



剪切流动亚临界转捩中的时空间歇性和相变研究进展

宋保方*

北京大学工学院航空航天工程系, 湍流与复杂系统国家重点实验室, 北京 100871

*联系人, E-mail: baofang.song@pku.edu.cn

收稿日期: 2024-05-31; 接受日期: 2024-09-26; 网络出版日期: 2024-11-15

国家自然科学基金(编号: 12272264, 12322209, 91852105)资助项目

摘要 剪切流动中层流向湍流的转换是流体力学中的一个经典难题. 近些年在亚临界转捩方面取得了若干重要进展, 特别是在转捩的时空特征方面. 研究发现, 亚临界转捩中湍流以局地湍流形式存在, 且表现出复杂的时空间歇性. 对局地湍流结构及其时空复杂性的研究逐步揭示了转捩现象和统计物理中的连续型相变之间的关系: 流动转捩可能属于一个可描述广泛临界现象的相变普适类, 即导向逾渗相变普适类. 目前学界仍在试图证明这种相变比拟适用于所有壁面剪切流动中的亚临界转捩. 近期在泰勒-库埃特流动实验中给出了相变的直接证据, 但对于管道和槽道流动, 由于转捩临界点附近系统演化的巨大时间和空间尺度, 实验和计算都难以足够靠近临界点进行直接验证, 而且槽道流转捩临界点附近湍流的时空特征与导向逾渗相变之间的关系仍不明晰. 因而, 该比拟的普适性还有待进一步的确认.

关键词 剪切流动, 亚临界转捩, 局地湍流, 时空间歇性, 相变

PACS: 47.27.Cn, 47.27.N-, 47.20.-k, 47.54.-r, 64.60.ah

1 引言

当流动中黏性力占主导时(如低速、小尺度流动), 流动一般为平滑、规则的层流运动, 而当惯性力占主导时(如高速、大尺度流动)通常表现为紊乱无规的湍流运动. 两者表现出截然不同的物质、动量和能量输运特征^[1,2]. Reynolds^[3]在1883年的圆管流动实验开创了层流向湍流转捩的研究, 从此转捩问题便是流体力学中的一个核心问题, 至今仍没有被完全解决. 流动

转捩有多种可能途径, 如超临界转捩和亚临界转捩. 超临界转捩是通过层流的线性失稳, 微小扰动以空间铺展的不稳定波形式持续放大, 直到发展到非线性阶段, 促发尺度耦合并发展到湍流, 如Taylor-Couette流(TCF)、槽道和边界层流动中的超临界转捩. 线性失稳理论已经有了系统深入的研究^[4]. 亚临界转捩指系统中不存在线性失稳机制或者在未达到线性失稳临界点之前发生的流动失稳和转捩. 如管道和Plane Couette流(PCF)的层流在任何雷诺数下都是线性稳定的^[5-7],

引用格式: 宋保方. 剪切流动亚临界转捩中的时空间歇性和相变研究进展. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2025, 55: 214701

Song B F. Spatio-temporal intermittency and phase transition in the subcritical transition of shear flows: Current status and open problems (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2025, 55: 214701, doi: [10.1360/SSPMA-2024-0202](https://doi.org/10.1360/SSPMA-2024-0202)

但前者在 $Re \approx 2000$ 、后者在 $Re \approx 300$ 即可发生流动失稳和转捩^[3,8,9]。槽道层流的线性失稳临界雷诺数为 $Re = 5772$ ^[10]，但湍流在 $Re \approx 650$ 以上即可出现^[11-14]，TCF也同样可在线性稳定的参数下发生转捩^[15,16]。亚临界转捩的一大特征是，当雷诺数逐步增大时，湍流首先表现为仅在流场中局部区域存在、与层流共存且相互竞争的局地湍流，如湍斑或湍带^[17]，如图1^[15,18,19]。

局地湍流需要有限幅度的扰动才能激发，是由非线性机制导致的。由于缺乏一个线性失稳的起点，理论分析十分困难，导致亚临界流动中局地湍流的产生机制以及湍流的自维持机制困扰了科学家一个多世纪。本文将仅讨论几何形状简单的基本剪切流动(管流、槽流、PCF和TCF)中的亚临界转捩问题。该领域需要解决的若干关键问题包括线性稳定的流动中扰动如何增长并触发转捩、转捩发生的临界雷诺数、局地湍流结构如何形成并维持其局地性、随雷诺数增高局地湍流如何转变为空间铺展的湍流等。

20世纪80年代开始逐步发展的非模态增长理论在一定程度上解释了在线性稳定的情形下微小扰动如何在有限时间内从基本流中吸取能量实现瞬态增长^[20-22]。在速度梯度(即剪切)存在的情况下，缓慢衰减的弱流向涡可以通过所谓的抬升机制产生较强的流向速度条带。若流向低速条带幅度足够大，则可能触发二次失

稳进而引发转捩。虽然非模态增长机制揭示了亚临界流动中扰动增长和转捩的一种可能途径，但线性理论不能解释亚临界转捩中局地湍流结构的成因和动力学特征。非线性非模态分析^[23,24]可给出非线性最优初始扰动的局地性，但并不直接解释湍斑的结构和动力学特征、形成和自维持机制、出现的临界雷诺数等问题。

另一个途径是直接从局地湍流状态出发，通过研究其随雷诺数的变化来探究其动力学机制。从20世纪末开始，对局地湍流的深入研究逐步揭示了局地湍流丰富的动力学特征，特别是其大时空尺度上的间歇性(下文简称间歇性)、湍斑/带间的相互作用和斑图形成等。动力系统 and 相变概念的引入极大地增进了对其形成机制、自持机制和时空间歇性的理解。转捩研究也成为了流体力学、统计物理和动力系统的交汇点。本文将讨论这些方面的进展和有待解决的问题。

2 局地湍流的结构特征和形成机制

由于管道几何形状的限制，在大尺度上(相较于管道直径)流动仅有轴向一个空间铺展方向。早在1883年Reynolds^[3]就发现圆管中湍流在 $Re = 2000$ 左右以斑块状的flash形式出现，而不是空间铺展的湍流，如图2(a)，这种管道湍斑后来被称为puffs^[25-27]。空间铺展的湍流只能在更高的雷诺数下($Re > 2600$)形成^[25,28]。管道湍斑在演化过程中其整体形态和运动学特征(如运动速度)随时间不发生明显的变化，因而早期被认为处于平衡态^[26,27]。湍斑的结构特征与空间铺展湍流截然不同，在上下游形成不对称的层流-湍流界面或湍流锋面。其上游锋面处有持续的湍流生成，较锋利；下游锋面处湍流持续衰减，较弥散^[29-33]。流动特征从上游到下游持续变化(图2(a))^[34]，并无像空间铺展湍流那样的轴向均匀部分。目前认为湍斑上游锋面处的湍流生成是由低速条带的失稳导致的，但由于亚临界性和局地性，目前仍缺乏定量的理论分析^[29-31]。

槽道流有流向、展向两个空间铺展维度，因而较管道有更高的复杂度。在足够高的雷诺数下湍斑会逐渐发展为空间铺展的湍流^[18]，但在较低雷诺数下，湍流最终会发展为一种局地的、与流向呈一定倾斜角度的大尺度带状结构，即湍带^[11,35]。在充分大的槽道中湍带会形成一种有头有尾、完全局地的带状结构，且周

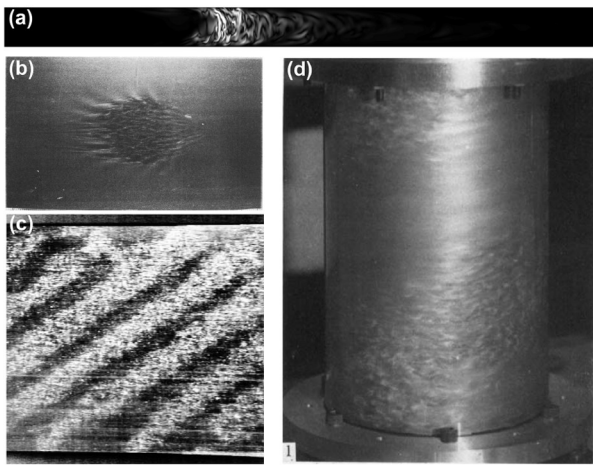


图1 基本剪切流动中的局地湍流。(a) 管道湍斑(数据来自作者的数值模拟); (b) 槽道湍斑^[18]; (c) PCF湍带^[19]; (d) TCF湍带^[15]

Figure 1 Localized turbulence in basic shear flows. (a) A turbulent spot in pipe flow (data from the authors' numerical simulation); (b) a turbulent spot in channel flow [18]; (c) turbulent bands in plane Couette flow [19]; (d) turbulent bands in Taylor-Couette flow [15].

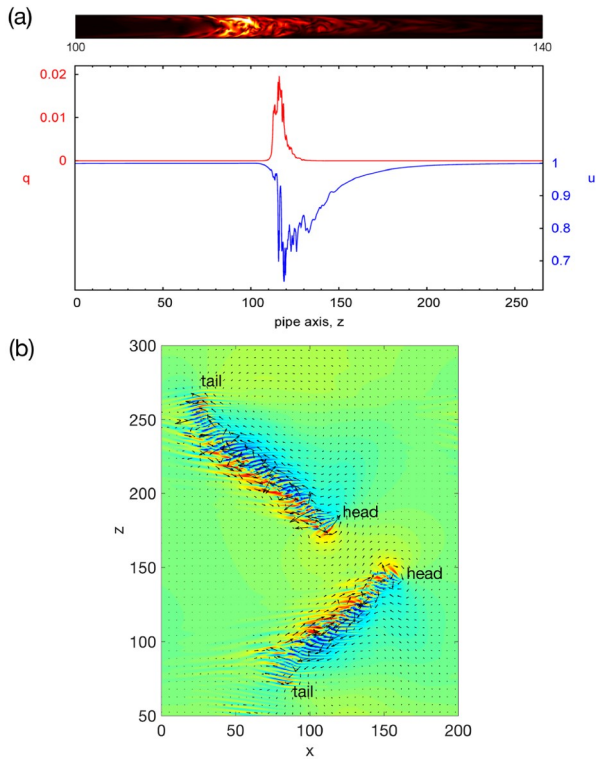


图 2 (网络版彩图)管道湍斑(a)和槽道湍带(b)的结构. (a) 上图为湍流脉动强度在沿管轴的截面内的分布, 主流从左到右. 下图为圆截面内平均速度脉动强度 q 和管道中心流向速度 u 沿管轴的分布^[34]. (b) 流向速度脉动在距离槽道下壁面1/4槽高位置处切面内的分布(数据来自作者的数值模拟). 蓝色为低速区域, 红色为高速区域. 主流方向从左至右. 箭头给出平面内的速度矢量

Figure 2 (Color online) Structure of a turbulent spot in pipe flow and turbulent bands in channel flow. (a) The top figure shows the distribution of turbulence intensity in the cross-section along the pipe axis. The bottom figure shows the distribution of turbulence intensity and centerline velocity along the pipe axis^[34]. (b) Fluctuations of the streamwise velocity in the cross-section located at 1/4 channel height from the bottom wall (data from the author's numerical simulation). Blue and red colors show low-speed and high-speed regions, respectively. Flow is from the left to the right. Vectors show in-plane velocities.

围存在大尺度流动结构^[12-14,36,37], 如图2(b). 下游一端处有持续的湍流生成(简称头部), 而上游一端有持续的湍流减弱(简称尾部). 头部的动力学机制是决定湍带倾斜方向、移动方向和整体倾角的重要因素^[38,39]. 头部的湍流生成速率大于尾部的衰减速率, 导致湍带不断增长且在展向上具有一个整体的漂移速度^[12-14,38]. 一种观点从线性稳定性角度出发, 提出头部周期性的速度条带和涡的生成归因于湍带头部附近的平均展向速度型的拐点不稳定性, 即这是一种横流失稳性^[38,40], 失稳机制与三维边界层中的横流失稳有相似

之处^[41]. 在 $Re < 1000$, 若头部横流失稳机制遭到破坏(如因湍带间碰撞或与实验中槽道的侧壁碰撞), 整个湍带将衰减消失^[14,37,40,42,43], 表明了头部的横流失稳机制对整个湍带存在的必要性. 在较高的雷诺数($Re > 1000$)下, 湍带不再需要头部的横流失稳机制即可实现自持^[42,43], 表明湍带已处处具有近壁湍流的自维持机制^[44]. 另一种观点从非线性动力学角度出发, 认为湍带头部的周期性速度条带和涡的生成归因于一种局地非线性相对周期结构(Relative Periodic Orbit, RPO)^[45]. 前者通过最不稳定性线性失稳模态解释了倾斜速度条带及其展向波长的成因, 但并不能直接解释带拐点的横流平均速度型的形成和自维持机制; 后者将头部速度条带及其周期性生成解释为局地RPO的自身特征, 并不需要假设一个修正的平均速度型, 且认为该RPO的存在和自维持并不需要湍带的存在. 但该工作获得RPO解时添加了人工阻尼, 且结果依赖于人工阻尼参数, 该阻尼带来的人为影响仍需要进一步分析.

PCF和TCF的转换中也出现相对于主流方向倾斜的狭长湍带^[15,16,19,46-48], 但这两种壁面驱动流动与压力(或流量)驱动的槽道流中的湍带有明显不同^[49]. 如前所述, 低雷诺数下槽道湍带的湍流生成主要发生在头部, 头部速度条带和涡的生成是近乎周期性的、确定性的, 流动在湍带内部的演化呈现出规则的波性. 相反, PCF湍带的速度条带是在湍带内部随机生成或衰减, 并没有明显的头部和尾部之分, 表现出更明显的随机和脉动特征^[49]. 只有当雷诺数足够高之后, 槽道和PCF中的湍带才有相似的自维持机制和结构特征. 可见, 局地湍流结构的宏观形态很大程度上取决于流动系统的几何构型对流动的空间约束方式, 但动力学机制细节上还与流动的驱动方式相关.

局地湍流的形成机制长久以来没有得到解释. 随着精确相干结构的发现^[50]和动力系统概念的应用^[51-53], 从数学或方程角度逐步阐明了局地湍流的产生机制. NS方程存在非线性不变解(Invariant Solutions), 即所谓的精确相干态, 对应物理上具有非线性自维持机制和较低时空复杂度的流态, 如稳态、行波和周期解等. 精确相干结构被认为是构成湍流的骨架, 湍流态随时间的演化被认为是流态在不同精确相干态间的穿梭^[51-53]. Avila等人^[54]于2013年在管流中发现了湍斑状的精确相干结构(图3(a)-(c)). 该解由鞍-结点分叉产生, 且随着雷诺数的增加会进一步分叉直到混沌鞍点结构

出现. 当扰动将流动激发到该解附近时, 流动则表现出湍斑的形态. 与管道流动类似, 近期研究在PCF和槽道流中都发现了与湍带结构形态上类似的带状精确相干结构^[55-57], 从动力系统角度上对带状湍流结构的成因给出了解释: 在转捩雷诺数下, 流动系统中没有对应空间铺展湍流的精确相干态, 仅有带状的精确相干结构, 因而湍流只能以湍带的形式出现.

从另一角度, Barkley等人^[32,58,59]提出低雷诺数管流与神经轴突、心肌等可激发介质类似. 该类型系统中激发态(对应湍流态)仅能以非线性局地行波的形式、通过持续侵入一侧的非激发区域(对应层流区)在运动中存在, 而系统中空间铺展的状态不能自维持, 必退化为局地态. 通过对管流进行一维对流-反应-扩散方程建模, 成功复现了管流中湍斑的动力学特征.

3 局地湍流的时空间歇性

管道湍斑具有自维持机制, 因而可以长时间保持其特征形态, 但最终会衰减消失, 即寿命是有限的^[60]. 湍斑衰减消失是一个突然的、自发的过程, 且在衰减消失之前并无明显的征兆. 另外, 单个湍斑的寿命除了取决于雷诺数之外, 还表现出对初始条件的敏感性^[61]. 这些特征表明, 湍斑表现出类似于低维动力系统混沌鞍点附近的动力学特征, 因而混沌鞍点给湍斑的动力学特征提供了一个概念模型.

由于混沌性, 难以预测具体一个湍斑的寿命. 但通过大量的随机试验发现管道湍斑寿命近似服从指数分布^[61,62]. 指数分布的一大特征是无记忆性, 揭示湍斑的衰减是一种无记忆的过程. 在 $Re = 1700$ 以下, 湍斑存活时间很短, 且其演化是有记忆的; 而 $Re = 1720$ 以上, 管道湍斑开始表现出无记忆衰减特征. 因而, $Re \approx 1700$ 可以理解为管道湍斑出现的最低雷诺数^[63]. 湍斑平均寿命随雷诺数增高快速增长, 从 $Re = 1700$ 左右的 $O(10^2)$ 到 $Re = 2000$ 左右的 $O(10^7)$, 而且没有发现在某一雷诺数突然发散, 因而瞬态性是管道湍斑的固有特征^[64-66]. 数据拟合给出了湍斑寿命关于雷诺数的超指数标度律, 最大涨落理论对超指数标度律给出了一个可能的解释^[67].

槽道、PCF和TCF是准二维的, 但在准一维^[47]的约束下(如图3(d)中的倾斜狭窄流域), 湍流也表现出与管道湍斑类似的瞬态特征, 且衰减也呈无记忆性^[68,69].

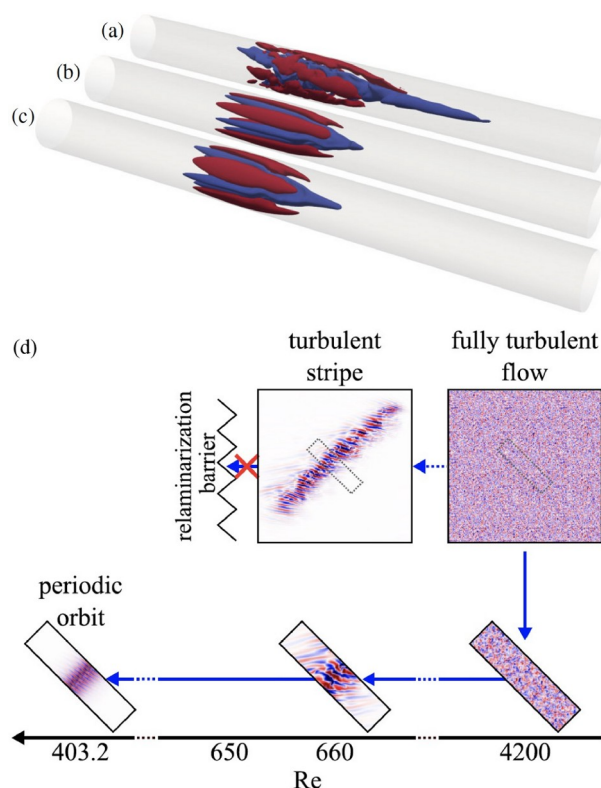


图3 (网络版彩图)管道((a)-(c))^[54]和槽道(d)^[57]中湍斑状和湍带状的精确相干结构. (a) 一个实际的湍斑, 红色为高速条带, 蓝色为低速条带. (b), (c) 湍斑状的精确相干结构, 分别对应鞍-结点分叉产生的下支解和上支解. 两者都具有湍斑的局地性和速度条带特征. (d) 对应槽道湍带的相对周期结构(RPO), 出现在比湍带更低的雷诺数(湍带最低为 $Re \approx 660$, RPO为 $Re = 403.2$). 该解是从鞍-结点分叉产生的下支行波解分叉而出, 具有与湍带相似的带状和速度条带特征

Figure 3 (Color online) The exact coherent states that have the characteristics of turbulent puffs in pipe flow ^[54] ((a)-(c)) and turbulent bands in channel flow ^[57] (d). (a) The streamwise velocity perturbation of a real turbulent puff, red means positive and blue means negative values. (b), (c) The same quantity of the lower branch and upper branch invariant solutions resulting from a saddle-node bifurcation. (d) For channel flow, a relative periodic orbit (RPO) was obtained by continuing the turbulent flow down to $Re = 403.2$, much below the lowest Reynolds number for the existence of turbulent bands, $Re \approx 660$. The RPO bifurcates off the lower-branch traveling-wave solution that appears after a saddle-node bifurcation. The RPO is banded and consists of wave-like velocity streaks, in resemblance of a turbulent band.

在不做准一维约束下, PCF和TCF中湍带的瞬态性早已有实验证据^[8,70]. 然而, 槽道湍带的瞬态性到目前仍未有定论. 与准一维约束下无头无尾的湍带不同, 自然情形下槽道湍带会形成头尾两端, 且由于头部近乎确定性的湍流生成^[13,14], 其长度会随时间逐渐增长. 比如, 在 $Re = 660$ 附近即可达到约150个槽高的长度, 且

随着雷诺数增高长度会继续增大^[45]. 要澄清湍带是否具有无记忆的衰减特征, 需要巨大的槽道装置或巨大的计算域来进行足够长时间的观察和大样本随机试验. 目前已知的最大实验装置尺寸还远远不够^[13,14,71], 且DNS的计算代价太大. 目前一种观点认为单个湍带在 $Re \approx 650$ – 660 以上是自持的^[12–14], 但仅基于有限的观察时间. Xu和Song^[72]近期发现若限制湍带的长度为定值, 湍带也表现出无记忆性的衰减特征. 其平均寿命除了随雷诺数增高快速增长外, 也随湍带的长度增加快速增长, 即其瞬态特征具有长度依赖性, 从而具有历史依赖性, 如图4(b). 在 $Re = 650$ 、长度限制在约35个槽高时, 湍带平均寿命已达到 10^4 以上, 已远大于实验室中可以观察的时间 $O(10^3)$. 若放开长度限制, 湍带是否仍具有瞬态性、衰减是否具有无记忆性等问题仍有待解决.

间歇性的另一方面是增殖, 比如一个湍斑分裂为两个. 管道湍斑的增殖也呈现出随机和无记忆性^[66], 但与寿命相反, 平均分裂时间随雷诺数增高呈超指数下降标度(如图4(a)), 即随雷诺数增高增殖发生的时间急剧缩短^[66]. 一个湍斑同时具有这两个相反的特性, 则演化的最终结果取决于这两种机制之间的相互竞争. 两者的平衡点确定了管道湍流实现整体自持的临界雷诺数 $Re = 2040$ ^[66,73]. 这里整体自持是指, 尽管单个湍斑最终是要衰减的, 但通过更快的增殖, 整个流动系统的湍流态会永久持续下去. 这就解决了雷诺提出的管流转换临界雷诺数问题^[3].

类似地, 准一维约束下的槽道、PCF和TCF中的湍斑也表现出类似的增殖特征. 同样利用衰减和增殖之间的竞争, 确定出准一维PCF中临界雷诺数为 $Re_c = 325$ – 329 ^[68,74]、槽道流中临界雷诺数为 $Re_c = 965$ ^[69].

若不作准一维约束, PCF中湍带的分裂方式与准一维情形下的分裂方式类似, 湍带先短时间内在横向方向上增宽, 然后分裂为两条平行的湍带^[49], 因此可以预期分裂的统计特征和临界雷诺数也与准一维情形相同. 槽道湍带的增殖方式与准一维约束下却截然不同. 在有头有尾的情形下, 平行增殖(即增殖产生平行的湍带)总是在尾部发生, 而不是先增宽然后直接分裂为平行的两条湍带^[14,37,49]. 而且槽道湍带的增殖可能具有长度依赖性, 即历史依赖性, 因而可能并不具有无记忆性^[13,14]. 另一个复杂点是槽道湍带除了能增殖产生平行的湍带, 还能产生反向倾斜的湍带, 在准一

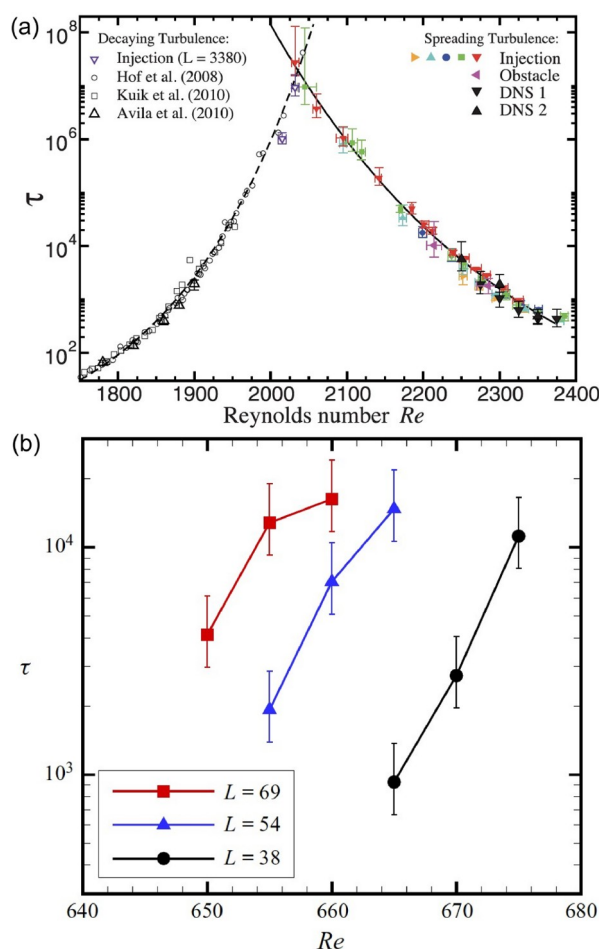


图4 (网络版彩图)管道湍斑和槽道湍带的间歇性. (a) 管道湍斑衰减和分裂增殖的特征时间尺度随雷诺数的变化规律^[66]; (b) 槽道湍带的平均寿命随雷诺数和湍带长度(单位为半槽高)的变化规律^[72]

Figure 4 (Color online) The temporal intermittency of turbulent spots in pipe flow and turbulent bands in channel flow. (a) The characteristic time scales for a spot to decay and split as functions of the Reynolds number [66]. (b) The dependence of the mean lifetime of a turbulent band on the Reynolds number and the band length (in unit of half channel height) [72].

维情形下没有这种增殖方式. 且这两种增殖对雷诺数的依赖关系不同^[14,37]. 但由于湍带巨大的时空尺度, 很难通过实验或DNS对这些增殖现象进行定量研究. 因而, 对于槽道湍带, 目前仍难以像准一维情形那样通过对单条湍带的衰减和增殖的平衡定量给出湍流实现整体自持的临界雷诺数. Mukund等人^[13]通过测量单条湍带伸长和收缩的临界点给出临界雷诺数 $Re_c \approx 650$, Tao等人^[12]根据单条湍带的断裂和重联给出 $Re_c \approx 660$, 而Shimizu和Manneville^[37]的大流域、长时间DNS计算

给出 $Re_c \approx 700$. 虽相互间有出入, 但都显著低于准一维槽道中的临界雷诺数 $Re_c \approx 976^{[69]}$.

4 转捩的相变比拟

假想在无限大的流动系统中(如无限长管道、无限大槽道等), 由于衰减和增殖两种间歇性的竞争, 湍斑或湍带在长时间演化后在不同的雷诺数下会形成不同的湍流区域的分布, 即不同的斑图. 若雷诺数较低, 单个湍斑(带)平均衰减时间比增殖时间短, 最终流动将恢复到层流状态. 若雷诺数在临界点之上, 整体上湍流将永久存在, 但湍斑(带)不能形成空间铺展的湍流, 因而湍流区域仅占流动空间的一定比例. 雷诺数越高, 增殖发生得越快, 而衰减发生得越慢, 湍流区域的占比会逐渐增大. 因而, 随着雷诺数的变化流动会形成不同的斑图构型(如图5(a)–(c)). 湍斑/带的间歇性和斑图形成提示转捩与统计物理中的连续型相变现象^[75]有很大的相似性.

导向逾渗(Directed Percolation, DP)是一种简化的离散随机模型, 用来描述含有大量随机处于连通或断开状态的通道的多孔介质中, 流体在重力作用下的渗透现象. 模型虽然简单, 但包括了自发衰减、增殖、融合、扩散及短距相互作用(仅与最近邻居相互作用)等动力学要素. 该模型的控制参数为通道的连通概率 p . 若 p 较小, 则流体向下渗透一段距离后会停止渗透, 即多孔介质是不可渗透的; 若 p 达到一定的临界值 p_c 时, 流体可以向下持续渗透, 介质是可渗透的, 但在趋于无限大的系统中处于浸湿状态的通道的占比 F (系统的秩序参数)趋于0; 在 $p > p_c$ 时, F 会随 $p - p_c$ 从0开始连续地增大, 且在 p_c 附近关于 $p - p_c$ 呈幂律标度 $F \sim (p - p_c)^\beta$, 其中 β 为临界幂律标度指数, 其数值依赖于系统的维度. 另外, 时空关联尺度在临界点附近也呈幂律标度, 且标度指数为负数, 即两者在趋于临界点时发散, 该现象称为临界现象. 研究发现, 除了渗透现象, 化学反应中的接触现象、传染病传播、生态系统等多种系统都发现有类似的相变现象并且都具有DP的幂律标度指数, 因而把DP相变称为一种相变普适类^[75].

流动转捩与DP相变之间的可能关系早在1986年就被Pomeau^[76]提出, 但当时是针对湍流和层流区域之间的界面提出的, 猜测层流-湍流界面的时空间歇性导致的湍流扩展状态可能会表现出DP相变特征.

但在亚临界转捩中相关的可能不是层流-湍流界面上局部小尺度上的间歇性, 而是湍斑(带)作为一个整体在大尺度上的间歇性. 与相变的比拟中, 单元不是层流-湍流界面上的局部流动结构, 而是整个湍斑/带^[71].

以管道湍斑为例, 湍斑会随机衰减, 且在相同的时间间隔中衰减的概率为一定值, 对应DP中的自发衰减. 该概率仅依赖于 Re , 因而 Re 对应DP中的控制参数; 单个湍斑的分裂对应DP相变中的增殖; 两个相邻湍斑靠得太近时下游湍斑会被层流化^[30], 对应DP中的融合; 湍斑仅能与相邻区域流动相互作用, 对应DP中的短距相互作用. 可见, 管道湍斑与(1+1)维DP (1个空间维度+1个时间维度)之间有很好的对应关系. 因此, 不难理解管道转捩和DP相变之间的相似性. 通过实验、DNS并结合简化模型表明秩序参数(即湍流区域占比)的标度定量符合DP相变^[32,77]. 在准一维约束下, PCF和TCF中湍带与管道湍斑高度相似, DNS或实验数据都支持转捩与DP相变定量符合^[68,74], 如表1.

真实PCF的大流域实验和计算研究都较难开展, 但在PCF的简化模型流动(Waleffe流)中发现了(2+1)维DP相变的定量证据^[78]. 最近在大尺寸TCF实验中给出了(2+1)维DP相变的证据, 是迄今流动转捩实验中DP相变最直接的证据^[79], 如图5(d)和表1. 需要说明的一点是, 虽然标度律是简单的幂律, 但很多相变(如DP)的幂律标度指数并不是有理数, 难以通过量纲分析得到, 因而通常难以直观地解释临界标度指数背后的物理机制. 但它一定程度上反映了相变过程中团簇(cluster)结构或斑图在不同尺度上的自相似性^[80]. 对于随机多孔介质, DP标度指数的大小也反映介质的可渗透性.

在真实槽道流中, Sano和Tamai^[81]的实验虽然声称支持转捩与(2+1)维DP相变之间定量符合, 但事实上其槽道装置的尺寸不足以使湍带斑图发展到统计意义上的平衡态, 需要大得多的实验装置来提供更有说服力的证据^[71]. 近期DNS研究指出槽道转捩可能仅有一段雷诺数区间内符合(2+1)维DP相变, 而在更低的雷诺数下不符合, 该低雷诺数区间正是湍流以完全孤立的湍带存在的区间^[12–14,37,43]. 有一种猜测是, 在该低雷诺数区间, 转捩符合(1+1)维DP相变, 只有当雷诺数足够高湍带可以形成网状结构后才符合(2+1)维DP相变^[82]. 这要求低雷诺数下的单条槽道湍带像管道湍斑

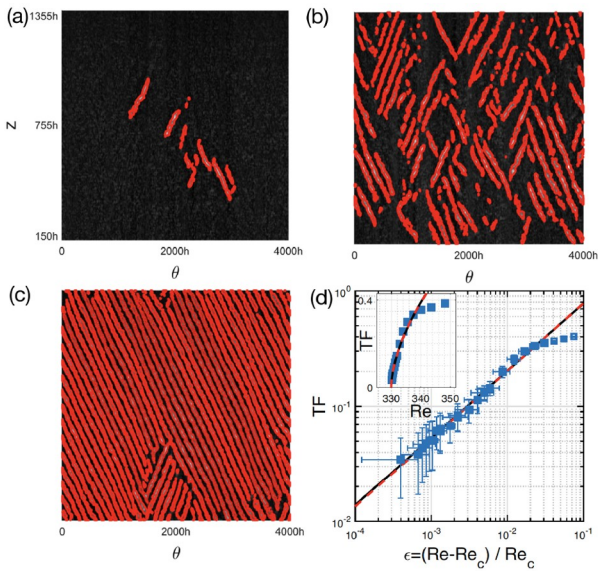


图 5 (网络版彩图) TCF中的湍流斑图和DP相变^[79]. (a)–(c) 随雷诺数增加在周向-轴向平面内的湍流斑图, 雷诺数分别为 $Re = 331, 333$ 和 349 , 图中红色区域为湍流区域. (d) 整个流域中湍流区域占比TF随 $(Re - Re_c) / Re_c$ (即距临界雷诺数的距离) 的变化. 其中红色线对应标度律 $TF = [(Re - Re_c) / Re_c]^\beta$, 临界幂律指数 β 和临界雷诺数 Re_c 取它们的最优逼近结果

Figure 5 (Color online) The pattern formation and DP phase transition in TCF [79]. (a)–(c) The patterns formed in the azimuthal plane at $Re = 331, 333$, and 349 , respectively, where the red color marks the turbulent region. (d) The turbulence fraction (TF) as a function of the relative distance to the critical Reynolds number $(Re - Re_c) / Re_c$. The red line corresponds to the scaling law of $TF = [(Re - Re_c) / Re_c]^\beta$ where the critical exponent β and the critical Reynolds number Re_c take the value of their best fit.

表 1 准一维TCF^[74], TCF^[79]和DP^[75]中秩序参数的临界标度指数 β 的对比

Table 1 Comparison of critical exponents β between quasi-1D TCF [74], TCF [79] and DP [75]

系统类型	β	系统类型	β
准一维TCF	0.28 ± 0.03	TCF	0.59 ± 0.03
(1+1)维 DP	0.276	(2+1)维 DP	0.583

那样具有无记忆性的自发衰减和增殖特征, 而这些特性都有待证实.

5 讨论和总结

近二十年来对基本剪切流动中亚临界转捩的研究揭示了局地湍流的结构特征、时空间歇性、临界雷诺

数和转捩与DP相变之间的紧密联系, 大大推进了对转捩这一经典问题的理解. 主要有以下几点: (1) 局地湍流的演化是围绕局地非线性精确相干态进行的, 后者的出现是由流动系统随雷诺数增高的鞍-结点分叉及后续分叉产生的; (2) 单个湍斑(带)的自发衰减和增殖两种过程的平衡界定了湍流实现整体自持的临界雷诺数, 湍流通过增殖相对衰减占优的方式实现整体自持; (3) 大时空尺度上的湍流斑图具有DP相变普适类的时空和统计特征, 基本剪切流动中的亚临界转捩很可能都属于DP相变现象.

目前仍有若干问题没有得到解决. 局地湍流与层流之间的界面处的湍流生成机制仍待理论和定量分析; 湍带周围大尺度流动被认为对湍带的自持机制及相邻湍带间相互作用起重要作用^[12,39,83–86], 是湍流带间特征间距及湍流斑图特征尺度形成的关键因素. 近期若干研究尝试从均匀湍流态随雷诺数降低产生线性失稳的角度^[87]和能量收支分析角度^[85,86]解释层流间隙的形成及其特征尺度, 但仍需从动力学机制及建模角度的理解^[88]; 在相变方面, 目前仅在TCF中发现了DP相变直接的实验证据, 而在其他基本剪切流动中仍缺乏充足的证据; 槽道转捩可能不是简单的一种DP相变过程, 而是分为(1+1)维DP和(2+1)维DP的两阶段相变过程. 需进一步确认低雷诺数下槽道湍带是否具有(1+1)维DP相变的时空特征.

从相变角度研究湍流转捩的主要难度之一在于临界点附近湍流演化涉及巨大的时空尺度(时空关联尺度发散), 实验和计算都难以直接解析. 比较现实的途径是尽可能深入地研究单个湍斑/带的时空特性和不同湍斑/带之间的相互作用机制, 再结合简化建模来相对间接地解决此类问题^[32,77].

需要说明的是, 相变考虑的是含有大量单元的系统统计行为, 对流动系统来说需要巨大的空间尺寸和大量的湍斑/带, 而工程应用中通常仅考虑有限区域内的流动, 因而这种相变比拟对实际工程应用来说指导意义有限, 更多的是给出了对转捩现象的一种物理理解, 揭示转捩这一种流动现象可以与迥异的物理系统表现出相同的相变现象. 不过, 近几年在与工程应用比较相关的流动系统中也有研究指出了DP相变的存在, 如翼型上的层流分离泡、机翼上的边界层转捩^[89,90]和热固表面上的Leidenfrost现象中^[91], 因而对该问题的进一步深入研究也具有现实意义.

致谢 感谢 Björn Hof, Marc Avila, Dwight Barkley, Yohann Duguet, Ashley P. Willis 和陶建军教授多年来对作者在该研究领域的启发.

参考文献

- 1 Tennekes H, Lumley J L. A First Course in Turbulence. Cambridge: MIT Press, 1972
- 2 Pope S B. Turbulent Flows. New York: Cornell University Press, 1960
- 3 Reynolds O. An experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water shall be direct or sinuous and of the law of resistance in parallel channels. *Phil Trans Roy Soc Lond A*, 1883, 35: 84–99
- 4 Drazin P G A, Reid W H. Hydrodynamic Stability. Cambridge: Cambridge University Press, 1981
- 5 Meseguer Á, Trefethen L N. Linearized pipe flow to Reynolds number 10^7 . *J Comput Phys*, 2003, 186: 178–197
- 6 Chen Q, Wei D, Zhang Z. Linear stability of pipe Poiseuille flow at high Reynolds number regime. *Comm Pure Appl Math*, 2023, 76: 1868–1964
- 7 Romanov V A. Stability of plane-parallel Couette flow. *Funct Anal Its Appl*, 1973, 7: 137–146
- 8 Bottin S, Chaté H. Statistical analysis of the transition to turbulence in plane Couette flow. *Eur Phys J B*, 1998, 6: 143–155
- 9 Lu J, Tao J, Zhou W, et al. Threshold and decay properties of transient isolated turbulent band in plane Couette flow. *Appl Math Mech-Engl Ed*, 2019, 40: 1449–1456
- 10 Orszag S A. Accurate solution of the orr-sommerfeld stability equation. *J Fluid Mech*, 1971, 50: 689–703
- 11 Tsukahara T, Seki Y, Kawamura H, et al. DNS of turbulent channel flow at very low Reynolds numbers. In: Proceedings of the Fourth International Symposium on Turbulence and Shear Flow Phenomena. Williamsburg, 2005. 935–940
- 12 Tao J J, Eckhardt B, Xiong X M. Extended localized structures and the onset of turbulence in channel flow. *Phys Rev Fluids*, 2018, 3: 011902
- 13 Mukund V, Paranjape C, Site M P, et al. Aging and memory of transitional turbulence. arXiv: 2112.06537
- 14 Paranjape C S. Onset of Turbulence in Plane Poiseuille Flow. Dissertation for Doctoral Degree. Klosterneuburg: IST Austria, 2019
- 15 Coles D. Transition in circular Couette flow. *J Fluid Mech*, 1965, 21: 385–425
- 16 Coles D, van Atta C. Progress report on a digital experiment in spiral turbulence. *AIAA J*, 1966, 4: 1969–1971
- 17 Wu X. New insights into turbulent spots. *Annu Rev Fluid Mech*, 2023, 55: 45–75
- 18 Carlson D R, Widnall S E, Peeters M F. A flow-visualization study of transition in plane Poiseuille flow. *J Fluid Mech*, 1982, 121: 487–505
- 19 Prigent A, Grégoire G, Chaté H, et al. Large-scale finite-wavelength modulation within turbulent shear flows. *Phys Rev Lett*, 2002, 89: 014501
- 20 Böberg L, Brösa U. Onset of turbulence in a pipe. *Z Naturforsch A*, 1988, 43: 697–726
- 21 Trefethen L N, Trefethen A E, Reddy S C, et al. Hydrodynamic stability without eigenvalues. *Science*, 1993, 261: 578–584
- 22 Schmid P J, Henningson D S. Stability and Transition in Shear Flows. New York: Springer-Verlag, 2001
- 23 Kerswell R R. Nonlinear nonmodal stability theory. *Annu Rev Fluid Mech*, 2018, 50: 319–345
- 24 Parente E, Robinet J C, de Palma P, et al. Linear and nonlinear optimal growth mechanisms for generating turbulent bands. *J Fluid Mech*, 2022, 938: A25
- 25 Wgnanski I J, Champagne F H. On transition in a pipe. Part 1. The origin of puffs and slugs and the flow in a turbulent slug. *J Fluid Mech*, 1973, 59: 281–335
- 26 Bandyopadhyay P R. Aspects of the equilibrium puff in transitional pipe flow. *J Fluid Mech*, 1986, 163: 439–458
- 27 Wgnanski I, Sokolov M, Friedman D. On transition in a pipe. Part 2. The equilibrium puff. *J Fluid Mech*, 1975, 69: 283–304
- 28 Song B, Barkley D, Hof B, et al. Speed and structure of turbulent fronts in pipe flow. *J Fluid Mech*, 2017, 813: 1045–1059
- 29 van Doorne C W H, Westerweel J. The flow structure of a puff. *Phil Trans R Soc A*, 2009, 367: 489–507
- 30 Hof B, de Lozar A, Avila M, et al. Eliminating turbulence in spatially intermittent flows. *Science*, 2010, 327: 1491–1494
- 31 Shimizu M, Kida S. A driving mechanism of a turbulent puff in pipe flow. *Fluid Dyn Res*, 2009, 41: 045501
- 32 Barkley D. Theoretical perspective on the route to turbulence in a pipe. *J Fluid Mech*, 2016, 803: P1
- 33 Avila M, Barkley D, Hof B. Transition to turbulence in pipe flow. *Annu Rev Fluid Mech*, 2023, 55: 575–602

- 34 Song B. Direct Numerical Simulations of Transition to Turbulence and Turbulence Control in Pipe Flow. Dissertation for Doctoral Degree. Goettingen: Goettingen University, 2014
- 35 Tuckerman L S, Kreilos T, Schrobdsdorff H, et al. Turbulent-laminar patterns in plane Poiseuille flow. *Phys Fluids*, 2014, 26: 114103
- 36 Xiong X, Tao J, Chen S, et al. Turbulent bands in plane-Poiseuille flow at moderate Reynolds numbers. *Phys Fluids*, 2015, 27: 041702
- 37 Shimizu M, Manneville P. Bifurcations to turbulence in transitional channel flow. *Phys Rev Fluids*, 2019, 4: 113903
- 38 Xiao X, Song B. The growth mechanism of turbulent bands in channel flow at low Reynolds numbers. *J Fluid Mech*, 2020, 883: R1
- 39 Zhang L, Tao J. Large-scale mean flow and inclination of isolated turbulent band in channel flow. arXiv: 2310.03238
- 40 Song B, Xiao X. Trigger turbulent bands directly at low Reynolds numbers in channel flow using a moving-force technique. *J Fluid Mech*, 2020, 903: A43
- 41 Saric W S, Reed H L, White E B. Stability and transition of three-dimensional boundary layers. *Annu Rev Fluid Mech*, 2003, 35: 413–440
- 42 Wu H, Song B. A numerical study of the side-wall effects on turbulent bands in channel flow at transitional Reynolds numbers. *Comput Fluids*, 2022, 240: 105420
- 43 Kohyama K, Sano M, Tsukahara T. Sidewall effect on turbulent band in subcritical transition of high-aspect-ratio duct flow. *Phys Fluids*, 2022, 34: 084112
- 44 Hamilton J M, Kim J, Waleffe F. Regeneration mechanisms of near-wall turbulence structures. *J Fluid Mech*, 1995, 287: 317–348
- 45 Kanazawa T. Lifetime and Growing Process of Localized Turbulence in Plane Channel Flow. Dissertation for Doctoral Degree. Osaka: Osaka University, 2018
- 46 Prigent A, Grégoire G, Chaté H, et al. Long-wavelength modulation of turbulent shear flows. *Phys D-Nonlinear Phenom*, 2003, 174: 100–113
- 47 Barkley D, Tuckerman L S. Computational study of turbulent laminar patterns in Couette flow. *Phys Rev Lett*, 2005, 94: 014502
- 48 Duguet Y, Schlatter P, Henningson D S. Formation of turbulent patterns near the onset of transition in plane Couette flow. *J Fluid Mech*, 2010, 650: 119–129
- 49 Marensi E, Yalnız G, Hof B. Dynamics and proliferation of turbulent stripes in plane-Poiseuille and plane-Couette flows. *J Fluid Mech*, 2023, 974: A21
- 50 Nagata M. Three-dimensional finite-amplitude solutions in plane Couette flow: Bifurcation from infinity. *J Fluid Mech*, 1990, 217: 519–527
- 51 Kawahara G, Uhlmann M, van Veen L. The significance of simple invariant solutions in turbulent flows. *Annu Rev Fluid Mech*, 2012, 44: 203–225
- 52 Yang Q, Yuan X X, Chen J Q, et al. On elementary coherent structures in incompressible wall-bounded turbulence (in Chinese). *Acta Aerodyn Sin*, 2020, 38: 83–99 [杨强, 袁先旭, 陈坚强, 等. 不可压壁湍流中的基本相干结构. *空气动力学学报*, 2020, 38: 83–99]
- 53 Graham M D, Floryan D. Exact coherent states and the nonlinear dynamics of wall-bounded turbulent flows. *Annu Rev Fluid Mech*, 2021, 53: 227–253
- 54 Avila M, Mellibovsky F, Roland N, et al. Streamwise-localized solutions at the onset of turbulence in pipe flow. *Phys Rev Lett*, 2013, 110: 224502
- 55 Reetz F, Kreilos T, Schneider T M. Exact invariant solution reveals the origin of self-organized oblique turbulent-laminar stripes. *Nat Commun*, 2019, 10: 2277
- 56 Paranjape C S, Duguet Y, Hof B. Oblique stripe solutions of channel flow. *J Fluid Mech*, 2020, 897: A7
- 57 Paranjape C S, Yalnız G, Duguet Y, et al. Direct path from turbulence to time-periodic solutions. *Phys Rev Lett*, 2023, 131: 034002
- 58 Barkley D. Simplifying the complexity of pipe flow. *Phys Rev E*, 2011, 84: 016309
- 59 Barkley D, Song B, Mukund V, et al. The rise of fully turbulent flow. *Nature*, 2015, 526: 550–553
- 60 Brosa U. Turbulence without strange attractor. *J Stat Phys*, 1989, 55: 1303–1312
- 61 Faisst H, Eckhardt B. Sensitive dependence on initial conditions in transition to turbulence in pipe flow. *J Fluid Mech*, 2004, 504: 343–352
- 62 Peixinho J, Mullin T. Decay of turbulence in pipe flow. *Phys Rev Lett*, 2006, 96: 094501
- 63 Avila M, Willis A P, Hof B. On the transient nature of localized pipe flow turbulence. *J Fluid Mech*, 2010, 646: 127–136
- 64 Hof B, Westerweel J, Schneider T M, et al. Finite lifetime of turbulence in shear flows. *Nature*, 2006, 443: 59–62
- 65 Hof B, de Lozar A, Kuik D J, et al. Repeller or attractor? Selecting the dynamical model for the onset of turbulence in pipe flow. *Phys Rev Lett*, 2008, 101: 214501
- 66 Avila K, Moxey D, de Lozar A, et al. The onset of turbulence in pipe flow. *Science*, 2011, 333: 192–196

- 67 Goldenfeld N, Guttenberg N, Gioia G. Extreme fluctuations and the finite lifetime of the turbulent state. [Phys Rev E](#), 2010, 81: 035304
- 68 Shi L, Avila M, Hof B. Scale invariance at the onset of turbulence in Couette flow. [Phys Rev Lett](#), 2013, 110: 204502
- 69 Gomé S, Tuckerman L S, Barkley D. Statistical transition to turbulence in plane channel flow. [Phys Rev Fluids](#), 2020, 5: 083905
- 70 Borrero-Echeverry D, Schatz M F, Tagg R. Transient turbulence in Taylor-Couette flow. [Phys Rev E](#), 2010, 81: 25301
- 71 Hof B. Directed percolation and the transition to turbulence. [Nat Rev Phys](#), 2023, 5: 62–72
- 72 Xu D, Song B. Size-dependent transient nature of localized turbulence in transitional channel flow. [J Fluid Mech](#), 2022, 950: R3
- 73 Mukund V, Hof B. The critical point of the transition to turbulence in pipe flow. [J Fluid Mech](#), 2018, 839: 76–94
- 74 Lemoult G, Shi L, Avila K, et al. Directed percolation phase transition to sustained turbulence in Couette flow. [Nat Phys](#), 2016, 12: 254–258
- 75 Hinrichsen H. Non-equilibrium critical phenomena and phase transitions into absorbing states. [Adv Phys](#), 2000, 49: 815–958
- 76 Pomeau Y. Front motion, metastability and subcritical bifurcations in hydrodynamics. [Phys D-Nonlinear Phenom](#), 1986, 23: 3–11
- 77 Lemoult G, Mukund V, Shih H Y, et al. Directed percolation and puff jamming near the transition to pipe turbulence. [Nat Phys](#), 2024, 20: 1339–1345
- 78 Chantry M, Tuckerman L S, Barkley D. Universal continuous transition to turbulence in a planar shear flow. [J Fluid Mech](#), 2017, 824: R1
- 79 Klotz L, Lemoult G, Avila K, et al. Phase transition to turbulence in spatially extended shear flows. [Phys Rev Lett](#), 2022, 128: 014502
- 80 Goldenfeld N. Lectures on Phase Transition and the Renormalization Group. Boca Raton: CRC Press, 2018
- 81 Sano M, Tamai K. A universal transition to turbulence in channel flow. [Nat Phys](#), 2016, 12: 249–253
- 82 Manneville P, Shimizu M. Transitional channel flow: A minimal stochastic model. [Entropy](#), 2020, 22: 1348
- 83 Duguet Y, Schlatter P. Oblique laminar-turbulent interfaces in plane shear flows. [Phys Rev Lett](#), 2013, 110: 034502
- 84 Tuckerman L S, Chantry M, Barkley D. Patterns in wall-bounded shear flows. [Annu Rev Fluid Mech](#), 2020, 52: 343–367
- 85 Gomé S, Tuckerman L S, Barkley D. Patterns in transitional shear turbulence. Part 1. Energy transfer and mean-flow interaction. [J Fluid Mech](#), 2023, 964: A16
- 86 Gomé S, Tuckerman L S, Barkley D. Patterns in transitional shear turbulence. Part 2. Emergence and optimal wavelength. [J Fluid Mech](#), 2023, 964: A17
- 87 Kashyap P V, Duguet Y, Dauchot O. Linear instability of turbulent channel flow. [Phys Rev Lett](#), 2022, 129: 244501
- 88 Benavides S J, Barkley D. Model for transitional turbulence in a planar shear flow. arXiv: [2309.12879v1](#)
- 89 Traphan D, Wester T T B, Gülker G, et al. Aerodynamics and percolation: Unfolding laminar separation bubble on airfoils. [Phys Rev X](#), 2018, 8: 021015
- 90 Wester T T B, Peinke J, Gülker G. Description of laminar-turbulent transition of an airfoil boundary layer measured by differential image thermography using directed percolation theory. [Phys Rev Fluids](#), 2024, 9: 033903
- 91 Chantelot P, Lohse D. Leidenfrost effect as a directed percolation phase transition. [Phys Rev Lett](#), 2021, 127: 124502

Spatio-temporal intermittency and phase transition in the subcritical transition of shear flows: Current status and open problems

SONG BaoFang^{*}

*State Key Laboratory for Turbulence and Complex Systems, Department of Aeronautics and Astronautics, College of Engineering,
Peking University, Beijing 100871, China*

**Corresponding author (email: baofang.song@pku.edu.cn)*

Transition to turbulence in shear flows has been a long-standing problem of fluid mechanics. In recent decades, great advancements have been made in this area, especially in the spatio-temporal intermittency of the subcritical transition. Even in simple shear flows, localized turbulence exhibits spatio-temporal complexity on large scales. Studies of this complexity have gradually revealed the relationship between the subcritical transition and non-equilibrium phase transition, i.e., transition probably belongs to the directed-percolation universality class that embraces a broad range of critical phenomenon. Although it has been long believed that the subcritical transition in all shear flows belongs to this universality class, only until very recently has the evidence been obtained in Taylor-Couette experiments. However, in pipe and channel flows, the vast spatial and temporal scales involved hinder experimental and numerical measurements to reach sufficiently close to the critical point. Besides, the spatio-temporal characteristics of localized turbulence in channel flow at low Reynolds numbers seem more complicated than the simple dynamics of directed percolation. Therefore, the generality of the phase-transition analogy of shear-flow transition remains to be clarified.

shear flow, subcritical transition, localized turbulence, spatio-temporal intermittency, phase transition

PACS: 47.27.Cn, 47.27.N-, 47.20.-k, 47.54.-r, 64.60.ah

doi: [10.1360/SSPMA-2024-0202](https://doi.org/10.1360/SSPMA-2024-0202)