

doi: 10.3969/j.issn.1002-0268.2021.05.009

# 钢-混连续组合梁的徐变等温法

陈旭<sup>1</sup>, 章胜平<sup>2</sup>, 王春华<sup>1</sup>, 宋高丽<sup>1</sup>, 潘维平<sup>1</sup>

(1. 昆明学院 建筑工程学院, 云南 昆明 650214; 2. 昆明理工大学 建筑工程学院, 云南 昆明 650504)

**摘要:** 为了研究钢-混连续组合梁徐变, 考虑永久荷载作用下的徐变效应与负弯矩区混凝土开裂效应之间的耦合效应, 采用了徐变等温法, 将徐变效应等效为与时间无关的温度梯度作用效应, 避免了有限元徐变非线性分析中的显式隐式积分选择、迭代不收敛等困难, 为工程实用计算提供了一种简单方便的方法。基于力法截面分析建立了平衡和变形协调方程组, 基于曲率等效原则推导了钢-混组合梁永久作用徐变等效温度梯度的解析和简化两套计算公式, 能够用于静定组合梁和超静定组合梁分析, 对强迫位移等其他荷载类型解析解推导起到了借鉴作用。徐变后超静定连续梁的内力和变形转化为“按照材料和结构力学方法计算温度梯度作用超静定结构内力(截面重分布内力和超静定支座次内力)和变形”。对永久作用下超静定连续梁, 提出正弯矩区徐变等效温度梯度的抛物线加载方式。结果表明: 等效温度梯度模型应用便捷、精度较好, 约束系数是徐变效应的关键影响参数; 连续组合梁负弯矩区开裂之后应力释放, 在挠度增加不大的情况下出现有利的弯矩重分布(负弯矩减幅达20%以上, 正弯矩增幅约16%), 而徐变会缓解开裂重分布弯矩和应力释放程度; 徐变会显著地加重开裂后的跨中挠度; 缓解或加重作用程度与型钢大小等因素有关。

**关键词:** 桥梁工程; 简化计算方法; 等温法; 钢-混组合梁; 徐变; 连续梁

**中图分类号:** TU398.5; U448.216

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1002-0268(2021)05-0073-08

## Creep Equivalent Temperature Method for Continuous Steel-concrete Composite Beams

CHEN Xu<sup>1</sup>, ZHANG Sheng-ping<sup>2</sup>, WANG Chun-hua<sup>1</sup>, SONG Gao-li<sup>1</sup>, PAN Wei-ping<sup>1</sup>

(1. School of Architectural Engineering, Kunming University, Kunming Yunnan 650214, China;

2. School of Architectural Engineering, Kunming University of Science and Technology, Kunming Yunnan 650504, China)

**Abstract:** In order to study the creep of steel-concrete continuous composite beams, considering the coupling effect between creep effect under permanent load and concrete cracking effect in negative moment zone, the creep isotherm method is used to equate the creep effect to the time-independent temperature gradient effect, which avoids the difficulties of explicit or implicit integral selection and iterative non-convergence in finite element creep nonlinear analysis, and provides a simple and convenient method for engineering practical calculation. The equilibrium and deformation coordination equations are established based on the section analysis of force method, and 2 sets of analytical and simplified calculation formulas of equivalent temperature gradient of permanent creep of steel-concrete composite beams are derived based on the principle of curvature equivalence, which can be used for the analysis of statically determinate composite beams and statically indeterminate composite beams, and can be used as a reference for the derivation of analytical solutions of other load types such as forced displacement. After creep, the internal force and deformation of statically indeterminate continuous beam are transformed into “calculating the internal force (section redistributed

收稿日期: 2020-07-02

基金项目: 国家自然科学基金项目(51868034); 云南省教育厅科学研究基金项目(2021J0702, 2021J0703); 云南省地方本科高校基础研究联合专项资金项目(2019FH001(-100), 2018FH001(-104))

作者简介: 陈旭(1978-), 女, 江西赣州人, 博士, 副教授。(xuchen\_22@163.com)

internal force and the secondary internal force of statically indeterminate bearing) and deformation of statically indeterminate structure under the action of temperature gradient according to material and structural mechanics method". For the statically indeterminate continuous beams under permanent action, a parabolic loading mode of equivalent temperature gradient of creep in positive moment zone is proposed. The result shows that (1) the equivalent temperature gradient model is simple and accurate, and the constraint coefficient is the key influencing parameter of creep effect; (2) stress is released after cracking in the negative bending moment area of continuous composite beam, and favorable bending moment redistribution appears when deflection increases little (negative bending moment decreases by more than 20%, positive bending moment increases by about 16%), while creep will alleviate the cracking redistribution bending moment and stress release degree; (3) creep will significantly increase the mid-span deflection after cracking; (4) the degree of alleviation or aggravation is related to the size of section steel and other factors.

**Key words:** bridge engineering; simplified calculation method; equivalent temperature method; steel-concrete composite beam; creep; continuous beam

## 0 引言

钢-混组合梁充分发挥了型钢与混凝土材料性能优势,具有强度高、刚度大、延性好等优点。然而连续组合梁负弯矩区组合截面处于力学劣势(混凝土板受拉,型钢受压),使混凝土桥面板在使用中受拉开裂,产生钢筋锈蚀等耐久性问题,严重影响了桥梁结构工作性能和使用寿命。连续组合梁钢截面和负弯矩区混凝土开裂不考虑徐变,混凝土正弯矩区考虑徐变,意味着正弯矩区刚度随着时间逐渐地相对减少,负弯矩区刚度相对地增加,由此带来不利的冗余支座次弯矩增加,徐变次弯矩将加重钢梁应力风险。另外,大跨度组合梁长期下挠增加,严重影响了对挠度要求严格的高速铁路等结构的安全性。这些问题与混凝土徐变和收缩有关<sup>[1-5]</sup>。

徐变是混凝土在持续应力方向发生的,与时间相关的变形增加,等效于刚度的减小,如果用一个折减系数表示,将该折减系数乘以弹性模量,得到徐变换算模量<sup>[6-8]</sup>。基于徐变换算模量的有限元分析<sup>[9]</sup>是超静定结构分析的主要方法之一,文献[10]用ABAQUS软件对连续组合梁考虑开裂和徐变等进行了三维分析,文献[11]用MIDAS软件对连续组合梁考虑施工过程和徐变试验数据修正等徐变影响。解析法是有限元分析的有益补充<sup>[12]</sup>。与徐变换算模量比较,更为简单方便的是等温法<sup>[13]</sup>,因能更便捷地用于结构分析软件。

徐变等温法是将收缩徐变效应等效为温度梯度效应,如《钢结构设计标准》(GB50017—2017)有“混凝土收缩产生的内力及变形可按组合梁混凝土板与钢梁的温差-15℃计算”<sup>[14]</sup>。除了收缩引起的徐变

效应,还有永久荷载、支座位移等其他荷载类型引起的徐变效应,而目前相关规范针对其他荷载类型作用没有给出相应的内容。为此,本研究采用解析法推导永久荷载作用组合梁徐变的等效温度梯度的计算公式。

## 1 规范理解与假定

现有规范徐变效应计算包括定值有效模量比、定值徐变因子<sup>[15]</sup>和降温3种简化方式。

### 1.1 定值有效模量比

在工程实践中通常将徐变效应以折减混凝土弹性模量方式简化计算。如《钢结构设计标准》<sup>[13]</sup>,有效模量比等于2。

$$\frac{n_{\varphi}}{n_0} = 2, n_0 = \frac{E_s}{E_{c0}}, n_{\varphi} = \frac{E_s}{E_{ct}}, \quad (1)$$

式中, $n_{\varphi}$ 为徐变后模量比; $n_0$ 为徐变前模量比; $E_s$ 为钢弹性模量; $E_{c0}$ 为徐变前混凝土弹性模量; $E_{ct}$ 为徐变后混凝土弹性模量。

该模量比应用简单,但是没有考虑加载龄期等混凝土自身和外部环境因素影响。如,加载龄期早,徐变大,有效模量比大;室内环境相比室外干燥,相对湿度小,徐变大,有效模量比大。另外,也没有考虑荷载类型对徐变的影响。如,人们将连续梁内支点施加支座沉降(强迫位移)产生正弯矩以达到减小负弯矩的目的,效果却不佳,因为强迫位移这种荷载类型的徐变效应大,正弯矩因徐变而折减较多。因此徐变效应分析首先应区分荷载类型。

Bode对钢-混凝土组合梁给出了考虑加载龄期、环境相对湿度(室内、室外)和荷载类型(永久作用、收缩和强迫位移)定值有效模量比计算表<sup>[16]</sup>(见表1)。

表1 有效模量比  
Tab.1 Effective module ratio

| 加载龄期/d | 永久作用 |     | 收缩  |     | 强制变形 |     |
|--------|------|-----|-----|-----|------|-----|
|        | 室内   | 室外  | 室内  | 室外  | 室内   | 室外  |
| 1      | 6.1  | 4.5 | 3.5 | 2.8 | 8.4  | 6.1 |
| 7      | 4.4  | 3.5 | 2.7 | 2.3 | 6    | 4.7 |
| 28     | 3.8  | 2.9 | 2.4 | 1.9 | 5    | 3.7 |
| 90     | 3.2  | 2.5 | 2.1 | 1.8 | 4.2  | 3.2 |

虽然表1定值有效模量比已是细致,但忽略了徐变系数与时间的发展关系。如,徐变与应力持续时间的关系;应力持续时间越长,徐变越大,有效模量比越大。因此,将有效模量比表示为徐变系数的函数,可实现定值有效模量比的改进,即为基于徐变因子的有效弹性模量法。

## 1.2 定值徐变因子

《钢-混凝土组合桥梁设计规范》(GB 50917—2013)<sup>[17]</sup>参考欧洲规范4,按照应力产生的原因将荷载分为3种类型,给出了不同荷载类型的定值徐变因子( $\psi_L$ ),即永久作用徐变因子1.1,用于调整内力的强迫位移作用徐变因子1.5,混凝土收缩作用徐变因子0.55。则徐变后混凝土弹性模量变为:

$$E_{ct} = \frac{E_{c0}}{1 + \psi_L \varphi(t, t_0)}, \quad (2)$$

式中,  $\varphi(t, t_0)$  为  $t$  时刻徐变系数;  $t_0$  为加载龄期。

有效模量比为:

$$\frac{n_\varphi}{n_0} = 1 + \psi_L \varphi(t, t_0). \quad (3)$$

现行欧洲规范4徐变因子,由德国学者 Roik 及其学生提出,其推导过程与理解见文献[6]和文献[18],其基本假定为:

- (1) 伯努利平截面假定;
- (2) 混凝土不开裂;
- (3) 钢和混凝土在瞬时荷载作用下满足胡克定律;
- (4) 在正常使用条件下,混凝土为线性黏弹性体,混凝土应力-应变关系满足 Boltzmann 叠加原理;

- (5) 收缩与徐变变化规律相同。

Roik 按照弯曲、轴压、收缩和强迫位移作用4种荷载类型,通过截面分析推导获得相应的定值徐变因子,没有考虑钢梁与混凝土板交界面弹性连接产生的相对滑移,认为钢梁与混凝土板没有竖向分开,在二者的交界处,它们的竖向变形保持一致。换句话说,欧洲规范4定值徐变因子反映的是单独

的徐变效应。Roik 定值徐变因子依据德国旧规范 DIN 4227 徐变系数,出现了欧洲规范4徐变因子与欧洲规范2徐变系数不一致的情况,另外 Roik 定值徐变因子推导假定忽略混凝土板弯曲变形引起的轴向应变(不符合矮梁特性),对此 Kindmann 等进行了改进并提出了一套新的定值徐变因子<sup>[19]</sup>。

## 1.3 降温法

《钢结构设计标准》<sup>[13]</sup>建议收缩作用徐变效应计算采用温差  $-15\text{ }^{\circ}\text{C}$  “定值降温”。降温法是将徐变等效为温度梯度作用(线性)。借鉴收缩作用“降温法”思路,本研究对永久作用等温法公式解析解进行了推导,推导遵循欧洲规范4徐变因子基本假定,因此本研究等效温度梯度解析解可与 Kindmann 徐变因子算例对比验证(见表2)。

虽然欧洲规范4定值徐变因子或等效温度梯度适用于静定梁,也适用于超静定梁,静定和超静定梁等效温度梯度公式(第2节)相同,但超静定梁弯曲刚度因负弯矩区纵向变化情况复杂。本研究等效温度梯度公式应用(第3节)选择超静定梁进行计算分析。超静定负弯矩区混凝土开裂后退出工作,组合截面变为钢截面(型钢+钢筋),不考虑混凝土徐变,因此需要确定负弯矩区范围。采用数值迭代精确计算负弯矩区范围过程复杂,无法在简化计算中应用,因此本研究采用欧洲规范4假定,即负弯矩区为跨度的0.15倍,负弯矩区不考虑混凝土徐变。

这样,永久荷载作用超静定连续梁徐变等温法计算思路为:按照第2节解析解计算正弯矩区永久荷载作用等效温度梯度,则徐变后超静定连续梁的内力和变形转化为“按照材料和结构力学方法计算温度梯度作用超静定结构内力(截面重分布内力和超静定支座次内力)和变形”。

## 2 公式推导

### 2.1 等效温度梯度解析解

分析组合梁徐变与温度梯度作用,不难发现二者的相似之处:在正弯矩区,徐变使得混凝土板应力减小,钢截面应力增加,梁的曲率和变形增加,这相当于在截面高度方向施加了一个线性温度差,上边缘相对地降温,下边缘相对地升温。当截面高度为  $h$ ,在组合梁高度方向作用线性分布温度梯度,当上、下边缘温度梯度为  $T_\Delta$  时,产生曲率( $\kappa_T$ )为

$$\kappa_T = \frac{\alpha_T T_\Delta}{h}, \quad (4)$$

式中,  $\alpha_T$  为混凝土或钢材的温度线膨胀系数(混凝土

土或钢材的温度线膨胀系数几乎相同<sup>[13]</sup>), 通常取  $\alpha_T = 1 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}$ 。

如果已知徐变引起的曲率, 按照曲率等效原则, 由式(4)计算将得到徐变所等效温度梯度(见图1), 将温度梯度施加于连续梁的正弯矩区, 得到冗余支座温度梯度次弯矩就是徐变次弯矩。另外, 由式(4)可知, 线性温度梯度在数值上相当于截面的无量纲曲率(曲率与截面高度的乘积), 而曲率反映了截面的转角大小。换言之, 在物理含义上, 等效温度梯度还表示了组合梁徐变引起的截面相对转角大小。

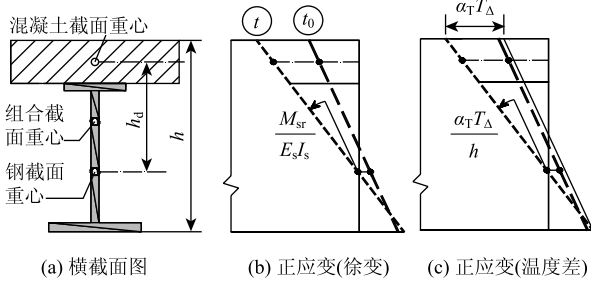


图1 等效温度

Fig. 1 Equivalent temperature

由基本假定知组合梁曲率等于钢截面曲率, 徐变引起的曲率变化(徐变曲率  $\kappa_{cr}$ ) 表示为:

$$\kappa_{cr} = \frac{M_{sr}}{E_s I_s}, \quad (5)$$

式中,  $M_{sr}$  为钢截面的重分布弯矩;  $I_s$  为钢截面惯性矩。钢截面包括型钢、普通钢筋(或预应力钢筋), 在平截面假设条件下不同类型的钢材可换算为一个钢截面。

联立式(4)和式(5), 徐变等效温度梯度

$$T_\Delta = \frac{h M_{sr}}{\alpha_T E_s I_s}. \quad (6)$$

$M_{sr}$  是组合截面在持续作用下徐变所引起的部分截面重分布内力之一(下标用 r 表示)。如图2所示, 混凝土板(下标用 c 表示)和钢(下标用 s 表示)两个部分截面内力, 按照时间分为  $t_0$  的初始内力( $M_{c0}$ ,  $N_{c0}$ ,  $M_{s0}$  和  $N_{s0}$ )、重分布内力( $M_{cr}$ ,  $N_{cr}$ ,  $M_{sr}$  和  $N_{sr}$ )、微分增量内力( $dM_{cr}$ ,  $dN_{cr}$ ,  $dM_{sr}$  和  $dN_{sr}$ )。图2及文中矢量的符号规定为: 轴力或正应力以受拉为正以受压为负; 弯矩或曲率以截面下边缘受拉为正, 反之为负; 剪力以使脱离体顺时针转动为正, 反之为负。

当考虑徐变时, 截面刚度受到徐变的影响随时间而变化, 刚度是未知量, 如果采用位移法, 不能直接由内力计算位移(应变和曲率), 需借助于数值

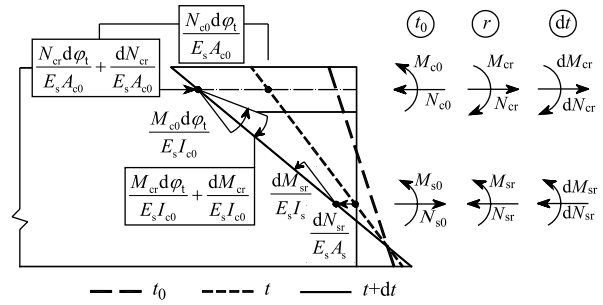


图2 应变和内力

Fig. 2 Strains and internal forces

迭代逐步计算, 无法建立变量之间的解析关系。因此为获得重分布内力的解析解, 采用力法建立以内力为未知量的在时间微分的变形(见图2)和平衡关系方程。当混凝土黏弹性本构选择改进迪辛格应力-徐变关系时, 方程表示为:

$$\begin{cases} \left(1 + \frac{A_{c0}}{A_s}\right) \frac{dN_{cr}}{d\varphi_t} + N_{cr} + \frac{A_{c0} h_d}{I_s} \frac{dM_{sr}}{d\varphi_t} = -N_{c0} \\ \frac{dM_{cr}}{d\varphi_t} + M_{cr} - \frac{I_{c0}}{I_s} \frac{dM_{sr}}{d\varphi_t} = -M_{c0} \\ h_d dN_{cr} + dM_{cr} - dM_{sr} = 0 \end{cases}, \quad (7)$$

式中,  $h_d$  为板与钢梁重心轴之间的距离;  $A_{c0}$  和  $I_{c0}$  分别为混凝土面积  $A_c$  和惯性矩  $I_c$  按照弹性模量比  $n_0$  的换算面积和惯性矩,  $A_{c0} = A_c/n_0$ ,  $I_{c0} = I_c/n_0$ ,  $n_0 = 1.4E_s/E_c$ , 混凝土弹性模量  $E_c$  除以系数 1.4 是按照吕休的建议<sup>[20]</sup>, 将徐变中滞后弹变剥离出来纳入初始弹性应变考虑, 徐塑系数  $\varphi_t = [\varphi(t, t_0) - 0.4]/1.4$ , 即徐塑系数是剥离徐变系数  $\varphi$  中的滞后弹性变形部分后所剩下的徐变塑性变形部分; 徐变系数应该根据需要进行相应的规范计算或按照试验结果取值或修正。

当组合截面受到轴力( $N_0$ )和弯矩( $M_0$ )的压弯作用时, 按照刚度的大小, 混凝土板分配到的轴力( $N_{c0}$ )和弯矩( $M_{c0}$ )分别为:

$$\begin{cases} N_{c0} = \frac{A_{c0}}{A_i} N_0 - \frac{S_i}{I_i} M_0 \\ M_{c0} = \frac{I_{c0}}{I_i} M_0 \end{cases}, \quad (8)$$

式中,  $A_i$  为换算截面面积;  $I_i$  为换算截面惯性矩;  $S_i$  为换算截面板或钢对重心轴的面积矩。

将式(7)整理得到以  $M_{sr}$  为未知量的一元二阶微分方程

$$\frac{d^2 M_{sr}}{d\varphi_t^2} + (1 + j_s - j_c) \frac{dM_{sr}}{d\varphi_t} + j_s M_{sr} = j_s (M_{c0} - N_{c0} h_d). \quad (9)$$

其中,刚度系数  $j_c = \frac{A_{cs}I_{cs}}{A_iI_i}$ ,  $j_s = \frac{A_sI_s}{A_iI_i}$ 。式(9)的

两个特征根  $r_1$  和  $r_2$  为

$$r_{1,2} = \frac{1}{2}(j_c - j_s - 1) \pm \sqrt{\frac{1}{4}(j_c - j_s - 1)^2 - j_s}。$$

虽然式(9)在数学形式上是比较简洁的二阶常系数非齐次微分方程,但是它的手算求解过程还是比较复杂的,而且得出的解析解是非线性公式。尽管如此,解析解在其假设条件下为精确解,因此求出式(9)的解析解,联立式(8),代入式(6)整理。按照叠加原理,将压弯截面分为纯压截面和纯弯截面,分别给出计算公式。

对纯压组合截面,等效温度梯度解析解为

$$T_{\Delta} = -\frac{N_0 h_d h A_{cs}}{\alpha_T E_s I_s A_i} \left( 1 + \frac{r_2 e^{r_1 \varphi_1} - r_1 e^{r_2 \varphi_1}}{r_1 - r_2} + j_s \frac{e^{r_1 \varphi_1} - e^{r_2 \varphi_1}}{r_1 - r_2} \right)。 \quad (10)$$

对纯弯组合截面,等效温度梯度解析解为

$$T_{\Delta} = \frac{M_0 h}{\alpha_T E_s} \left( \frac{1}{I_s} - \frac{1}{I_i} \right) \left[ 1 + \frac{r_2 e^{r_1 \varphi_1} - r_1 e^{r_2 \varphi_1}}{r_1 - r_2} + \left( j_s + \frac{j_c I_s}{I_i - I_s} \right) \frac{e^{r_1 \varphi_1} - e^{r_2 \varphi_1}}{r_1 - r_2} \right]。 \quad (11)$$

从式(10)、(11)可知温度梯度与荷载线性相关,但还与其他许多参数和变量有关(如截面特性参数和徐变系数),这些参量表达式复杂,难以分析出哪些是主要影响因子,为此开展简化分析工作。

## 2.2 等效温度梯度简化解析解

钢-混凝土组合截面弯曲刚度包括混凝土板、钢截面刚度和轴力组合刚度,通常轴力组合刚度占比大,板刚度占比小,因此按照刚度分配原则板重分布弯矩增量  $dM_{ci}$  相比于组合轴力之矩  $h_d dN_{ci}$  较小,在同一等式中忽略前者可以说是一个合理的简化。这样二阶的微分方程式(9)降阶为了一阶,即

$$\frac{dM_{sr}}{d\varphi_1} + \alpha_s M_{sr} = \alpha_s (M_{c0} - h_d N_{c0})。 \quad (12)$$

其中,约束系数  $\alpha_s = \left( 1 + \frac{A_{c0}}{A_s} + \frac{A_{c0} h_d^2}{I_s} + \frac{I_{c0}}{I_s} \right)^{-1}$ 。

求解式(12):

$$M_{sr} = (M_{c0} - h_d N_{c0})(1 - e^{-\alpha_s \varphi_1})。 \quad (13)$$

这样对纯压组合截面,等效温度梯度公式简化为

$$T_{\Delta} = -N_0 - h_d \frac{A_{c0} h (1 - e^{-\alpha_s \varphi_1})}{A_i \alpha_T E_s I_s}。 \quad (14)$$

对纯弯组合截面,等效温度梯度公式简化为

$$T_{\Delta} = \frac{M_0 h}{\alpha_T E_s} \left( \frac{1}{I_s} - \frac{1}{I_i} \right) (1 - e^{-\alpha_s \varphi_1})。 \quad (15)$$

通过简化分析可知,约束系数  $\alpha_s$  是影响徐变效应的主要截面特性参数。 $\alpha_s$  反映了钢截面对混凝土板弯曲徐变的约束能力,钢截面对板的约束为偏心弹性约束,  $\alpha_s$  的取值介于0至1之间。

需要说明的是,等效温度梯度解析解与时间具有相关性(因为公式变量包括徐变系数)。当计算时间为某个特定时间(如10年),徐变系数为定值,等效温度梯度为定值。这样,将定值等效温度梯度应用于有限元分析,相当于将徐变的非线性有限元分析转化为弹性有限元分析。

## 3 超静定连续梁计算分析

### 3.1 组合梁特性

选择文献[19]连续梁的计算数据,已知,

$$E_s = 2.1 \times 10^5 \text{ N/mm}^2, E_c = 3.35 \times 10^4 \text{ N/mm}^2,$$

$$A_c = 3 \times 10^7 \text{ mm}^2, I_c = 5.625 \times 10^8 \text{ mm}^4,$$

$$A_s = 1.89 \times 10^4 \text{ mm}^2, I_s = 6.416 \times 10^8 \text{ mm}^4,$$

$$h = 540 \text{ mm}, h_d = 227 \text{ mm}, \varphi(t, t_0) = 2.5。$$

在均布荷载作用下,中间15%跨度范围的混凝土开裂(状态II),混凝土退出工作,混凝土板开裂之后不考虑徐变,截面为板内钢筋与钢梁组合的钢截面。按照阶跃式变刚度模型计算,内支座负弯矩为384.87 kN·m,跨内最大正弯矩为326.08 kN·m,见图3。

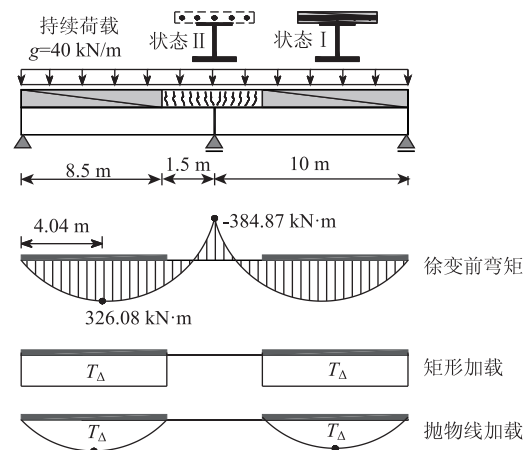


图3 计算简图

Fig. 3 Calculation diagram

### 3.2 温度梯度计算

正弯矩区的弯矩在长度方向为变量,计算最不利的最大正弯矩所等效的温度梯度,用到的参数有

$$E_{c0} = 2.39 \times 10^4 \text{ N/mm}^2, n_0 = 8.78,$$

$$A_{c0} = 3.418 \times 10^4 \text{ mm}^2, I_{c0} = 0.6409 \times 10^8 \text{ mm}^4,$$

$A_i = 5.308 \times 10^4 \text{ mm}^2, I_i = 13.328 \times 10^8 \text{ mm}^4,$   
 $j_c = 0.031, j_s = 0.171, r_1 = -0.178, r_2 = -0.962,$   
 $\alpha_s = 0.177, \varphi_i = 1.5。$

按照式 (10)、式 (11) 的解析解有

$$1 + \frac{-0.962 \times e^{-0.178 \times 1.5} + 0.178 \times e^{-0.962 \times 1.5}}{-0.178 + 0.962} +$$
  
$$\left(0.171 + \frac{0.031 \times 6.416}{13.328 - 6.416}\right) \frac{e^{-0.178 \times 1.5} + e^{-0.962 \times 1.5}}{-0.178 + 0.962} = 0.249,$$
  
$$T_{\Delta} = \frac{326.08 \times 0.54}{10^{-5} \times 21\,000} \left(\frac{1}{641.6} - \frac{1}{1\,332.8}\right) \times$$
  
$$0.249 = 16.9 \text{ }^{\circ}\text{C}。$$

按照式 (14)、(15) 的简化解析解有

$$1 - e^{-0.177 \times 1.5} = 0.233,$$
  
$$T_{\Delta} = \frac{326.08 \times 0.54}{10^{-5} \times 21\,000} \left(\frac{1}{641.6} - \frac{1}{1\,332.8}\right) \times$$
  
$$0.233 = 15.8 \text{ }^{\circ}\text{C}。$$

等效温度梯度的简化解析解与解析解的偏差为 -6.5%，表明简化分析较大幅度地简化了公式，还具有较高的精度。

3.3 徐变效应计算

计算温度梯度产生的次弯矩，应该按照式 (10)、(11) 或式 (14)、(15) 计算正弯矩区每一截面弯矩所对应的温度差，由式 (4) 计算每一截面的曲率，再由虚功原理计算温度梯度在单位虚荷载方向的位移，这种精确计算方式在实践应用中有所不便。

简单方便也是比较常用的方法是：假设温度梯度在正弯矩区内为常量（按照最大正弯矩控制截面计算），温度梯度均匀分布于正弯矩区，即矩形加载方式（见图 3）。但是矩形加载方式是保守估计，计算结果偏差大，如表 1 矩形加载算得的徐变次弯矩 69.08 与文献 [19] 的 45.1 偏差为 53%。

为此开展了一些比较分析工作，发现用抛物线加载方式计算方便，精度较好，如表 2 抛物线加载徐变次弯矩 46.05 与文献 [19] 的偏差 2%。

从表 2 可见，负弯矩区混凝土板开裂之后，在挠度和内支座剪力增加不大的情况下（挠度增幅约 11.5%，剪力增幅约 8%），出现了正弯矩增加（增幅约 16%）和负弯矩减小（减幅约 23%）的可喜现象。但随着时间发展，徐变产生了约 58.6% 的挠度增加，以及约 12% 的额外负弯矩，另一方面略缓解了内支座的剪力（减幅约 4%）。由此可见，徐变效应与开裂效应作用相反，因为徐变退化混凝土板的弯曲刚度。徐变对开裂效应的缓解作用还可从应力方面来反映。

表 2 内力和挠度  
Tab. 2 Internal forces and deflections

|                                   |                | 最大<br>正弯矩<br>坐标 $x/m$ | 最大<br>正弯矩/<br>( $kN \cdot m$ ) | 内支座<br>负弯矩/<br>( $kN \cdot m$ ) | 内支座<br>剪力/<br>kN | 跨中<br>挠度/<br>mm |
|-----------------------------------|----------------|-----------------------|--------------------------------|---------------------------------|------------------|-----------------|
| 不开裂                               | 徐变前            | 3.75                  | 281.25                         | -500                            | 150              | 10.41           |
| 模型                                | 徐变后            | 3.75                  | 281.25                         | -500                            | 150              | 10.41           |
| 开裂模型<br>$T_{\Delta} =$<br>16.9 °C | 徐变前            | 4.04                  | 326.08                         | -384.87                         | 161.51           | 11.61           |
|                                   | 重分布<br>(抛物线加载) | —                     | —                              | -46.05                          | —                |                 |
|                                   | 徐变后            | 3.92                  | 307.75                         | -430.92                         | 154.61           | 18.41           |
|                                   |                |                       |                                |                                 |                  |                 |
| 开裂模型 $T_{\Delta} = 16.9$ °C       |                |                       |                                |                                 |                  |                 |
| 重分布 (矩形加载)                        |                | —                     | —                              | -69.08                          | —                |                 |
| 重分布 (文献 [19])                     |                | —                     | —                              | -45.1                           | —                |                 |

注：文献 [19] 采用徐变换算模量法，其徐变因子在文献 [5] 的基础上进行了修正。

承受动力荷载的组合桥梁等结构强度通常采用容许应力弹性设计法。连续梁冗余支座为不利截面，因为混凝土板受拉钢梁受压，与它们力学特性相反。计算冗余支座截面的正应力（见表 3），结果表明开裂之后截面应力得到较大幅度的释放。但是另一方面徐变又使得应力增加，其中钢梁下边缘的压应力增加较大（增幅约 12%）。

表 3 截面的正应力  
Tab. 3 Normal stresses of cross-section

|         | 内支座截面弯矩/<br>(kN·m) | 法向应力/MPa |        |      |         |
|---------|--------------------|----------|--------|------|---------|
|         |                    | 混凝土上边缘   | 混凝土下边缘 | 钢上边缘 | 钢下边缘    |
| 不开裂     | -500               | 6.66     | 0.25   | 2.18 | -144.11 |
| 开裂      | -384.87            | 5.13     | 0.19   | 1.68 | -110.93 |
| 开裂 + 徐变 | -430.92            | 5.74     | 0.21   | 1.88 | -124.2  |

值得注意的是，对允许开裂的非预应力组合梁，如有较多应用的高配筋现浇混凝土连续组合梁<sup>[21]</sup>，须考虑徐变对开裂效应的缓解作用和对挠度的显著增加作用，作用程度的大小还与型钢大小等因素有关。

4 型钢大小影响

在工程实践中，钢 - 混组合截面特性在不同结构类型中特性差异较大，如在民用建筑中型钢尺寸小，在公路和铁路桥梁中型钢尺寸大，型钢大小是影响徐变的关键因素<sup>[15]</sup>。

选择变化 3.1 节组合梁特性中的钢梁大小，分析等效温度梯度的解析解和简化解之间的偏差，分析跨中挠度和徐变次弯矩等的变化范围（见图 4），其中型钢选择欧规 HEA300 至 HEA1000 的 14 个截面特性。

从图 4（a）型钢高度（等于牌号减去 10 mm）

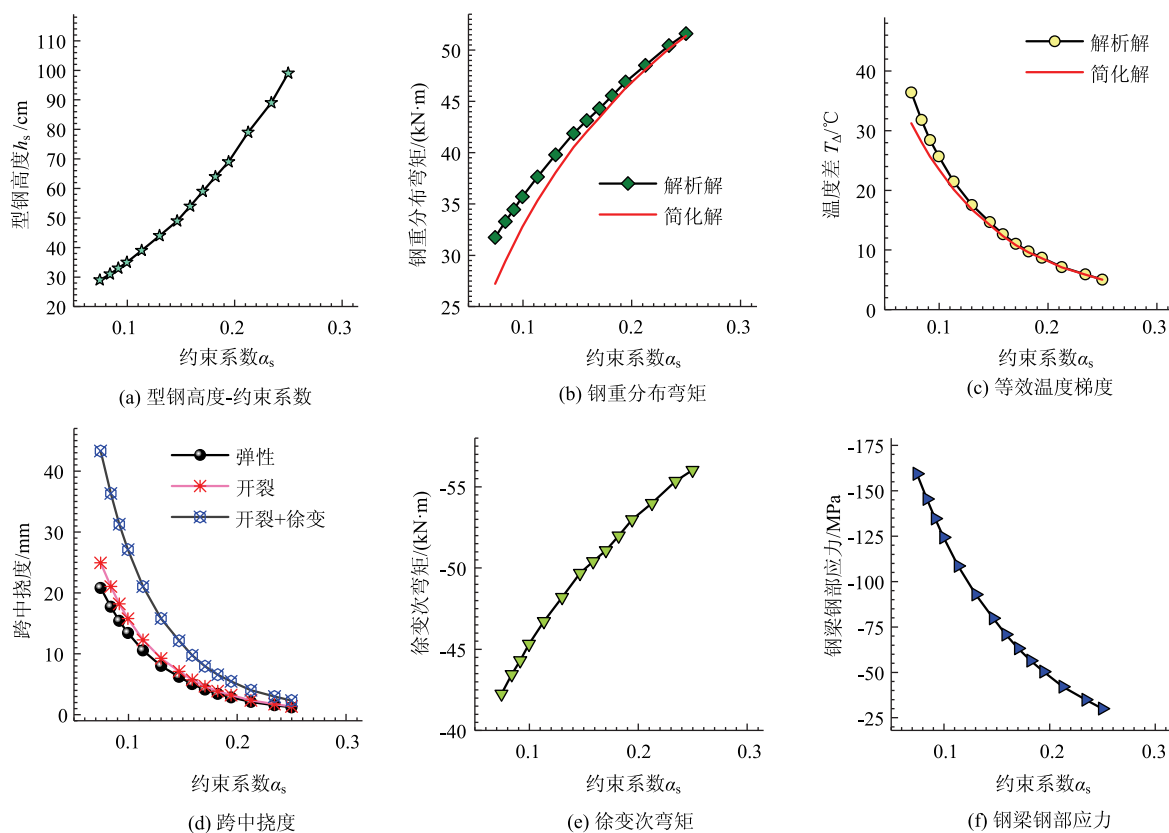


图4 型钢大小的影响

Fig. 4 Influence of size of section steel

曲线可见,约束系数与型钢高度具有正相关关系。从图4(b)和(c)可以看出,简化解式(10)~(13)能够较好地反映徐变的时随规律,能够作为解析解的有益补充。徐变导致的跨中挠度增加显著,在型钢牌号小的情况尤其应该重视(如在图4(d)中HEA300型钢徐变挠度增幅为73.5%)。在约束系数大的情况下(型钢牌号大),徐变等效温度梯度可低于10℃。而在约束系数小的情况下,徐变等效温度梯度较大(超过30℃),钢梁底部压应力较大(约150 MPa),若再叠加其他作用引起的不利压应力,则钢梁底部很可能产生失稳破坏。

## 5 结论

等温法能够便捷地用于连续组合梁的长期力学分析。组合梁弯曲徐变与许多因素有关,如荷载类型、截面特性和组合梁特性,因此采用解析方法推导得到了永久荷载作用徐变等效温度梯度的解析解。

为进一步获知关键的主要影响因素,推导了解析解的简化解。研究表明对永久荷载作用下的钢-混连续组合梁,采用抛物线加载方式将等效温度作用于正弯矩区,徐变效应计算结果精度较高。

徐变等温法为连续组合梁工程实用计算提供了一种简单方便的方法。

连续组合梁负弯矩区开裂之后应力释放,在挠度增加不大的情况下出现有利的弯矩重分布(负弯矩减幅达20%以上,正弯矩增幅约16%),而徐变会缓解开裂重分布弯矩和应力释放程度。还须重视的是徐变会明显增加连续梁的跨中挠度,在型钢牌号小的情况增幅更显著。

## 参考文献:

## References:

- [1] 苏庆田,戴昌源,许园春. 分离式双箱组合梁斜拉桥收缩徐变效应分析[J]. 结构工程师, 2015, 31(3): 56-62.  
SU Qing-tian, DAI Chang-yuan, XU Yuan-chun. Analysis of Creep and Shrinkage Effects on Separate Twin-box Composite Girder of Cable-stayed Bridge [J]. Structural Engineers, 2015, 31(3): 56-62.
- [2] 杨飞,谭少华,刘殿元,等. 组合连续梁桥收缩徐变与滑移效应的影响分析[J]. 公路交通科技, 2017, 34(增1): 1-6, 14.  
YANG Fei, TAN Shao-hua, LIU Dian-yuan, et al. Analysis on Influence of Shrinkage Creep and Slip Effect on Composite Continuous Beam Bridge [J]. Journal of

- Highway and Transportation Research and Development, 2017, 34 (S1): 1-6, 14.
- [3] 谢峻, 潘宝林, 周毅姝. 截面收缩徐变非一致性分布与 T 梁桥腹板竖向开裂的时变相关性 [J]. 公路交通科技, 2017, 34 (11): 79-83, 109.
- XIE Jun, PAN Bao-lin, ZHOU Yi-shu. Time Time-dependent Correlation between Non-uniformity Distribution of Cross-section Shrinkage and Creep and Vertical Cracking in Web of T-shaped Beam Bridge [J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2017, 34 (11): 79-83, 109.
- [4] 王磊, 杨飞, 董水英. 基于阶梯刚度模式的 PC 梁开裂后挠度分析方法 [J]. 公路交通科技, 2018, 35 (10): 63-68, 81.
- WANG Lei, YANG Fei, DONG Shui-ying. A Method for Analysing Deflection of PC Girder after Cracking Based on Ladder Stiffness Mode [J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2018, 35 (10): 63-68, 81.
- [5] 陈旭, 章胜平, 莫南明, 等. 组合梁截面重分布力的 Volterra 积分方程 [J]. 铁道学报, 2019, 41 (4): 142-150.
- CHEN Xu, ZHANG Sheng-ping, MO Nan-ming, et al. Volterra Integral Equation of Redistributed Forces of Composite Beam Section [J]. Journal of the China Railway Society, 2019, 41 (4): 142-150.
- [6] ROIK K, BERGMANN R, HAENSEL J, et al. Beton Kalender 1999 Teil II [M]. Berlin: Ernst & Sohn, 1999.
- [7] 陈旭, 莫南明, 邱志刚, 等. 混凝土松弛系数的实用计算 [J]. 公路交通科技, 2018, 35 (3): 36-45.
- CHEN Xu, MO Nan-ming, QIU Zhi-gang, et al. Practical Calculation of Concrete Relaxation Coefficient [J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2018, 35 (3): 36-45.
- [8] 章胜平, 陈旭, 楚秀娟, 等. 钢-高强混凝土组合梁收缩的计算分析 [J]. 公路工程, 2020, 45 (2): 34-39.
- ZHANG Sheng-ping, CHEN Xu, CHU Xiu-juan, et al. Calculation and Analysis on Shrinkage of Steel High-strength Concrete Composite Beams [J]. Highway Engineering, 2020, 45 (2): 34-39.
- [9] HENRIQUES D, GONÇALVES R, CAMOTIM D. A Visco-elastic GBT-based Finite Element for Steel-concrete Composite Beams [J]. Thin-Walled Structures, 2019, 145: 106440.
- [10] TONG T, YU Q, SU Q T. Coupled Effects of Concrete Shrinkage, Creep, and Cracking on the Performance of Postconnected Prestressed Steel-concrete Composite Girders [J]. Journal of Bridge Engineering, 2018, 23 (3): 04017145.
- [11] 刘沐宇, 李倩, 黄岳斌, 等. 港珠澳大桥钢-混组合连续梁桥超长时间收缩徐变效应 [J]. 中国公路学报, 2016, 29 (12): 60-69.
- LIU Mu-yu, LI Qian, HUANG Yue-bin, et al. Ultra-long Time Performance of Steel-concrete Composite Continuous Beam in Hong Kong - Zhuhai - Macao Bridge with Creep and Shrinkage of Concrete Slabs [J]. China Journal of Highway and Transport, 2016, 29 (12): 60-69.
- [12] ZHU L, SU R K L. Analytical Solutions for Composite Beams with Slip, Shear-lag and Time-dependent Effects [J]. Engineering Structures, 2017, 152: 559-578.
- [13] 阴存欣. 钢-混组合梁温度及收缩效应分析的电算方法 [J]. 中国公路学报, 2014, 27 (11): 76-83.
- YIN Cun-xin. Computing Method for Effect Analysis of Temperature and Shrinkage on Steel-concrete Composite Beams [J]. China Journal of Highway and Transport, 2014, 27 (11): 76-83.
- [14] GB 50017—2017, 钢结构设计标准 [S].
- GB 50017—2017, Standard for Design of Steel Structures [S].
- [15] 彭祖强, 陈旭, 毛德均, 等. 欧洲标准 4 组合梁徐变因子的计算分析 [J]. 工业建筑, 2020, 50 (4): 145-150.
- PENG Zu-qiang, CHEN Xu, MAO De-jun, et al. Calculation and Analysis of Creep Multiplier of Composite Beams in Eurocode 4 [J]. Industrial Construction, 2020, 50 (4): 145-150.
- [16] SCHNEIDER K J. Bautabellen für Ingenieure: mit Berechnungshinweisen und Beispielen [M]. Düsseldorf: Werner Verlag, 2002.
- [17] GB 50917—2013, 钢-混凝土组合桥梁设计规范 [S].
- GB 50917—2013, Code for Design of Steel and Concrete Composite Bridges [S].
- [18] HAENSEL J. Effects of Creep and Shrinkage in Composite Construction [D]. Bochum: Ruhr University, 1975.
- [19] KINDMANN R, XIA G. Erweiterung der Berechnungsverfahren für Verbundträger [J]. Stahlbau, 2000, 69 (3): 170-183.
- [20] 陈旭, 章胜平, 霍红, 等. 连续组合梁收缩的约束力研究 [J]. 南京理工大学学报, 2019, 43 (5): 607-614.
- CHEN Xu, ZHANG Sheng-ping, HUO Hong, et al. Research on Restraint Force of Continuous Composite Beam [J]. Journal of Nanjing University of Science and Technology, 2019, 43 (5): 607-614.
- [21] 侯文崎, 叶梅新. 连续结合梁桥负弯矩区混凝土板裂缝宽度控制方法研究 [J]. 铁道学报, 2003, 25 (1): 109-112.
- HOU Wen-qi, YE Mei-xin. Methods for Controlling Crack Width of Concrete Slab in Negative Moment Area of Continuous Composite Bridges [J]. Journal of the China Railway Society, 2003, 25 (1): 109-112.