



面向木卫四捕获任务的木星系巡游轨道设计

张宇, 杨洪伟*, 李爽

南京航空航天大学航天学院, 南京 211106

*联系人, E-mail: hongwei.yang@nuaa.edu.cn

收稿日期: 2024-07-04; 接受日期: 2024-11-07; 网络出版日期: 2024-12-24

国家自然科学基金(编号: 12372046)、江苏省自然科学基金(编号: BK20220130)和深空探测实验室前沿科研计划(编号: GC04FY1003ZC3ZT-2325)资助项目

摘要 多次引力辅助轨道设计是巨行星系统探测任务设计中不可缺少的一步. 面向我国未来的深空探测计划, 本文针对木卫四捕获任务的木星系巡游轨道进行设计优化, 提出了一种多阶段巡游轨道优化设计方法, 在圆锥曲线拼接模型下实现航天器从木星捕获到多木卫飞越探测再到木卫四科学环绕轨道的低消耗转移. 首先根据不同任务阶段给出了对应的轨道设计方法. 然后利用Tisserand图分析将整个飞行任务分为三个阶段并给出了木卫飞越序列, 并分别采用分支定界、动态规划和杠杆转移三种方法进行优化设计. 以最小化速度增量为目标, 在实际星历模型下给出了多种可行轨道设计方案并进行了分析比较, 与现有的计算结果相比能够进一步节省该任务所需的燃料消耗. 所提出的多阶段设计方法也可应用于其他行星系统, 为未来的深空任务轨道设计提供参考.

关键词 引力辅助, 木卫四, 轨道设计

PACS: 95.10.Ce, 95.10.Eg, 96.30.lh

1 引言

木星及其卫星系统因具备极高的科学价值^[1,2], 一直以来是深空探测的重点目标. 从20世纪的先驱者10号^[3]开始, 历史上曾有多颗探测器拜访过木星系统, 例如经典的飞行任务伽利略号和朱诺号^[4,5]. 最近的木星系探测任务是来自欧洲航天局的木星冰月轨道器和来自美国的欧罗巴快帆^[6,7], 两者的重点探测目标分别为伽利略卫星中的木卫三和木卫二. 我国计划将于2030年前后发射天问四号进行木星系统探测, 其中包括对木卫四的环绕探测^[8].

木星系探测任务的形式经过了从简单的木星飞越到木卫普查的发展, 通过多次引力辅助技术有效降低了航天器的燃料消耗. 但该技术通常包含大量天体飞越, 轨道解空间巨大, 难以在有限时间内穷尽, 对于任务轨道设计优化提出了巨大挑战^[9]. 为了提高轨道设计效率, 圆锥曲线拼接模型被提出用于简化引力辅助效应对航天器的影响描述^[10,11]. 基于该模型, 许多学者都对包含多次引力辅助轨道设计优化开展了研究. 对于单星多次借力, Russell和Ocampo^[12]对能够实现航天器与同一天体重复相遇的轨道进行了分类和定义. Campagnola和Kawakatsu^[13]利用共振转移的概念通过

引用格式: 张宇, 杨洪伟, 李爽. 面向木卫四捕获任务的木星系巡游轨道设计. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2025, 55: 224512

Zhang Y, Yang H W, Li S. Jovian tour trajectory design for the Callisto capture mission (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2025, 55: 224512, doi: 10.1360/SSPMA-2024-0257

连续木卫四借力完成对木星磁场环绕器的轨道设计. 在多星借力的场景中, Colasurdo等人^[14]给出了实现木卫飞越普查的轨道设计方案. Gavira-Aladro和Bombardelli^[15]通过将轨道求解中的兰伯特问题转变为方程求解, 大大提高计算效率. 启发式智能优化算法也是解决该问题的手段之一, 利用改进的粒子群算法、蚁群算法和遗传算法^[16-18]来实现行星际转移多次引力辅助轨道的快速优化. 但启发式算法通常无法保证解的最优性, Zhang等人^[19]通过将原本的连续问题离散化, 通过动态规划来得到等价问题的最优解并应用于小行星交会和空间碎片清除问题上. Bellome等人^[20]将动态规划应用于行星际转移轨道上, 得到了包含多目标的帕累托前沿. 在考虑深空机动时, 杠杆机动^[21]被视为一种有效改变航天器剩余速度的机动方式, 能够在行星际转移开始或者环绕捕获阶段降低所需的速度增量. Takubo等人^[22]利用该技术与动态规划完成了土星系统探测的轨道设计. 在现有的研究中, 针对行星系内巡游轨道设计大体存在两种解决思路: 第一种思路通过进化优化算法自动搜索转移巡游轨道^[23]. 优化算法通常需要消耗较大的计算资源才能得到满意的结果, 并且难以总结巡游轨道飞行的内在机制与规律. 第二种思路基于轨道特性分析再进行设计与优化^[24], 通常能够得到比第一种思路更优的结果. 该方法需要根据具体的任务场景进行具体分析, 确定航天器的飞行序列. 然而, 目前针对木卫四捕获任务的轨道特性分析与优化研究并不够深入, 现有结果与该任务理论燃耗最小值之间仍存在较大差距.

针对木卫四捕获任务的巡游轨道设计, 本文提出了一种新的多阶段巡游轨道优化设计方法: 在圆锥曲线拼接模型下, 通过能量图对轨道特性的分析得到可行的木卫飞越序列, 并将航天器在木星系的飞行分为不同阶段; 综合利用多种轨道设计方法分别对航天器在木星系巡游的不同阶段进行轨道设计优化. 实现航天器以更低燃耗进行多木卫飞越探测, 并最终到达木卫四的环绕科学轨道的设计目标.

2 圆锥曲线拼接模型

圆锥曲线拼接模型(Patched-Conics Model)是轨道设计领域最常见的用于描述引力辅助效应的模型, 又称零影响球模型. 该模型对于引力辅助的描述为: 将

借力天体的影响球半径假设为零, 当航天器与借力天体相遇时才发生引力辅助效应, 引力辅助对航天器的影响简化为一个瞬时脉冲, 引力辅助前后不发生相遇时航天器沿中心天体做开普勒二体运动, 瞬时脉冲的大小由借力高度和剩余速度决定. 其中剩余速度的定义为当航天器与借力天体相遇时航天器速度与借力天体速度的矢量差, 即

$$\mathbf{v}_{\infty} = \mathbf{v}_{sc} - \mathbf{v}_m \quad (1)$$

其中 $\mathbf{v}_{sc}$ 和 $\mathbf{v}_m$ 分别表示航天器和借力天体在相遇时的速度矢量, 式(1)中三个矢量构成矢量三角形. 对于借力天体而言, 在无机动的情况下航天器在引力辅助过程的轨道类型为双曲线, 其相对于借力天体的剩余速度大小不发生变化, 仅在方向上发生偏转, 由此产生的瞬时速度脉冲可以表述为

$$\begin{cases} \mathbf{v}_{\infty}^{-} = \mathbf{v}_{sc}^{-} - \mathbf{v}_m^{-}, \mathbf{v}_{\infty}^{+} = \mathbf{v}_{sc}^{+} - \mathbf{v}_m^{+} \\ v_{\infty} = |\mathbf{v}_{\infty}^{-}| = |\mathbf{v}_{\infty}^{+}|, \\ \Delta \mathbf{v} = \mathbf{v}_{\infty}^{+} - \mathbf{v}_{\infty}^{-} \end{cases} \quad (2)$$

其中正(负)号分别代表引力辅助后(前). 剩余速度的偏转角可由飞越时的近心点高度确定:

$$\delta = 2\sin^{-1}\left(\frac{\mu_m}{(\mu_m + (R_m + h)v_{\infty}^2)}\right) \quad (3)$$

其中, μ_m 为借力天体引力常数, R_m 为借力天体半径, h 为借力飞越高度.

对于剩余速度矢量 $\mathbf{v}_{\infty}$ 与借力天体的相对关系, 在以往的研究中存在多种方式^[25,26]进行描述以实现不同的轨道设计目的. 参考文献[26]的描述方式, 建立如下坐标系 xyz : 参考平面为借力天体的轨道运行平面, y 轴指向与借力天体速度方向一致, z 轴指向与借力天体角动量方向一致, x 轴满足右手定则. 如图1所示, 在该坐标系下剩余速度矢量通过其模值与两个夹角进行描述:

$$\mathbf{v}_{\infty} = v_{\infty} \begin{bmatrix} \sin(\alpha)\cos(\kappa) \\ \cos(\alpha) \\ -\sin(\alpha)\sin(\kappa) \end{bmatrix} \quad (4)$$

其中 α 定义为 $\mathbf{v}_{\infty}$ 与 $\mathbf{v}_m$ 的夹角, κ 定义为 $\mathbf{v}_{\infty}$ 在 xz 平面投影上与 x 轴的夹角. 利用该坐标系能够建立 $\mathbf{v}_{\infty}$ 与轨道根数的关系. 根据余弦定理可知, 航天器速度可以表示为

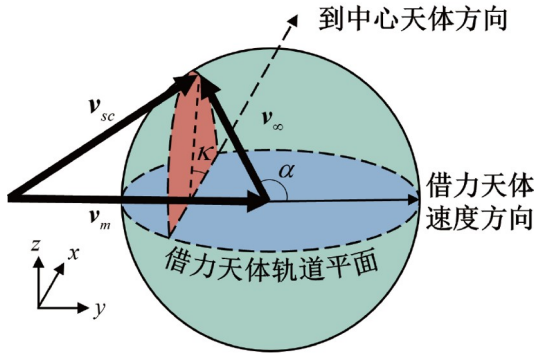


图 1 (网络版彩图)引力辅助坐标系示意图

Figure 1 (Color online) Schematic of the gravity assist coordinate system.

$$v_{sc}^2 = v_{\infty}^2 + v_m^2 + 2v_{\infty}v_m\cos(\alpha). \quad (5)$$

航天器的二体开普勒能量方程为

$$\varepsilon = -\frac{\mu}{2a_{sc}} = \frac{v_{sc}^2}{2} - \frac{\mu}{r_{sc}}. \quad (6)$$

结合式(5)可知, 当 v_{∞} 确定时, 航天器的轨道能量与周期仅为关于 α 的函数:

$$T_{sc} = \left(\frac{2}{a_m} - \frac{v_m^2 + v_{\infty}^2 + 2v_mv_{\infty}\cos(\alpha)}{\mu} \right)^{-\frac{3}{2}}, \quad (7)$$

其中 a_m 为借力天体的半长轴. 因此, 确定引力辅助飞越时的 α 角就能够确定航天器的轨道能量与周期. 进一步推导可以得到轨道倾角的表示式:

$$i_{sc} = \arccos \left(\left(\frac{3 - (|v_{\infty}|/|v_m|)^2}{2} - \frac{a_m}{2a_{sc}} \right) \sqrt{\frac{a_m}{a_{sc}(1-e_{sc}^2)}} \right), \quad (8)$$

可见航天器的轨道倾角与 v_{∞} , α 角和 κ 角都有关. 当发生引力辅助时, 由式(2)可知, v_{∞} 仅发生方向上偏转, 因此在无机动的情况下, 所有可能的 v_{∞} 在 xyz 坐标系下构成了半径为 v_{∞} 的球面, 如图1所示. 单次引力辅助的旋转角可由 α 和 κ 来表示:

$$\cos\delta = \cos\alpha^-\cos\alpha^+ + \sin\alpha^-\sin\alpha^+\cos(\kappa^+ - \kappa^-). \quad (9)$$

通常在设计中为了避免与天体之间的碰撞, 利用最小借力高度 $h_{\min}$ 来约束单次飞越的最大偏转角 $\delta_{\max}$. 最大旋转角的约束可以写为

$$\delta \leq \delta_{\max} = 2\sin^{-1} \left(\frac{\mu_m}{\mu_m + (R_m + h_{\min})v_{\infty}^2} \right). \quad (10)$$

3 借力转移轨道设计方法

基于圆锥曲线拼接模型, 本章将介绍用于木星系巡游轨道设计所涉及的方法. 其中包括用于确定借力转移序列的Tisserand图、单星共振转移轨道设计、多星借力转移轨道设计与杠杆转移轨道设计.

3.1 Tisserand图

Tisserand图^[27]是行星际转移轨道设计中的一种有效图形分析工具, 可用于表征开普勒轨道的形状大小, 利用该图能够清晰地展示引力辅助效应对航天器轨道周期和能量所产生的影响, 也称能量图. 一般地, 在图中选取远心点距离 r_a 为横轴, 近心点距离 r_p 为纵轴; 也可以将轨道能量与周期作为坐标轴. 除此之外, 其拓展变体形式还包括带有轨道倾角信息的3D Tisserand图^[13]和三体飞越效应的T-P图^[28]等.

当借力天体指定时, 可以在图中刻画与该天体共振的轨道(即斜率为-1的直线). 除此之外, 由式(7)和(8)可知当轨道的半长轴和偏心率确定时, 考虑轨道平面与借力天体共面的情况, 此时航天器轨道的 v_{∞} 和 α 角也被确定. 因此, 在图上的每一个点也等价对应了该轨道的 v_{∞} 和 α 角. 当 v_{∞} 大小给定时, 可以在Tisserand图上画出该 v_{∞} 的等值线. 根据式(2)可知, 引力辅助前后的 v_{∞} 大小不变, 单次引力辅助可以视为在该图中的 v_{∞} 等值线上的移动, 连续的引力辅助在此基础上可以视为在给定借力天体和 v_{∞} 等值线的轨道族解集上多次移动转移的组合. 由此利用Tisserand图上的 v_{∞} 等值线可以从能量角度找到潜在可行的借力飞行序列. 图2给出了木星系伽利略卫星的Tisserand图, 其中“J”, “E”, “G”和“C”分别代表木卫一到四, 下文也保持一致; 灰色虚线对应借力天体的共振轨道, 实线对应借力天体的 v_{∞} 等值线. 不同颜色的实线对应不同借力天体的 v_{∞} 等值线, 相同颜色的实线从上到下的 v_{∞} 取值分别为当前借力天体速度的0.05倍、0.2倍、0.35倍和0.5倍作为示例.

3.2 单星共振转移轨道设计

共振是指航天器围绕中心天体的周期 T 与借力天体围绕中心天体的周期 T_m 成整数比. 利用共振能够实现航天器与借力天体的重复相遇, 借此实现航天器的连续引力辅助, 达到无动力改变航天器轨道能量或倾

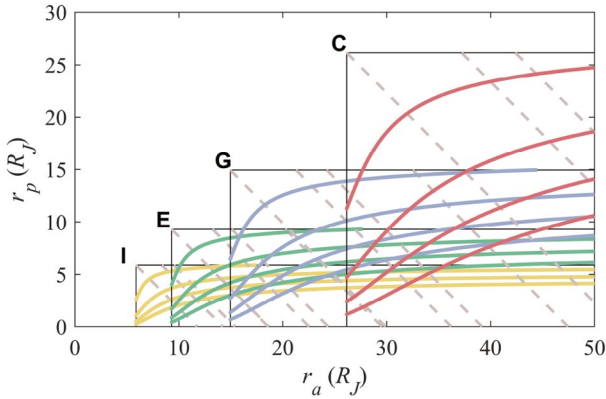


图 2 (网络版彩图)伽利略卫星的Tisserand图
Figure 2 (Color online) Tisserand graph of the Galileo moons.

角的目的, 完成从初始轨道状态到期望轨道状态的转移. 在圆锥曲线拼接模型下, 航天器无需施加机动即可实现多次引力辅助和轨道转移. 当航天器与借力天体共振时, 有

$$\rho = \frac{T}{T_m} = \left(\frac{a}{a_m} \right)^{3/2} = \frac{p}{q}, \quad p, q \in N, \quad (11)$$

其中, a , a_m 分别为航天器和借力天体的半长轴, ρ 为共振比, p 和 q 分别代表借力天体和航天器的飞行圈数. 当共振比和 v_∞ 给定时, 联系式(5)和(11)可确定剩余速度的 α 角:

$$\alpha = \cos^{-1} \left(\frac{\frac{\mu}{a_m} (2 - \rho^{-2/3}) - v_\infty^2 - v_m^2}{2v_\infty v_m} \right), \quad (12)$$

此时 κ 角为自由变量, 将所有满足给定共振比的轨道称为共振轨道族. 当发生共振引力辅助飞越时, 航天器与借力天体重复相遇在同一位置. 此时有

$$\alpha_{i+1}^- = \alpha_i^+, \kappa_{i+1}^- = \kappa_i^+, \quad (13)$$

即前一次借力飞越后的剩余速度矢量与后一次借力飞越前的剩余速度矢量一致. 由于 $h_{\min}$ 的限制, 每次飞越时剩余速度偏转角度在以 v_∞ 为定值绘制的球面上存在 $\delta \leq \delta_{\max}$ 的可行域. 因此, 实现连续的共振引力辅助需要求得当前剩余速度矢量偏转可行域与指定共振比的轨道族之间的交集. 从原剩余速度矢量向该交集上任意一点跳跃都可以将航天器轨道转移至指定共振轨道上, 后续连续实现多次该操作即可实现连续的共振引力, 航天器通过在该球面上连续多次跳跃从初始状态

到达期望状态. 需要指出的是, 每次共振借力时的共振比可以任意给定, 但需要根据实际的可行域和工程需要确定共振比大致可行范围, 以满足交集的存在和整体飞行时间的约束. 本文将利用单星共振转移完成木星捕获段的轨道设计.

当借力飞越前轨道状态和期望借力飞越后状态给定时, 需要对共振借力飞行序列进行搜索以连接两个状态. 由于该问题并不需要考虑相位因素, 仅需要确定每次飞越前后的共振比(对于 κ 角, 一般选择为倾角最小的解), 可以视为一个整数规划问题. 分支定界法是解决序列优化问题的经典方法, 对有约束条件的最优化问题(其可行解为有限数)的所有可行解空间恰当地进行系统搜索. 因其方法的通用性在以往的轨道设计中被大量采用. 针对共振飞行序列搜索问题, 考虑工程实际中对于飞行时间的约束, 应用分支定界法解决该问题的思路如下:

- (1) 设置单次借力飞行航天器最长飞行时间, 生成的所有共振比子节点其借力天体飞行圈数必须小于等于最大允许飞行圈数;
- (2) 针对单个共振比下存在连续解集(κ 角)的问题, 单个共振比节点仅选取离期望状态最接近的解作为该节点进行分支;
- (3) 在界定时选取扩展结点的原则为保留总飞行时间相同的节点中最接近期望状态的子节点, 保留个数自行确定;
- (4) 出现相同共振比时保留飞行时间更短的节点;
- (5) 限制最大共振借力次数.

步骤(3)进行界定时的好处在于子节点生成时会考虑已存在的父节点对该节点的影响, 具有全局优化的思路, 整体上看这使得不同飞行时间的子节点都有保留, 有利于对飞行序列解空间的完全探索. 此外为了确保搜索时间的合理性, 可以根据已借力的次数和当前节点个数动态选取步骤(3)中的拓展节点个数.

3.3 多星借力转移轨道设计

多星借力转移是一种通过改变每一次借力的天体来改变航天器轨道能量的方法. 多星借力转移可以应用于行星际转移与巡游段轨道设计, 与单星连续借力转移相比能够通过切换借力天体改变相对于目标天体的剩余速度. 多星借力轨道的求解更加复杂, 通常作为

混合整数非线性规划问题而非整数规划问题出现, 包含两个耦合的优化问题: 最优的飞越序列和根据天体相位和飞越参数的最优转移轨道. 本文将利用对于 Tisserand 图的分析完成对于飞越序列的设计, 再利用动态规划完成对于最优轨道的搜索.

飞越序列设计的过程在第 4 节进行描述, 对于最优轨道的搜索, 应用动态规划求解最优轨道的思路如下.

(1) 单个节点的定义为两次相邻飞越之间的转移轨道弧段, 即 (m_A, t_0, m_B, t_f) , 其中 m_A 和 m_B 分别为该弧段开始和结束的借力天体, t_0 和 t_f 为两次借力时刻. 通过在星历中查询对应的天体与时间可以得到借力天体的状态, 进而得到该弧段的初末位置以及转移时间, 再利用兰伯特求解器得到该段转移的轨道. 该定义保证了在动态规划中每个节点是唯一且不可重复的.

(2) 期望最优轨道所产生的速度增量最小, 定义代价函数为

$$f = \sum_{i=1}^k \Delta v_i + \Delta v_{\text{COI}}, \quad (14)$$

其中, Δv_i 为两个节点之间的转移成本, Δv_{COI} 为木卫四捕获时的速度增量. Δv_i 为飞越前后由于兰伯特求解器导致剩余速度大小不一致而需要在飞越后施加的脉冲, 计算方式为

$$\Delta v = \begin{cases} \|v_{\infty}^+ - v_{\infty}^-\|, & \delta \leq \delta_{\max}, \\ \sqrt{|v_{\infty}^+|^2 + |v_{\infty}^-|^2 - 2|v_{\infty}^+||v_{\infty}^-|\cos(\delta_{\max} - \delta)}, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (15)$$

(3) 在拓展到下一节点时, 将上一节点的 t_f 作为当前节点的 t_0 . 在飞越序列已知的条件下通过对飞行时间 $t_{\text{of}} = t_f - t_0$ 进行离散, 通过兰伯特求解器计算轨道并筛选得到下一节点. 离散步长根据借力天体确定. 每两个节点之前的速度增量 Δv 不得超过上限值 $\Delta v_{\max}$.

根据动态规划的思想, 在同一阶段的不同节点都将保留, 到达相同节点的分支仅保留代价函数最小的分支. 与分支定界法相比, 动态规划能够保证其解决的离散问题的最优性. 更多关于利用动态规划的多星借力轨道设计可参考文献[20].

3.4 杠杆转移轨道设计

杠杆转移轨道(v_{∞} Leveraging Transfer, VILT)^[21]是一种通过在同一借力天体的两次引力辅助之间施加一

次深空机动, 增加或减少相对于借力天体的剩余速度的非共振转移轨道. 所谓“杠杆”是指航天器施加的深空机动量远小于由此所引起的剩余速度变化量, 二者之间成倍数关系类似于一次杠杆, 该机动也被称为杠杆机动. 通过限定机动施加的时间和方向, 减少了深空机动转移轨道的设计参数. 连续的 v_{∞} 杠杆转移可以利用借力天体引力辅助作用调整航天器轨道能量, 再施加机动调整剩余速度. 杠杆转移可用于逃逸和捕获轨道设计, 已被大量应用于实际发射的深空航天任务中.

杠杆转移轨道在圆锥曲线拼接模型下进行设计, 限定杠杆机动发生在航天器围绕中心天体的轨道的拱点处, 机动方向与轨道位置垂直, 即与该点的速度方向相同或相反. 当杠杆机动施加在远心点时, 引力辅助发生在航天器轨道的近心点, 此时 $a > a_m$, 称为外部转移; 当杠杆机动施加在近心点时, 引力辅助发生在航天器轨道的远心点, 此时 $a < a_m$, 称为内部转移. 进一步地可通过杠杆机动的方向确定是否降低(增加)剩余速度大小. v_{∞} 杠杆转移轨道假设每次航天器与借力天体相遇时航天器速度方向与借力天体速度方向一致. 其并非严格的共振轨道, 两次引力辅助的位置存在相位差, 但也可以用近似共振比 $n:m$ 表示航天器与借力天体的飞行圈数之间的关系. 更加详细的关于杠杆转移轨道的设计可参考文献[21], 本文不再赘述.

4 面向木卫四捕获任务的木星系巡游轨道设计策略

考虑航天器在结束行星际飞行之后在近木点施加木星捕获机动(Jupiter Orbit Insertion, JOI)和在木卫四的近心点施加木卫四捕获机动(Callisto Orbit Insertion, COI)之间的木星系巡游轨道, 本节利用第 3 节所给出的转移轨道设计方法完成能够满足多个目标的飞越巡游并最终到达木卫四科学轨道的轨道设计. 整个巡游任务飞行过程被划分为多个阶段, 分别进行设计优化. 在多阶段的巡游轨道设计中, 3.1 节中的 Tisserand 图用于分析设计航天器的整体飞越序列, 其余在第 3 节中提到的方法用于各个阶段的轨道求解与优化. 这样做的好处在于: 第一, 通过轨道特性的分析减少了轨道优化时参数数量(无需搜索飞行序列); 第二, 多阶段分段的轨道求解与优化与整体轨道求解优化相比更容易

收敛到最优解. 任务的飞越目标包括木卫二、木卫三和木卫四, 木卫一由于其周围强烈的辐射环境并不包括在内. 期望在合理的任务时间范围内最小化整体任务所需的速度增量之和.

4.1 飞越序列确定

为了节省任务所需的燃料, 在设计中一般考虑在JOI之后航天器进入的是初始大椭圆轨道, 轨道周期在200–300 d. 由于周期过大, 此轨道并不能满足木卫间多次巡游飞越探测轨道的要求, 需要降低轨道半长轴至伽利略卫星附近来增加飞越的频率. 此时可以利用单星连续共振转移来实现这一目的. 考虑木卫三为伽利略卫星中质量最大的天体, 单次引力辅助能够提供的速度增量更大, 因此在初始阶段利用木卫三进行单星连续共振借力为最优解.

在此之后的巡游阶段, 考虑到需要对木卫二进行飞越, 则其轨道的近木点需小于木卫二的半长轴, 因此可以将共振借力段的终点条件设置为最终轨道近木点小于木卫二. 而对于巡游阶段, 在完成给定次木卫二飞越探测后, 在进入木卫四捕获阶段之前, 可以利用在Tisserand图上木卫三与木卫四的自由转移区域内进行转移完成对木卫四剩余速度的降低. 理论上在无相位约束下航天器在自由转移区域^[21]能够实现无成本转移. 如图3所示, 该区域的边界对应了航天器能够无机动到达相对于木卫三和木卫四剩余速度最小的轨道状态(相对于木卫三的剩余速度约为1.035 km/s, 相对于木卫四的剩余速度约为1.225 km/s). 为了能够到达该边界附近, 通过在Tisserand图上的分析试算至少需要两次木卫三飞越和一次木卫四飞越, 即GCG. 通过切换天体来改变航天器的剩余速度, 类似的操作可以在冰月号探测器轨道设计中找到^[29]. 第一次木卫三飞越用于抬高轨道远木点高度至木卫四附近, 第二次木卫三飞越用于降低轨道相对于木卫四的剩余速度. 结合巡游前半段对于木卫二的飞越, 以及最终到达木卫四的轨道, 巡游段的飞越序列为GEGCGC. 这里有几点需要说明: (1) 在木卫二飞越后没有选择木卫四飞越(即GECGC)而是利用木卫三进行过渡的另一个原因是从木卫二进行木卫四飞越的剩余速度较大, 意味着能提供的速度增量较小, 这对于后续的转移存在较大的相位限制. (2) 在序列GEGCGC中可包含任意次木卫二飞越, 根据实际任务需求决定. 这是由于木卫二与木

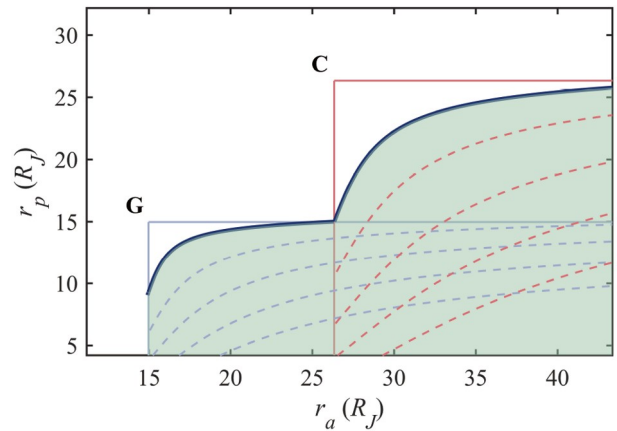


图3 (网络版彩图)木卫三与木卫四在Tisserand图上的自由转移区域

Figure 3 (Color online) Free transfer regions of Ganymede and Callisto on the Tisserand graph.

卫三存在1:2的轨道共振关系, 木卫二的飞越探测可以重复实现, 但需要对后续轨道重新进行动态规划搜索. (3) 将木卫二飞越集中于飞越序列的一部分的另一个好处在于能够减少木星辐射对于航天器的影响, 在木卫二飞越段前后航天器的轨道半长轴均在木卫三及以上.

对于木卫四的捕获阶段, 可以利用杠杆转移实现对于捕获至环绕木卫四的科学轨道所需的速度增量的减小. 中途包含1–2次木卫四飞越, 可根据实际任务时长的约束来确定.

根据以上分析, 面向木卫四捕获任务的木星系巡游轨道可飞越三个阶段:

(1) 木卫三共振转移段(G··G): 利用木卫三连续共振借力完成从JOI的初始大椭圆轨道到木卫巡游轨道的转移;

(2) 木卫巡游段(GE··GCGC): 对木卫二进行若干次飞越探测, 并利用木卫三和木卫四飞越转移至与木卫四剩余速度较小的轨道;

(3) 木卫四捕获段(G··C): 利用1–2次杠杆转移减少最终木卫四捕获所需的速度增量.

每个阶段采用不同的方法进行设计, 如图4所示.

4.2 轨道搜索场景设置

参考文献[30]所给出的木星捕获场景, 在JOI之后的初始轨道参数如表1所示.

为了满足位于初始轨道的航天器与木卫三的相遇

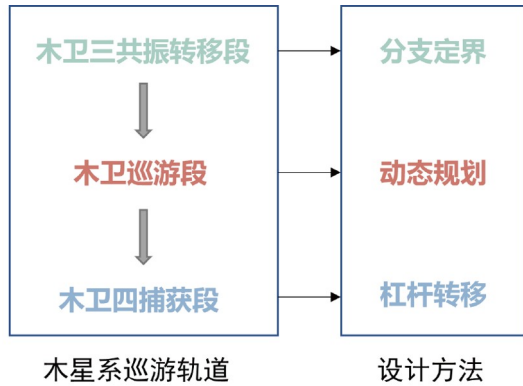


图 4 (网络版彩图)多阶段轨道设计方法示意图

Figure 4 (Color online) Schematic diagram of the multi-stage tour trajectory design method.

表 1 初始场景设置

Table 1 Initial scene setup

参数	数值
JOI速度增量 (m/s)	782
JOI时间	2036-05-11 (UTC)
初始轨道周期 (d)	200
初始轨道近木点高度	$10R_J$
初始轨道倾角 ($^{\circ}$)	4

条件, 在捕获后的首个远木点施加一次抬高近木点高度的机动(Perijove Raise Maneuver, PRM), 该机动量可利用兰伯特求解器的结果来确定. 值得说明的是, 根据Tisserand图可知当PRM抬升的近木点高度越接近木卫三轨道, 航天器相对于木卫三的剩余速度越小, 有利于后续转移的进行, 但对应的PRM机动量更大. 为了分析不同PRM机动量对于飞行任务整体能耗的影响, 如表2所示, 本文设置了两个不同的PRM方案场景对其进行比较. 其中方案1将近木点高度抬升至木卫三轨道半径, 对应于该捕获场景下能够达到的相对于木卫三的最小剩余速度, 方案2的近木点在木卫三轨道以内, 对应一个较小的PRM.

对于共振转移段, 设置单个节点借力天体最大允许飞行圈数为15, 分支定界每次保留的节点数为20. 对于木卫巡游段, 采用GEGCGC作为飞行序列进行轨道优化, 即对木卫二进行一次飞越探测. 在动态规划中针对不同的转移弧段采用不同的时间离散步长和允许的兰伯特转移圈数, 具体设置如表3所示. 单次转移

表 2 不同PRM方案场景设置

Table 2 Different scenario settings for PRM

场景	参数	数值
方案1	Δv_{PRM} (m/s)	151.4
	近木点高度	$1a_G$
	初始剩余速度 (km/s)	4.849
方案2	Δv_{PRM} (m/s)	99.3
	近木点高度	$0.86a_G$
	初始剩余速度 (km/s)	6.319

表 3 动态规划参数设置

Table 3 Parameterization of dynamic programming

弧段	参数	数值
GEG	飞行时间 (d)	[2, 16]
	离散步长 (d)	0.01
	最大飞行圈数	1
GCG	飞行时间 (d)	[6, 52]
	离散步长 (d)	0.02
	最大飞行圈数	4

速度增量上限值 $\Delta v_{\max}$ 设为50 m/s.

对于捕获段的轨道设计, 由于仅涉及木卫四的飞越, 因此无需考虑卫星间相位约束问题, 本文将给出两次杠杆转移设计的结果以供参考, 实际任务可根据飞行时间自行确定飞行任务结束时间. 最终的目标轨道为环绕木卫四高度为100 km的圆轨道.

5 设计结果

5.1 方案对比

利用第4节给出的巡游任务轨道设计方法, 分别对所提出的两个任务场景进行轨道优化设计. 在仿真中所涉及的本卫轨道状态都是通过查询星历文体Jup365.bsp得到. 选取在动态规划中代价函数最小的轨道作为最终结果, 两个场景的设计结果如表4所示. 方案1包含了1次木卫二飞越, 8次木卫三飞越以及3次木卫四飞越. 方案2在此基础上减少了2次木卫三飞越. 表4中 Δv_{phase} , Δv_{VILT} , Δv_{COI} 和 Δv_{total} 分别代表在巡游阶段所施加的总速度增量、杠杆机动量、木卫四捕获机动量和总机动量.

由于方案2在PRM之后的近木点高度较低, 在木

表 4 方案结果对比

Table 4 Comparison of scenario results

场景	参数	数值
方案1	飞行序列	GGGGGGEGCGCCC
	Δv_{Phase} (m/s)	93.2
	Δv_{VILT} (m/s)	140.2
	Δv_{COI} (m/s)	765.3
	Δv_{total} (m/s)	1932.1
	飞行时间 (d)	616.07
方案2	飞行序列	GGGGEGCGCCC
	Δv_{Phase} (m/s)	62.8
	Δv_{VILT} (m/s)	200.0
	Δv_{COI} (m/s)	768.6
	Δv_{total} (m/s)	1912.7
	飞行时间 (d)	620.62

卫三共振转移阶段仅需4次木卫三借力即可开始木卫巡游阶段, 第一阶段所花费的时间更少. 但在整体表现上总的速度增量与飞行时间与方案1并无明显差距, 这是由于在巡游阶段其相对于木卫三和木卫四的剩余较大, 导致借力能够提供的速度增量较少, 使得满足相位要求的转移轨道数量相应减少, 需要更多圈次的兰伯特转移才能完成卫星之间的转移, 因此飞行时间在巡游阶段花费更多, 总飞行时间上并无明显优势. 相比之下, 方案1增加了两次木卫三飞越, 具有更多的木卫探测机会. 以方案1为例, 图5给出了不同阶段的木星系轨道示意图. 图6给出了在Tisserand图上的转移过程, 其中不同的颜色代表不同的转移阶段.

5.2 捕获段分析

在木卫四捕获阶段, 利用杠杆转移能够降低最终

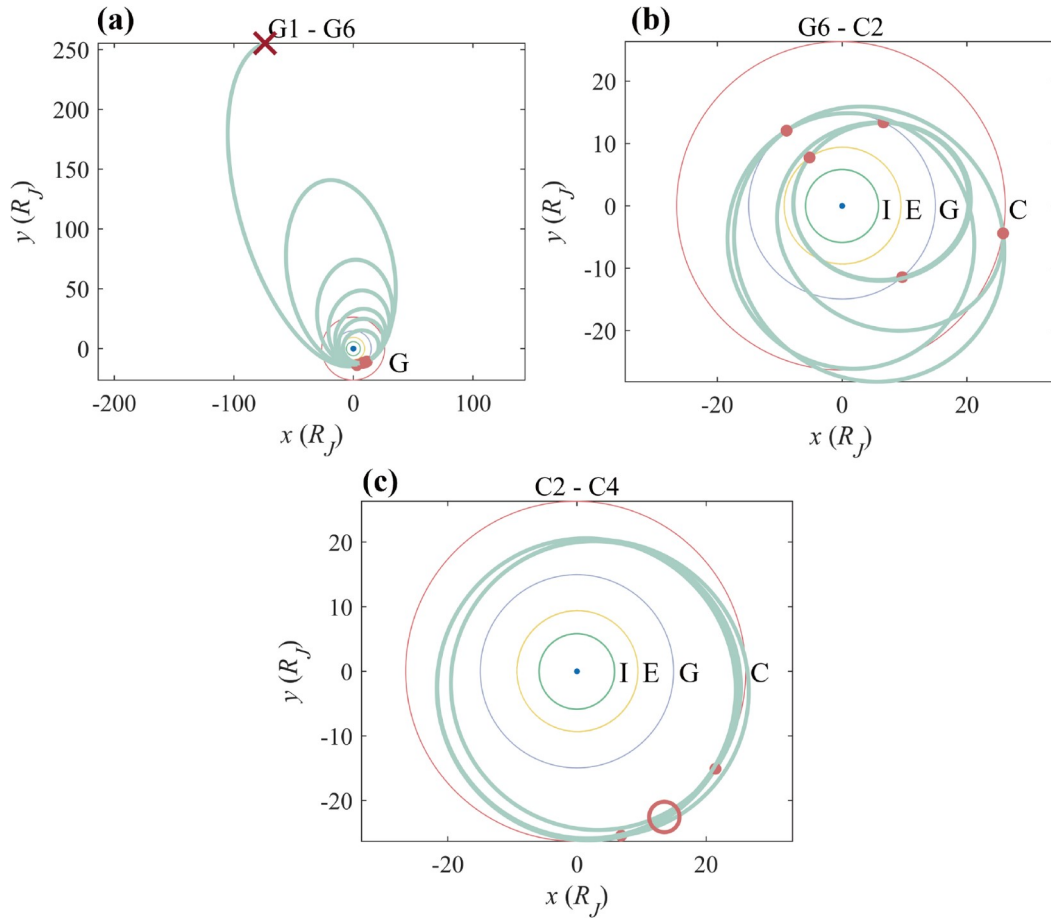


图 5 (网络版彩图)不同阶段的木星系巡游轨道. (a) 共振转移段; (b) 木卫巡游段; (c) 木卫四捕获段

Figure 5 (Color online) Trajectories of the Jovian tour for different phases. (a) Resonance transfer phase; (b) Jovian moon tour phase; (c) Callisto capture phase.

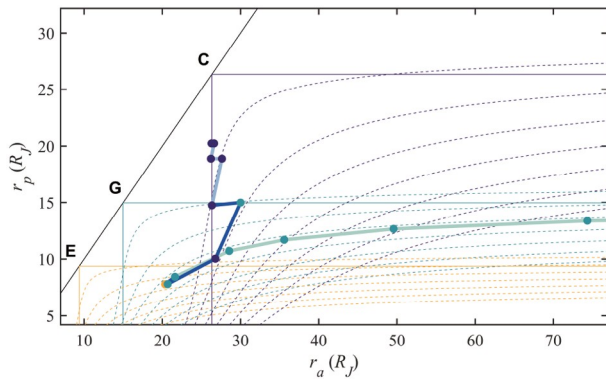


图 6 (网络版彩图)设计结果在Tisserand图上的转移过程

Figure 6 (Color online) Transfer of design results on the Tisserand graph.

插入木卫四环绕轨道所需的速度增量, 同时也需要更长的飞行时间. 在每次与木卫四相遇时都可进行最终的COI, 表5给出了方案1在捕获阶段不同的飞行序列结果对比. 表5中的参数均为捕获段参数. 可以发现, 通过一次杠杆转移能够有效降低约130 m/s的速度增量; 两次杠杆转移能够在此技术上再降低约13 m/s的速度增量, 但需要增加约83 d的飞行时间. 在实际任务中可根据任务需求选择最终的飞行序列.

5.3 结果讨论

首先, 从理论上分析木卫四捕获任务木星系巡游所需的速度增量: 在本文所讨论的场景下, 当不考虑木星卫星间的相位关系时, 利用多次木卫引力辅助可完成在进入木卫四捕获阶段前的木卫间无机动巡游. 而对于如何减少插入木卫四环绕轨道的能耗, 根据4.1节的讨论可知最优的插入前轨道状态限定在自由转移区的边界, 此时若直接插入则所需要的理论上最小插入机动量约为996 m/s (对应航天器能够无机动到达相对于木卫三和木卫四剩余速度最小的轨道状态). 此时也可利用杠杆转移降低在捕获阶段整体的速度增量, 而理论上杠杆转移能够减少的速度增量可参考文献[21]的计算, 在转移时间无限的情况下利用杠杆转移在捕获阶段最小需要886 m/s的速度增量(同样为捕获至100 km圆轨道的场景). 那么, 理论上在该场景下完成木卫四捕获任务在木星系内所需的速度增量最小为1668 m/s (包含JOI). 值得说明的是, 当改变初始进入木星系相对于木星的剩余速度, 是否利用木卫借力进行木星捕获以及初始大椭圆轨道的设定都会改变JOI速

表 5 不同杠杆转移次数的结果对比

Table 5 Comparison of results for different numbers of leveraging transfer

飞行序列	参数	数值
C2	Δv_{VILT} (m/s)	0
	Δv_{COI} (m/s)	1048.8
	Δv_{total} (m/s)	1048.8
	飞行时间 (d)	0
C2-C3	Δv_{VILT} (m/s)	113.4
	Δv_{COI} (m/s)	805.3
	Δv_{total} (m/s)	918.7
	飞行时间 (d)	68.59
C2-C3-C4	Δv_{VILT} (m/s)	140.2
	Δv_{COI} (m/s)	765.3
	Δv_{total} (m/s)	905.6
	飞行时间 (d)	150.93

度增量从而改变木星系内飞行的整体速度增量. 在其他捕获场景下可能存在更小的理论最小速度增量.

本文的设计结果在其理论最小值的114%–115%, 增加的速度增量主要由两部分构成: 增加了一次PRM用于抬高近木点高度降低航天器相对于木卫三的剩余速度; 以及由于相位约束所带来的额外中途机动. 与现有结果相比, 文献[23,24]分别需要2.281和3.042 km/s的速度增量, 木星系内飞行时间分别约为3.5年与3.0年. 本文进一步降低了该任务所需的速度增量, 并且在飞行时间这一指标上也有所降低.

6 结论

本文针对面向木卫四捕获任务的木星系巡游轨道, 提出了一种多阶段巡游轨道优化设计方法, 利用Tisserand图、共振转移和杠杆转移等多种轨道设计方法结合分支定界和动态规划的轨道优化方法, 完成了包含多目标飞越探测的轨道设计优化. 首先给出了在圆锥曲线拼接模型下利用分支定界的单星共振借力轨道设计、利用动态规划的多星借力轨道设计以及杠杆转移轨道设计方法. 然后通过对于Tisserand图的分析将整个巡游飞行过程分为了三个阶段, 给出了木星系的借力飞行序列. 以实现最小速度增量为优化目标, 在实际星历模型下完成了木星系巡游轨道的设计优化, 并对该场景下的理论最优转移和不同转移方案进

行了分析. 在给定的捕获场景下最优的设计结果仅需约 1.932 km/s 的速度增量完成从木星捕获到环绕木卫四高度为 100 km 的圆轨道的转移, 并包含了对木卫二

的飞越探测. 与现有计算方案相比, 该结果进一步降低了整体任务所需的速度增量与飞行时间, 可为我国未来深空探测轨道设计提供参考.

参考文献

- 1 Carr M H, Belton M J S, Chapman C R, et al. Evidence for a subsurface ocean on Europa. *Nature*, 1998, 391: 363–365
- 2 Khurana K K, Kivelson M G, Stevenson D J, et al. Induced magnetic fields as evidence for subsurface oceans in Europa and Callisto. *Nature*, 1998, 395: 777–780
- 3 Hall C F. Pioneer 10. *Science*, 1974, 183: 301–302
- 4 D’Amario L A, Bright L E, Wolf A A. Galileo trajectory design. *Space Sci Rev*, 1992, 60: 23–78
- 5 Bolton S J, Lunine J, Stevenson D, et al. The Juno mission. *Space Sci Rev*, 2017, 213: 5–37
- 6 Grasset O, Dougherty M K, Coustenis A, et al. Jupiter ICy moons explorer (JUICE): An ESA mission to orbit Ganymede and to characterise the Jupiter system. *Planet Space Sci*, 2013, 78: 1–21
- 7 Campagnola S, Buffington B B, Lam T, et al. Tour design techniques for the Europa clipper mission. *J Guid Control Dyn*, 2019, 42: 2615–2626
- 8 Wei Y, Yao Z, Wan W. China’s roadmap for planetary exploration. *Nat Astron*, 2018, 2: 346–348
- 9 Yang H, Hu J, Bai X, et al. Review of trajectory design and optimization for Jovian system exploration. *Space Sci Technol*, 2023, 3: 0036
- 10 Li J, Zhao J, Li F. A new method of patched-conic for interplanetary orbit. *Optik*, 2018, 156: 121–127
- 11 Vasile M, De Pascale P. Preliminary design of multiple gravity-assist trajectories. *J Spacecr Rockets*, 2006, 43: 794–805
- 12 Russell R P, Ocampo C A. Geometric analysis of free-return trajectories following a gravity-assisted flyby. *J Spacecr Rockets*, 2005, 42: 138–152
- 13 Campagnola S, Kawakatsu Y. Three-dimensional resonant hopping strategies and the Jupiter magnetospheric orbiter. *J Guid Control Dyn*, 2012, 35: 340–344
- 14 Colasurdo G, Zavoli A, Longo A, et al. Tour of Jupiter galilean moons: Winning solution of GTOC6. *Acta Astronaut*, 2014, 102: 190–199
- 15 Gavira-Aladro M, Bombardelli C. Lambert-free solution of multiple-gravity-assist optimization problem. *J Guid Control Dyn*, 2024, 47: 1–17
- 16 Alonso Zotes F, Santos Peñas M. Particle swarm optimisation of interplanetary trajectories from Earth to Jupiter and Saturn. *Eng Appl Artif Intell*, 2012, 25: 189–199
- 17 Ceriotti M, Vasile M. Automated multigravity assist trajectory planning with a modified ant colony algorithm. *J Aerosp Comput Inf Commun*, 2010, 7: 261–293
- 18 Ellithy A, Abdelkhalik O, Englander J. Multi-objective hidden genes genetic algorithm for multigravity-assist trajectory optimization. *J Guid Control Dyn*, 2022, 45: 1269–1285
- 19 Zhang Z, Zhang N, Chen Z, et al. Global trajectory optimization of multispacecraft successive rendezvous using multitree search. *J Guid Control Dyn*, 2023, 47: 1–15
- 20 Bellome A, Sánchez J P, Felicetti L, et al. Multiobjective design of gravity-assist trajectories via graph transcription and dynamic programming. *J Spacecr Rockets*, 2023, 60: 1381–1399
- 21 Campagnola S, Russell R P. Endgame problem part 1: V-infinity-leveraging technique and the leveraging graph. *J Guid Control Dyn*, 2010, 33: 463–475
- 22 Takubo Y, Landau D, Anderson B. Automated tour design in the Saturnian system. *Celest Mech Dyn Astron*, 2024, 136: 8
- 23 Tian B Y, Zhang H, Feng H, et al. Flight path planning for rendezvous mission of Jovian probe with the Jupiter’s moons (in Chinese). *J Astronaut*, 2022, 43: 1587–1596 [田百义, 张焱, 冯昊, 等. 面向木星卫星交会任务的探测器飞行路径规划. 宇航学报, 2022, 43: 1587–1596]
- 24 Chen S Y, Yang H W, Baoyin H X. Preliminary design for the trajectories of Jovian and planetary mission (in Chinese). *J Deep Space Explor*, 2019, 6: 189–194 [陈诗雨, 杨洪伟, 宝音贺西. 木星系探测及行星穿越任务轨迹初步设计. 深空探测学报, 2019, 6: 189–194]
- 25 Campiti G, Masat A, Colombo C. B-plane resonant flybys: Theory extension to elliptical orbits and dynamic programming application. *J Guid Control Dyn*, 2024, 47: 638–650
- 26 Strange N J, Russell R, Buffington B. Mapping the V-infinity globe. In: Proceedings of the AIAA/AAS Space Flight Mechanics Meeting. Houston: AAS Paper, 2007. 277

- 27 Strange N J, Longuski J M. Graphical method for gravity-assist trajectory design. *J Spacecr Rockets*, 2002, 39: 9–16
- 28 Campagnola S, Russell R P. Endgame problem part 2: Multibody technique and the tisserand-poincare graph. *J Guid Control Dyn*, 2010, 33: 476–486
- 29 Hussmann H, Palumbo P, Jaumann R, et al. JUICE Jupiter ICy Moons Explorer: Exploring the Emergence of Habitable Worlds Around Gas Giants. Noordwijk: ESA, 2014
- 30 Jing Q, Li M. Integrated trajectory optimization for Jupiter missions with single-satellite-aided capture. *Celest Mech Dyn Astron*, 2023, 135: 57

Jovian tour trajectory design for the Callisto capture mission

ZHANG Yu, YANG HongWei* & LI Shuang

College of Astronautics, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 211106, China

**Corresponding author (email: hongwei.yang@nuaa.edu.cn)*

Multiple gravity-assist trajectory design is an indispensable step in giant planetary system exploration missions. In view of China's future deep space exploration plan, this paper optimizes and designs the Jovian tour trajectory for the Callisto capture mission, and proposes a multi-stage tour trajectory design method to realize the low-consumption transfer of the spacecraft from the Jupiter capture to multi-moon flyby detection to the Callisto scientific orbit in the patch-conic model. First, Corresponding trajectory design methods are given according to different mission phases. Then, the whole mission is divided into three phases, and the Jupiter flyby sequence is given by the Tisserand graph analysis, and three methods of branch and bound, dynamic programming, and leveraging transfer are used to design and optimize, respectively. With the objective of minimizing the velocity increment, the trajectory design schemes are given and analytically compared in the ephemeris model, which can further save the fuel consumption required for the mission compared with the existing results. The proposed multi-stage design method can also be applied to other planetary systems, providing a reference for the trajectory design of future deep space missions.

gravity assist, Callisto, trajectory design

PACS: 95.10.Ce, 95.10.Eg, 96.30.lh

doi: [10.1360/SSPMA-2024-0257](https://doi.org/10.1360/SSPMA-2024-0257)