

文章编号: 1001-1986(2010)05-0042-05

岩体结构多重分形方法的改进与应用

顾亚娟^{1,2}, 唐辉明², 熊承仁², 占建琴², 李洋洋²

(1. 岩土钻掘与防护教育部工程研究中心, 湖北 武汉 430074;

2. 中国地质大学工程学院, 湖北 武汉 430074)

摘要: 本文运用多重分形方法研究岩体结构, 对关键参数作误差分析, 进行算法改进。并选取鄂西恩施保扎滑坡与杨家山滑坡附近的 4 个代表性露头点进行岩体结构多重分形研究, 得出多重分形维数值是对平均岩体质量的直接度量, 多重分形谱宽反映了岩体质量的整体分布情况。岩体结构多重分形方法比传统的岩体质量指标更能反映岩体结构的整体性质, 根据多重分形结果可建立初步的岩体质量评价方法。

关键词: 岩体结构; 多重分形; 误差分析; 算法改进

中图分类号: P642.2 文献标识码: A DOI: 10.3969/j.issn.1001-1986.2010.05.009

The application of improved multi-fractal analysis in structure of rock mass

GU Yajuan^{1,2}, TANG Huiming², XIONG Chengren², ZHAN Jianqin², LI Yangyang²

(1. Engineering Research Center of Rock-soil and Excavation and Protection, Ministry of Education, Wuhan 430074, China; 2. Faculty of Engineering, China University of Geosciences, Wuhan 430074, China)

Abstract: Multi-fractal analysis is used to study the structure of rock mass. Attention is paid to the error estimate of main parameters and arithmetic improvement. The four typical outcrops of Silurian system strata close to Baozha landslide and Yangjiashan landslide of Enshi area in western Hubei Province were taken as examples to study the multi-fractal analysis on the structure of rock mass. Clearly, multi-fractal dimension is a direct measurement to the average rock mass quality, and the width of the multi-fractal spectrum can explain the distribution of the rock mass quality within the whole rock mass. Compared with the traditional rock mass quality index, the multi-fractal analysis on the structure of rock mass is better in explaining the global properties of the structure of rock mass. A preliminary method was proposed to assess the rock mass quality based on the results of multi-fractal analysis.

Key words: structure of rock mass; multi-fractal analysis; error estimate; arithmetic improvement

在评价岩体质量时, 通常用岩体质量指标来描述岩体结构。传统的岩体质量指标 RQD 值具有一定的局限性, 因为 RQD 是基于一个点的值, 无法表示面或体的概念, 不能反映岩体结构整体性质。分形几何是描述自然界中复杂的不规则形状和实物规律性的有效工具之一^[1]。运用分形几何方法研究岩体结构, 可以弥补传统岩体质量指标的局限性。易顺明、唐辉明根据分形结果初步确定了岩体分类指标^[2]。杜时贵等经过了大量研究, 得出了岩体质量的分形表述^[3]。由于严格数学意义上的单一分形具有严格的自相似性和跨越不同尺度的对称性, 具有唯一的分维, 而实际上维数在不同的尺度下观察不尽相同, 这种情况下单个的分维不足以刻画其特征, 往往需要用多个分维进行描述, 这种描述在本质上

即为多重分形方法。在直观上可将多重分形形象地看作是由大量维数不同的单一分形交错叠加而成^[4]。因此, 多重分形不仅可以从多个角度描述平均岩体质量, 还能反映岩体质量的整体分布情况。与单一分形相比, 更具体地描述了岩体结构的整体性质。刘树新, 张飞从多重分形几何的角度出发, 计算和绘制出表征岩体结构分布和复杂性的多重分形谱, 对岩体质量作出定性评价和定量分析, 并且进行了岩体质量的多重分形分类^[5]。王洪兴, 王冠等研究了贵阳市鱼洞水库坝址区岩体结构面的多重分形^[6]。

目前, 对于岩体结构多重分形方法的研究较少, 关于其中关键参数的算法表述不够完整, 多重分形参数的物理意义及其代表的岩体结构特征含义也没有具体表述。本文以此为出发点, 改进了多重分形

收稿日期: 2010-01-19

基金项目: 中国地质调查局项目(1212010640604; 1212010914036)

作者简介: 顾亚娟(1987—), 女, 硕士研究生, 研究方向为岩土体稳定性评价和岩土工程数值模拟。

关键参数的算法, 通过实例应用, 从多重分形参数的物理意义出发探求其代表的岩体结构特征含义, 建立基于岩体结构多重分形的岩体质量评价方法。

1 多重分形方法原理及算法改进

1.1 多重分形方法原理

多重分形又称为多重分形测度, 它揭示了一类形态的复杂性和奇异性。Falconer 提出用一个尺度数 q (即阶数或信息量, $q \in (-\infty, +\infty)$) 来量化不同尺度和位置上的分形。随着 q 的变化, 多重分形像一个放大镜, 能够从不同的尺度和位置来观测某一空间格局^[7-8]。对于单一分形, 所有的广义维数 D_q 皆等于 D_0 ; 而对多重分形, D_q 随着 q 的变化而变化。当 $q=0, 1, 2$ 时, 分别得到容量维 D_0 、信息维 D_1 和关联维 D_2 。从单一分维到分形谱的发展, 体现了从个别数字特征向无穷多个“维”形成的“谱”的过渡, 大大扩充了分维方法的应用范围^[4]。

表征多重分形的主要方法是使用多重分形谱 $f(\alpha)$ - α 关系, 或广义维数 D_q - q 关系。当 $f(\alpha)$ 和 D_q 分别是 α 和信息量 q 的连续可微函数时, 通过勒让德变换则可将 $f(\alpha)$ - α 曲线与 D_q - q 曲线相互转换。因此, D_q - q 关系与 $f(\alpha)$ - α 关系在描述多重分形时是等价的。本文用 $f(\alpha)$ - $\alpha(q)$ 关系来表征结构面的多重分形特征。一般地, 多重分形谱 $f(\alpha)$ 是关于 α 的单峰凸函数, 在 $q>0$ 部分单调递增, 当 $q=0$ 时 $f(\alpha)$ 取得最大值。图 1 是典型的多重分形谱。多重分形谱 $f(\alpha)$ - α 中, $f(\alpha)$ 的物理意义是对分形结构上的复杂程度、不规则程度以及不均匀程度的一种量度, 而不同的奇异性指数 α 则反映了不同概率测度子集的性质。对于 α , 大的 α 反映小概率子集的性质, 小的 α 反映大概率子集的性质。多重分形谱的宽度定量地表征了分形体内最大概率子集和最小概率子集的对比关系, 即分形体内部的差异性程度及变化范围。谱越宽, 各子集概率的两极化趋势越明显; 反之, 谱越窄, 分形体内部差异减小, 各子集分布区域越集中、均匀。可见, 多重分形谱的宽度可定量表达分形体内部的差异性, 非均匀性和各子集分布的两极化特征^[9-11]。

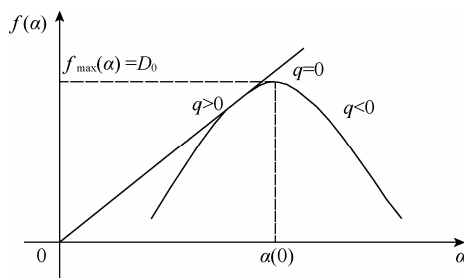


图 1 典型多重分形谱图

Fig. 1 Schematic drawing of typical multi-fractal spectrum

本文采用 Chhabra 和 Jensen 于 1989 年提出的直接计算 $f(\alpha(q))$ 的方法来实现多重分形分析^[12]。这种方法建立在覆盖的基础上, 用长为 r 的盒子去覆盖节理网络。设节理落入第 i 个盒子的概率为 $p_i(r)$, 可以定义一个概率测度 $\mu_i(q, r)$:

$$\mu_i(q, r) = \frac{[p_i(r)]^q}{\sum_i [p_i(r)]^q}, \quad (1)$$

式中 $\sum [p_i(r)]^q$ 为对所有盒子的概率的 q 次幂求和。而被研究的多重分形集的 Hausdoff 维数为:

$$f(q) = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\sum \mu_i(q, r) \lg[\mu_i(q, r)]}{\lg r}. \quad (2)$$

被研究的多重分形体整体奇异性的平均值可估计为:

$$\alpha(q) = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\sum \mu_i(q, r) \lg[p_i(r)]}{\lg r}. \quad (3)$$

1.2 多重分形方法的算法改进

通过式(1)—式(3)可知, 结构面多重分析最关键步骤为计算结构面落入单个盒子中概率 $p_i(r)$, 后续的所有参数的精度都依赖于 $p_i(r)$ 。而计算 $p_i(r)$ 的方法比较复杂, 因为有的节理会跨越好几个盒子。下面来分析当 $p_i(r)$ 产生误差时的影响。

设节理落在第 i 个盒子中的概率 $p_i(r)$ 产生的误差为 Δ_i , 根据式(1), 有

$$\mu_i(q+\Delta_i, r) = \frac{[p_i(r)+\Delta_i]^q}{\sum_i [p_i(r)]^q + [p_i(r)+\Delta_i]^q - [p_i(r)]^q}, \quad (4)$$

计算测度的误差, 有

$$\Delta \mu_i = \frac{\left(\sum_i [p_i(r)]^q - [p_i(r)]^q \right) \Delta}{\left(\sum_i [p_i(r)]^q + \Delta \right) \sum_i [p_i(r)]^q}, \quad (5)$$

式中 Δ 为由 Δ_i 所引起的误差项。根据式(2)、式(3)可以计算 $f(\alpha)$ 、 $\alpha(q)$ 的误差。

目前, 关于岩体结构的多重分形研究, 很少给出 $p_i(r)$ 的计算方法。有的学者提出用扫描像素法进行计算^[13], 但是忽略了单个节理面作为一个整体的概念, 弱化了窗口中长度较小的节理对多重分形结果的影响。综合各方面因素, 本文采用基于长度的加权算法来确定节理落入盒子的概率。扫描结构面网络图窗口, 节理总数为 N , 将每个节理的影响因子定为 1, 用边长为 r 的小方格去覆盖结构面网络后, 节理在平面内一般有两种形式(图 2): 单条结构面整个落在第 i 个盒子中; 单条结构面跨越若干个盒子。

若为 1 形式, 则该节理落在第 i 个盒子内的概率为

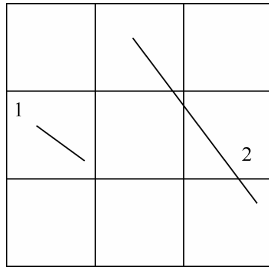


图 2 节理与盒子关系简图

Fig. 2 Schematic drawing of the relationship of the joints and the box

$$p_{ij} = \frac{1}{N} \circ \quad (6)$$

若为 2 形式, 用长度作为加权因子, 该节理落在第 i 个盒子的概率为

$$p_{ij} = \frac{d}{d_j \cdot N}, \quad (7)$$

式中 d 为节理在该盒子中的长度; d_j 为节理长度。设该盒子中以这两种形式出现的节理共有 M 条, 最终盒子内的所有节理落在第 i 个盒子中的概率即为

$$p_i = \sum_{j=1}^M p_j = p_{i1} + p_{i2} + p_{i3} + \cdots + p_{iM}, \quad (8)$$

显然有 $0 \leq p_i \leq \frac{M}{N}$ 。

当盒子中没有节理时取最小值 0, 节理不与盒子相交时取得最大值 M/N 。

2 实例应用

2.1 岩体结构面网络模拟

鄂西恩施地区基岩地层出露齐全, 从寒武系到

白垩系都有, 从出露的岩性看主要有碳酸盐岩与碎屑岩两大类, 其中与滑坡最为密切的是碎屑岩中的泥岩、泥质粉砂岩和粉细砂岩及其互层。这类岩层主要分布在志留系、三叠系和白垩系等地层中, 厚度大, 分布广。杨家山滑坡和保扎滑坡都发育在上述地层中, 规模较大, 灾害损失严重。岩体结构特征是控制岩体变形和破坏机制的决定性因素, 而发育于岩体中各种不同成因的结构面(如节理、层理、断层等)则往往是变形和破坏的关键部位^[14]。本文选取保扎滑坡和杨家山滑坡附近志留系岩层中的 4 个代表性露头点进行岩体结构多重分形方法研究。据地面调查和统计, 区内节理按走向可分为 4~6 组: 其中以北东向、北北东向、北西向和、近东西向等组最为发育, 规模也大, 另外还有近南北向和北西西向等几组次要节理^[15]。本文在保扎滑坡、杨家山滑坡附近选取志留系岩层中的 4 个代表性露头地点进行了岩体结构多重分形研究, 实测结构面按走向可分为 4~5 组, 见表 1。为方便讨论将代表性露头点分别定为 A 区、B 区、C 区和 D 区(即保扎罗惹坪组、保扎龙马溪组、龙马村龙马溪组、杨家山纱帽组)。

首先, 对结构面实测数据进行整理分析, 得出优势节理。运用软件进行结构面网络模拟, 得出各组结构面的网络图, 如图 3 所示。模拟出的结构面网络图为 10 m×12 m 的窗口。为了消除边界处误差及便于分析, 取 8 m×8 m 的窗口进行多重分形研究。

2.2 结构面多重分形方法分析

以 A 区岩体结构多重分形研究为例。首先, 分别用边长为 4 m、2 m、8/3 m、8/6 m、8/5 m 的盒子

表 1 恩施地区结构面数据
Table 1 Structural plane data of Enshi area

露头点	结构面分组	走向/(°)			迹长/m			隙宽/mm			平均间距 /m
		分布	均值	方差	分布	均值	方差	分布	均值	方差	
A 区	第一组	正态	136	19.75	负指数	0.9	0.63	负指数	2	0.63	9.99
	第二组		72	6.54		0.27	0.15		1.04	0.23	1.62
	第三组		1	105.36		0.45	0.58		1.06	0.29	1.38
	第四组		64	4.96		0.12	0.11		0.84	0.25	1.8
B 区	第一组	正态	81	11.56	负指数	0.22	0.15	负指数	1.57	0.9	3.74
	第二组		113	9.05		0.21	0.18		2	1.41	6.37
	第三组		162	15.07		0.07	0.03		1	0	5.65
	第四组		64	11.19		0.11	0.07		1.13	0.34	0.52
	第五组		164	7.24		0.17	0.11		1.82	1.19	3.01
C 区	第一组	正态	28	8.04	负指数	0.29	0.34	负指数	0.01	0	1.25
	第二组		109	16.13		0.83	9.13		0.27	1.42	0.54
	第三组		162	40.26		0.28	0.17		0.01	0	1.57
	第四组		84	16.1		0.54	0.52		0.01	0	0.54
D 区	第一组	正态	156	14.33	负指数	0.8	0.84	负指数	2.67	1.76	3.2
	第二组		77	10.11		0.41	0.53		2.44	1.78	0.76
	第三组		172	109.62		0.39	0.43		2.42	1.77	1.95
	第四组		84	11.31		0.91	1.02		4.7	3.93	1.67

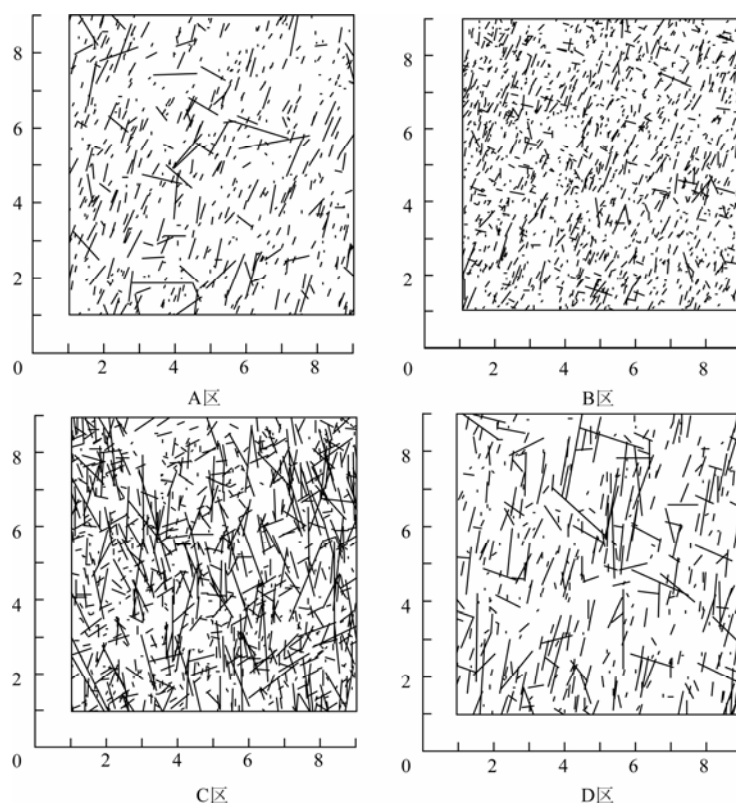


图 3 A—D 区组结构面网络图(单位：m)

Fig. 3 Structural network simulation of area A—D

去覆盖图 3 所示的结构面网络图。其次,根据式(6)—式(8)计算节理落入每个盒子内的概率,然后将数据根据式(1)—式(3)进行编程计算,在不同大小盒子的情况下对每个信息量 q (经过试算, q 取-3~3 之间的整数)分别计算 $\sum \mu_i(q,r) \lg[\mu_i(q,r)]$ 和 $\sum \mu_i(q,r) \lg[p_i(r)]$ 。最后,在直角坐标系中分别找出 $\sum \mu_i(q,r) \lg[\mu_i(q,r)]$ 、 $\sum \mu_i(q,r) \lg[p_i(r)]$ 与 $\lg r$ 线性关系好的一段作相关性检验。若相关性系数大于 0.95,则该段即为无标度区。用最小二乘法对数据进行拟合,得出的直线斜率即为 $f(\alpha)$ 、 $\alpha(q)$ 。本文得到的相关系数都在 0.95 以上,模拟结果比较理想。最后,根据 $f(\alpha)$ 与 $\alpha(q)$ 作出多重分形谱。图 4 为对各区分别进行多重分形研究后得到的多重分形谱。

2.3 多重分形结果分析

经过多重分析得到了结构面的多重分形谱。从图 4 中可以看出,多重分形谱都是单峰凸曲线,符合多重分形特征。因此,用多重分形方法来分析这 4 组结构面是比较合适的。从图 4 可以得出以下结论:

a. 从图 4 中的多重分形谱可以直观地看出:D 区结构面的多重分形谱线跨越范围最宽;B 区结构面多重分形谱线跨越范围最窄;A 区、C 区的多重分形谱线宽度处于两者之间。 $\alpha(q)$ 的差异由大到小依次为:D 区—C 区—A 区—B 区,其谱宽分别为:0.310 6, 0.217, 0.181 2, 0.119 7。

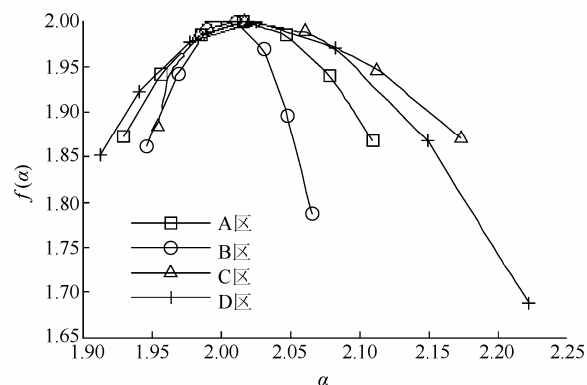


图 4 各区结构面多重分形谱图象

Fig. 4 Schematic drawing of the results of multi-fractal analysis about the structural planes

b. 从图 4 中可以看出 $f(\alpha)$ 值和平均 $f(\alpha)$ 值由大到小的顺序依次为 C 区—A 区—B 区—D 区。

多重分形分析是建立在结构面网络图基础上的,是对结构面几何形态的一种研究。结构面的多重分形谱随着阶数 q 值的变化而变化,这反映了结构面分布密度、长度和结构面空间分布均匀性对分维值的影响。经过分析,将多重分形参数与岩体结构特征作如下对应:① $f(\alpha)$ 是对结构面复杂程度、不规则程度以及不均匀程度的一种直接度量,表示了结构面联通的程度,是对岩体完整性的直接反映,其值在 1 与 2 之间。 $f(\alpha)$ 越大,结构面对岩体完

整性的破坏程度越高,即岩体质量越差;反之, $f(\alpha)$ 越小,则岩体越完整,岩体质量越好。② α 反映了结构面多重分形体中不同概率测度子集的性质, $\Delta\alpha$ 表示了结构面内部的差异程度和变化范围(分布密度、长度、和空间分布均匀性等性质)。 $\Delta\alpha$ 越大,结构面分布越不均匀,岩体质量差异越大,分布越离散;反之 $\Delta\alpha$ 越小,结构面差异减小,分布越集中、均匀,岩体质量越稳定,趋于定值。因此, $f(\alpha)$ 是对岩体完整性破坏的直接度量,而 $\Delta\alpha$ 表示了结构面内部分布密度、长度、和空间分布均匀性等性质的差异程度和变化范围,反映了岩体质量的分布情况,是间接影响因素。

根据上文分析,若将 $f(\alpha)$ 作为岩体质量评价的主要影响因素考虑,则各组 $f(\alpha)$ 值,杨家山滑坡与保扎滑坡附近的 4 个露头点平均岩体质量由好到差依次为:D 区—B 区—A 区—C 区。根据 $\Delta\alpha$ 值得出这 4 个露头点岩体结构面内部分布密度、长度、和空间分布均匀性等性质差异由大到小依次为:D 区—C 区—A 区—B 区。虽然根据 $f(\alpha)$ 值得出 D 区的平均岩体质量最好,但由于 $\Delta\alpha$ 值最大,结构面分布不均匀,导致岩体质量整体最不稳定,会出现局部岩体质量较差的情况。因此, $f(\alpha)$ 、 $\Delta\alpha$ 对岩体质量的综合影响,需要进一步研究。

根据实例应用得出,运用多重分形方法研究岩体结构时,将 $f(\alpha)$ 作为主要影响因素,用 $f(\alpha)$ 的平均值及整体变化情况直接比较岩体质量,根据 $\Delta\alpha$ 值得出岩体质量的整体分布情况,因此可直接根据 $f(\alpha)$ 、 $\Delta\alpha$ 定性评价岩体质量。

由于本文实例是对单一岩性的研究,且数据量较小,还不足以建立与 $f(\alpha)$ 、 $\Delta\alpha$ 直接相关的定量岩体质量分类,只能定性地比较评价岩体质量的好或差。在有大量岩体结构数据的情况下,可根据 $f(\alpha)$ 值对岩体质量进行初步分类,根据 $\Delta\alpha$ 研究岩体质量的整体分布情况,建立 $f(\alpha)$ 、 $\Delta\alpha$ 与岩体质量的定量关系。

3 结 论

a. 用分形方法,得出的分维数是单一尺度下的维数值,不能反映结构面在多尺度影响下的综合维数性质,也不能准确概括岩体结构的整体性质。多重分形方法考虑了多尺度的影响,得出的结果可以弥补单一分形的不足,能够反映多尺度观测下的平均岩体质量以及岩体质量的整体分布情况。

b. 由于节理落入盒子内的概率是多重分形分析中的关键参数之一,采用更为准确的计算方法,可以提高多重分形结果的精度。本文采用了基于长度的加权方法计算,得到的多重分形谱比较理想。

c. 从多重分形结果可以看出,得出的多重分形谱

比较理想,自然、直观地反映了结构面的发育情况及岩体结构性质。从多重分形参数的物理意义可得出其代表的岩石结构特征意义; $f(\alpha)$ 是对岩体结构完整性影响的直接度量,反映的是基于面上的平均岩体质量,是主要影响因素; $\Delta\alpha$ 表示了结构面内部分布密度、长度、和空间分布均匀性等性质的差异程度和变化范围,反映了岩体质量的分布情况,是次要影响因素。

d. 岩体结构多重分形方法从面的角度描述了平均岩体质量以及岩体质量的整体分布情况,比单纯考虑点的 RQD 值更加准确、全面。经过讨论得出了 $f(\alpha)$ 、 $\alpha(q)$ 与岩体质量的关系,将 $f(\alpha)$ 作为主要影响因素考虑。 $f(\alpha)$ 值越大,则岩体质量越差,反之岩体质量越好; $\Delta\alpha$ 越大,岩体质量分布越离散,越不稳定,反之岩体质量越趋于一致。根据岩体结构多重分形方法的结果,运用上述判断方法,可评价定性的岩体质量。在岩体结构数据足够的情况下,可建立 $f(\alpha)$ 、 $\Delta\alpha$ 与岩体质量的定量关系。

参考文献

- [1] 谢和平. 分形—岩石力学导论[J]. 北京: 科学出版社, 1997.
- [2] 易顺民, 唐辉明, 龙昱. 基于分形理论的岩体工程分类初探[J]. 地质科技情报, 1994, 13(12): 101-106.
- [3] 杜时贵, 李军, 徐良明, 等. 岩体质量的分形表述[J]. 地质科技情报, 1997, 16(1): 91-96.
- [4] 乐友喜, 王荣宗, 王才经. 多重分形参数的提取及应用[J]. 石油物探, 1997, 9(36): 89-93.
- [5] 刘树新, 张飞. 三维岩体质量的多重分形评价及分类[J]. 岩土力学, 2004, 25(7): 1116-1121.
- [6] 王洪兴, 王冠, 唐辉明, 等. 贵阳鱼简河水库坝址区岩体结构面的多重分形[J]. 岩土力学, 2006, 27(7): 1166-1170.
- [7] FALCONER K J. Fractal Geometry: mathematical foundations and applications[M]. New York: John Wiley & Sons, 1990.
- [8] AGTERBERG F P. Multi-fractal simulation of geochemical map patterns[J]. Journal of China University of Geosciences, 2001, 12(1): 29-31.
- [9] 邵元纯. 基于 GIS 的温州市地貌多重分形特征与地质灾害空间分布关系研究[D]. 西安: 长安大学, 2009.
- [10] HENTSCHEL H G E, PROCACCIA I. The infinite number of generalized dimensions of fractals and strange attractors[J]. Physical D, 1983, (8): 435-444.
- [11] 周炜星, 王延杰. 多重分形奇异谱的几何特征 I——经典 Renyi 定义法[J]. 华东理工大学学报, 2008, 26(4): 385-389.
- [12] CHHABRA A, JENSEN R V. Direct determination of the $f(\alpha)$ singularity spectrum[J]. Physical Review Letter, 1989, 62(12): 1327-1330.
- [13] 陈菲娴, 陈乃明. 岩体节理网络的多重分形研究[J]. 南昌大学学报, 1997, 19(2): 54-56.
- [14] 徐光黎, 唐辉明, 杜时贵, 等. 岩体结构模型与应用[M]. 武汉: 中国地质出版社, 1993.
- [15] 唐辉明. 鄂西恩施地区滑坡形成机制与危险性评价研究报告[R]. 武汉: 中国地质大学(武汉)地质调查研究院, 2009.