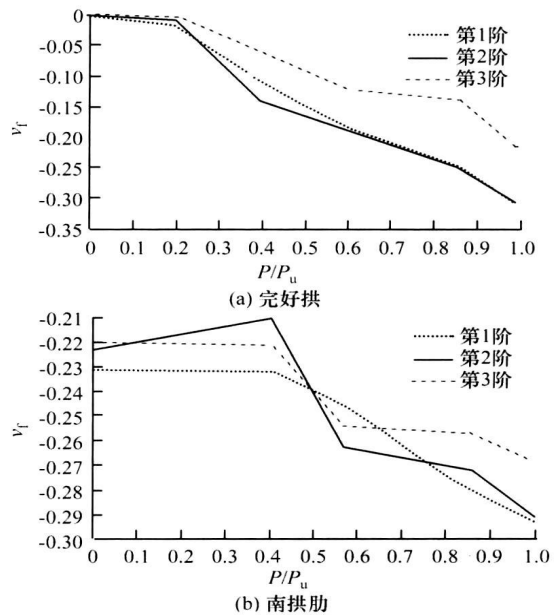


图 3 对称加载下前 3 阶频率值随荷载的变化  
Fig. 3 The first three order modal frequencies vary with loads under symmetry loads

#### 3.2 模态频率与荷载的近似函数

由于拱的第 1 阶频率值测试精度最高, 且在加载过程中下降程度较大, 因而以下分析第 1 阶频率值的变化规律。采用无量纲的参数  $f_{per}/f$  和  $P/P_u$ ,  $P_u$  为拱在有初始损伤情况下的极限承载能力。例如对于表 1 中的情况,  $f_{per} = 5.577 \text{ Hz}$ ,  $P_u = 65.0 \text{ kN}$ 。若对表 2 中的数据 (data1) 和表 3 中的数据 (data2) 进行拟和, 发现用二次方程式来描述模态频率值与荷载之间的量化数值关系具有较好的精度 (见图 4 所示), 即

$$f_{per}/f = a_1 (P/P_u)^2 + a_2 (P/P_u) + a_3 \quad (2)$$

式中,  $a_1$ 、 $a_2$ 、 $a_3$  为待定参数。

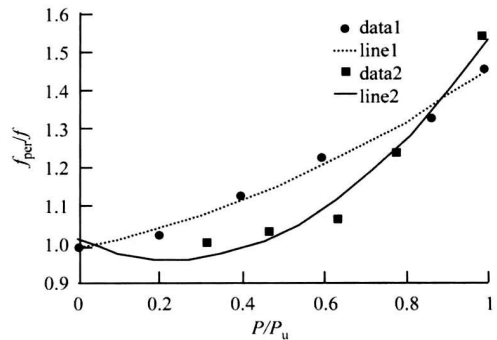


图 4 模态频率值与荷载之间的函数曲线

Fig. 4 Relation between modal frequency and load

采用测试的南拱肋数据验证模态频率值与荷载之间二次方程模型的精度。首先有  $f_{per} = 5.577 \text{ Hz}$ , 然后根据 0、26.5、37.1 kN 时对应的频率值可确定出  $a_1/$

$P_u^2 = 0.169$ ,  $a_2/P_u = -0.0492$ ,  $a_3 = 1.299$ , 由此推断 56.0、65.0 kN 对应的频率值分别为 4.033、3.929 Hz, 它们与测试得到的频率值很接近。由此可知, 二次方程模型具有较高的精度。

### 3.3 极限承载能力的预测

匈牙利等国对 100 多座桥梁进行了近 20 年的观测, 得出桥梁不能使用时, 第 1 阶模态频率值下降 15% ~ 25%。而本文试验与计算结果稍大于此值, 为 30% 左右。原因在于本文考虑的情况是接近破坏状态时的频率值, 而不能使用状态与破坏状态相比, 结构尚有一定的继续承载能力。因此考虑这个因素后, 钢筋混凝土拱在接近承载极限状态时, 模态频率值的降低程度可按 30% 取值。

记  $f_0$  表示有初始损伤拱在 0 荷载情况下的模态频率值,  $f_1, f_2$  分别为受荷  $P_1, P_2$  情况下的模态频率值,  $f_u$  为破坏时的模态频率值, 按  $f_u = 0.7f_{per}$  确定。因此根据这些参数便可预测出有初始损伤拱的极限承载能力。以北拱肋为例进行说明。

试验过程中测得北拱肋在 0、26.5、37.1 kN 荷载下对应的模态频率值分别为 4.08、3.84、3.79 Hz, 轴线有几何偏差的北拱肋无损伤时的模态频率值经计算为  $f_{per} = 5.378$  Hz, 因而可推算出  $a_1/P_u^2 = -3.681e-5$ ,  $a_2/P_u = 4.084e-3$ ,  $a_3 = 1.3178$ 。由于对北拱肋破坏时的频率值  $f_u$  没有进行实测, 现假定  $f_u = 0.7f_{per} = 3.765$  Hz, 可推得  $P_u = 63.69$  kN, 而试验得到的承载能力为 68 kN, 误差为 6.3%。

### 3.4 方法的评价

以上给出了利用模态频率与荷载之间的二次函数模型进行钢筋混凝土拱极限承载能力预测的计算过程。实际应用中二次函数模型是否具有较高的精度,  $f_u$  取为  $f_{per}$  的 0.7 倍是否合适, 还需通过较多的试验数据来进行验证。

## 4 结论

本文基于钢筋混凝土拱破坏过程中模态频率的变化规律, 进行了承载能力评估方法的研究。得到的主要结论如下:

(1) 拱接近破坏时模态频率会下降, 但各阶模态频率的下降程度与最弱刚度截面的位置有关。

(2) 拱破坏过程中第 1 阶模态频率值与所受荷载

之间的关系可近似用二次方程来描述。

(3) 依据模态频率值与荷载之间的关系可进行钢筋混凝土拱的极限承载能力预测, 且具有一定精度。

参考文献:

References:

- [1] NOWAK A S, KIM S J, STANKIEWICZ P R. Analysis and Diagnostic Testing of a Bridge [J]. Computers & Structures, 2000, 77 (1): 91-100.
- [2] BROWNJOHN J M W, MOYO P, OMENZETTER P, et al. Assessment of Highway Bridge Upgrading by Dynamic Testing and Finite Element Model Updating [J]. Journal of Bridge Engineering, 2003, 8 (3): 162-172.
- [3] ENRIGHT M P, FRANGOPOL D M. Survey and Evaluation of Damaged Concrete Bridges [J]. Journal of Bridge Engineering, ACSE, 2000, 5 (1): 31-38.
- [4] MÖLLER B, GRAF W, BEER M. Safety Assessment of Structures in View of Fuzzy Randomness [J]. Computers & Structures, 2003, 81 (15): 1567-1582.
- [5] ZHAO Zhiye, CHEN Chuanyu. A Fuzzy System for Concrete Bridge Diagnosis [J]. Computers & Structures, 2002, 80 (8): 629-641.
- [6] SASMAL S, RAMANJANEYULU K. Condition Evaluation of Existing Reinforced Concrete Bridges Using Fuzzy Based Analytic Hierarchy Approach [J]. Expert System with Applications, 2008, 35 (3): 1430-1443.
- [7] YOON S, WANG K, WEISS W. Interaction between Loading, Corrosion and Serviceability [J]. ACI Materials Journal, 2000, 97 (6): 637-644.
- [8] ZHANG Jianren, LI Chuanxi, XU Feihong, et al. Test and Analysis for Ultimate Load-carrying Capacity of Existing Reinforced Concrete Arch Ribs [J]. Journal of Bridge Engineering, ACSE, 2007, 12 (1): 4-12.
- [9] 蒋友宝, 冯健, 孟少平. 结构损伤识别中模态跃迁的研究 [J]. 工程力学, 2006, 23 (6): 35-40.  
JIANG Youbao, FENG Jian, MENG Shaoping. Mode Jumping Research in Structural Damage Identification [J]. Engineering Mechanics, 2006, 23 (6): 35-40.
- [10] 赵华. 钢筋混凝土拱的承载能力研究 [J]. 中南公路工程, 2004, 29 (1): 24-27.  
ZHAO Hua. Ultimate Bearing Capacity of Reinforced Concrete Arch [J]. Central South Highway Engineering, 2004, 29 (1): 24-27.