

# 基于 T-S 模糊模型的采样系统鲁棒耗散控制

练红海<sup>1,2</sup> 肖伸平<sup>2,3</sup> 罗毅平<sup>4</sup> 周笔锋<sup>1</sup>

**摘 要** 研究基于 T-S (Takagi-Sugeno) 模糊模型的采样控制系统鲁棒耗散控制问题. 利用 2 阶 B-L (Bessel-Legendre) 不等式和整个采样间隔  $[t_k, t_{k+1})$  的特征信息, 提出一个基于 B-L 不等式的双边时间相关不连续 L-K (Lyapunov-Krasovskii) 泛函. 使用提出的 L-K 泛函和改进的自由矩阵不等式, 建立了确保系统严格  $(Q, S, R)$ - $\gamma$ -耗散的充分条件. 基于所得耗散条件, 给出了 T-S 模糊采样控制器的设计方法, 并用于处理卡车拖车的控制问题. 仿真结果表明所提出的控制器设计方法非常有效.

**关键词** T-S 模糊模型, 采样控制系统, 基于 B-L 不等式的双边时间相关不连续 L-K 泛函, T-S 模糊采样控制器

**引用格式** 练红海, 肖伸平, 罗毅平, 周笔锋. 基于 T-S 模糊模型的采样系统鲁棒耗散控制. 自动化学报, 2022, 48(11): 2852–2862

**DOI** 10.16383/j.aas.c190309

## Robust Dissipative Control for Sampled-data System Based on T-S Fuzzy Model

LIAN Hong-Hai<sup>1,2</sup> XIAO Shen-Ping<sup>2,3</sup> LUO Yi-Ping<sup>4</sup> ZHOU Bi-Feng<sup>1</sup>

**Abstract** This paper investigates the problem of robust dissipative control for sampled-data control system based on Takagi-Sugeno (T-S) fuzzy model. By employing the second-order Bessel-Legendre (B-L) inequality and the characteristic information on the whole sampling interval  $[t_k, t_{k+1})$ , a B-L-inequality-based two-side time-dependent discontinuous Lyapunov-Krasovskii (L-K) functional is proposed. By using the proposed functional and improved free-matrix-based inequality, a sufficient condition is established to ensure that the sampled-data system is strictly  $(Q, S, R)$ - $\gamma$ -dissipative. Based on the obtained condition, a method to design desired T-S fuzzy sampled-data controller is presented, which is applied to deal with the control problem of a truck-trailer system. The obtained results show that the proposed design approach for the controller is very effective.

**Key words** T-S fuzzy model, sampled-data control system, B-L-inequality-based two-side time-dependent discontinuous L-K functional, T-S fuzzy sampled-data controller

**Citation** Lian Hong-Hai, Xiao Shen-Ping, Luo Yi-Ping, Zhou Bi-Feng. Robust dissipative control for sampled-data system based on T-S fuzzy model. *Acta Automatica Sinica*, 2022, 48(11): 2852–2862

T-S (Takagi-Sugeno) 模糊模型通过简单的 IF-THEN 模糊规则, 利用一系列的局部线性子系统结

收稿日期 2019-04-19 录用日期 2019-09-09

Manuscript received April 19, 2019; accepted September 9, 2019

国家自然科学基金 (61672225, 61741308), 湖南省自然科学基金 (2018JJ2096, 2018JJ4075, 2020JJ7023), 湖南电气职业技术学院自然科学基金重点项目 (2019ZK002) 资助

Supported by National Natural Science Foundation of China (61672225, 61741308), Natural Sciences Foundation of Hunan Province (2018JJ2096, 2018JJ4075, 2020JJ7023), and Natural Sciences Foundation of Hunan Electrical College of Technology (2019ZK002)

本文责任编辑 李鸿一

Recommended by Associate Editor LI Hong-Yi

1. 湖南电气职业技术学院风能工程学院 湘潭 411101 2. 电传动控制与智能装备湖南省重点实验室 株洲 412007 3. 湖南工业大学电气与信息工程学院 株洲 412007 4. 湖南工程学院电气信息学院 湘潭 411101

1. School of Wind Energy Engineering, Hunan Electrical College of Technology, Xiangtan 411101 2. Key Laboratory for Electric Drive Control and Intelligent Equipment of Hunan Province, Zhuzhou 412007 3. School of Electrical and Information Engineering, Hunan University of Technology, Zhuzhou 412007 4. College of Electrical Information, Hunan Institute of Engineering, Xiangtan 411101

合模糊隶属度函数可精确描述非线性系统, 广泛用于非线性系统的建模与控制, 受到了国内外控制团队的极大关注<sup>[1-2]</sup>. 该模型结构简单, 数学描述方便, 有利于系统分析和控制器设计. 因此, T-S 模糊模型系统的各种问题得到广泛研究<sup>[2-9]</sup>, 如  $H_\infty$  跟踪控制问题<sup>[6]</sup>、非脆弱滤波控制问题<sup>[7]</sup>、鲁棒耗散控制问题<sup>[8]</sup>、故障检测问题<sup>[9]</sup>等.

采样控制系统具有安装简单、可靠性高、维护成本低、效率高等优点而广泛应用于实际工程中. 采样控制系统是一个包含连续时间信号  $x(t)$  和离散时间信号  $x(t_k)$  的混杂系统, 它的控制信号在任意一个采样间隔内只刷新一次 (只在数据采样时刻刷新), 与连续控制系统相比, 这极大减少了信息的传输量, 增加了带宽使用效率且控制更加高效. 因此, 采样控制系统得到众多学者的广泛研究, 并取得了丰富的成果<sup>[10-19]</sup>. 文献 [10-11] 和文献 [12] 分别利用离散时间方法和脉冲模型方法研究了采样控制系统的稳定和镇定问题. 文献 [13] 提出了基于 L-K

(Lyapunov-Krasovskii) 泛函的输入时滞方法, 该方法是目前分析采样控制系统综合问题的主要方法之一, 其基本思想是将采样控制系统转换为时变时滞系统, 再利用 L-K 泛函和时滞系统理论分析采样控制系统综合问题. 近些年, 许多学者基于输入时滞方法提出了一些新的分析方法, 如时间相关 L-K 泛函方法<sup>[14]</sup>、闭环 L-K 泛函方法<sup>[15]</sup>、不连续 L-K 泛函方法<sup>[16-17]</sup>和双边闭环 L-K 泛函方法<sup>[18-19]</sup>等. 这些方法也已用于处理其他复杂系统的控制问题, 文献 [20] 利用时间相关 L-K 泛函方法研究了基于 T-S 模糊模型的混沌采样控制系统指数镇定问题. 文献 [21] 使用基于 Wirtinger 不等式的不连续 L-K 泛函和模糊比例采样控制分析了混沌系统的镇定控制问题. 文献 [22] 利用基于自由矩阵的不连续 L-K 泛函讨论了 T-S 模糊混沌采样控制系统的镇定控制问题. 文献 [23] 通过双边闭环函数讨论了时变时滞神经网络的采样同步控制问题.

耗散性理论是 Kalman-Yakubovich 引理, 无源性理论以及圆判据的推广, 它通过能量相关的输入输出描述方式给出了控制系统设计和分析的新框架, 已成为非线性系统, 鲁棒控制系统设计的重要工具. 耗散性将无源性能和  $H_\infty$  性能进行了统一, 为控制系统设计提供了一种更灵活, 保守性更小的方法. 另外, 在耗散性能的基础上, 还可引入扩展耗散性能<sup>[24]</sup>, 这个性能可将  $H_\infty$  性能、 $L_2 \sim L_\infty$  性能和无源性能纳入一个统一的框架. 因此, 研究各类动态系统的耗散控制问题具有重要意义. 文献 [25] 针对具有随机扰动的模糊切换系统, 讨论了其鲁棒耗散滤波控制问题并给出了滤波控制器的设计方法. 文献 [26] 研究了时变时滞神经网络的耗散性问题, 建立了确保系统严格耗散的充分条件. 文献 [27] 分析了一类具有执行器故障的奇异 Markovian 跳变系统的有限时间耗散控制问题. 文献 [28] 研究了 T-S 模糊 Markovian 跳变系统的可靠耗散控制问题. 文献 [29] 研究具有执行器故障的 T-S 模糊采样控制系统的可靠耗散控制问题. 文献 [30] 针对一类 T-S 模糊采样控制系统, 利用时间相关 L-K 泛函方法研究了系统的鲁棒耗散控制问题, 获得了系统严格耗散的充分条件并给出了模糊采样控制器的设计方案. 由于它只考虑了采样间隔  $[t_k, t)$  的系统特征信息, 忽视了采样间隔  $[t, t_{k+1})$  的系统特征信息. 因此, 这种设计方法的保守性较大. 考虑这种情况, 文献 [31] 利用整个采样间隔  $[t_k, t_{k+1})$  的系统特征信息, 提出一个双边闭环 L-K 泛函, 进一步研究了 T-S 模糊采样控制系统的耗散控制问题. 虽然文献 [31] 的设计方案比文献 [30] 的设计方案保守性更小, 但文献 [31] 没有考虑模糊前提变量, 只是设计了一个

线性的采样控制器, 同时, 它构造的双边闭环函数还忽视了一些有效的特征信息. 因此还有很大的改进空间.

针对文献 [30] 和文献 [31] 存在的问题, 本文进一步研究 T-S 模糊采样控制系统的鲁棒耗散控制问题. 主要贡献有以下几点: 1) 基于 2 阶的 B-L 不等式, 提出基于 B-L 不等式的双边时间相关不连续 L-K 泛函, 该泛函充分考虑了整个采样间隔  $[t_k, t_{k+1})$  的特征信息和系统的不连续特性, 相对现有的 L-K 泛函方法来说, 可更加有效地捕获采样控制系统的锯齿结构特征; 2) 提出了一个改进的自由矩阵不等式, 对 L-K 泛函导数的估计更为精确; 3) 利用提出的 L-K 泛函和自由矩阵不等式, 建立了一个低保守性的鲁棒耗散性条件, 基于这个条件, 提出了 T-S 模糊采样控制器的设计方案. 通过一个卡车拖车系统来验证设计方法的有效性和优越性.

本文采用如下记号:  $\mathbf{R}^n$ ,  $\mathbf{R}^{n \times m}$  分别表示实数域的  $n$  维向量空间和  $n \times m$  矩阵空间;  $\mathbf{N}$  表示自然数集;  $\mathbf{0}$  和  $\mathbf{I}$  分别代表合适维数的零矩阵和单位矩阵;  $R > 0$  表示矩阵  $R$  是正定矩阵;  $\text{Sym}\{M\} = M + M^T$  代表矩阵  $M$  与矩阵  $M$  转置之和;  $\text{diag}\{\cdot\}$  表示块对角矩阵; “\*” 表示对称矩阵的对称项;  $L_2[0, +\infty)$  表示平方可积无穷序列.

## 1 系统描述

针对一类连续非线性采样控制系统, 考虑以下 IF-THEN 模糊规则描述的 T-S 模糊模型.

被控对象规则  $i$ : IF  $\varrho_1(t)$  is  $G_{i1}$ ,  $\varrho_2(t)$  is  $G_{i2}$ , and  $\dots$  and  $\varrho_p(t)$  is  $G_{ip}$ , THEN

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = A_i \mathbf{x}(t) + B_{1i} \mathbf{u}(t) + D_{1i} \mathbf{w}(t) \\ \mathbf{z}(t) = C_i \mathbf{x}(t) + B_{2i} \mathbf{u}(t) + D_{2i} \mathbf{w}(t) \end{cases} \quad (1)$$

其中,  $i \in \mathbf{N} = \{1, 2, \dots, r\}$ ,  $r$  为 IF-THEN 模糊规则条数;  $\varrho_1(t)$ ,  $\varrho_2(t)$ ,  $\dots$ ,  $\varrho_p(t)$  表示前提变量;  $G_{i1}$ ,  $G_{i2}$ ,  $\dots$ ,  $G_{ip}$  是模糊集合;  $\mathbf{x}(t) \in \mathbf{R}^n$  是系统状态向量;  $\mathbf{u}(t) \in \mathbf{R}^m$  控制输入向量;  $\mathbf{w}(t)$  为外部扰动输入向量, 满足  $L_2[0, +\infty)$ ;  $\mathbf{z}(t)$  是控制输出向量;  $A_i$ ,  $B_{1i}$ ,  $D_{1i}$ ,  $C_i$ ,  $B_{2i}$ ,  $D_{2i}$  是合适维数的常数矩阵.

定义  $\varrho(t) = [\varrho_1(t), \varrho_2(t), \dots, \varrho_p(t)]$ , 以及

$$\begin{aligned} \zeta_i(\varrho(t)) &= \prod_{j=1}^p G_{ij}(\varrho_j(t)) \\ h_i(\varrho(t)) &= \frac{\zeta_i(\varrho(t))}{\sum_{j=1}^r \zeta_j(\varrho(t))} \end{aligned}$$

其中,  $G_{ij}(\varrho_j(t))$  为  $\varrho_j(t)$  属于模糊集合  $G_{ij}$  的隶属度, 对  $\forall t$ , 有  $\zeta_i(\varrho(t)) \geq 0$ ,  $h_i(\varrho(t)) \geq 0$ ,  $i \in \mathbf{N} = \{1, 2, \dots, r\}$ , 且  $\sum_{i=1}^r h_i(\varrho(t)) = 1$ . 此时, 基于 T-S 模糊模型

的采样控制系统可由上面的各个子系统的加权平均表示为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = A(t)\mathbf{x}(t) + B_1(t)\mathbf{u}(t) + D_1(t)\mathbf{w}(t) \\ \mathbf{z}(t) = C(t)\mathbf{x}(t) + B_2(t)\mathbf{u}(t) + D_2(t)\mathbf{w}(t) \end{cases} \quad (2)$$

其中,

$$\begin{aligned} A(t) &= \sum_{i=1}^r h_i(\varrho(t))A_i, \quad C(t) = \sum_{i=1}^r h_i(\varrho(t))C_i \\ B_1(t) &= \sum_{i=1}^r h_i(\varrho(t))B_{1i}, \quad B_2(t) = \sum_{i=1}^r h_i(\varrho(t))B_{2i} \\ D_1(t) &= \sum_{i=1}^r h_i(\varrho(t))D_{1i}, \quad D_2(t) = \sum_{i=1}^r h_i(\varrho(t))D_{2i} \end{aligned}$$

控制信号由零阶保持器 (Zero-order holder, ZOH) 输出产生. 基于并行分布补偿控制 (Parallel distributed control, PDC) 的思想, 针对系统 (1), 给出下面的 T-S 模糊采样状态反馈控制器.

控制器规则  $i$ : IF  $\varrho_1(t)$  is  $G_{i1}$ ,  $\varrho_2(t)$  is  $G_{i2}$ , and  $\dots$  and  $\varrho_p(t)$  is  $G_{ip}$ , THEN

$$\mathbf{u}(t) = K_i \mathbf{x}(t_k), \quad t \in [t_k, t_{k+1}), i \in \mathbb{N} \quad (3)$$

其中,  $K_i \in \mathbf{R}^{m \times n}$  是局部状态反馈控制器的增益矩阵. 全局状态反馈 T-S 模糊采样控制器为

$$\mathbf{u}(t) = K(t_k) \mathbf{x}(t_k), \quad t \in [t_k, t_{k+1}) \quad (4)$$

其中,  $K(t_k) = \sum_{i=1}^r h_i(\varrho(t_k))K_i$ ,  $\mathbf{x}(t_k)$  为  $\mathbf{x}(t)$  在采样时刻  $t_k$  的离散测量值.

采样周期为两个相邻连续采样时刻之间的间隔时间, 假设满足

$$t_{k+1} - t_k = h_k \in [h_1, h_2] \quad (5)$$

其中,  $h_1$  和  $h_2$  ( $h_2 \geq h_1 \geq 0$ ) 分别表示采样周期 (采样间隔) 的最小值和最大值.

将式 (4) 代入式 (2), 可得下面的闭环采样控制系统

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = A(t)\mathbf{x}(t) + B_1(t)K(t_k)\mathbf{x}(t_k) + D_1(t)\mathbf{w}(t) \\ \mathbf{z}(t) = C(t)\mathbf{x}(t) + B_2(t)K(t_k)\mathbf{x}(t_k) + D_2(t)\mathbf{w}(t) \end{cases} \quad (6)$$

为了分析系统 (6) 的耗散性能, 定义下面的能量供给率函数

$$\mathbf{r}(z, w) = \mathbf{z}^T(t)\mathcal{Q}\mathbf{z}(t) + 2\mathbf{z}^T(t)\mathcal{S}\mathbf{w}(t) + \mathbf{w}^T(t)\mathcal{R}\mathbf{w}(t) \quad (7)$$

其中,  $\mathcal{Q} = \mathcal{Q}^T$ ,  $\mathcal{S}$ ,  $\mathcal{R} = \mathcal{R}^T$  是实数矩阵且  $\mathcal{Q} \leq 0$ . 定义  $\tilde{\mathcal{Q}}_- = (-\mathcal{Q})^{\frac{1}{2}}$ , 此时, 引入下面的耗散性定义.

**定义 1**<sup>[32]</sup>. 在零初始条件下, 如果存在任意的  $\gamma > 0$ , 使下面成立

$$\int_0^{t_f} \mathbf{r}(z, w)dt \geq \gamma \int_0^{t_f} \mathbf{w}^T(t)\mathbf{w}(t)dt, \quad \forall t_f > 0 \quad (8)$$

则称系统 (6) 是严格  $(\mathcal{Q}, \mathcal{S}, \mathcal{R})$ - $\gamma$ -耗散的.

本文目的是为系统 (6) 设计一个 T-S 模糊采样控制器 (4), 且满足指定的耗散性能 (8).

为了推导主要结论, 给出下面两个引理.

**引理 1 (2 阶 B-L 不等式)**<sup>[33-34]</sup>. 对给定矩阵  $R \in \mathbf{R}^{n \times n}$ , 对所有在  $[a, b] \rightarrow \mathbf{R}^n$  上连续可微的函数  $\mathbf{x}$ , 满足

$$\begin{aligned} - (b-a) \int_a^b \dot{\mathbf{x}}^T(s)R\dot{\mathbf{x}}(s)ds \leq \\ - \boldsymbol{\varpi}_i^T(t)\Sigma_i^T\Omega_i^T\bar{R}_p\Omega_i\Sigma_i\boldsymbol{\varpi}_i(t), \quad i = 1, 2 \end{aligned} \quad (9)$$

其中,

$$\begin{aligned} \bar{R}_p &= \text{diag}\{R, 3R, 5R\} \\ \Omega_1 &= \begin{bmatrix} I & 0 & 0 \\ I & -2I & 0 \\ I & -6I & 6I \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (10)$$

$$\Omega_2 = \text{diag}\{I, -I, I\}\Omega_1 \quad (11)$$

$$\Sigma_1 = \begin{bmatrix} I & -I & 0 & 0 \\ 0 & -I & I & 0 \\ 0 & -I & 0 & 2I \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\Sigma_2 = \begin{bmatrix} I & -I & 0 & 0 \\ I & 0 & -I & 0 \\ I & 0 & 0 & -2I \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\boldsymbol{\pi}_1(t) = [\mathbf{x}^T(b), \mathbf{x}^T(a), \boldsymbol{\pi}_{11}^T(t), \boldsymbol{\pi}_{12}^T(t)]^T$$

$$\boldsymbol{\pi}_2(t) = [\mathbf{x}^T(b), \mathbf{x}^T(a), \boldsymbol{\pi}_{21}^T(t), \boldsymbol{\pi}_{22}^T(t)]^T$$

$$\boldsymbol{\pi}_{1i}(t) = \frac{1}{(b-a)^i} \int_a^b (b-s)^{i-1} \mathbf{x}(s)ds$$

$$\boldsymbol{\pi}_{2i}(t) = \frac{1}{(b-a)^i} \int_a^b (s-a)^{i-1} \mathbf{x}(s)ds$$

**引理 2 (改进的自由矩阵不等式)**. 对给定矩阵  $R \in \mathbf{R}^{n \times n}$ , 任意向量  $\boldsymbol{\xi}_0$  和自由权矩阵  $N$ , 对所有在  $[a, b] \rightarrow \mathbf{R}^n$  上连续可微的函数  $x$ , 满足

$$\begin{aligned} - \int_a^b \dot{\mathbf{x}}^T(s)R\dot{\mathbf{x}}(s)ds \leq (b-a)\boldsymbol{\xi}_0^T N^T \bar{R}_p^{-1} N \boldsymbol{\xi}_0 + \\ 2\boldsymbol{\xi}_0^T N^T \Omega_i \Sigma_i \boldsymbol{\varpi}_i(t), \quad i = 1, 2 \end{aligned} \quad (14)$$

其中,  $\Omega_i$ ,  $\Sigma_i$ ,  $\bar{R}_p$  和  $\boldsymbol{\varpi}_i(t)$  的定义见引理 1.

**证明.** 将文献 [35] 中的辅助向量  $\boldsymbol{\zeta}(s) = [\boldsymbol{\varpi}_1^T(t), f_1(s)\boldsymbol{\varpi}_1^T(t), f_2(s)\boldsymbol{\varpi}_1^T(t)]^T$  修改为  $\boldsymbol{\zeta}(s) = [\boldsymbol{\xi}_0^T, f_1(s)\boldsymbol{\xi}_0^T, f_2(s)\boldsymbol{\xi}_0^T]^T$  (即将向量  $\boldsymbol{\varpi}_1(t)$  修改为任意向量  $\boldsymbol{\xi}_0$ ), 类似于文献 [35] 引理 1 的证明可得引理 2 中  $i = 1$  的情形. 另外, 由  $\boldsymbol{\pi}_{12}(t) = \boldsymbol{\pi}_{21}(t) - \boldsymbol{\pi}_{22}(t)$ , 可得  $\Omega_1 \times \Sigma_1 \boldsymbol{\varpi}_1(t) = \Omega_2 \Sigma_2 \boldsymbol{\varpi}_2(t)$ . 因此, 不难得出引理 2 中的  $i = 2$  的情况.  $\square$

**注 1.** 若在引理 2 ( $i = 1$  的情形) 中, 设  $\boldsymbol{\xi}_0 =$

$\varpi_1(t)$ , 可得文献 [35] 中引理 1 (自由矩阵不等式); 若在引理 2 中, 设  $\xi_0 = \varpi_i(t)$  和  $N = -\bar{R}_p \Omega_i \Sigma_i / (b - a)$ ,  $i = 1, 2$ , 可得引理 1 (2 阶 B-L 不等式). 即自由矩阵不等式和 2 阶 B-L 不等式是引理 2 的一种特例.

## 2 主要结果及证明

为了简化系统的分析与设计以及推导过程, 定义如下标记符:

$$h(t) = t - t_k, \quad h_k - h(t) = t_{k+1} - t$$

$$\alpha_i(t) = \frac{1}{(t - t_k)^i} \int_{t_k}^t (t - s)^{i-1} \mathbf{x}(s) ds, \quad i = 1, 2$$

$$\beta_i(t) = \frac{1}{(t_{k+1} - t)^i} \int_t^{t_{k+1}} (s - t)^{i-1} \mathbf{x}(s) ds, \quad i = 1, 2$$

$$\vartheta_1(t) = \mathbf{x}(t) - \mathbf{x}(t_k), \quad \vartheta_2(t) = \mathbf{x}(t) - \mathbf{x}(t_{k+1})$$

$$\eta_1(t) = [(h_k - h(t))\vartheta_1^T(t), h(t)\vartheta_2^T(t)]^T$$

$$\eta_2(t) = [\vartheta_1^T(t), \vartheta_2^T(t)]^T, \quad \eta_{3k} = [\mathbf{x}^T(t_k), \mathbf{x}^T(t_{k+1})]^T$$

$$\eta_4(t) = [\alpha_1^T(t), \beta_1^T(t), \alpha_2^T(t), \beta_2^T(t)]^T$$

$$\eta_5(t) = [\mathbf{x}^T(t), \mathbf{x}^T(t_k), \alpha_1^T(t), \alpha_2^T(t)]^T$$

$$\xi(t) = [\mathbf{x}^T(t), \eta_{3k}^T, \dot{\mathbf{x}}^T(t), \eta_4^T(t), \mathbf{w}^T(t)]^T$$

$$e_j = [0_{n \times (j-1)n}, I_n, 0_{n \times (8-j)n}, 0_{n \times q}], \quad j = 1, \dots, 8$$

$$e_9 = [0_{q \times 8n}, I_q]$$

首先, 对模糊采样控制器增益矩阵已知情况, 给出闭环采样控制系统 (6) 满足耗散性能 (8) 的充分条件如下.

**定理 1.** 若存在合适维度矩阵  $P > 0$ ,  $R_1 > 0$ ,  $R_2 > 0$ ,  $R_3 > 0$ ,  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $Z_1 = Z_1^T$ ,  $Z_2 = Z_2^T$ ,  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$ ,  $N_{ij}$ ,  $M_{ij}$ ,  $i, j \in \mathbf{N}$ , 使得对  $h_k \in [h_1, h_2]$ , 满足下面的线性矩阵不等式 (Linear matrix inequality, LMI), 即

$$\begin{bmatrix} \Phi_{1ij} & \sqrt{h_k} M_{ij}^T & \Pi_{2ij}^T \tilde{Q}_-^T \\ * & -\bar{R}_{2p} & 0 \\ * & * & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (15)$$

$$\begin{bmatrix} \Phi_{2ij} & \sqrt{h_k} N_{ij}^T & \Pi_{2ij}^T \tilde{Q}_-^T \\ * & -\bar{R}_{1p} & 0 \\ * & * & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (16)$$

其中,

$$\Phi_{1ij} = \Psi_1 + \Psi_{2ij} + h_k \Psi_3$$

$$\Phi_{2ij} = \Psi_1 + \Psi_{2ij} + h_k \Psi_4$$

$$\Psi_1 = \text{Sym}\{e_1^T P e_4 + \Xi_1^T (X_1 \Xi_4 + X_2 \Xi_5) - \Xi_{12}^T \Sigma_1^T \times \Omega_1^T \bar{R}_{3p} \Omega_1 \Sigma_1 \Xi_{14}\} + h_2^2 e_4^T R_3 e_4 - \Xi_{12}^T \Sigma_1^T \Omega_1^T \times \bar{R}_{3p} \Omega_1 \Sigma_1 \Xi_{12}$$

$$\Psi_{2ij} = \text{Sym}\{N_{ij}^T \Omega_1 \Sigma_1 \Xi_{12} + M_{ij}^T \Omega_2 \Sigma_2 \Xi_{13} + \Xi_{16}^T \Pi_{1ij} - \Pi_{2ij}^T \mathcal{S} e_9\} + e_9^T (\gamma I - \mathcal{R}) e_9$$

$$\Psi_3 = \text{Sym}\{\Xi_2^T (X_1 \Xi_4 + X_2 \Xi_5) + \Xi_6^T X_1 \Xi_8 + \Xi_9^T Z_2 \times \Xi_{10}\} + e_4^T R_1 e_4 + \Xi_5^T Z_1 \Xi_5 + \Xi_9^T Z_2 \Xi_9$$

$$\Psi_4 = \text{Sym}\{\Xi_3^T (X_1 \Xi_4 + X_2 \Xi_5) + \Xi_7^T X_1 \Xi_8 + \Xi_9^T Z_2 \times \Xi_{11} - \Xi_{12}^T \Sigma_1^T \Omega_1^T \bar{R}_{3p} \Omega_1 \Sigma_1 \Xi_{15}\} + e_4^T R_2 e_4 - \Xi_5^T Z_1 \Xi_5 - \Xi_{92}^T \Xi_9$$

$$\bar{R}_{lp} = \text{diag}\{R_l, 3R_l, 5R_l\}, \quad l = 1, 2, 3$$

$$\Xi_1 = [e_2^T - e_1^T, e_1^T - e_3^T]^T$$

$$\Xi_2 = [e_4^T, 0]^T$$

$$\Xi_3 = [0, e_4^T]^T$$

$$\Xi_4 = [e_1^T - e_2^T, e_1^T - e_3^T]^T$$

$$\Xi_5 = [e_2^T, e_3^T]^T$$

$$\Xi_6 = [e_1^T - e_2^T, 0]^T$$

$$\Xi_7 = [0, e_1^T - e_3^T]^T$$

$$\Xi_8 = [e_4^T, e_4^T]^T$$

$$\Xi_9 = [e_5^T, e_6^T, e_7^T, e_8^T]^T$$

$$\Xi_{10} = [e_1^T - e_5^T, 0, e_5^T - 2e_7^T, 0]^T$$

$$\Xi_{11} = [0, e_6^T - e_1^T, 0, 2e_8^T - e_6^T]^T$$

$$\Xi_{12} = [e_1^T, e_2^T, e_5^T, e_7^T]^T$$

$$\Xi_{13} = [e_3^T, e_1^T, e_6^T, e_8^T]^T$$

$$\Xi_{14} = [0, 0, e_1^T - e_5^T, e_5^T - 2e_7^T]^T$$

$$\Xi_{15} = [e_4^T, 0, 0, 0]^T$$

$$\Xi_{16} = [e_1^T F_1 + e_2^T F_2 + e_4^T F_3]^T$$

$$\Pi_{1ij} = A_i e_1 + B_{1i} K_j e_2 + D_{1i} e_9 - e_4$$

$$\Pi_{2ij} = C_i e_1 + B_{2i} K_j e_2 + D_{2i} e_9 \quad (17)$$

其中,  $\Sigma_i$ ,  $\Omega_i$ ,  $i = 1, 2$  的定义见式 (10) ~ (13). 那么, 系统 (6) 是严格  $(\mathcal{Q}, \mathcal{S}, \mathcal{R})$ - $\gamma$ -耗散的.

**证明.** 构造基于 B-L 不等式的双边时间相关不连续 L-K 泛函为

$$V(t) = V_c(t) + V_{BL}(t), \quad t \in [t_k, t_{k+1}) \quad (18)$$

其中,  $V_c(t) = \sum_{j=1}^6 V_j(t)$ ,  $V_j(t)$  定义为

$$V_1(t) = \mathbf{x}^T(t) P \mathbf{x}(t)$$

$$V_2(t) = 2\eta_1^T(t) [X_1 \eta_2(t) + X_2 \eta_{3k}]$$

$$V_3(t) = (h_k - h(t)) h(t) \eta_{3k}^T Z_1 \eta_{3k}$$

$$V_4(t) = (h_k - h(t)) h(t) \eta_4^T(t) Z_2 \eta_4(t)$$

$$V_5(t) = (h_k - h(t)) \int_{t_k}^t \dot{\mathbf{x}}^T(s) R_1 \dot{\mathbf{x}}(s) ds$$

$$V_6(t) = -h(t) \int_t^{t_{k+1}} \dot{\mathbf{x}}^T(s) R_2 \dot{\mathbf{x}}(s) ds$$

另外,  $V_{BL}(t)$  定义为

$$V_{BL}(t) = h_2^2 \int_{t_k}^t \dot{\mathbf{x}}^T(s) R_3 \dot{\mathbf{x}}(s) ds - h(t) \eta_5^T(t) [\Sigma_1^T \Omega_1^T \bar{R}_{3p} \Omega_1 \Sigma_1] \eta_5(t)$$

其中,  $\Omega_1$  和  $\Sigma_1$  的定义见式 (10) 和式 (12),  $\bar{R}_{3p}$  的

定义见式 (17). 注意到泛函  $V_c(t)$  满足

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow t_k} V_1(t) &= V_1(t_k) \geq 0 \\ \lim_{t \rightarrow t_k^-} V_i(t) &= \lim_{t \rightarrow t_k^+} V_i(t) = V_i(t_k) = 0, \\ i &= 2, \dots, 6 \end{aligned} \quad (19)$$

由式 (19) 知, 泛函  $V_c(t)$  在时间上是连续的, 即  $\lim_{t \rightarrow t_k} V_c(t) = V_c(t_k) \geq 0$ . 满足条件 (19) 的 L-K 泛函称为时间相关连续型 L-K 泛函<sup>[13-14]</sup>. 这类泛函的特征在于它只需要在采样时刻正定, 不需要在整个采样区间内正定. 这样可以通过放松 L-K 泛函中的矩阵变量来降低系统保守性 (如泛函  $V_c(t)$  中的矩阵变量  $X_1, X_2, Z_1$  和  $Z_2$ ). 因此, 它广泛应用于处理采样控制系统的综合控制设计问题<sup>[12-17]</sup>.

另外,  $V_{BL}(t)$  在  $t=t_k$  是不连续的, 因为  $V_{BL}(t_k) \neq \lim_{t \rightarrow t_k^-} V_{BL}(t)$ . 因此, 需要证明  $V_{BL}(t)$  是正定的和  $V_{BL}(t)$  在  $t_k$  跳变前后不是增大的.

对  $R_3 > 0$ , 由引理 1 可知

$$\begin{aligned} V_{BL}(t) &\geq h^2(t) \int_{t_k}^t \dot{\mathbf{x}}^T(s) R_3 \dot{\mathbf{x}}(s) ds - \\ &h(t) \eta_5^T(t) [\Sigma_1^T \Omega_1^T \bar{R}_{3p} \Omega_1 \Sigma_1] \eta_5(t) = \\ &h(t) \left\{ h(t) \int_{t_k}^t \dot{\mathbf{x}}^T(s) R_3 \dot{\mathbf{x}}(s) ds - \right. \\ &\left. \eta_5^T(t) [\Sigma_1^T \Omega_1^T \bar{R}_{3p} \Omega_1 \Sigma_1] \eta_5(t) \right\} > 0 \end{aligned} \quad (20)$$

因此,  $V_{BL}(t)$  在区间  $t \in (t_k, t_{k+1})$  上是正定的. 显然, 对  $t \in [t_k, t_{k+1})$ , 有  $V_{BL}(t) \geq 0$  且  $\lim_{t \rightarrow t_k^+} V_{BL}(t) = V_{BL}(t_k) = 0$ . 即  $V_{BL}(t)$  在  $t_k$  跳变前大于 0, 跳变后等于 0, 没有出现增大的情况. 此时, 下式成立

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow t_k^-} V(t) - \lim_{t \rightarrow t_k^+} V(t) &= \\ \lim_{t \rightarrow t_k^-} (V_c(t) + V_{BL}(t)) - \lim_{t \rightarrow t_k^+} (V_c(t) + V_{BL}(t)) &= \\ (V_c(t_k) + \lim_{t \rightarrow t_k^-} V_{BL}(t)) - V_c(t_k) &= \\ \lim_{t \rightarrow t_k^-} V_{BL}(t) &\geq 0 \end{aligned} \quad (21)$$

也就是说,  $V(t)$  在每一个采样时刻  $t_0, t_1, t_2, \dots$ , 跳变后是减小的, 即

$$\lim_{t \rightarrow t_k^-} V(t) \geq V(t_k) \geq 0 \quad (22)$$

**注 2.** 基于引理 1 的 2 阶 B-L 不等式, 首次提出了一个新的时间相关不连续项  $V_{BL}(t)$ ,  $V_{BL}(t)$  通过时间相关项  $h(t) \eta_5^T(t) \Sigma_1^T \Omega_1^T \bar{R}_{3p} \Omega_1 \Sigma_1 \eta_5(t)$  建立了各状态 (即  $\mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t_k), \boldsymbol{\alpha}_1(t), \boldsymbol{\alpha}_2(t)$ ) 之间的耦合关系, 意味着利用了更多的系统采样锯齿结构特征信息. 在  $V_{BL}(t)$  中, 如果用  $\text{diag}\{I, I, 0\} \Omega_1$  将  $\Omega_1$  进行替换, 可得基于 Wirtinger 不等式的不连续 L-K 泛

函项  $V_W(t)$ <sup>[16, 21]</sup>. 也就是说, 文献 [16, 21] 中的不连续项  $V_W(t)$  是  $V_{BL}(t)$  的一个特例. 另外, 与基于自由矩阵的不连续 L-K 泛函项  $V_F(t)$ <sup>[17]</sup> 相比,  $V_{BL}(t)$  有效地减少了矩阵变量, 并且考虑了更多的信息, 如二重积分状态项  $\boldsymbol{\alpha}_2(t)$  与向量  $\boldsymbol{\eta}_5(t)$  的交叉信息.

**注 3.** 最近, 文献 [18, 31] 提出一种更为有效的方法 — 双边闭环 L-K 泛函方法 (闭环 L-K 泛函是指泛函  $\bar{V}(t)$  满足条件  $\bar{V}(t_k) = \bar{V}(t_{k+1}) = 0$ ), 它的有效性在分析采样控制系统的稳定性中得以验证<sup>[18, 31]</sup>. 它的特征在于它既考虑了采样区间  $[t_k, t)$  的状态信息 (即  $\mathbf{x}(t_k), \mathbf{x}(t)$ ), 也考虑了采样区间  $[t, t_{k+1})$  的状态信息 (即  $\mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t_{k+1})$ ), 但是忽视了采样区间  $[t_k, t)$  和  $[t, t_{k+1})$  的状态积分信息. 而本文构造的  $V_c(t)$  克服了这个缺陷, 它通过  $V_4(t)$  利用了被文献 [18, 31] 所忽视的状态积分信息 (即  $\boldsymbol{\alpha}_i(t), \boldsymbol{\beta}_i(t), i = 1, 2$ ).

计算双边时间相关不连续 L-K 泛函 (18) 对时间  $t$  的导数

$$\dot{V}(t) = \dot{V}_c(t) + \dot{V}_{BL}(t), \quad t \in [t_k, t_{k+1}) \quad (23)$$

其中,  $\dot{V}_c(t) = \sum_{j=1}^6 \dot{V}_j(t)$ , 以及

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) &= 2\mathbf{x}^T(t) P \dot{\mathbf{x}}(t) = 2\boldsymbol{\xi}^T(t) e_1^T P e_4 \boldsymbol{\xi}(t) \\ \dot{V}_2(t) &= 2\boldsymbol{\xi}^T(t) \left\{ \Xi_1^T (X_1 \Xi_4 + X_2 \Xi_5) + (h_k - h(t)) \times \right. \\ &\quad \left[ \Xi_2^T (X_1 \Xi_4 + X_2 \Xi_5) + \Xi_6^T X_1 \Xi_8 \right] + h(t) \times \\ &\quad \left. \left[ \Xi_3^T (X_1 \Xi_4 + X_2 \Xi_5) + \Xi_7^T X_1 \Xi_8 \right] \right\} \boldsymbol{\xi}(t) \\ \dot{V}_3(t) &= [(h_k - h(t)) - h(t)] \boldsymbol{\xi}^T(t) \Xi_5^T Z_1 \Xi_5 \boldsymbol{\xi}(t) \\ \dot{V}_4(t) &= \boldsymbol{\xi}^T(t) [(h_k - h(t)) (\Xi_9^T Z_2 \Xi_9 + 2\Xi_9^T Z_2 \Xi_{10}) + \\ &\quad h(t) (2\Xi_9^T Z_2 \Xi_{11} - \Xi_9^T Z_2 \Xi_9)] \boldsymbol{\xi}(t) \\ \dot{V}_5(t) &= (h_k - h(t)) \dot{\mathbf{x}}^T(t) R_1 \dot{\mathbf{x}}(t) - \\ &\quad \int_{t_k}^t \dot{\mathbf{x}}^T(s) R_1 \dot{\mathbf{x}}(s) ds \\ \dot{V}_6(t) &= h(t) \dot{\mathbf{x}}^T(t) R_2 \dot{\mathbf{x}}(t) - \int_t^{t_{k+1}} \dot{\mathbf{x}}^T(s) R_2 \dot{\mathbf{x}}(s) ds \\ \dot{V}_{BL}(t) &= \boldsymbol{\xi}^T(t) [h_2^T e_4^T R_3 e_4 - \Xi_{12}^T \Sigma_1^T \Omega_1^T \bar{R}_{3p} \times \\ &\quad \Omega_1 \Sigma_1 \Xi_{12} - 2\Xi_{12}^T \Sigma_1^T \Omega_1^T \bar{R}_{3p} \Omega_1 \Sigma_1 \Xi_{14} - \\ &\quad 2h(t) \Xi_{12}^T \Sigma_1^T \Omega_1^T \bar{R}_{3p} \Omega_1 \Sigma_1 \Xi_{15}] \boldsymbol{\xi}(t) \end{aligned}$$

使用引理 2 中的积分不等式估计  $V_5(t)$  和  $V_6(t)$  中的积分项, 可得

$$\begin{aligned} - \int_{t_k}^t \dot{\mathbf{x}}^T(s) R_1 \dot{\mathbf{x}}(s) ds &\leq \\ \boldsymbol{\xi}^T(t) [h(t) N^T \bar{R}_{1p}^{-1} N + 2N^T \Omega_1 \Sigma_1 \Xi_{12}] \boldsymbol{\xi}(t) \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned}
& - \int_t^{t_{k+1}} \dot{\mathbf{x}}^T(s) R_2 \dot{\mathbf{x}}(s) ds \leq \\
& \boldsymbol{\xi}^T(t) \left[ (h_k - h(t)) M^T \bar{R}_{2p}^{-1} M + 2M^T \Omega_2 \Sigma_2 \Xi_{13} \right] \times \\
& \boldsymbol{\xi}(t)
\end{aligned} \quad (25)$$

其中,

$$\begin{aligned}
N &= \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(\varrho(t)) h_j(\varrho(t_k)) N_{ij} \\
M &= \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(\varrho(t)) h_j(\varrho(t_k)) M_{ij}
\end{aligned}$$

存在任意合适维数的矩阵  $F_1, F_2, F_3$ , 根据系统 (6) 可知, 下式成立

$$\begin{aligned}
0 &= 2 [\mathbf{x}^T(t) F_1 + \mathbf{x}^T(t_k) F_2 + \dot{\mathbf{x}}^T(t) F_3] \times [A(t) \mathbf{x}(t) + \\
& B_1(t) K(t_k) \mathbf{x}(t_k) + D_1(t) \mathbf{w}(t) - \dot{\mathbf{x}}(t)] = \\
& 2\boldsymbol{\xi}^T(t) \Xi_{16}^T \Pi_1 \boldsymbol{\xi}(t)
\end{aligned} \quad (26)$$

其中,  $\Pi_1 = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(\varrho(t)) h_j(\varrho(t_k)) \Pi_{1ij}$ . 此时, 结合  $\dot{V}(t)$  和式 (24) ~ (26), 可得

$$\begin{aligned}
& \dot{V}(t) - \mathbf{r}^T(z, w) + \gamma \mathbf{w}^T(t) \mathbf{w}(t) \leq \\
& \boldsymbol{\xi}^T(t) \left[ \frac{h_k - h(t)}{h_k} \bar{\Theta}_1 + \frac{h(t)}{h_k} \bar{\Theta}_2 \right] \boldsymbol{\xi}(t)
\end{aligned} \quad (27)$$

其中,

$$\begin{aligned}
\bar{\Theta}_1 &= \bar{\Phi}_1 + h_k M^T \bar{R}_{2p}^{-1} M - \Pi_2^T \mathcal{Q} \Pi_2 \\
\bar{\Theta}_2 &= \bar{\Phi}_2 + h_k N^T \bar{R}_{1p}^{-1} N - \Pi_2^T \mathcal{Q} \Pi_2 \\
\bar{\Phi}_1 &= \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(\varrho(t)) h_j(\varrho(t_k)) \Phi_{1ij} \\
\bar{\Phi}_2 &= \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(\varrho(t)) h_j(\varrho(t_k)) \Phi_{2ij} \\
\Pi_2 &= \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(\varrho(t)) h_j(\varrho(t_k)) \Pi_{2ij}
\end{aligned}$$

由式 (15) 和式 (16), 可得

$$\begin{bmatrix} \bar{\Phi}_1 & \sqrt{h_k} M^T & \Pi_2^T \tilde{\mathcal{Q}}_-^T \\ * & -\bar{R}_{2p} & 0 \\ * & * & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (28)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{\Phi}_2 & \sqrt{h_k} N^T & \Pi_2^T \tilde{\mathcal{Q}}_-^T \\ * & -\bar{R}_{1p} & 0 \\ * & * & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (29)$$

根据 Schur 补引理知, 式 (28) 和式 (29) 分别等价于  $\bar{\Theta}_1 < 0$  和  $\bar{\Theta}_2 < 0$ . 若  $\bar{\Theta}_1 < 0$  和  $\bar{\Theta}_2 < 0$  成立,

则可得

$$\dot{V}(t) - \mathbf{r}^T(z, w) + \gamma \mathbf{w}^T(t) \mathbf{w}(t) \leq 0 \quad (30)$$

此时, 对条件 (30) 在区间  $[t_0, t_f]$  上积分, 可得

$$\begin{aligned}
& \gamma \int_0^{t_f} \mathbf{w}^T(t) \mathbf{w}(t) dt - \int_0^{t_f} \mathbf{r}^T(z, w) dt \leq \\
& -V(t_f) + V(0)
\end{aligned} \quad (31)$$

在零初始条件下, 满足耗散性能条件 (8). 因此, 系统 (6) 是严格  $(\mathcal{Q}, \mathcal{S}, \mathcal{R})$ - $\gamma$ -耗散的.  $\square$

**注 4.** 值得指出的是文献 [30] 仅利用了采样间隔  $[t_k, t)$  的部分系统特征信息 (即  $\mathbf{x}(t_k), \mathbf{x}(t)$ ). 而定理 1 不仅充分利用了采样间隔  $[t_k, t)$  的系统特征信息 (即  $\mathbf{x}(t_k), \mathbf{x}(t), \boldsymbol{\alpha}_1(t), \boldsymbol{\alpha}_2(t)$ ), 还充分利用了采样间隔  $[t, t_{k+1})$  的系统特征信息 (即  $\mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t_{k+1}), \boldsymbol{\beta}_1(t), \boldsymbol{\beta}_2(t)$ ). 因此, 与文献 [30] 相比, 定理 1 具有更小的保守性. 这在实例分析部分得以验证.

**注 5.** 文献 [30] 提供的条件只与变采样周期的上界  $h_2$  相关. 而定理 1 与变周期采样的上界  $h_2$  和下界  $h_1$  都相关 (即  $(h_1, h_2)$  相关), 当  $h_1 = 0$  时, 定理 1 可得只与  $h_2$  相关的条件; 当  $h_1 = h_2$  时, 定理 1 也可用于定周期采样的系统. 因此, 定理 1 提供了一个更普遍的条件.

**注 6.** 文献 [31] 设计的采样反馈控制器 ( $\mathbf{u}(t) = K\mathbf{x}(t)$ ), 没有考虑模糊前提变量  $\varrho(t)$ , 是一个线性控制器. 相反, 定理 1 中的控制器 ( $\mathbf{u}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(\varrho(t_k)) K_i \mathbf{x}(t_k)$ ) 考虑了前提变量  $\varrho(t)$ , 是一个模糊采样控制器.

**注 7.** 定理 1 提供了一个确保闭环系统 (6) 严格  $(\mathcal{Q}, \mathcal{S}, \mathcal{R})$ - $\gamma$ -耗散的充分条件. 设  $\mathcal{Q} = 0, \mathcal{S} = I, \mathcal{R} = 2\gamma I$ , 定理 1 转化为无源控制条件; 设  $\mathcal{Q} = -\gamma\alpha I, \mathcal{S} = (1 - \alpha)I, \mathcal{R} = 2\gamma I, \alpha \in [0, 1]$ , 定理 1 转化为混合  $H_\infty$ /无源控制条件.

基于定理 1, 对控制器增益未知的情况, 定理 2 给出了系统 (6) 鲁棒耗散控制的充分条件以及 T-S 模糊控制器的求解方法.

**定理 2.** 给定标量  $\varepsilon_1 > 0, \varepsilon_2 > 0$ , 若存在合适维度矩阵  $\bar{P} > 0, \bar{R}_1 > 0, \bar{R}_2 > 0, \bar{R}_3 > 0, \bar{X}_1, \bar{X}_2, \bar{Z}_1 = \bar{Z}_1^T, \bar{Z}_2 = \bar{Z}_2^T, L_j, \bar{N}_{ij}, \bar{M}_{ij}, i, j \in \mathbf{N}$ , 使得对  $h_k \in [h_1, h_2]$ , 满足下面的 LMI

$$\begin{bmatrix} \bar{\Phi}_{1ij} & \sqrt{h_k} \bar{M}_{ij}^T & \bar{\Pi}_{2ij}^T \tilde{\mathcal{Q}}_-^T \\ * & -\bar{R}_{2p} & 0 \\ * & * & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (32)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{\Phi}_{2ij} & \sqrt{h_k} \bar{N}_{ij}^T & \bar{\Pi}_{2ij}^T \tilde{\mathcal{Q}}_-^T \\ * & -\bar{R}_{1p} & 0 \\ * & * & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (33)$$

其中,

$$\bar{\Phi}_{1ij} = \bar{\Psi}_1 + \bar{\Psi}_{2ij} + h_k \bar{\Psi}_3$$

$$\bar{\Phi}_{2ij} = \bar{\Psi}_1 + \bar{\Psi}_{2ij} + h_k \bar{\Psi}_4$$

$$\bar{\Psi}_1 = \text{Sym}\{e_1^T \bar{P} e_4 + \Xi_1^T (\bar{X}_1 \Xi_4 + \bar{X}_2 \Xi_5) - \Xi_{12}^T \Sigma_1^T \times$$

$$\Omega_1^T \tilde{R}_{3p} \Omega_1 \Sigma_1 \Xi_{14}\} + h_2^2 e_4^T \bar{R}_3 e_4 - \Xi_{12}^T \Sigma_1^T \Omega_1^T \times$$

$$\tilde{R}_{3p} \Omega_1 \Sigma_1 \Xi_{12}$$

$$\Psi_{2ij} = \text{Sym}\{\bar{N}_{ij}^T \Omega_1 \Sigma_1 \Xi_{12} + \bar{M}_{ij}^T \Omega_2 \Sigma_2 \Xi_{13} + \bar{\Xi}_{16}^T \bar{\Pi}_{1ij} -$$

$$\bar{\Pi}_{2ij}^T \mathcal{S} e_9\} + e_9^T (\gamma I - \mathcal{R}) e_9$$

$$\bar{\Psi}_3 = \text{Sym}\{\Xi_2^T (\bar{X}_1 \Xi_4 + \bar{X}_2 \Xi_5) + \Xi_6^T \bar{X}_1 \Xi_8 + \Xi_9^T \bar{Z}_2 \times$$

$$\Xi_{10}\} + e_4^T \bar{R}_1 e_4 + \Xi_5^T \bar{Z}_1 \Xi_5 + \Xi_9^T \bar{Z}_2 \Xi_9$$

$$\bar{\Psi}_4 = \text{Sym}\{\Xi_3^T (\bar{X}_1 \Xi_4 + \bar{X}_2 \Xi_5) + \Xi_7^T \bar{X}_1 \Xi_8 + \Xi_9^T \bar{Z}_2 \times$$

$$\Xi_{11} - \Xi_{12}^T \Sigma_1^T \Omega_1^T \tilde{R}_{3p} \Omega_1 \Sigma_1 \Xi_{15}\} + e_4^T \bar{R}_2 e_4 -$$

$$\Xi_5^T \bar{Z}_1 \Xi_5 - \Xi_9^T \bar{Z}_2 \Xi_9$$

$$\tilde{R}_{lp} = \text{diag}\{\bar{R}_l, 3\bar{R}_l, 5\bar{R}_l\}, \quad l = 1, 2, 3$$

$$\bar{\Xi}_{16} = [e_1^T + \varepsilon_1 e_2^T + \varepsilon_1 e_4^T]^T$$

$$\bar{\Pi}_{1ij} = A_i \bar{F}^T e_1 + B_{1i} L_j e_2 + D_{1i} e_9 - \bar{F}^T e_4$$

$$\bar{\Pi}_{2ij} = C_i \bar{F}^T e_1 + B_{2i} L_j e_2 + D_{2i} e_9$$

另外,  $\Xi_i, i = 1, 2, \dots, 15$  的定义见定理 1. 那么, 系统 (6) 是严格  $(\mathcal{Q}, \mathcal{S}, \mathcal{R})$ - $\gamma$ -耗散的, 且 T-S 模糊采样控制器增益为

$$K_j = L_j \bar{F}^{-T}, \quad j \in \mathbf{N} \quad (34)$$

**证明.** 定义如下标识

$$\bar{F} = F_1^{-1}, \quad F_2 = \varepsilon_1 F_1, \quad F_3 = \varepsilon_2 F_1$$

$$L_j = K_j \bar{F}^T, \quad \bar{P} = \bar{F} P \bar{F}^T$$

$$\bar{R}_l = \bar{F} R_l \bar{F}^T, \quad l = 1, 2, 3$$

$$\bar{X}_l = \mathcal{V}_1 X_p \mathcal{V}_1^T, \quad p = 1, 2$$

$$\bar{Z}_1 = \mathcal{V}_1 Z_1 \mathcal{V}_1^T, \quad \bar{Z}_2 = \mathcal{V}_2 Z_2 \mathcal{V}_2^T$$

$$\bar{N}_{ij} = \mathcal{V}_3 N_{ij} \mathcal{V}_4^T, \quad \bar{M}_{ij} = \mathcal{V}_3 M_{ij} \mathcal{V}_4^T$$

其中,

$$\mathcal{V}_1 = \text{diag}\{\bar{F}, \bar{F}\}$$

$$\mathcal{V}_2 = \text{diag}\{\mathcal{V}_1, \mathcal{V}_1\}$$

$$\mathcal{V}_3 = \text{diag}\{\bar{F}, \bar{F}, \bar{F}\}$$

$$\mathcal{V}_4 = \text{diag}\{\bar{F}, \bar{F}, \bar{F}, \bar{F}, \bar{F}, \bar{F}, \bar{F}, I\}$$

$$\mathcal{V}_5 = \text{diag}\{\mathcal{V}_4, \bar{F}, \bar{F}, \bar{F}, I\}$$

将式 (15) 和式 (16), 左乘  $\mathcal{V}_5$ , 右乘  $\mathcal{V}_5^T$ , 可得式 (32) 和式 (33).  $\square$

为了展示不连续泛函项  $V_{BL}(t)$  和状态积分信息  $(\alpha_i(t), \beta_i(t), i = 1, 2)$  的作用. 选择

$$V(t) = V_c(t) - V_4(t), \quad t \in [t_k, t_{k+1}) \quad (35)$$

作为 L-K 泛函, 利用类似于定理 2 的证明过程, 可得下面的推论

**推论 1.** 给定标量  $\varepsilon_1 > 0, \varepsilon_2 > 0$ , 若存在合适维数矩阵  $\bar{P} > 0, \bar{R}_1 > 0, \bar{R}_2 > 0, \bar{X}_1, \bar{X}_2, \bar{Z}_1 = \bar{Z}_1^T, L_j, \bar{N}_{ij}, \bar{M}_{ij}, i, j \in \mathbf{N}$ , 使得对  $h_k \in [h_1, h_2]$ , 满足下面的 LMI

$$\begin{bmatrix} \hat{\Phi}_{1ij} & \sqrt{h_k} \bar{M}_{ij}^T & \bar{\Pi}_{2ij}^T \tilde{\mathcal{Q}}_-^T \\ * & -\tilde{R}_{2p} & 0 \\ * & * & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (36)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{\Phi}_{2ij} & \sqrt{h_k} \bar{N}_{ij}^T & \bar{\Pi}_{2ij}^T \tilde{\mathcal{Q}}_-^T \\ * & -\tilde{R}_{1p} & 0 \\ * & * & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (37)$$

其中,

$$\hat{\Phi}_{1ij} = \hat{\Psi}_1 + \hat{\Psi}_{2ij} + h_k \hat{\Psi}_3$$

$$\hat{\Phi}_{2ij} = \bar{\Psi}_1 + \hat{\Psi}_{2ij} + h_k \hat{\Psi}_4$$

$$\hat{\Psi}_1 = \text{Sym}\{e_1^T \bar{P} e_4 + \Xi_1^T (\bar{X}_1 \Xi_4 + \bar{X}_2 \Xi_5)\}$$

$$\Psi_{2ij} = \text{Sym}\{\bar{N}_{ij}^T \Omega_1 \Sigma_1 \Xi_{12} + \bar{M}_{ij}^T \Omega_2 \Sigma_2 \Xi_{13} + \bar{\Xi}_{16}^T \bar{\Pi}_{1ij} -$$

$$\bar{\Pi}_{2ij}^T \mathcal{S} e_9\} + e_9^T (\gamma I - \mathcal{R}) e_9$$

$$\hat{\Psi}_3 = \text{Sym}\{\Xi_2^T (\bar{X}_1 \Xi_4 + \bar{X}_2 \Xi_5) + \Xi_6^T \bar{X}_1 \Xi_8 + \Xi_9^T \bar{Z}_2 \times$$

$$\Xi_{10}\} + e_4^T \bar{R}_1 e_4 + \Xi_5^T \bar{Z}_1 \Xi_5$$

$$\hat{\Psi}_4 = \text{Sym}\{\Xi_3^T (\bar{X}_1 \Xi_4 + \bar{X}_2 \Xi_5) + \Xi_7^T \bar{X}_1 \Xi_8 + \Xi_9^T \bar{Z}_2 \times$$

$$\Xi_{11}\} + e_4^T \bar{R}_2 e_4 - \Xi_5^T \bar{Z}_1 \Xi_5$$

其他的符号定义见定理 2, 那么, 系统 (6) 是严格  $(\mathcal{Q}, \mathcal{S}, \mathcal{R})$ - $\gamma$ -耗散的, 控制器增益为  $K_j = L_j \bar{F}^{-T}$ .

### 3 实例分析

本节提供一个实例来展示提出方法的可行性和有效性. 考虑下面的卡车拖车模型<sup>[30, 36]</sup>, 其卡车拖车模型示意图如图 1 所示.

其动力学状态方程可描述如下<sup>[30, 36]</sup>

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = -\frac{\bar{v}\bar{t}}{L\bar{t}_0} x_1(t) + \frac{\bar{v}\bar{t}}{\bar{t}\bar{t}_0} u(t) + 0.1\bar{w}(t) \\ \dot{x}_2(t) = \frac{\bar{v}\bar{t}}{L\bar{t}_0} x_1(t) + 0.1\bar{w}(t) \\ \dot{x}_3(t) = \frac{\bar{v}\bar{t}}{\bar{t}_0} \sin\left(x_2(t) + \frac{\bar{v}\bar{t}}{2L} x_1(t)\right) \end{cases} \quad (38)$$

其中,  $\bar{w}(t) = w_1(t) + w_2(t)$ ,  $x_1(t)$  表示拖车与卡车间的角度差,  $x_2(t)$  和  $x_3(t)$  分别表示拖车的角度和拖车尾端的垂直位置. 选择卡车拖车模型参数为  $\bar{v} = -1, \bar{t}_0 = 0.5, \bar{t} = 2, l = 2.8, L = 5.5$ .

选择前提变量为  $\varrho(t) = x_2(t) + (\bar{v}\bar{t}/2L) x_1(t)$ , 并且定义如下模糊隶属度函数

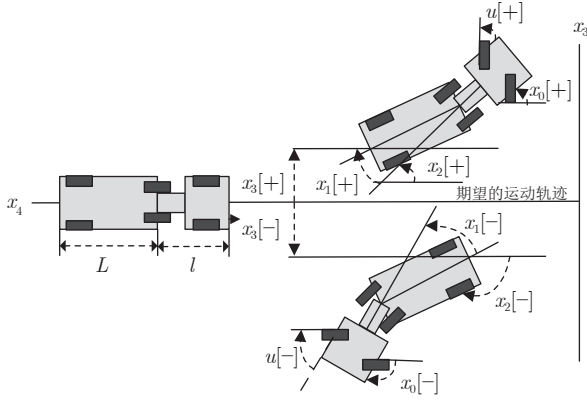


图 1 卡车拖车模型及其坐标系

Fig.1 Truck trailer model and its coordinate system

$$h_1(\varrho(t)) = \begin{cases} \frac{\sin(\varrho(t)) - \bar{g}\varrho(t)}{\varrho(t)(1 - \bar{g})}, & \varrho(t) \neq 0 \\ 1, & \varrho(t) = 0 \end{cases}$$

$$h_2(\varrho(t)) = 1 - h_1(\varrho(t))$$

其中,  $\bar{g} = 10^{-2}/\pi$ . 那么, 这个非线性的卡车拖车系统可通过下面的 T-S 模糊模型描述

规则 1. IF  $\varrho(t)$  is about 0, THEN

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = A_1 \mathbf{x}(t) + B_{11} \mathbf{u}(t) + D_{11} \mathbf{w}(t)$$

规则 2. IF  $\varrho(t)$  is about  $\pm\pi$ , THEN

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = A_2 \mathbf{x}(t) + B_{12} \mathbf{u}(t) + D_{12} \mathbf{w}(t)$$

其中,  $\mathbf{x}(t) = [x_1(t), x_2(t), x_3(t)]^T$ ,  $\mathbf{w}(t) = [w_1(t), w_2(t)]^T$ , 以及

$$A_1 = \begin{bmatrix} -\frac{\bar{v}\bar{t}}{L\bar{t}_0} & 0 & 0 \\ \frac{\bar{v}\bar{t}}{L\bar{t}_0} & 0 & 0 \\ \frac{\bar{v}^2\bar{t}^2}{2L\bar{t}_0} & \frac{\bar{v}\bar{t}}{\bar{t}_0} & 0 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} -\frac{\bar{v}\bar{t}}{L\bar{t}_0} & 0 & 0 \\ \frac{\bar{v}\bar{t}}{L\bar{t}_0} & 0 & 0 \\ \frac{\bar{g}\bar{v}^2\bar{t}^2}{2L\bar{t}_0} & \frac{\bar{g}\bar{v}\bar{t}}{\bar{t}_0} & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_{11} = B_{12} = \begin{bmatrix} \frac{\bar{v}\bar{t}}{L\bar{t}_0} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, D_{11} = D_{12} = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.1 \\ 0.1 & 0.1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

控制器输出  $\mathbf{z}(t)$  的矩阵参数为

$$C_1 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.2 & 0.2 \\ 0.3 & 0.2 & 0.1 \end{bmatrix}, C_2 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.2 & 0.2 \\ 0.3 & 0.2 & 0.1 \end{bmatrix}$$

$$B_{21} = B_{22} = \begin{bmatrix} 1.2 \\ 1.1 \end{bmatrix}, D_{11} = D_{12} = \begin{bmatrix} 0.15 & 0 \\ 0 & 0.2 \end{bmatrix}$$

耗散性能的矩阵参数选择为

$$Q = \begin{bmatrix} -0.04 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$S = \begin{bmatrix} 1.1 & 0.5 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}, R = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

首先, 针对变周期采样的情况 ( $h_1 \neq h_2$ ), 选择  $\varepsilon_1 = 0.7$ ,  $\varepsilon_2 = 0.5$  和  $h_1 = 0$ , 对不同采样周期上界  $h_2$ , 使用定理 2 和推论 1 以及文献 [30] 所得的最优耗散性能指标  $\gamma_{\max}$  如表 1 所示. 由表 1 可知, 与文献 [30] 相比, 定理 2 和推论 1 能提供一个更大的耗散性能指标  $\gamma$ . 特别地, 当  $h_2 = 0.35$  时, 文献 [30] 无可行解, 说明本文提出的方法更加有效. 另外, 从表 1 还可看出, 定理 2 比推论 1 提供的耗散性能指标  $\gamma$  更大, 这是由于定理 2 引入了  $V_{BL}(t)$  和  $V_4(t)$ .

表 1 对不同  $h_2$  的  $\gamma_{\max}$ Table 1  $\gamma_{\max}$  for different  $h_2$ 

| $h_2$   | 0.05   | 0.10   | 0.15   | 0.20   | 0.25   | 0.35   |
|---------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 文献 [30] | 0.9971 | 0.9671 | 0.9311 | 0.8842 | 0.8193 | —      |
| 推论 1    | 1.0636 | 1.0463 | 1.0264 | 0.9978 | 0.9554 | 0.7484 |
| 定理 2    | 1.0643 | 1.0472 | 1.0272 | 0.9994 | 0.9559 | 0.7564 |

为了展示变采样周期下界  $h_1$  与耗散性能指标的关系, 选择  $h_2 = 0.35$ , 对不同  $h_1$ , 使用定理 2 计算所得的最大耗散性能指标  $\gamma_{\max}$  如表 2 所示, 从表 2 可以看出, 当变采样周期下界  $h_1$  逐渐增大时, 耗散性能指标  $\gamma$  也逐渐增加.

表 2 对不同  $h_1$  的  $\gamma_{\max}$ Table 2  $\gamma_{\max}$  for different  $h_1$ 

| $h_1$ | 0.10   | 0.15   | 0.20   | 0.25   | 0.3    | 0.35   |
|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 定理 2  | 0.8108 | 0.8350 | 0.8546 | 0.8716 | 0.8854 | 0.9026 |

另外, 选择耗散性能指标  $\gamma = 0.9311$  和变采样周期下界  $h_1 = 0$ , 使用定理 2 计算所得变采样周期的最大上界  $h_2$  为 0.26, 与文献 [30] 所得结果 0.15 相比, 结果改善了 73.33%. 此时, 根据式 (34) 得到相应的 T-S 模糊采样状态反馈控制器增益为

$$K_1 = [13.3008 \quad -11.9993 \quad 2.1053]$$

$$K_2 = [13.3008 \quad -11.9993 \quad 2.1053]$$

注 8. 值得指出的是, 目前大部分文献 [20–22, 29] 获得的 T-S 模糊控制器的各个局部子控制器增益是相等的 (即  $K_1 = K_2 = \dots = K_r = K$ ,  $r$  为模糊规则条数), 根据  $\sum_{i=1}^r h_i(\varrho(t)) = 1$ , 若各子控制器相等, 则有  $\mathbf{u}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(\varrho(t_k)) K_i \mathbf{x}(t_k) = K \mathbf{x}(t_k)$ . 由此可知, 全局控制器 ( $\mathbf{u}(t) = K \mathbf{x}(t_k)$ ) 与模糊隶属度函数无关. 也就是说, 当各局部子控制器相等时,

得到的全局控制器 ( $\mathbf{u}(t) = K\mathbf{x}(t_k)$ ) 其实等价于一个线性控制器. 关于局部子控制器出现都相等的情况, 这可能与选择的隶属度函数, 构造的 L-K 泛函等多方面因素有关. 对于这种情况目前尚没有统一的解决方法或合理的解释, 是一个极具挑战性的课题, 尚需进一步深入研究.

选择初始条件  $\mathbf{x}(0) = [-0.5\pi, -0.75\pi, -10]^T$ , 外部扰动输入  $w(t) = [\sin(0.1t)\exp(-0.1t), \sin(0.1t) \times \exp(-0.1t)]^T$ . 在  $\gamma = 0.9311$ , 变采样周期  $h_k \in (0, 0.26]$  情况下, 基于获得的控制器, 得到系统相应的状态响应曲线和控制输入曲线如图 2 和图 3 所示, 从图 2 和图 3 可以看出, 设计的 T-S 模糊采样控制器保证了系统的稳定性, 且能有效抑制外部扰动信号  $w(t)$ , 具有良好的鲁棒性.

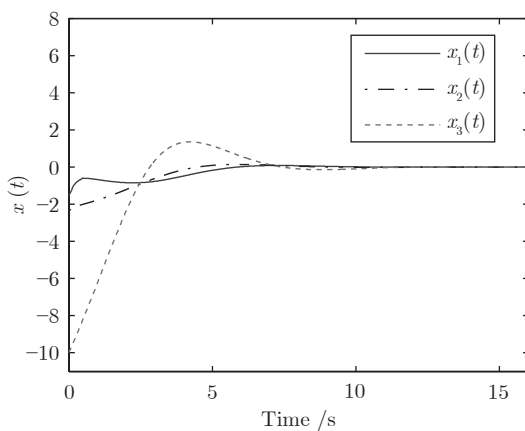


图 2 变周期采样  $h_k \in (0, 0.26]$  的系统状态响应  
Fig.2 State response of system in the case of variable sampling with  $h_k \in (0, 0.26]$

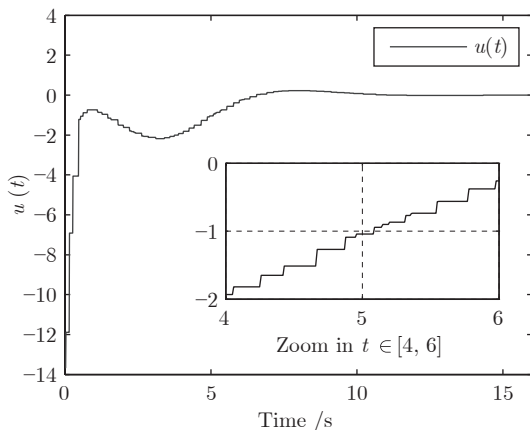


图 3 变周期采样  $h_k \in (0, 0.26]$  的系统控制输入  
Fig.3 Control input of system (38) in the case of variable sampling with  $h_k \in (0, 0.26]$

接下来, 进一步讨论定周期采样的情况 ( $h_1 = h_2 = h$ ). 对不同的采样周期上界  $h_2$ , 使用定理 2 计

算所得的最大耗散性能指标  $\gamma_{\max}$  见表 3. 由表 1 和表 3 可以看出, 对相同的采样周期上界  $h_2$ , 定周期采样 ( $h_1 = h_2$ ) 的情况相比于变周期采样 ( $h_1 \neq h_2$ ) 的情况来说, 能获得更大的耗散性能指标. 同时, 从这两个表中, 还可得出这样的结论: 耗散性能指标越大对应的采样周期上界越小. 换言之, 可以通过增加采样频率来改善系统的耗散性能指标.

| 表 3 对不同 $h_1 = h_2$ 的 $\gamma_{\max}$<br>Table 3 $\gamma_{\max}$ for different $h_1 = h_2$ |        |        |        |        |        |        |
|--------------------------------------------------------------------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $h_1 = h_2$                                                                                | 0.05   | 0.10   | 0.15   | 0.20   | 0.25   | 0.35   |
| 定理 2                                                                                       | 1.0679 | 1.0572 | 1.0447 | 1.0283 | 1.0072 | 0.9026 |

另外, 选择耗散性能指标  $\gamma = 0.9311$ , 使用定理 2 ( $h_1 = h_2$ ) 计算得最大采样周期上界为 0.32, 以及相应的 T-S 模糊采样状态反馈控制器为

$$K_1 = \begin{bmatrix} 8.5761 & -6.2658 & 1.0963 \end{bmatrix}$$

$$K_2 = \begin{bmatrix} 8.5761 & -6.2658 & 1.0963 \end{bmatrix}$$

基于获得的控制器, 可得系统的状态响应和控制输入如图 4 和图 5 所示. 由图 4 可以看出, 设计的控制器能保持系统的稳定性, 展示了提出方法的可行性和有效性.

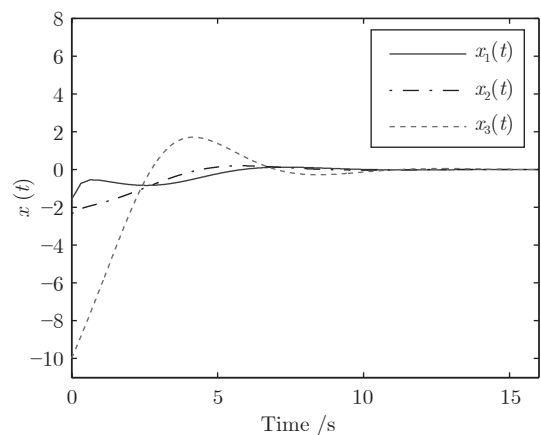


图 4 定周期采样  $h_2 = 0.32$  的系统状态响应  
Fig.4 State response of system in the case of constant sampling with  $h_2 = 0.32$

## 4 结束语

针对基于 T-S 模糊模型的采样控制系统鲁棒耗散控制问题. 提出了一个基于 B-L 不等式的双边时间相关不连续 L-K 泛函. 建立了一个确保系统严格  $(Q, S, R)$ - $\gamma$ -耗散的充分条件. 基于这个条件, 提出了 T-S 模糊采样控制器的设计方案. 最后, 使用一个卡车拖车系统说明提出方法的可行性和优越

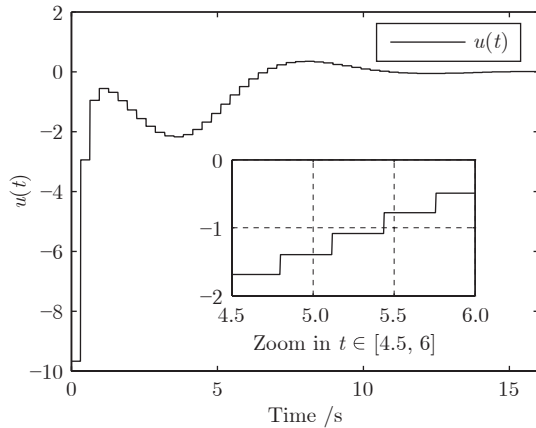


图 5 定周期采样  $h_2 = 0.32$  的系统控制输入

Fig.5 Control input of system in the case of constant sampling with  $h_2 = 0.32$

性, 仿真结果表明所提出的设计方案能够实现良好的控制效果。

本文提出的方法也很容易扩展到其他复杂系统的分析与综合, 如网络控制系统<sup>[5, 37-38]</sup>、混沌系统<sup>[21-22]</sup>和神经网络<sup>[23]</sup>等, 这将是我们的进一步研究的方向。

## References

- 1 Takagi T, Sugeno M. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 1985, **15**(1): 116-132
- 2 Garcia-Nunes P I, Souza R M, Sliva A E. Mental models analysis and comparison based on fuzzy rules: A case study of the protests of June and July 2013 in Brazil. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 2017, **47**(8): 2021-2033
- 3 Li H Y, Jing X J, Lam H K, Shi P. Fuzzy sampled-data control for uncertain vehicle suspension systems. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2014, **44**(7): 1111-1126
- 4 Wu Z G, Dong S L, Shi P, Su H Y, Huang T W. Fuzzy-model-based nonfragile guaranteed cost control of nonlinear markov jump systems. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2017, **47**(8): 2388-2397
- 5 Xiao Hui-Qin, He Yong, Wu Min, Xiao Shen-Ping.  $H_\infty$  output tracking for sampled-data networked control systems in T-S Fuzzy model. *Acta Automatica Sinica*, 2015, **41**(3): 661-668 (肖会芹, 何勇, 吴敏, 肖伸平. 基于T-S模糊模型的采样数据网络控制系统 $H_\infty$ 输出跟踪控制. 自动化学报, 2015, **41**(3): 661-668)
- 6 Xiao H Q, He Y, Wu M, Xiao S P. New results on  $H_\infty$  tracking control based on the T-S fuzzy model for sampled-data networked control system. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2015, **23**(6): 2439-2448
- 7 Zhang D, Cai W J, Xie L H, Wang Q G. Nonfragile distributed filtering for T-S fuzzy systems in sensor networks. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2015, **23**(5): 1883-1890
- 8 Su X J, Shi P, Wu L G, Basin M V. Reliable filtering with strict dissipativity for T-S fuzzy time-delay systems. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2014, **44**(12): 2470-2483
- 9 Li H Y, Gao Y B, Wu L G, Lam H K. Fault detection for T-S fuzzy time-delay systems: delta operator and input-output methods. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2015, **45**(2): 229-241
- 10 Fujioka H. A discrete-time approach to stability analysis of systems with aperiodic sample-and-hold devices. *IEEE Transactions on Automatica Control*, 2009, **54**(10): 2440-2445
- 11 Jiang X F, Yin Z M, Wu J J. Stability analysis of linear systems under time-varying samplings by a non-standard discretization method. *Electronics*, 2018, **7**(11): 1-11
- 12 Briat C, Seuret A. A looped-functional approach for robust stability analysis of linear impulsive systems. *Systems and Control Letters*, 2012, **61**(10): 980-998
- 13 Fridman E, Seuret A, Richard J P. Robust sampled-data stabilization of linear systems: an input delay approach. *Automatica*, 2004, **40**(8): 378-385
- 14 Seuret A, Couaisbaut F. Wirtinger-based integral inequality: Application to time-delay systems. *Automatica*, 2013, **49**: 2860-2866
- 15 Seuret A, Briat C. Stability analysis of uncertain sampled-data systems with incremental delay using loopedfunctionals. *Automatica*, 2015, **55**: 274-278
- 16 Lian H H, Xiao S P, Wang Z, Zhang X F, Xiao H Q. Further results on sampled-data synchronization control for chaotic neural networks with actuator saturation. *Nerocomputing*, 2019, **346**: 30-37
- 17 Lee T H, Ju H P. Stability analysis of sampled-data systems via free-matrix-based time-dependent discontinuous Lyapunov approach. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2017, **48**(1): 3653-3657
- 18 Zeng H B, Teo K L, He Y. A new looped-functional for stability analysis of sampled-data systems. *Automatica*, 2017, **82**: 328-331
- 19 Lee S M, Kwon O M, Lee S H. Improved stability criteria for sampled-data systems using modified free weighting matrix. *Journal of the Franklin Institute*, 2019, **356**: 2198-2211
- 20 Zeng H B, Teo K L, He Y, Wang W. Sampled-data stabilization of chaotic systems based on a T-S fuzzy model. *Information Sciences*, 2019, **483**: 262-272
- 21 Zhang R M, Zeng D Q, Park J H, Liu Y J, Zhong S M. A new approach to stabilization of chaotic systems with nonfragile fuzzy proportional retarded sampled-data control. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2019, **49**(9): 3218-3229
- 22 Lee T H, Park J H. New methods of fuzzy sampled-data control for stabilization of chaotic systems. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2018, **48**(12): 2026-2034
- 23 Xiao S P, Lian H H, Teo K L, Zeng H B, Zhang X H. A new Lyapunov functional approach to sampled-data synchronization control for delayed neural networks. *Journal of the Franklin Institute*, 2018, **355**: 8857-8873
- 24 Zhang B Y, Zheng W X, Xu S Y. Filtering of Markovian jump delay systems based on a new performance index. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Paper*, 2013, **60**(3): 1250-1263
- 25 Shi P, Su X J, Li F B. Dissipativity-based filtering for fuzzy switched systems with stochastic perturbation. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2016, **61**(6): 694-1699
- 26 Xiao Shen-Ping, Lian Hong-Hai, Chen Gang, Feng Lei. Delay-dependent robust stability and dissipativity analysis of neural networks with time-varying delays. *Control and Decision*, 2017,

32(6): 1084–1090

(肖伸平, 练红海, 陈刚, 冯磊. 时变时滞神经网络的时滞相关鲁棒稳定性和耗散性分析. 控制与决策, 2017, 32(6): 1084–1090)

- 27 Ma Y C, Jia X R, Liu D Y. Finite-time dissipative control for singular discrete-time Markovian jump systems with actuator saturation and partly unknown transition rates. *Applied Mathematical Modelling*, 2018, 53: 49–70
- 28 Tao J, Lu R Q, Shi P, Su H Y, Wu Z G. Dissipativity-based reliable control for fuzzy Markov jump systems with actuator faults. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2017, 47(9): 2377–2388
- 29 Wang S Q, Ji W C Y, Pang J Y, Jian Y L. Dissipativity-based sampled-data reliable control design for T-S fuzzy system using limited Bessel-Legendre inequality. *IEEE Access*, 2018, 6: 73405–73415
- 30 Wu Z G, Shi P, Su H Y, Lu R Q. Dissipativity-based sampled-data fuzzy control design and its application to truck-trailer system. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2015, 23(5): 1669–1679
- 31 Zeng H B, Teo K L, He Y, Wang W. Sampled-data-Based dissipative control of T-S fuzzy systems. *Applied Mathematical Modelling*, 2019, 65: 415–427
- 32 Hill D, Moylan P. The stability of nonlinear dissipative system. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1976, 21: 708–711
- 33 Zhang X M, Han Q L, Zeng Z G. Hierarchical type stability criteria for delayed neural networks via canonical Bessel-Legendre inequalities. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2018, 48(5): 1660–1671
- 34 Seuret A, Gouaisbaud F. Stability of linear systems with time-varying delays using Bessel-Legendre inequalities. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2018, 63(1): 225–232
- 35 Zeng H B, He Y, Wu M. New results on stability analysis for systems with discrete distributed delay. *Automatica*, 2015, 60: 189–192
- 36 Lian Z, He Y, Zhang C K, Wu M. Stability and stabilization of T-S fuzzy systems with time-varying delays via delay-product-type functional method. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2020, 50(6): 2580–2589
- 37 Tang Xiao-Ming, Deng Li, Yu Ji-Min, Qu Hong-Chun. Output feedback model predictive control for interval type-2 T-S fuzzy networked control systems. *Acta Automatica Sinica*, 2019, 45(3): 604–616  
(唐晓铭, 邓梨, 虞继敏, 屈洪春. 基于区间二型T-S模糊模型的网络控制系统的输出反馈预测控制. 自动化学报, 2019, 45(3): 604–616)
- 38 Zhang Bi-Shan, Ma Zhong-Jun, Yang Mei-Xiang. Robust  $H_\infty$  fuzzy output-feedback control with both general multiple probabilistic delays and multiple missing measurements and random missing control. *Acta Automatica Sinica*, 2017, 43(9): 1656–1664  
(张必山, 马忠军, 杨美香. 既含有一般多个随机延迟以及多个测量丢失和随机控制丢失的鲁棒 $H_\infty$ 模糊输出反馈控制. 自动化学报, 2017, 43(9): 1656–1664)



**练红海** 湖南电气职业技术学院特聘教授. 2017 年获得湖南工业大学控制理论与控制工程专业硕士学位. 主要研究方向为时滞控制系统, 采样控制系统, 电力系统稳定与控制.

E-mail: lianhh402@163.com

(**LIAN Hong-Hai** Special-term professor at Hunan Electrical College of Technology. He received his master degree from Hunan University of Technology in 2017. His research interest covers time-delay systems, sampled-data systems, and robust control.)



**肖伸平** 湖南工业大学教授. 2008 年获得中南大学控制理论与控制工程专业博士学位. 主要研究方向为鲁棒控制, 智能控制与过程控制. 本文通信作者. E-mail: xsph159@163.com

(**XIAO Shen-Ping** Professor at Hunan University of Technology. He received his Ph.D. degree from Central South University in 2008. His research interest covers robust control, intelligent control, and process control. Corresponding author of this paper.)



**罗毅平** 湖南工程学院教授. 2006 年获得华南理工大学博士学位. 主要研究方向为复杂网络系统, 分布参数系统. E-mail: lyp8688@sohu.com

(**LUO Yi-Ping** Professor at Hunan Institute of Engineering. He received his Ph.D. degree from South China University of Technology. His research interest covers complex networks and distributed parameter systems.)



**周笔锋** 湖南电气职业技术学院讲师. 2015 年获得湖南工程学院硕士学位. 主要研究方向为复杂网络系统, 分布参数系统.

E-mail: zhoubifeng99@163.com

(**ZHOU Bi-Feng** Lecturer at Hunan Electrical College of Technology. He received his master degree from Hunan Institute of Engineering in 2015. His research interest covers complex networks and distributed parameter systems.)