

文章编号: 1000-0747(2021)01-0156-10 DOI: 10.11698/PED.2021.01.14

基于格子 Boltzmann 方法的非常规天然气微尺度流动基础模型

赵玉龙¹, 刘香禹¹, 张烈辉¹, 单保超²

(1. 西南石油大学油气藏地质及开发工程国家重点实验室, 成都 610500; 2. 华中科技大学煤燃烧国家重点实验室, 武汉 430074)

基金项目: 国家自然科学基金重点项目“致密气藏储层干化、提高气体渗流能力的基础研究”(51534006);
国家自然科学基金面上项目“耦合压裂缝网扩展机制的页岩气藏动态模拟研究”(51874251)

摘要: 基于相似准则和气体真实物性参数提出一种格子 Boltzmann 模型中选取无因次松弛时间的新方法, 同时考虑边界努森层的影响对无因次松弛时间进行修正, 结合壁面二阶滑移边界条件推导出相应组合反弹/镜面反射边界条件中的关键参数, 从而建立了基于格子 Boltzmann 方法的适用于高温高压条件的非常规天然气微尺度流动模拟新模型。将甲烷气体在无限长微通道中的体积力驱动流动及长直微通道中受进出口压差驱动流动的模拟结果与文献中数值解及解析解进行对比, 验证了模型的准确性, 并对无因次松弛时间修正式进行优选。结果表明, 新模型可以有效表征非常规天然气微尺度流动条件下的滑脱效应、压缩效应、气体稠密性及边界努森层影响; 实现了对气体真实流动条件更加全面的表征, 可作为微纳尺度非常规天然气流动模拟研究的基础模型。图 8 表 1 参 56

关键词: 格子 Boltzmann 方法; 无因次松弛时间; 微尺度流动; 相似准则; 滑脱效应; 压缩效应; 非常规天然气

中图分类号: TE312 文献标识码: A

A basic model of unconventional gas microscale flow based on the lattice Boltzmann method

ZHAO Yulong¹, LIU Xiangyu¹, ZHANG Liehui¹, SHAN Baochao²

(1. State Key Laboratory of Oil & Gas Reservoir Geology and Exploitation, Southwest Petroleum University, Chengdu 610500, China; 2. State Key Laboratory of Coal Combustion, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China)

Abstract: A new method for selecting dimensionless relaxation time in the lattice Boltzmann model was proposed based on similarity criterion and gas true physical parameters. At the same time, the dimensionless relaxation time was modified by considering the influence of the boundary Knudsen layer. On this basis, the second-order slip boundary condition of the wall was considered, and the key parameters in the corresponding combined bounce-back/specular-reflection boundary condition were deduced to build a new model of unconventional gas microscale flow simulation based on the lattice Boltzmann method suitable for high temperatures and high pressures. The simulation results of methane gas flow driven by body force in infinite micro-channels and flow driven by inlet-outlet pressure differential in long straight channels were compared with the numerical and analytical solutions in the literature to verify the accuracy of the model, and the dimensionless relaxation time modification was formally optimized. The results show that the new model can effectively characterize the slippage effect, compression effect, gas density and the effect of boundary Knudsen layer in the micro-scale flow of unconventional natural gas. The new model can achieve a more comprehensive characterization of the real gas flow conditions and can be used as a basic model for the simulation of unconventional gas flow on the micro-nano scale.

Key words: lattice Boltzmann method; dimensionless relaxation time; microscale flow; similarity criterion; slippage effect; compressibility effect; unconventional gas

引用: 赵玉龙, 刘香禹, 张烈辉, 等. 基于格子 Boltzmann 方法的非常规天然气微尺度流动基础模型[J]. 石油勘探与开发, 2021, 48(1): 156-165.

ZHAO Yulong, LIU Xiangyu, ZHANG Liehui, et al. A basic model of unconventional gas microscale flow based on the lattice Boltzmann method[J]. Petroleum Exploration and Development, 2021, 48(1): 156-165.

0 引言

气体的微尺度流动模拟研究极大地促进了科技进

步, 影响着微电子机械系统、生物制药、仪表仪器、半导体材料以及航天航空等领域的发展^[1-2]。近年来, 页岩气、煤层气和致密砂岩气等非常规天然气资源的

高效开发受到广泛关注。由于此类储集层岩石致密，气体流动空间多为微米级孔道且流动机理复杂^[3-7]，常规物理实验和数值模拟方法无法揭示气体微观流动细节。为此，研究者开始利用微尺度模拟技术对非常规天然气进行流动模拟研究^[7-11]。

在微纳米级别通道中，气体分子数目过少不足以支撑连续介质假设，另一方面，气体流动存在压缩效应和滑脱现象，且壁面附近的边界努森层对流动有重要影响，使得微尺度气体流动表现出不同于常规宏观尺度流动的特征。努森数 (Kn) 是气体流动特征控制参数，定义为分子平均自由程和流动特征长度的比值。依据 Kn 取值范围，可将气体流态划分为连续流 ($Kn < 0.001$)、滑移流 ($0.001 < Kn < 0.1$)、过渡流 ($0.1 < Kn < 10$) 和分子自由流 ($Kn > 10$)^[12]。在连续流区，连续介质假设成立，气体流动满足 N-S (Navier-Stokes) 方程；在滑移流区，连续介质假设基本成立，采用考虑边界滑移修正的 N-S 方程进行模拟^[13-15]；在过渡流区，连续介质假设失效，可采用 Burnett 方程进行描述；在分子自由流区，一般采用分子动力学方法进行模拟。在微尺度复杂流动体系中，流动通道尺寸变化范围大，气体可能同时存在上述几种流动状态。采用直接模拟蒙特卡洛方法 (DSMC) 和分子动力学方法可以对所有流态气体进行模拟，但是计算成本过于高昂；考虑不同模拟方法的适用条件，对混合流态流动采用不同方法进行耦合计算的处理方式难度大、计算复杂，且不能保证模拟结果的正确性。此时，可以选择用于模拟流体流动和输运现象的可行方法——格子 Boltzmann 方法 (LBM)^[7-8, 16]。不同于传统计算流体力学的方法，LBM 基于微观粒子和介观动力学方程，具有清晰的物理背景，易于编程实现，并且具有天然的并行性，可以处理复杂边界，在研究非常规天然气微尺度流动时极具优势，进而得到广泛应用^[11, 16-27]。

采用 LBM 模拟微尺度气体流动时，无因次松弛时间和边界条件的确定至关重要^[28]。目前通过分子动力学理论推导建立无因次松弛时间和 Kn 的关系式，从而利用 Kn 确定模拟条件下的无因次松弛时间^[28-29]。由于前人在推导公式过程中采用不同的计算精度和物理参数计算表达式，关于 Kn 和无因次松弛时间的关系式非常多^[14-15, 28, 30-35]，还考虑了不同因素的影响对无因次松弛时间进行修正^[36-42]。前人均基于分子动力学理论推导无因次松弛时间表达式，采用其他思路求取无因次松弛时间的报道尚未出现。本文在前人研究的基础上，考虑相似准则和气体真实物性参数，推导建立

了适用于高温高压条件的非常规天然气微尺度流动模拟新模型。

1 基于 LBM 的微尺度流动模拟新模型

1.1 LBM 基本模型理论

1992 年，Qian 等^[43]提出的 LBM 基本模型——DnQm 模型得到广泛应用。模拟非常规天然气流动时，常采用 BGK 近似碰撞项^[44]的单松弛格子 Boltzmann 模型 (LBGK)。LBGK 模型是连续 Boltzmann-BGK 方程的特殊离散形式，而连续 Boltzmann-BGK 方程是连续 Boltzmann 方程的简化。对于一个完整的 LBGK 模型，应该包括演化方程、平衡态分布函数和格子模型，其中演化方程表示如下：

$$f_i(\mathbf{X} + \mathbf{c}_i \delta t, t + \delta t) = f_i(\mathbf{X}, t) - \frac{1}{\tau} [f_i(\mathbf{X}, t) - f_{i,eq}(\mathbf{X}, t)] + \delta t F_i \quad (1)$$

在模拟二维空间流动时，常采用九速离散的 D2Q9 格子模型，此时，平衡态分布函数为：

$$f_{i,eq} = \rho \omega_i \left[1 + \frac{\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u}}{c_s^2} + \frac{(\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u})^2}{2c_s^4} - \frac{u^2}{2c_s^2} \right] \quad (2)$$

$$\text{其中} \quad c_s = \frac{c}{\sqrt{3}} \quad c = \frac{\delta x}{\delta t} \quad \rho = \sum_{i=0}^8 f_i$$

格子空间动量表示为：

$$\rho \mathbf{u} = \sum_{i=0}^8 f_i \mathbf{c}_i + \frac{\delta t}{2} \mathbf{F} \quad (3)$$

在 D2Q9 格子模型中，权重系数 ω_i 和离散格子速度 c 分别表示为：

$$\omega_i = \begin{cases} \frac{4}{9} & c_i^2 = 0 \\ \frac{1}{9} & c_i^2 = c^2 \\ \frac{1}{36} & c_i^2 = 2c^2 \end{cases} \quad (4)$$

$$\mathbf{c} = c \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

此外，格子空间中运动黏度与无因次松弛时间满足关系式^[45]：

$$\nu = c_s^2 \left(\tau - \frac{1}{2} \right) \delta t \quad (6)$$

上述黏度处理方式使得 LBGK 模型在计算时具有二阶精度。格子空间中，单组分单相气体压力表示为^[28]：

$$p = c_s^2 \rho \quad (7)$$

外加作用力的离散表达式^[28]：

$$F_i = \omega_i \left(1 - \frac{1}{2\tau} \right) \left[\frac{\mathbf{F} \cdot \mathbf{c}_i}{c_s^2} + \frac{(\mathbf{uF} + \mathbf{Fu}) : (\mathbf{c}_i \mathbf{c}_i - c_s^2 \mathbf{I})}{2c_s^4} \right] \quad (8)$$

1.2 无因次松弛时间的选取

在宏观液体流动模拟中，通常考虑雷诺数为流动特征控制参数，可以通过雷诺数确定无因次松弛时间；在微尺度气体流动模拟中，努森数为流动特征控制参数，此时需要对无因次松弛时间进行修正或重新定义。前人在这方面做了大量的研究，通过建立努森数和无因次松弛时间的关系式（见表1），进而确定无因次松弛时间。2002年，Nie等^[30]和Lim等^[15]推导出无因次松弛时间表达式，但二者存在明显差别，前者有参数“1/2”项，说明模型具有二阶精度^[28]，而后者没有。Niu等^[14]推导出的无因次松弛时间表达式中，当模拟气体为单原子气体时比热容为5/3，此时 $\tau \approx Kn H$ ，显然该方法不具备二阶计算精度。根据郭照立等^[28]的推论，无因次松弛时间可以表示为 $\tau = 1/2 + (c/\bar{c}) Kn N$ ，不同文献中对于粒子平均速度 \bar{c} 有不同的选择，从而导致无因次松弛时间存在不同表达形式。Lee等^[31]推导的公式中选取粒子平均速度近似于格子速度，但是根据Guo等^[32]的研究，该处理方式不满足相容性条件。Tang等^[33]和Zhang等^[34]所得公式中选取粒子平均速度为 $\bar{c} = \sqrt{8RT/\pi}$ 。Guo等^[32, 35]从分子动力学理论出发，近似推导出粒子平均速度表达式为 $\sqrt{\pi RT/2}$ ，从而得到无因次松弛时间表达式。目前，研究者一般直接应用Tang等^[33]、Zhang

等^[34]或Guo等^[32, 35]推导出的表达式或在此基础上进行改进。如在高温高压条件下，Shi等^[36]考虑气体黏度受稠密性影响对其做出相应修正，此时可将Tang等^[33]、Zhang等^[34]和Guo等^[35]提出的无因次松弛时间表达式修正为 $\tau = 1/2 + \sqrt{3\pi/8} Kn N [1 + 2b\rho_r \chi / (D+2)]^2 / \chi$ 或 $\tau = 1/2 + \sqrt{6/\pi} Kn N [1 + 2b\rho_r \chi / (D+2)]^2 / \chi$ ，其中 $\chi = 1 + (5/8)b\rho_r + 0.2869(b\rho_r)^2 + 0.1103(b\rho_r)^3 + 0.0386(b\rho_r)^4$ ， $b = 2\pi d_r^3 / 3m_r$ 。

在微尺度流动模拟中，还需要考虑边界努森层带来的影响。固体壁面的存在使得靠近壁面位置的分子平均自由程被截断，导致一定范围内气体分子（即努森层）的运动规律受到影响^[8, 11]。当流动通道特征长度较大时，努森层在整个流动通道中所占比例小，其对流动的影响可以忽略不计；但随着特征长度的减小，努森层在流动通道内所占比例逐渐增大，其对流动产生的影响也越来越大^[8]，产生微尺度流动特征。因此，研究者对无因次松弛时间进行了相应的修正。总体来说，主要通过修正分子平均自由程以表征边界努森层的影响。一些学者将努森层中气体分子平均自由程减小等价转换为整个流场中气体分子平均自由程的减小。Stops等^[37]提出了二维平板流动下的分子平均自由程修正式 $\lambda_e = \lambda \psi(Kn)$ ，但修正系数 $\psi(Kn)$ 过于复杂，实际计算不方便；Guo等^[32]在此基础上提出新的修正系数表达式；Li等^[38]根据气体动力黏度与分子平均自由程的正比例关系，采用Michalis等^[39]提出的Bosanquet-type型修正系数。Zhang等^[40]、Tang等^[41]、Guo等^[42]考虑流场中不同位置与壁面的距离对该位置处分子平均自由程进行修正，推导出相应的无因次松弛时间。

上述无因次松弛时间表达式均通过分子动力学理论推导而来，在微尺度流动模拟研究中应用广泛。如图1所示，作出部分表达式中无因次松弛时间随努森数的变化曲线，可以看到在相同网格数及努森数条件下，无因次松弛时间值存在差异，并且在过渡流区尤其明显。无因次松弛时间对微尺度气体流动模拟研究影响重大，微小的取值差别会导致模拟结果出现差异，可能造成模拟结果偏离正确值。

前人在推导无因次松弛时间时，分子平均自由程与松弛时间、粒子平均运动速度满足关系式^[36]：

$$\lambda = \tau \bar{c} \quad (9)$$

动力黏度和压力、松弛时间满足关系^[32]：

表1 文献中无因次松弛时间和努森数关系

文献	公式
Nie等 ^[30]	$\tau = 1/2 + Kn H \rho/a$
Lim等 ^[15]	$\tau = Kn N$
Niu等 ^[14]	$\tau = \sqrt{6/\pi} Kn H$
Lee等 ^[31]	$\tau = 1/2 + Kn N$
Tang等 ^[33] , Zhang等 ^[34]	$\tau = 1/2 + \sqrt{3\pi/8} Kn N$
Guo等 ^[35]	$\tau = 1/2 + \sqrt{6/\pi} Kn N$
Guo等 ^[32] (努森层修正)	$\tau = 1/2 + \sqrt{6/\pi} Kn N \psi(Kn)$, $\psi(Kn) = (2/\pi) \arctan(\sqrt{2} Kn^{-3/4})$
Li等 ^[38] (努森层修正)	$\tau = 1/2 + \sqrt{6/\pi} Kn N \psi(Kn)$, $\psi(Kn) = 1/(1+2Kn)$
Zhang等 ^[40] (努森层修正)	$\tau = 1/2 + \sqrt{3\pi/8} Kn N \left\{ 1 + 0.7 \left[e^{-Cy/\lambda} + e^{-C(H-y)/\lambda} \right] \right\}$
Tang等 ^[41] (努森层修正)	$\tau = 1/2 + (\lambda/\lambda_0) \sqrt{\pi/8} (c/c_s) Kn N$
Guo等 ^[42] (努森层修正)	$\tau = 1/2 + \sqrt{6/\pi} Kn N \left[1 + (y/\lambda - 1) e^{-y/\lambda} - (y/\lambda)^2 \text{Ei}(y/\lambda) \right]$

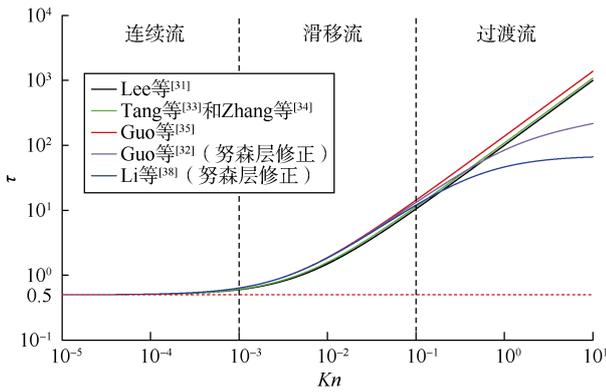


图1 不同努森数下无因次松弛时间取值 (\$N=100\$)

$$\mu = p\tau_s \quad (10)$$

考虑高温高压非理想气体稠密性修正时^[36], 动力黏度可表示为:

$$\mu = p \frac{\lambda}{c} \left[1 + 2b\rho\chi / (D+2) \right]^2 / \chi \quad (11)$$

不考虑壁面产生的影响, 绘制出温度为 350 K 时 (11) 式对应的真实物理空间中甲烷气体分子动力黏度与压力 (1~100 MPa) 关系图 (见图 2), 并与美国国家标准与技术研究院 (NIST) 化学数据库中的数据对比。从图中可以看出, 压力高于 20 MPa 时, 各表达式计算的甲烷气体分子动力黏度均与 NIST 数据库中数据存在较大偏差。此时, 上述无因次松弛时间表达式无法反映气体真实情况。

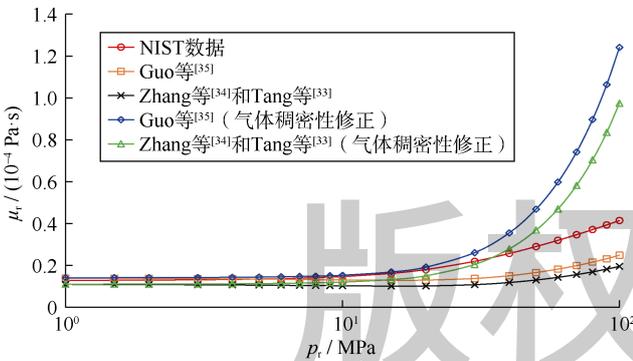


图2 不同表达式计算的的甲烷动力黏度随压力的变化

在微尺度流动模拟中, 应使模拟的格子空间量和真实物理空间量满足相似准则^[46-47], 如马赫数、努森数及雷诺数相等, 才能真正反映实际情况, 揭示客观规律。在宏观液体流动模拟中, 考虑数值模拟条件与真实流动条件下的雷诺数相等, 实际上是满足格子空间和真实物理空间中的惯性力与摩擦力之比相等。值得注意的是, 对于宏观大尺度液体流动, 可忽略液体的压缩性, 但针对微观气体流动应该考虑气体的压缩

性。此时, 需要严格满足模拟条件下的马赫数和实际马赫数相等, 也就是满足二者的惯性力和弹性力之比相等。

由格子空间和真实物理空间下的雷诺数相等可得:

$$\frac{uH}{\nu} = \frac{u_r H_r}{\nu_r} \quad (12)$$

格子空间和真实物理空间中的努森数相等, 则:

$$\frac{\lambda}{H} = \frac{\lambda_r}{H_r} \quad (13)$$

满足格子空间和真实物理空间中的马赫数相等, 则:

$$\frac{u}{c_s} = \frac{u_r}{c_{sr}} \quad (14)$$

联立 (6) 式及 (12) — (14) 式可得:

$$\tau = \frac{1}{2} + \frac{\lambda \nu_r}{c_s c_{sr} \lambda_r \delta t} \quad (15)$$

将 $\lambda = KnH$ 、 $H = N\delta x$ 和 $c_s = \frac{c}{\sqrt{3}}$ 带入 (15) 式可得:

$$\tau = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}\nu_r}{\lambda_r c_{sr}} Kn N \quad (16)$$

真实物理空间中气体分子平均自由程计算式为:

$$\lambda_r = \frac{m_r}{\sqrt{2}\pi\rho_r d_r^2} \quad (17)$$

前人的研究表明, 可以通过修正无因次松弛时间表达式以表征微尺度条件下固体壁面附近努森层对流动的影响^[32,38]:

$$\tau = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}\nu_r}{\lambda_r c_{sr}} Kn N \psi(Kn) \quad (18)$$

为便于模拟计算, 对于上式中修正系数 $\psi(Kn)$, 采用 Guo 等^[32]提出的 $\psi(Kn) = (2/\pi)\arctan(\sqrt{2}Kn^{-3/4})$ 或 Michalis 等^[39]提出的 $\psi(Kn) = 1/(1+2Kn)$, 分别记为 $\psi(Kn)_1$ 和 $\psi(Kn)_2$ 。计算出上述两项修正系数在 Kn 为 $1 \times 10^{-5} \sim 10$ 时的取值分布, 可以看出二者取值存在明显差异 (见图 3)。在连续流区域, 两项修正系数基本保持不变, 并且存在 $\psi(Kn)_1 \approx \psi(Kn)_2 \approx 1.0$; 在滑移流和过渡流区域, 修正系数开始下降, 且下降速率先增加后减小。修正系数间差异主要出现在滑移流区和过渡流区, 同时在这两个区间内 $\psi(Kn)_1 > \psi(Kn)_2$ 。此外, 在 $Kn \approx 1$ 时存在最大差值 $\Delta\psi(Kn)_{max}$, 其中 $\Delta\psi(Kn) = \psi(Kn)_1 - \psi(Kn)_2$ 。由于 (18) 式中的气体运动黏度可以根据温度和压力从 NIST 数据库内查询, 无需再对气体稠密性影响进行单独修正。由于

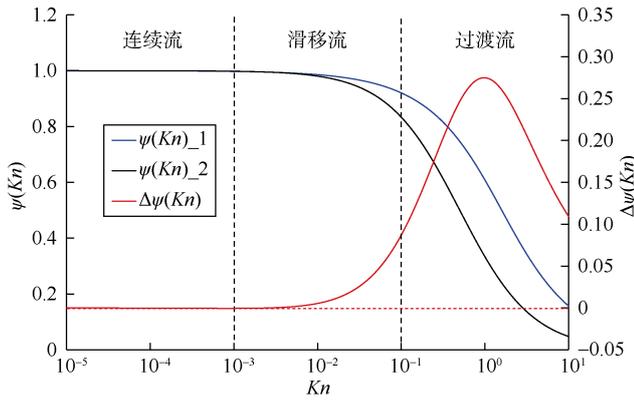


图3 不同努森数下修正系数的取值及差异

无因次松弛时间的微小差别会导致模拟结果产生明显差异, 关系到流动模拟能否正确捕捉微尺度下的物理现象, 因此需要优选修正系数。

1.3 边界条件及其关键参数的确定

一般微尺度模拟中, 考虑气体在微通道内周期流动时, 通常在流动方向进出口处采用周期边界条件^[47]; 考虑气体在微通道中受进出口压差驱动流动时, 在进出口处采用 Zou 等^[48]提出的压力边界条件或 Guo 等^[49]提出的非平衡态外推边界条件。相比之下孔道上下壁面处边界处理更复杂, 通过在壁面处采用合理的边界条件可以有效捕捉边界滑移等现象。

目前, 处理壁面处微尺度气体流动时通常采用两种边界条件^[7, 35]: 组合反弹/镜面反射边界条件 (CBBSR) 和离散 Maxwell 边界条件 (DM)。这两种边界条件在本质上是等价的, 本文采用 CBBSR 边界条件^[35]。以二维微通道下边界为例, 网格划分如图 4 所示, 本文将网格节点设置在壁面边界位置处有利于直接捕捉边界滑移速度。经过碰撞步和迁移步后, 未知分布函数为 f_2 、 f_5 和 f_6 , 采用 CBBSR 边界条件可以得到:

$$\begin{cases} f_2 = \bar{f}_4 \\ f_5 = rf_7 + (1-r)\bar{f}_8 \\ f_6 = r\bar{f}_8 + (1-r)f_7 \end{cases} \quad (19)$$

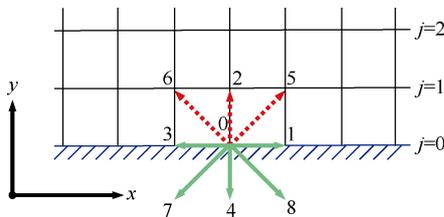


图4 网格划分示意图 (数字表示离散速度方向)

在微尺度流动模拟中, 组合系数 r 的取值直接影响模拟得到的边界滑移速度, 若将 r 设为定值^[50]则无

法反映出模拟条件的差异。为消除数值离散效应并使模拟满足二阶滑移边界条件, 根据 Guo 等^[35]的相关理论, 结合本文提出的无因次松弛时间推导得出组合系数表达式:

$$r = \left\{ 1 - \frac{4v_r}{\sqrt{3}\lambda_r c_{sr}} Kn \psi(Kn) + \frac{\lambda_r c_{sr}}{\sqrt{3}v_r} \left[A_1 + 2A_2 Kn \psi(Kn) + \frac{1}{4N^2 Kn \psi(Kn)} \right] \right\}^{-1} \quad (20)$$

Guo 等^[51]在广义二阶滑移边界条件中给出:

$$A_1 = \frac{2-\sigma}{\sigma}(1-0.1817\sigma) \quad A_2 = \sigma^2 \left(\frac{1}{\pi} + \frac{1}{2}A_1^2 \right)$$

其中 $\sigma = (2-\sigma_v)/\sigma_v$

2 模型验证

2.1 无限长微通道中体积力驱动模拟验证

首先, 利用等温条件下甲烷气体在无限长微通道中的体积力驱动流动进行模型验证。通过在进出口设置周期流动边界条件^[47], 可以将气体流动等效为无限长微通道中的流动。通常将压力梯度设置为很小的常量^[38], 并且将整个流场中外力项统一为 $F = (F_x, F_y)$, 本模拟取 F_x 为 10^{-6} , F_y 为零。此时, 沿流动方向气体压力变化微小, 可以忽略气体宏观物性参数差异。将整个流场中的无因次松弛时间设为恒定, 同时可以忽略压缩效应的影响, 只需要考虑气体的滑脱效应和边界努森层的影响。网格划分为 $N_x \times N_y = 30 \times 300$, 由于采用周期流动边界条件, 流动方向 (即 x 方向) 网格数少一些。(18) 式和 (20) 式中涉及到的所有甲烷气体物性参数均来自 NIST 标准参考数据库, 通过改变模拟的微通道上下壁面间距 H_r 可以得到不同 Kn 及对应的无因次松弛时间和组合系数。由于需要模拟较高 Kn 下的流动, 为保证通道特征长度为纳米级, 模拟压力不能太高, 因此取 T_r 为 400 K, p_r 为 0.1 MPa。

Ohwada 等^[52]通过直接求解线性化 Boltzmann 方程对二维微通道中气体进行流动模拟, 通常将其结果用于验证微尺度流动模型的准确性^[38, 40, 51, 53]。采用本文模型进行模拟计算, 得到不同 Kn 条件下出口处的无因次速度剖面 U/U_{ave} , 其中 $U_{ave} = (1/H) \int_0^H U dy$ 。采用不同的修正系数 $\psi(Kn)_1$ 和 $\psi(Kn)_2$ 时, 相应的模拟计算结果分别记为 “Present LB_1” 和 “Present LB_2”。将模拟结果同 Ohwada 等的计算结果进行对比以验证模型准确性并优选修正系数, 同时还将计算结果同 Zhang 等^[40]、

Li 等^[38]和 Guo 等^[53]的计算结果进行对比 (见图 5)。

由图 5 可以看出, 当 $\psi(Kn) = \psi(Kn)_1$ 时, Kn 取值不同本文模型计算精度不同。当 Kn 值为 0.112 8 时, 本文模型计算结果与 Ohwada 等直接求解线性化 Boltzmann 方程得到的结果具有较好的一致性, 但是在中心线位置处本文模型计算结果大于 Zhang 等和 Guo 等的结果; 随着 Kn 值的增大, 本文模型计算结果逐渐偏离 Ohwada 等的结果, 具体表现为边界处滑移速度偏大, 而通道中间速度偏小, 与 Zhang 等的计算结果呈现出很好的一致性; 当 $Kn > 2.5$, 模拟不收敛。当

$\psi(Kn) = \psi(Kn)_2$ 时, 本文模型计算结果与 Ohwada 等的模拟结果始终保持很好的一致性, 说明此时模型具有更高的计算精度, 可以在较大的 Kn 变化范围内有效捕捉微尺度气体流动边界滑移现象。此外, 本文模拟结果与 Li 等 (Li 等使用了相同的修正系数 $\psi(Kn)_2$) 的计算结果吻合度较高, 说明 $\psi(Kn)$ 对边界滑移速度的准确捕捉具有重要影响。本文模型计算结果与 Guo 等计算结果始终存在偏差, 并且在 Kn 值较大时偏差非常明显。可以发现, 随着 Kn 值的增加, 边界滑移速度显著增大, 滑脱效应对流动的影响越来越明显。

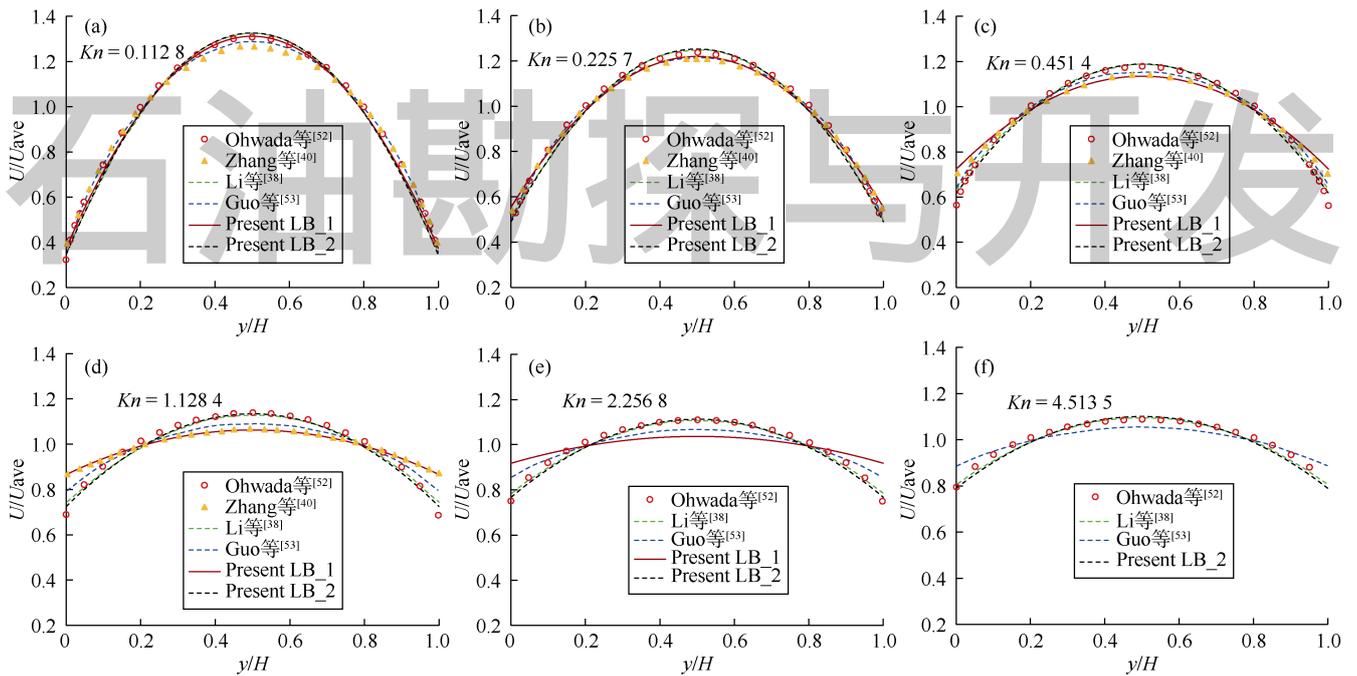


图 5 甲烷气体在微通道中周期流动时出口处无因次速度剖面

为进一步验证本文模型的正确性并优选修正系数, 计算出不同 Kn 值条件下微通道内无因次流量^[38] $Q = \int_0^H u dy / (F_x H^2 \sqrt{RT/2/p})$, 并将计算结果同文献中数据进行对比 (见图 6)。可以看出, 当 $\psi(Kn) = \psi(Kn)_1$, $Kn < 1.0$ 时, 本文模型计算结果与 Ohwada 等^[52]、Cercignani 等^[54]、Li 等^[38]的模拟结果以及真实气体的实验数据^[53]具有很好的一致性; 但随着 Kn 值增大, 本文模型计算结果逐渐增大并偏离上述文献中的模拟结果, 且当 $Kn > 2.5$ 后计算不收敛, 无法模拟。当 $\psi(Kn) = \psi(Kn)_2$ 时, 在整个模拟的 Kn 取值范围内, 本文计算结果与上述文献中的模拟结果及实验数据具有较好的一致性, 从而验证了模型的正确性。通过对不同修正系数下的模拟计算结果进行对比, 表明采用

修正系数 $\psi(Kn) = \psi(Kn)_2$ 可以使本文模型具有更高的计算精度和更广的适用范围。

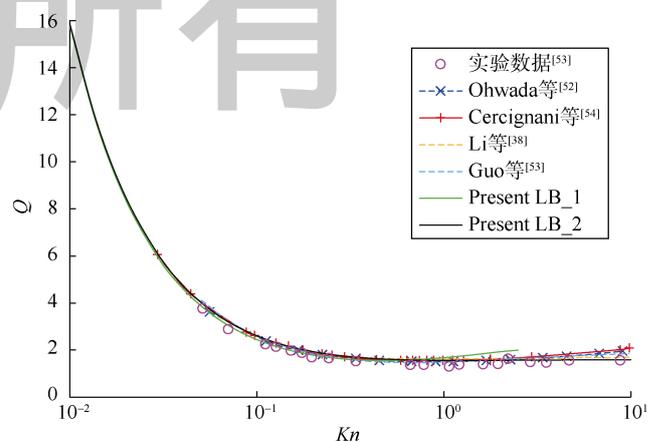


图 6 甲烷在微通道中周期流动时无因次流量随努森数的变化

在上述两种修正系数下计算出不同 Kn 值条件下出口处的归一化边界滑移速度 U_{slip}/U_0 。将计算结果同 Arkilic 等^[55]考虑一阶滑移边界推导得到的解析解以及 Nie 等^[30]的结果进行对比(见图 7)。可以看出,在滑移流区内采用不同修正系数得到的计算结果基本吻合,但随着 Kn 值的增加二者差距逐渐显现;在过渡流区内,二者差异进一步增加。同时,在整个 Kn 取值范围内,当 $\psi(Kn) = \psi(Kn)_1$ 时,本文模型计算结果同 Arkilic 等的解析解具有更好的一致性。实际上,在 Arkilic 等的推导过程中仅考虑一阶滑移边界条件,因此采用 $\psi(Kn)_1$ 时本文模型只具有一阶计算精度。在 Nie 等的研究中,采用的是简单的反弹边界条件,可以看到在滑移流区,Nie 等的计算结果小于其余 3 种计算结果,在过渡流区则相反。当 $\psi(Kn) = \psi(Kn)_2$ 时,过渡流区本文模型模拟计算结果小于其余 3 种结果,说明采用 $\psi(Kn)_1$ 导致计算得到的边界滑移速度在过渡流区偏大。

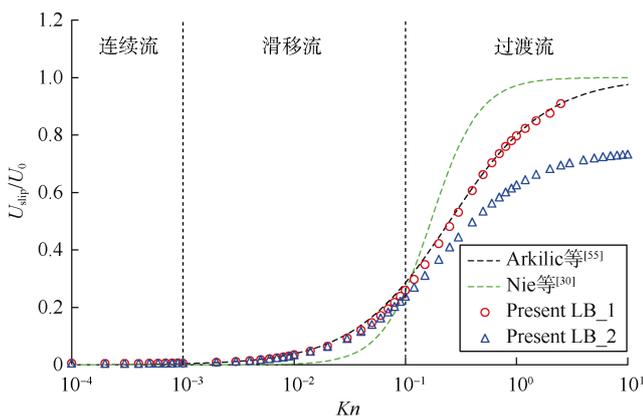


图 7 甲烷在微尺度二维平板中周期流动时归一化边界滑移速度随努森数的变化

2.2 长直微通道中进出口压差驱动模拟验证

采用本文模型模拟甲烷在长直微通道中受进出口压差驱动的流动。对于微尺度气体流动,在研究范围

内温度压力变化微小,气体流动速度缓慢,属于典型的低马赫数流动。虽然理论上可以将微尺度气体流动视为不可压缩流动,但是在整个宏观尺度上来看,压缩性是客观存在的,忽略压缩效应的模拟必然存在误差。在研究此类问题时,需要同时考虑压缩效应、气体滑脱效应和边界努森层的影响。由于气体的可压缩性,微通道内沿流动方向压力表现为非线性分布。将本文模拟结果同直接模拟蒙特卡洛方法(DSMC)计算结果、信息保存-直接模拟蒙特卡洛方法(IP-DSMC)计算结果、Li 等^[38]、Guo 等^[53]、Shen 等^[56]的 LBM 模拟结果以及 Arkilic 等^[55]的解析解进行对比,以验证模型的准确性。在上述文献中,进出口压力比为 1.4 : 1.0 或 2.0 : 1.0,考虑模拟的压力梯度不能太大,设定出口压力为 0.01 MPa,模拟温度恒定为 400 K,通过改变微通道上下壁面间距以实现不同 Kn 值条件下的流动模拟。气体沿流动通道方向压力发生变化,此时在整个流场内气体的宏观物性参数也会发生相应变化。根据(18)式和(20)式,可以看出不同位置处的无因次松弛时间、努森数以及组合系数不同,在模拟时需要考虑各参数值随位置的变化。流场任意位置处努森数表示为 $Kn(x, y) = Kn_{out} \rho_{out} / \rho(x, y)$ 。值得注意的是,在计算无因次松弛时间和组合系数时涉及到 v_r/c_{sr} ,需要进行相应的预处理。通过 NIST 数据库查询得到 v_r/c_{sr} 和 ρ_r 在进出口压力范围内的一系列离散值,然后拟合出二者关系式 $v_r/c_{sr} = 3 \times 10^{-8} / \rho_r$ 。实际模拟时,设置格子空间密度和真实物理空间密度在数值上相等,此时可结合上述关系式计算出任意位置处的无因次松弛时间和组合系数。

取 $\psi(Kn) = \psi(Kn)_2$,采用本文模型计算出 Kn_{out} 分别为 0.019 4、0.194 0 和 0.388 0 时的沿程无因次压力偏移量 $(p - p_{line})/p_{out}$ 。网格划分为 $N_x N_y = 2\ 000 \times 20$,与参考文献^[55]一致。

从图 8 可以看出,采用本文模型计算得到的结果

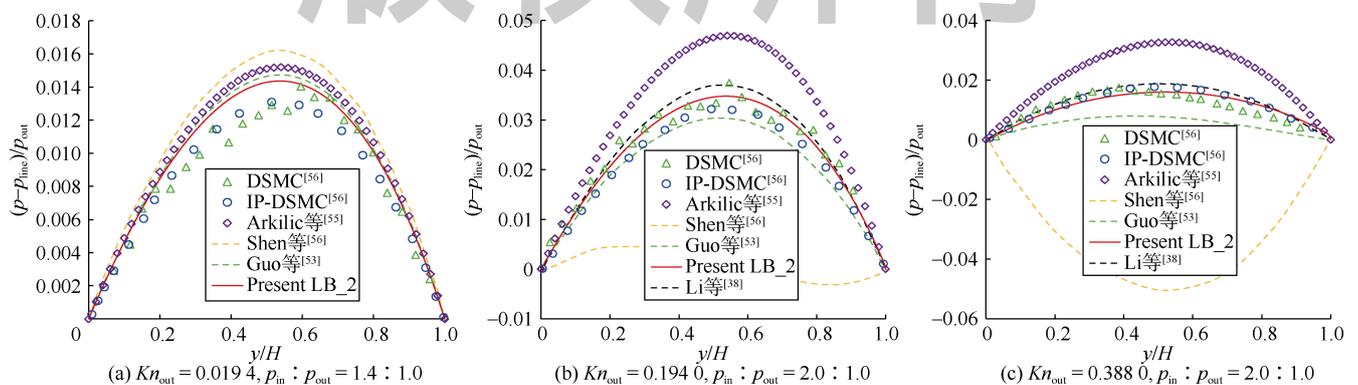


图 8 本文模型计算的长直微通道中气体沿程无因次压力偏移量与文献数据对比

明显优于 Arkilic 等、Shen 等和 Guo 等的结果，与 Li 等的计算结果相近；但相比之下本文模型计算结果与 DSMC、IP-DSMC 法的模拟结果更具有一致性，说明本文模型能更为准确地捕捉微尺度气体的压缩效应。

3 结论

与基于连续介质假设的传统计算流体力学方法相比，格子 Boltzmann 方法由于其介观特性及天然的并行性等特点，在微尺度气体流动模拟研究方面更具优越性，但当前广泛采用的格子 Boltzmann 模型恢复出的气体黏度在高温高压条件下与真实值存在较大差异，可能导致模拟结果偏离正确值。

本文模型可有效表征微尺度气体滑脱效应和压缩效应，准确捕捉边界努森层的影响。对甲烷在微通道中的周期流动进行模拟，结果表明采用 Michalis 等提出的 Bosanquet-type 型黏度修正系数使本文模型具有更高的计算精度和更广的适用范围。此时，采用本文模型计算得到的无因次边界滑脱速度和无因次流量与文献中数据具有很好的一致性。模拟甲烷在长直微通道中受进出口压差驱替的流动，结果表明本文模型可有效表征微尺度气体压缩效应的影响。与文献中常用微纳尺度模型相比，本文模型可更为精确地捕捉边界滑移速度和气体压缩性的影响。

本文模型提出的无因次松弛时间表达式中除努森数外还包含气体在模拟温度和压力条件下的真实运动黏度、声速及气体分子平均自由程等参数，能更全面地反应非常规天然气在储集层条件下微尺度流动空间中的真实状态。此外，结合吸附解吸、表面扩散等边界条件可将本文模型进行扩展应用。

符号注释：

A_1, A_2 ——二阶滑移边界条件中与气固相互作用有关的系数； a ——常数； C ——经验参数； c ——格子速度； c_i ——格子空间 i 方向离散速度； c_s ——格子空间声速； c_{sr} ——真实物理空间声速，m/s； \bar{c} ——格子空间粒子平均速度； D ——模拟空间维数； d_r ——真实物理空间气体分子直径，甲烷气体取 $d_r = 0.414 \times 10^{-9}$ m； F ——格子空间外力； F_x ——格子空间 x 方向外力分量； F_y ——格子空间 y 方向外力分量； F_i ——格子空间 i 方向离散作用力； $f_i(X, t)$ ——粒子分布函数； $f_{i,eq}(X, t)$ ——平衡态粒子分布函数； \bar{f}_i ——壁面节点处经过迁移步之后的粒子分布函数； H ——格子空间流动特征长度； H_r ——真实物理空间流动特征长度，m； i ——离散速度方向， $i=0, 1, \dots, m-1$ ； I ——二阶单位张量； j —— y 方向的网格序号； Kn ——努森数，无因次； Kn_{out} ——微通道出口处努森数，无因次； m ——离散

速度数； m_r ——真实物理空间气体分子质量，甲烷气体取 $m_r = 2.664 \times 10^{-26}$ kg； N ——特征长度所占网格数； N_x —— x 方向网格数； N_y —— y 方向网格数； n ——空间维数； p ——格子空间压力； p_{line} ——格子空间压力线性分布值； p_{in} ——格子空间微通道入口处压力； p_{out} ——格子空间出口处压力； p_r ——真实空间压力，MPa； Q ——格子空间无因次流量； R ——格子空间气体常数； r ——组合系数，控制反弹与镜面反射间的比例，取 $0 < r < 1$ ； T ——格子空间温度； T_r ——真实物理空间温度，K； t ——格子空间时间； U ——格子空间微通道出口处沿流体流动方向的速度； U_{ave} ——格子空间微通道出口处沿流体流动方向的平均速度； U_{slip} ——格子空间微通道出口处边界滑移速度； U_0 ——格子空间微通道出口处中轴线上流动方向速度； u ——格子空间宏观速度矢量； u ——格子空间速度标量； u_r ——真实物理空间运动速度，m/s； X ——格子空间位置； x ——距离入口端的距离； y ——距离微通道下壁面的距离； γ ——格子空间气体比热容； δt ——格子空间时间步； δx ——格子空间网格间距，通常取 $\delta x = \delta t$ ； λ ——格子空间气体分子平均自由程； λ_e ——格子空间有效气体分子平均自由程； λ_r ——真实物理空间气体分子平均自由程，m； ρ ——格子空间宏观密度； ρ_{out} ——格子空间微通道出口处宏观密度； ρ_r ——真实物理空间气体密度，kg/m³； σ ——流向动量调节系数； σ_v ——切向动量调节系数，通常取 $\sigma_v = 1.0$ ； τ ——无因次松弛时间； τ_s ——格子空间松弛时间； μ ——格子空间动力黏度； μ_r ——真实物理空间动力黏度，Pa·s； ν ——格子空间运动黏度； ν_r ——真实物理空间运动黏度，m²/s； ω_i —— i 方向权重系数； χ ——气体稠密性修正系数，无因次； $\psi(Kn)$ ——平均分子自由程修正系数； $\Delta\psi(Kn)$ ——修正系数差。

参考文献：

- [1] BEEBE D J, MENSING G A, WALKER G M. Physics and applications of microfluidics in biology[J]. Annual Review of Biomedical Engineering, 2002, 4(1): 261-286.
- [2] MOHITH S, KARANTH P N, KULKARNI S M. Recent trends in mechanical micropumps and their applications: A review[J]. Mechatronics, 2019, 60: 34-55.
- [3] ZHANG L, SHAN B, ZHAO Y, et al. Review of micro seepage mechanisms in shale gas reservoirs[J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2019, 139: 144-179.
- [4] ZHAO Y, TANG X, ZHANG L, et al. Numerical solution of fractured horizontal wells in shale gas reservoirs considering multiple transport mechanisms[J]. Journal of Geophysics and Engineering, 2018, 15(3): 739-750.
- [5] ZHANG L, CHEN Z, ZHAO Y. Well production performance analysis for shale gas reservoirs[M]. Amsterdam: Elsevier, 2019.
- [6] 姜振学, 宋岩, 唐相路, 等. 中国南方海相页岩气差异富集的控制因素[J]. 石油勘探与开发, 2020, 47(3): 617-628.
JIANG Zhenxue, SONG Yan, TANG Xianglu, et al. Controlling factors of marine shale gas differential enrichment in southern China[J]. Petroleum Exploration and Development, 2020, 47(3): 617-628.

- [7] REN J, GUO P, GUO Z, et al. A lattice Boltzmann model for simulating gas flow in kerogen pores[J]. *Transport in Porous Media*, 2015, 106(2): 285-301.
- [8] 姚军, 赵建林, 张敏, 等. 基于格子 Boltzmann 方法的页岩气微观流动模拟[J]. *石油学报*, 2015, 36(10): 1280-1289.
YAO Jun, ZHAO Jianlin, ZHANG Min, et al. Microscale shale gas flow simulation based on lattice Boltzmann method[J]. *Acta Petrolei Sinica*, 2015, 36(10): 1280-1289.
- [9] LI Z, MIN T, KANG Q, et al. Investigation of methane adsorption and its effect on gas transport in shale matrix through microscale and mesoscale simulations[J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2016, 98: 675-686.
- [10] ZHANG L, LI J, JIA D, et al. Study on the adsorption phenomenon in shale with the combination of molecular dynamic simulation and fractal analysis[J]. *Fractals*, 2018, 26(2): 1840004.
- [11] 张烈辉, 刘香禹, 赵玉龙, 等. 孔喉结构对致密气微尺度渗流特征的影响[J]. *天然气工业*, 2019, 39(8): 50-57.
ZHANG Liehui, LIU Xiangyu, ZHAO Yulong, et al. Effect of pore throat structure on micro-scale seepage characteristics of tight gas reservoirs[J]. *Natural Gas Industry*, 2019, 39(8): 50-57.
- [12] SCHAAF S A, CHAMBRÉ P L. *Flow of rarefied gases*[M]. Princeton: Princeton University Press, 1961.
- [13] CHEN S Y, DOOLEN G D. Lattice Boltzmann method for fluid flows[J]. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 1998, 30(1): 329-364.
- [14] NIU X D, SHU C, CHEW Y T. A lattice Boltzmann BGK model for simulation of micro flows[J]. *Europhysics Letters*, 2004, 67(4): 600-606.
- [15] LIM C Y, SHU C, NIU X D, et al. Application of lattice Boltzmann method to simulate microchannel flows[J]. *Physics of Fluids*, 2002, 14(7): 2299-2308.
- [16] 宁正福, 王波, 杨峰, 等. 页岩储集层微观渗流的微尺度效应[J]. *石油勘探与开发*, 2014, 41(4): 492-499.
NING Zhengfu, WANG Bo, YANG Feng, et al. Microscale effect of microvadose in shale reservoirs[J]. *Petroleum Exploration and Development*, 2014, 41(4): 492-499.
- [17] NING Y, JIANG Y, LIU H, et al. Numerical modeling of slippage and adsorption effects on gas transport in shale formations using the lattice Boltzmann method[J]. *Journal of Natural Gas Science & Engineering*, 2015, 26: 345-355.
- [18] 赵志刚, 张永波, 赵同彬, 等. 基于格子 Boltzmann 的煤岩渗透率研究方法[J]. *煤矿安全*, 2016, 47(4): 30-34.
ZHAO Zhigang, ZHANG Yongbo, ZHAO Tongbin, et al. A research method for coal and rock permeability based on lattice Boltzmann method[J]. *Safety in Coal Mines*, 2016, 47(4): 30-34.
- [19] 吴子森, 董平川, 袁忠超, 等. 基于格子 Boltzmann 方法的致密气藏微尺度效应研究[J]. *断块油气田*, 2016, 23(6): 793-796.
WU Zisen, DONG Pingchuan, YUAN Zhongchao, et al. Micro-scale effect in tight gas reservoir based on lattice Boltzmann method[J]. *Fault-Block Oil & Gas Field*, 2016, 23(6): 793-796.
- [20] REN J, GUO P, PENG S, et al. Investigation on permeability of shale matrix using the lattice Boltzmann method[J]. *Journal of Natural Gas Science & Engineering*, 2016, 29: 169-175.
- [21] 张烈辉, 贾鸣, 郭晶晶. 基于 REV 尺度格子 Boltzmann 方法的页岩气流动数值模拟[J]. *力学与实践*, 2017, 39(2): 130-134.
ZHANG Liehui, JIA Ming, GUO Jingjing. Numerical simulation of shale gas flow based on the lattice Boltzmann method at REV scale[J]. *Mechanics in Engineering*, 2017, 39(2): 130-134.
- [22] 任岚, 傅燕鸣, 胡永全, 等. 基于 LBM 页岩微观尺度气体流动模拟研究[J]. *特种油气藏*, 2017, 24(3): 70-75.
REN Lan, FU Yanming, HU Yongquan, et al. Simulation of microscopic gas flowing in shale based on LBM[J]. *Special Oil & Gas Reservoirs*, 2017, 24(3): 70-75.
- [23] WANG J, KANG Q, LI C, et al. Pore-scale lattice Boltzmann simulation of micro-gaseous flow considering surface diffusion effect[J]. *International Journal of Coal Geology*, 2017, 169(2): 62-73.
- [24] 赵金洲, 符东宇, 李勇明, 等. 基于格子 Boltzmann 方法的页岩气藏气体滑脱效应分析[J]. *油气地质与采收率*, 2016, 23(5): 65-70.
ZHAO Jinzhou, FU Dongyu, LI Yongming, et al. Analysis on slippage effect in shale gas reservoir based on lattice Boltzmann method[J]. *Petroleum Geology and Recovery Efficiency*, 2016, 23(5): 65-70.
- [25] ZHAO J, FU D, LI Y, et al. REV-scale simulation of gas transport in shale matrix with lattice Boltzmann method[J]. *Journal of Natural Gas Science and Engineering*, 2018, 57: 224-237.
- [26] ZHAO T, ZHAO H, LI X, et al. Pore scale characteristics of gas flow in shale matrix determined by the regularized lattice Boltzmann method[J]. *Chemical Engineering Science*, 2018, 187(21): 245-255.
- [27] REN J, ZHENG Q, GUO P, et al. Pore-scale lattice Boltzmann simulation of two-component shale gas flow[J]. *Journal of Natural Gas Science and Engineering*, 2018, 61: 46-70.
- [28] 郭照立, 郑楚光. *格子 Boltzmann 方法的原理及应用*[M]. 北京: 科学出版社, 2009.
GUO Zhaoli, ZHENG Chuguang. *The principle and application of lattice Boltzmann method*[M]. Beijing: Science Press, 2009.
- [29] WANG J, CHEN L, KANG Q, et al. The lattice Boltzmann method for isothermal micro-gaseous flow and its application in shale gas flow: A review[J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2016, 95: 94-108.
- [30] NIE X, DOOLEN G D, CHEN S. Lattice-Boltzmann simulations of fluid flows in MEMS[J]. *Journal of Statistical Physics*, 2002, 107(1/2): 279-289.
- [31] LEE T, LIN C. Rarefaction and compressibility effects of the lattice-Boltzmann-equation method in a gas microchannel[J]. *Physical Review E: Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, 2005, 71(4): 046706.
- [32] GUO Z, ZHAO T, SHI Y. Physical symmetry, spatial accuracy, and relaxation time of the lattice Boltzmann equation for microgas flows[J]. *Journal of Applied Physics*, 2006, 99(7): 74903.
- [33] TANG G, TAO W, HE Y. Lattice Boltzmann method for gaseous microflows using kinetic theory boundary conditions[J]. *Physics of fluids*, 2005, 17(5): 058101.
- [34] ZHANG Y, QIN R, EMERSON D R. Lattice Boltzmann simulation of rarefied gas flows in microchannels[J]. *Physical Review E: Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, 2005, 71(4): 047702.
- [35] GUO Z, SHI B, ZHAO T, et al. Discrete effects on boundary conditions for the lattice Boltzmann equation in simulating microscale gas flows[J]. *Physical Review E: Statistical, Nonlinear,*

- and Soft Matter Physics, 2007, 76(5): 056704.
- [36] SHI Y, ZHAO T S, GUO Z L. Lattice Boltzmann simulation of dense gas flows in microchannels[J]. Physical Review E: Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics, 2007, 76(1): 016707.
- [37] STOPS D W. The mean free path of gas molecules in the transition regime[J]. Journal of Physics D: Applied Physics, 1970, 3(5): 685-696.
- [38] LI Q, HE Y, TANG G, et al. Lattice Boltzmann modeling of microchannel flows in the transition flow regime[J]. Microfluidics and Nanofluidics, 2011, 10(3): 607-618.
- [39] MICHALIS V K, KALARAKIS A N, SKOURAS E D, et al. Rarefaction effects on gas viscosity in the Knudsen transition regime[J]. Microfluidics and Nanofluidics, 2010, 9(4/5): 847-853.
- [40] ZHANG Y, GU X, BARBER R W, et al. Capturing Knudsen layer phenomena using a lattice Boltzmann model[J]. Physical Review E: Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics, 2006, 74(4): 046704.
- [41] TANG G, ZHANG Y, GU X, et al. Lattice Boltzmann modelling Knudsen layer effect in non-equilibrium flows[J]. Europhysics Letters, 2008, 83(4): 226-234.
- [42] GUO Z, SHI B, ZHENG C. An extended Navier-Stokes formulation for gas flows in the Knudsen layer near a wall[J]. Europhysics Letters, 2007, 80(2): 24001.
- [43] QIAN Y, D'HUMIÈRES D, LALLEMAND P. Lattice BGK models for Navier-Stokes equation[J]. Europhysics Letters, 1992, 17(6): 479-484.
- [44] BHATNAGAR P L, GROSS E P, KROOK M. A model for collision processes in gases. I. Small amplitude processes in charged and neutral one: Component systems[J]. Physics Reviews, 1954, 94(3): 511-525.
- [45] HE X, LUO L S. Theory of the lattice Boltzmann method: From the Boltzmann equation to the lattice Boltzmann equation[J]. Physical Review E: Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics, 1997, 56(6): 6811-6817.
- [46] 董波. 非混相驱替过程的格子 Boltzmann 模拟[D]. 大连: 大连理工大学, 2011.
DONG Bo. Lattice Boltzmann simulation of immiscible displacement[D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2011.
- [47] 何雅玲, 王勇, 李庆. 格子 Boltzmann 方法的理论及应用[M]. 北京: 科学出版社, 2009.
HE Yaling, WANG Yong, LI Qing. The theory and application of lattice Boltzmann method[M]. Beijing: Science Press, 2009.
- [48] ZOU Q, HE X. On pressure and velocity boundary conditions for the lattice Boltzmann BGK model[J]. Physics of Fluids, 1997, 9(6): 1591-1598.
- [49] GUO Z, ZHENG C, SHI B. Non-equilibrium extrapolation method for velocity and boundary conditions in the lattice Boltzmann method[J]. Chinese Physics, 2002, 11(4): 366-374.
- [50] TANG G, TAO W, HE Y. Lattice Boltzmann method for simulating gas flow in microchannels[J]. International Journal of Modern Physics C, 2004, 15(2): 335-347.
- [51] GUO Z, QIN J, ZHENG C. Generalized second-order slip boundary condition for nonequilibrium gas flows[J]. Physical Review E: Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics, 2014, 89(1): 013021.
- [52] OHWADA T, SONE Y, AOKI K. Numerical analysis of the shear and thermal creep flows of a rarefied gas over a plane wall on the basis of the linearized Boltzmann equation for hard sphere molecules[J]. Physics of Fluids A: Fluid Dynamics, 1989, 1(9): 1588-1599.
- [53] GUO Z, ZHENG C, SHI B. Lattice Boltzmann equation with multiple effective relaxation times for gaseous microscale flow[J]. Physical Review E: Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics, 2008, 77(3): 036707.
- [54] CERCIGNANI C. Mathematical methods in kinetic theory[M]. 2nd ed. New York: Plenum Press, 1990.
- [55] ARKILIC E B, SCHMIDT M A, BREUER K S. Gaseous slip flow in long microchannels[J]. Journal of Microelectromechanical Systems, 1997, 6(2): 167-178.
- [56] SHEN C, TIAN D, XIE C, et al. Examination of the LBM in simulation of microchannel flow in transitional regime[J]. Microscale Thermophysical Engineering, 2004, 8(4): 423-432.

第一作者简介: 赵玉龙 (1986-), 男, 湖北仙桃人, 博士, 西南石油大学副教授, 主要从事非常规油气开发、数值模拟、试井分析等方面的教学与科研工作。地址: 四川省成都市新都区新都大道 8 号, 西南石油大学油气藏地质及开发工程国家重点实验室, 邮政编码: 610500。E-mail: 373104686@qq.com

联系作者简介: 张烈辉 (1967-), 男, 四川仁寿人, 博士, 西南石油大学教授, 主要从事非常规油气开发、数值模拟、试井分析等方面的教学与科研工作。地址: 四川省成都市新都区新都大道 8 号, 西南石油大学油气藏地质及开发工程国家重点实验室, 邮政编码: 610500。E-mail: zhangliehui@vip.163.com

收稿日期: 2020-03-17 修回日期: 2020-12-28

(编辑 刘恋)