

書報評介

介紹集合論

Л. С. Александров Введение в общую теорию множеств и функций, стр. 1—411, 1948.

楊宗磐

(北洋大學數學系)

這本書是 Александров 同 Колмогоров 合著 Введение в теорию множеств и теорию функций (集論及函論的入門) 上下兩卷的第一卷。這兩位著者都是莫斯科大學教授，蘇聯科學院的院士。前者是拓撲學方面的領導者，後者是分析方面的領導者。Колмогоров 的下卷大概還沒有出，我們拭目以待好了。

書是為專科以上學校教科用的。序言裏有些話，應當節譯出來，作我們的參考。序言說：

“最近半世紀以來，集論對於數學發達的巨大影響，是現在公認的一個事實”。因此，很自然地，在大學以及高等師範學校(высший педагогический институт)的數學教育裏，集論思想應該占充分重要的位置。只要是現代化的分析教程，都濡染了集論的影響，並且這影響在近年愈加顯著。因之，在很多大學裏，都有很多特別關於集論及函論的課程，並且這樣的課程在高等師範學校的課程綱要裏也有。但是按照目下通行的慣例，集論及函論的課程，差不多無例外地停頓在固有的實變函論方向上。也就是說，莫斯科大學函論學派所形成的那種精神。這個傳統在它自己的時代，對於數學的發展確曾作了很大的貢獻。因此，我們大學裏，在念以及會念關於實變函論的特殊課程，或

選念其中某些部份是很自然的事。但是在目下很不容易看出實變函論的基礎部份裏，有集論的概念及方法的應用，因之實變函論的根源與集論的聯繫找不着。集論影響所及非常廣，這影響的重心在最近十年，對於所謂“古典”實變函論引起了莫大的混亂。在分析裏，早就不能只用一個實數集或複數集。各種不同的汎函(一般所謂“抽象”)空間(或按拓撲的意思，或按計量的意思)早在數學分析的陣營裏占了堅牢的位置。其他如力學系的理論，確率論，都不必談到真正的汎函分析，這些在目下的一般數學系統裏的價值正不斷地增加。舉例說，只對定義在實數直線的函討論 Lebesgue 積分，在目下可說是時代落伍了。

在目下的點集論及函論裏時代落伍更多。譬如，只討論定義在直線或隔間的連續函的基礎性質，這樣作的結果必須是：先討論一實變函，然後兩實變函，然後一複變函，然後定義在緊函族的汎函等等，而不能一口氣討論定義在緊計量空間的函。一般說來，計量空間(拓撲空間也充分地)目下在數學裏已得到市民權，因此，敘述點集同函的基本問題的時候，只限定在直線，即使在 n 維 Euclid 空間都是不可以。

這種看法，因為不久以前剛出版的 B. B. Ho-

мыцкий 及 В. В. Степанов 合著的微分方程的定性理論更給我們增加了信心。這本書本質上是處理分析問題，但是兩著者費了整章來解釋在計量空間的點集。也就是讀者應當在任何集論及函論的教程裏，都應首先知道的問題。

這些考察決定了應當在上卷如何討論集及函，在下卷如何討論測度及積分。

但從教育方面，最好是讀者能有準備，也就是說，了解它自然的演變過程。爲了達到這個目的，在上卷採取了逐步推廣的方式。所以讀者第四、第五兩章學習直線（有時涉及平面）上點集理論基礎的傳統敘述，以及實變實函的基本命題。只在第六、第七兩章才學一般計量空間，在這兩章附錄裏討論拓撲空間。因爲這樣安排材料所產生的敘述“集中”，我覺得有一個好處：比較簡單的部份，即第一、第二、第四、第五共四章一起構成一個整體，恰好可以用作高等師範學校的集論同函論的教程。其餘各章對於高師各種學生或覺豐富。用這本書的時候請留意第二章全部，第四、第五兩章中一部在通常分析教程裏都有。……”

對這段序言筆者附加幾個蛇足的注意。

序言裏所提到的高等師範學校不知是何歌譯蘇聯國民教育（時代出版社）64 頁所載的師範學院，抑是更高級的教育學院。姑且算是後者，正是培養相當於國內初中二到高中一階段的教師的學校。

序言所說的固有的實變函論方向的集論，筆者無法確切指出。但揣測大致就是早期（19 世紀末年到第一次世界大戰前）法國 Borel 叢書每卷開篇的那一種內容。

關於將這一段序言怎樣聯繫到我們的教與學，課程訂定或教科書選擇的問題，序言已說得很清楚無須再行強調了。

顯然這書分成兩部份。第一部份是第一、二、四、五共四章，第二部份是第三、六、七共三章。第一部份占 157 頁，約全書的五分之二弱。

下面我們看一看每章的內容大概。

第一章無限集。§§1-2 是集的概念同基本運算，僅僅五頁零一點，決不冗雜細大不捐。§3 集與集間的 $(1,1)$ 對應。§4 可數集。§5 序集概念。§6 員的比較。

第二章實數。§1 Dedekind 無理數定義。§2

實數集的劃，上下限。§3 實數運算。§4 實數的二進展開，連續員。所以特別提出實數的理由，因爲實數才是極限運算的無盡寶藏，所以要先熟習一下。雖然着重地標出 Dedekind 無理數論，仔細看一下就知道那敘述並不算純粹根據 Dedekind 理論。時代進步，祖述一家，只剩理論形式的興趣了。那麼爲什麼又特別着重 Dedekind 理論呢？這因爲在第四章還有其他的用處，再則 Cantor 無理論的一般形式挪到第七章去了。

第四章直線集及平面集。§1 簡單定義及例。首先指出它的計量性，及依據計量的其他拓撲概念。以下都是如此，討論的儘管是特殊對象，但所用方法却是一般的。§2 開集及閉集。§3 到處稠及疏集，Cantor 集。在這 § 裏告訴了我們 Dedekind 劃的理論還有一種表現，Cantor 集的餘隔間就是一個。§4 直線上全集的一般定理。著者這樣仔細討論 Cantor 集是有理由的，因爲目下這方面的發展很多。§5 固集，Bolzano-Weierstrass 定理，Borel-Lebesgue 定理；Cauchy 定理。這是爲第七章打基礎。§6 平面上點集。§7 F_σ , G_δ 集。第一，第二綱 (Category) 集。特別指出了有理數集，無理數集的性質。也許有人以爲這 § 太片斷，太難。其實不然。蘇聯學者對於集論所開闢的廣大領域，正需要每個人都應當知道一點萌芽的東西。

第五章一個實變的實函。§1 連續及極限。§2 不連續點例。§§3-4 單調及固變。§5 函列之斂。§6 Weierstrass 定理，Baire 分類，後者只介紹大意。§§7-9 導函，只談到左、右導函。連續而不可微的例用的是 van der Waerden 所作的。

第二部份若是爲進入最新發展的階梯的話，那麼第一部份是指點到階梯的路徑。著者的態度是循循善誘。第一部份（第二部份也是一樣）提供了爲初學講解深入淺出的典型：“平易”不是什麼都不說，也不是漫無邏輯的冗雜。因此真正的初學看這書，也不能期望不勞而獲。

第三章 §§1-5 是關於序集的基礎事實。§§6-7 是 §4 的一般化，這兩 § 結果用在末章附錄 1。

第六章計量空間點集。是第四章前半的提高並進入本章附錄的橋樑。

附錄拓撲空間。第六章的提高，討論到典型的各種拓撲空間。

第七章緊及備空間。作第四章 §5 的一般化，並且是本章附錄 1 的準備。

附錄 1 緊拓撲空間。附錄 2 擬一致斂。

最後兩章除少量新成就外，大體說與 Алек-сандров-Норф 合著的 Topologie 卷一，第一、二兩章出入不太多。換句話說，拓撲空間理論的基本部份現在已經完成。這些結果差不多全是著者或著者與已故 Урысон 合作，在 1925 年前後的成就。我們應當記着！在 1933 年日本學者 Kunugui (功力) 已用日本文字介紹給日本國內了。回想一下我們呢？以往確是沒有來着。現在我們應當認清有義務並同時相信有能力急起直追。

本書並不是專籍，所以著者有系統地引導讀者到與點集論有關的各方面去的途徑。讀者讀畢此書之後，就可以鑽研專籍進入最前線去了。

因為筆者買到的書未曾看見有勘誤表。所以將（筆者以為是）勘誤的地方列在下面，以供參考。

73 頁自上 10 行 множество 宜改爲 множество

102 頁自下 5 行 всякого множества 宜改爲 всякого множества

104 頁自上 14 行 $P'_\alpha \setminus P'_\alpha$ 宜改爲 $P'_\alpha \setminus P_\alpha$

105 頁自上 8 行 всех 宜改爲 всех

113 頁自下 2 行 第一個字 m 衍，宜刪。

129 頁自下 13 行 1 宜改爲 2

131 頁自上 9 行 интерале 宜改爲 интервалу

181 頁自上 9 行 $|f(\xi) - f(a)| < \epsilon$ 宜改爲 $|f(\xi) - f(x)| < \epsilon$ 。

225 頁圖 15 中 $y=f_2(x)$, $y=f_3(x)$ 的曲線是指加到 $f_2(x)$, $f_3(x)$ 的意思，即 $f_1(x)+f_2(x)$, $f_1(x)+f_2(x)+f_3(x)$ 的曲線。

328 頁自上 19 行 $(\Pi)=Q$ 宜改爲 $f(\Pi)=Q$ 。

389 頁自上 5 行 $R[U(\Phi)] \cap U(\xi) = \wedge$ 宜改爲 $U(\Phi) \cap U(\xi) = \wedge$

第七章 §5 Antoine 例的敘述方法似應微加修改。

美帝國主義者準備細菌戰

新華通訊社報道了朝鮮美國侵略者又一樁滅絕人性的罪行：美國部隊完全破壞了戰爭的法規和傳統，以全世界公認的國際公法的成規，而使用了窒息毒氣彈。

所有文明國家都已經一致地認為使用化學和細菌武器是違害人類的一種最嚴重的罪行。1925年6月17日“關於在戰爭中禁止使用窒息毒氣和其他類似的毒氣，以及細菌武器”的日內瓦公約，是經過48個國家代表簽字的，美國代表也在內。

劊子手麥克阿瑟的野蠻部隊刻毒地，無恥地破壞了這個國際協定，並且正在準備進一步的犯罪。根據新華社從日本方面所接獲的消息，麥克阿瑟業已下令開始大規模製造細菌武器，他打算使用這種武器來對付朝鮮人民軍和朝鮮居民。麥克阿瑟統帥部利用日本政府從中定貨，在培養細菌這一項上，已經花費了150萬日圓。

大家知道，日本軍閥在侵略中國人民的戰爭中，不止一次使用過細菌武器。1949年在伯力城舉行的日軍將領——山田乙三，梶塚隆二，高橋隆篤，川島清等的審判，揭露了一幅可怖的罪惡圖畫。這些日本軍人曾經計劃進行大規模的細菌戰爭，打算從飛機上散佈毒菌，投擲細菌彈，而且組織特別的工作隊，散播鼠疫、霍亂、斑疹傷寒、鼻疽病、癩病、痢疾和其他流行病菌。據調查結果證明，寧波一區在1940年因為敵人散佈鼠疫跳蚤，以致發生瘟疫。湖有常德縣附近也發生同樣的事情。這些罪犯被蘇軍捕獲之後，已經處以應得之罪。但是主使人和一班同謀者至今仍然逍遙法外。大家都知道，在伯力軍事審判之後，麥克阿瑟統帥部的一個代表曾經發表一項特別聲明，硬說統帥部化學作戰處“已經進行過徹底的調查”，並沒有“發現”足以證明日本曾經使用過細菌武器的任何證據。

（爭取持久和平，爭取人民民主！中文版No.83）