



基于解析法的低速冲击下复材薄壁圆柱壳动力学建模研究

李朋潮¹, 李晖^{1,2,3*}, 肖正洋¹, 张海洋², 王相平², 韩清凯¹, 周晋^{3,4}, 官忠伟³

1. 东北大学机械工程与自动化学院, 沈阳 110819;

2. 中国航发沈阳发动机研究所, 沈阳 110015;

3. School of Engineering, University of Liverpool, Liverpool L69 3GQ, UK;

4. 西安交通大学机械工程学院, 西安 710054

* E-mail: lihui@mail.neu.edu.cn

收稿日期: 2021-12-22; 接受日期: 2022-03-24; 网络版发表日期: 2022-12-12

国家自然科学基金(批准号: 52175079, U1708257)、中央高校基本科研业务费专项(编号: N2103026)、装备预研重点实验室基金(编号: 6142905192512)和中国博士后科学基金(编号: 2020M680990)资助项目

摘要 针对传统有限元建模黑箱操作多、计算成本大、不具有自主知识产权等问题, 本文基于一阶剪切变形理论、冯卡门大变形理论和能量守恒定律, 建立了低速冲击激励下纤维增强复合材料圆柱壳在两端固支边界下冲击特性的解析模型. 在考虑冲击造成的分层损伤和Hoffman失效准则的基础上, 推导了每次失效事件发生时冲击接触力的表达式, 并成功求解获得了冲击接触力和载荷-位移曲线, 形成了一套可行的低速冲击特性分析流程. 采用Abaqus软件, 在不同的铺层构型和冲击速度下对模型及其预测结果进行了验证. 所提出的模型可为预测与评估具有各向异性特点的复杂圆柱壳的冲击动力学问题提供一种新思路和新途径.

关键词 低速冲击, 解析模型, 圆柱壳, 冲击特性, 性能预测

1 引言

纤维增强复合材料比强度高、比模量高、热稳定性好, 还有一定的阻尼减振能力, 因此被广泛应用于航空、航天、汽车工业、船舶、体育器械与兵器工业等重要领域. 然而, 其经常受到恶劣环境和动载荷条件影响, 由此引发的振动超标、动态疲劳、分层损伤等严重问题亟需解决^[1~5].

目前, 国内外绝大多数科研工作者都采用有限元

法对金属或复合材料圆柱壳的冲击动力学问题进行研究, 但该方法往往依靠商用有限元软件进行建模与分析, 存在黑箱操作多、计算成本大、不具有自主知识产权等问题. 例如, Molyneaux等人^[6]分析了金属圆柱壳在内部爆炸冲击载荷作用下的动态响应, 并探讨了应变率效应的影响. Vaziri等人^[7]采用有限元方法对复合材料圆柱壳在弹丸冲击作用下的瞬态响应进行了数值仿真模拟, 并用实验验证了该数值方法的准确性. Krishnamurthy等人^[8,9]考虑了金属弹丸的质量和冲击

引用格式: 李朋潮, 李晖, 肖正洋, 等. 基于解析法的低速冲击下复材薄壁圆柱壳动力学建模研究. 中国科学: 技术科学, 2023, 53: 81–89
Li P C, Li H, Xiao Z Y, et al. Study on dynamic modeling of composite thin cylindrical shells subjected to low-velocity impact based on an analytical method (in Chinese). Sci Sin Tech, 2023, 53: 81–89, doi: [10.1360/SST-2021-0593](https://doi.org/10.1360/SST-2021-0593)

速度的影响,建立了低速冲击下复合材料层合壳体的有限元模型,实现了冲击响应和基体开裂以及分层损伤的高精度预报. 范峰等人^[10]利用ANSYS/LS-DYNA软件建立了60 m跨度K8型单层球面网壳冲击动力学模型,发现在一次冲击网壳破坏情况下,冲击持续时间随冲击速度的增大而减少. 基于Abaqus软件和VU-MAT用户子程序, Kim等人^[11]建立了复合材料圆柱壳的冲击有限元模型,并通过低速冲击和爆破试验,验证了模型的正确性,可利用其揭示该结构的冲击破坏机理. Choi^[12,13]利用剪切变形理论和冯卡门几何大变形理论,提出了一个考虑预应力的适用于复合材料圆柱壳非线性冲击响应的有限元模型,求解了不同纤维铺设方向下的冲击接触力、位移和应变随时间的变化曲线,发现在考虑预应力后计算获得的应变结果精度更高. 另外,在其团队^[14]的进一步研究中,还采用数值方法模拟了复合材料凹、凸层合圆柱壳在低速冲击作用下的瞬态响应过程,分别获得了结构的冲击接触力、位移和应变等动态参数,但没有考虑冲击损伤效应造成的影响. Khaire和Tiwari^[15]使用Abaqus软件求解了弹丸冲击下六边形蜂窝芯半球形夹芯壳体结构的动态响应,发现增加芯层刚度可提升其冲击吸能特性. Yang等人^[16]建立了在低速冲击下碳纤维复合材料波纹夹芯圆柱壳的有限元模型,并讨论了相对密度、冲击能量和冲击位置对其冲击响应的影响.

目前只有少量文献报道了人们利用解析法分析圆柱壳冲击动力学问题的研究进展. 谢志民等人^[17]采用弹性动力学理论和等效刚度法,在忽略冲击损伤影响的基础上,实现了低速冲击下纤维增强复合材料圆柱壳的冲击接触力的求解. Zhao和Cho^[18]考虑了基体开裂、纤维断裂和分层等损伤模式的影响,采用三维Tsai-Wu失效准则和渐进失效模型,求解了复合材料层合壳在低速冲击下的冲击速度阈值和损伤面积等参数,但并未关注冲击接触力和位移随冲击时间的变化. 采用近似分析理论, Jing等人^[19]预测了高速冲击载荷作用下泡沫金属夹芯圆柱壳结构的应力-应变曲线,并开展了实验验证研究,但并未关注冲击响应问题. Rafiee等人^[20]采用解析法建立了复合材料圆柱壳在简支边界条件下的低速冲击动力学模型,求解了冲击力和位移曲线,但其冲击损伤区域被考虑为矩形面积,与实际情况有些差距.

从以上文献调研可知,目前人们在求解复合材料

圆柱壳冲击问题时,没有针对冲击接触力和冲击位移同时进行预测,且绝大部分研究没有考虑冲击损伤问题. 针对上述研究不足,本文建立了两端固支边界下受低速冲击激励的纤维增强复合材料圆柱壳结构的解析动力学模型. 结合一阶剪切变形理论、冯卡门大变形理论和能量守恒定律,在考虑冲击造成的分层损伤和Hoffman失效准则的基础上,计算得到了每次失效事件发生时的能量和冲击接触力的表达式,并总结了一套可行的结构冲击特性分析流程. 最后,利用Abaqus软件在不同的铺层构型和不同的冲击速度下,验证了所提出的理论模型及其预测结果的正确性.

2 理论模型

2.1 模型概述

图1给出了低速冲击激励下纤维增强复合薄壳的解析模型. 假设该结构是由不同铺设角度的纤维材料与聚合物基体通过缠绕工艺获得,共包括 N 层. 首先,将其中面作为参考平面,并建立 $x\theta z$ 坐标系. 假设壳体长为 L ,中面半径为 R ,厚度为 h ,在 z 坐标轴每一层较低表面 h_{k-1} 与较高的表面 h_k 之间,每层的厚度都相同, u, v, w 是壳上任意一点的位移,1表示纤维纵向,2表示纤维横向, β 表示纤维纵向与整体坐标系 x 轴方向之间的夹角. 另外, M 为球头型冲击体的质量, V 为该冲击体正向冲击薄壳结构瞬间对应的冲击速度,冲击激励点为 $I_m(x_0, \theta_0, z_0)$. 这里,假设冲击体相对于结构的质量很小,其对结构造成的损伤属于局部损伤问题,且在整个冲击过程中并不会对结构弹性变形造成太大的影响.

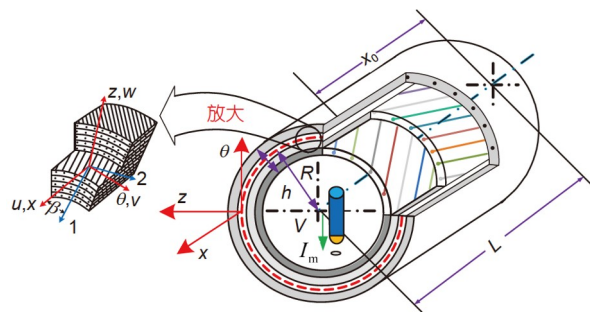


图1 (网络版彩图)低速冲击下纤维增强复合材料圆柱壳的解析模型

Figure 1 (Color online) An analytical model of fiber-reinforced composite cylindrical shells subjected to low-velocity impact.

2.2 本构关系

根据一阶剪切变形理论, 将复合薄壳任意一点沿 x, θ, z 方向的位移 $u(x, \theta, z), v(x, \theta, z), w(x, \theta, z)$ 表示为

$$\begin{aligned} u(x, \theta, z) &= u_0(x, \theta) + z\phi_1(x, \theta), \\ v(x, \theta, z) &= v_0(x, \theta) + z\phi_2(x, \theta), \\ w(x, \theta, z) &= w_0(x, \theta), \end{aligned} \quad (1)$$

其中, u_0, v_0, w_0 是中面上的位移, $\phi_1 = -\partial w / \partial x$ 和 $\phi_2 = -\partial w / (R\partial\theta)$ 分别表示沿 θ 轴和 x 轴的转角.

根据 Love-Kirchhoff 假设, 结构任意点的应变可表示为

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \varepsilon_x^0 + z \frac{\partial \phi_1}{\partial x}, \\ \varepsilon_\theta = \varepsilon_\theta^0 + z \frac{\partial \phi_2}{R\partial\theta}, \\ \gamma_{x\theta} = \gamma_{x\theta}^0 + z \left(\frac{\partial \phi_1}{R\partial\theta} + \frac{\partial \phi_2}{\partial x} \right), \end{cases} \quad (2)$$

式中, $\varepsilon_x^0, \varepsilon_\theta^0, \gamma_{x\theta}^0$ 是中面上三个方向的应变.

基于冯卡门大变形理论, 将中面应变与位移的关系定义为

$$\begin{cases} \varepsilon_x^0 = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2, \\ \varepsilon_\theta^0 = \frac{1}{R} \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} + w \right) + \frac{1}{2R^2} \left(\frac{\partial w}{\partial \theta} \right)^2, \\ \gamma_{x\theta}^0 = \frac{1}{2R} \left(\frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial \theta} \right). \end{cases} \quad (3)$$

对于复合材料圆柱壳结构, 其材料在第 k 层主轴方向的应力-应变关系为

$$\begin{Bmatrix} \sigma'_1 \\ \sigma'_2 \\ \sigma'_3 \end{Bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix}^{(k)} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix}^{(k)}, \quad (4)$$

式中, 各个元素可表示为

$$\begin{aligned} Q_{11} &= \frac{E_1}{1 - \mu_1 \mu_2}, \\ Q_{12} &= \frac{\mu_1 E_2}{1 - \mu_1 \mu_2}, \\ Q_{22} &= \frac{E_2}{1 - \mu_1 \mu_2}, \\ Q_{66} &= G_{12}, \\ \mu_1 &= \mu_2 \frac{E_2}{E_1}, \end{aligned} \quad (5)$$

式中, E_1 为纤维增强复合薄壳平行于纤维纵向的弹性模量, E_2 为纤维横向的弹性模量, G_{12} 为 1-2 平面内剪切弹性模量, μ_1 为 1 方向上应力引起的 1, 2 方向应变的泊松比, μ_2 为 2 方向上应力引起的 1, 2 方向应变的泊松比.

当纤维材料中某一层失效以后, 失效材料沿不同纤维主轴方向的应力 $\sigma_1^f, \sigma_2^f, \sigma_{12}^f$ 会分配到剩余层上. 假设各层的刚度不一样, 在第 k 层分配得的应力 $\bar{\sigma}_1, \bar{\sigma}_2, \bar{\sigma}_{12}$ 为

$$\begin{Bmatrix} \bar{\sigma}_1 \\ \bar{\sigma}_2 \\ \bar{\sigma}_{12} \end{Bmatrix}^{(k)} = \begin{Bmatrix} \sigma_1^f \frac{Q_{11}^{(k)} h_k}{K_1 h} \\ \sigma_2^f \frac{Q_{22}^{(k)} h_k}{K_2 h} \\ \sigma_{12}^f \frac{Q_{66}^{(k)} h_k}{K_{12} h} \end{Bmatrix}, \quad (6)$$

式中, h_k 为纤维材料第 k 层的厚度, K_1, K_2 和 K_{12} 为结构的等效刚度, 其相关的表达式为

$$\begin{aligned} K_1 &= \frac{\bar{E}_1}{1 - \bar{\mu}_1^2 \frac{\bar{E}_2}{E_1}}, \quad K_2 = K_1 \frac{\bar{E}_2}{E_1}, \quad K_{12} = \bar{G}_{12}, \\ \bar{E}_1 &= \frac{A_{11} - \frac{A_{12}^2}{A_{22}}}{h_d}, \quad \bar{E}_2 = \bar{E}_1 \frac{A_{22}}{A_{11}}, \quad \bar{G}_{12} = \frac{A_{66}}{h_d}, \\ \bar{\mu}_1 &= \frac{A_{12}}{A_{22}}, \quad \bar{\mu}_2 = \bar{\mu}_1 \frac{\bar{E}_2}{E_1}, \\ [A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}]^T &= \int_{-h_d/2}^{h_d/2} \bar{Q}_{ij}^{(k)} [1, z, z^2] dz, \end{aligned} \quad (7)$$

式中, $\bar{\mu}_1, \bar{\mu}_2$ 分别为 1 和 2 方向上应力引起的 1, 2 方向应变的等效泊松比, $\bar{E}_1, \bar{E}_2$ 分别为纤维纵向和纤维横向的等效弹性模量, $\bar{G}_{12}$ 为 1-2 平面内的等效剪切弹性模量, A_{ij}, B_{ij}, D_{ij} 分别为冲击造成的拉伸、拉伸-弯曲耦合和弯曲效应系数, h_d 为结构的第 k 层在与冲击体接触后未被破坏材料对应的总厚度.

因此, 第 k 层纤维材料沿不同纤维主轴方向的应力 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_{12}$ 为

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix}^{(k)} = \begin{Bmatrix} \sigma'_1 \\ \sigma'_2 \\ \sigma'_{12} \end{Bmatrix}^{(k)} + \begin{Bmatrix} \bar{\sigma}_1 \\ \bar{\sigma}_2 \\ \bar{\sigma}_{12} \end{Bmatrix}^{(k)}. \quad (8)$$

考虑到纤维材料主轴与 x 轴的夹角 β , 可利用应力-应变转轴公式^[21~23], 计算第 k 层纤维材料在整体坐标系

下的应力-应变关系如下:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_\theta \\ \sigma_{x\theta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}^{(k)} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_\theta \\ \gamma_{x\theta} \end{Bmatrix}. \quad (9)$$

2.3 失效准则

利用累积损伤分析方法^[24~26], 考虑不同应力条件和不同拉压破坏行为, 同时考虑冲击造成的分层损伤影响, 对纤维增强复合薄壳, 应用Hoffman应力失效准则如下:

$$\frac{\sigma_1^2 - \sigma_1 \sigma_2}{X_T X_C} + \frac{\sigma_2^2}{Y_T Y_C} + \frac{X_C - X_T}{X_T X_C} \sigma_1 + \frac{Y_C - Y_T}{Y_T Y_C} \sigma_2 + \frac{\sigma_{12}^2}{S^2} = 1, \quad (10)$$

其中, X_T 为纤维纵向拉伸强度, Y_T 为纤维横向拉伸强度, S 为纤维的剪切强度, X_C 为纤维纵向抗压强度, Y_C 为纤维横向抗压强度.

2.4 位移方程

在与球头型冲击体接触的过程中, 将所研究的薄壳结构分成冲击接触区域与拉伸区域^[27]. 对于接触区域, 其主要由冲击体的形状决定, 它可看作是由冲击中心扩展的一个半径为 r 的区域, 即 $0 \leq x \leq r$, $0 \leq \theta \leq r/R$. 由于接触半径相对于薄壳结构的尺寸非常小, 可将该区域近似为一个平面. 在此接触区域, 中面位移 $u_0(x, \theta)$, $v_0(x, \theta)$, $w_0(x, \theta)$ 的表达式为

$$u_0(x, \theta) = 0, \quad v_0(x, \theta) = 0, \quad w_0(x, \theta) = w_{\max}, \quad (11)$$

其中, $w_{\max}$ 为冲击中心处的最大位移. 由于冲击过程的持续进行, r 不断增大, 其最大是冲击体的球头半径 $r_{\max}$.

另外, 在拉伸区域, 可将中面位移进一步表示为

$$\begin{aligned} u_0(x, \theta) &= A \sin(n\theta) \cos(m\pi x / L), \\ v_0(x, \theta) &= B \cos(n\theta) \sin(m\pi x / L), \\ w_0(x, \theta) &= C \sin(n\theta) \sin(m\pi x / L), \end{aligned} \quad (12)$$

其中,

$$\begin{aligned} A &= w_{\max} / (\sin(nr) \cos(m\pi r / L)), \\ B &= w_{\max} / (\cos(nr) \sin(m\pi r / L)), \\ C &= w_{\max} / (\sin(nr) \sin(m\pi r / L)), \end{aligned}$$

式中, n 和 m 为圆柱壳的周向整波数和轴向半波数. 根据文献^[28], m 通常取1, n 的取值与求解冲击接触力最小值有关.

3 冲击特性求解

3.1 冲击接触力的计算

由冲击体激励产生的结构总动能 T 为

$$T = \frac{1}{2} M V^2. \quad (13)$$

结构总应变能 U 为

$$U = \frac{1}{2} \int_x \int_\theta \int_z \sigma_x \varepsilon_x + \sigma_\theta \varepsilon_\theta + \sigma_{x\theta} \gamma_{x\theta} dx d\theta dz. \quad (14)$$

由于只考虑正向冲击效应, 复合薄壳此时沿 z 轴的冲击变形 w 远远大于其他两轴的变形, 因此可忽略 u 和 v . 将式(2), (3)和(9)代入式(14)中, 再由式(7)中 A_{ij} , B_{ij} , D_{ij} 的转化公式可得结构由拉伸变形产生的应变能 U_m 为

$$\begin{aligned} U_m &= \int_0^{2\pi} \int_0^L \left[\frac{A_{11}}{4} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^4 \right. \\ &\quad + \frac{A_{12}}{R} \left(\frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right) \left(w + \frac{1}{2R} \left(\frac{\partial w}{\partial \theta} \right)^2 \right) \\ &\quad + \frac{A_{16}}{4R} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \left(\frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial \theta} \right) \\ &\quad \left. + \frac{A_{22}}{2R} \left(w + \frac{1}{2R} \left(\frac{\partial w}{\partial \theta} \right)^2 \right)^2 \right] d\theta dx. \end{aligned} \quad (15)$$

类似地, 复合薄壳的拉伸-弯曲耦合应变能 U_c 为

$$\begin{aligned} U_c &= - \int_0^{2\pi} \int_0^L \left[\frac{B_{11}}{2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right. \\ &\quad + \frac{B_{22}}{R^3} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \left(w + \frac{1}{2R} \left(\frac{\partial w}{\partial \theta} \right)^2 \right) \\ &\quad + \frac{B_{12}}{2R^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \left(R w + \left(\frac{\partial w}{\partial \theta} \right)^2 \right) \right) \\ &\quad \left. + \frac{B_{26}}{2R^3} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial \theta} \left(2R w + \left(\frac{\partial w}{\partial \theta} \right)^2 \right) \right) \right] d\theta dx. \end{aligned} \quad (16)$$

复合薄壳冲击造成的弯曲变形产生的应变能 U_b 为

$$U_b = \int_0^{2\pi} \int_0^L \left[\frac{D_{11}}{2R} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + \frac{D_{22}}{2R^4} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right)^2 + \frac{2D_{66}}{R^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial \theta} \right)^2 + \frac{D_{12}}{R^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + \frac{2D_{16}}{R} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial \theta} + \frac{D_{26}}{R^3} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial \theta} \right] d\theta dx. \quad (17)$$

冲击接触力 F 所做的功为

$$W = Fw_{\max}. \quad (18)$$

复合薄壳总势能 U_s 的表达式为

$$U_s = U_m + U_c + U_b - W. \quad (19)$$

当 $\partial U_s / \partial w_{\max} = 0$ 时, U_s 会获得最大值, 此时, 可计算获得冲击接触力 F :

$$F = \partial U_m / \partial w_{\max} + \partial U_c / \partial w_{\max} + \partial U_b / \partial w_{\max}. \quad (20)$$

3.2 失效事件下的冲击特性求解

在这里引入失效事件概念^[29], 假设第 j 次失效事件发生时结构吸收的总应变能 U_j 为

$$U_j = (U_m^j + U_c^j + U_b^j) - (U_m^{j-1} + U_c^{j-1} + U_b^{j-1}), \quad (21)$$

其中, U_m^j , U_c^j , U_b^j 代表第 j 个失效事件发生时的拉伸、拉伸-弯曲耦合和弯曲应变能; U_m^{j-1} , U_c^{j-1} , U_b^{j-1} 为前一个失效事件发生时相应的应变能.

参考文献^[26]获得的 $x = R_j$ 处变形协调条件, 可得到下列等式条件:

$$\begin{aligned} \sqrt{r_{\max}^2 - R_j^2} + w_{\max} - r_{\max} &= A \sin^2(n(R_j + R_{j-1})) \\ &+ B \cos^2(n(R_j + R_{j-1})) \\ &+ C \sin^2(n(R_j + R_{j-1})), \end{aligned} \quad (22)$$

其中, R_j 为第 j 个失效事件发生时的接触半径.

在求解获得 R_j 后, 可将每次失效事件 j 因分层损伤消耗的能量 T_d^j 表示为

$$T_d^j = \frac{\pi \bar{E}_1^j h G_{II}^2}{9 \left(1 - (\bar{\mu}_1^j)^2 \right) (\sigma_{II})^2} + \frac{\pi \bar{E}_2^j h G_{II}^2}{9 \left(1 - (\bar{\mu}_2^j)^2 \right) (\sigma_{II})^2}, \quad (23)$$

其中, G_{II} 为复合薄壳的第二类层间断裂能量释放率^[30];

σ_{II} 为层之间的剪切强度; $\bar{E}_1^j$, $\bar{E}_2^j$ 为失效事件 j 发生时结构沿纤维纵向和横向对应的等效弹性模量; $\bar{\mu}_1^j$, $\bar{\mu}_2^j$ 为等效泊松比.

失效事件 j 中结构因纤维拉断产生的能量 T_f^j 为

$$T_f^j = w_{\max}^j \pi e_i R_j^2 / 3, \quad (24)$$

其中, e_i 为某层材料的能量密度, 其表达式为

$$e_i = \frac{1}{2} \sigma_f^u \varepsilon_f^u, \quad (25)$$

其中, σ_f^u 和 ε_f^u 为纤维材料的极限应力和纵向极限应变.

如此, 就可获得每个失效事件 j 发生时复合薄壳消耗的总能量 T_a^j 为

$$T_a^j = U_j + T_d^j + T_f^j. \quad (26)$$

由能量守恒定律可获得第 $j+1$ 次失效事件发生时冲击体对应的冲击速度:

$$V_{j+1} = \sqrt{(MV_j^2 - 2T_a^j) / M}. \quad (27)$$

另外, 采用一个弹簧-质量-阻尼模型^[25]描述结构在冲击体激励下的整个过程. 此时, 可将其在第 j 次失效事件发生时接触力 F_j 表示为

$$F_j = (M + m_e^j) \frac{\partial^2 w_{\max}^j}{\partial t^2} + C_s^j \frac{\partial w_{\max}^j}{\partial t} + K_s^j w_{\max}^j, \quad (28)$$

其中, m_e^j , $w_{\max}^j$ 为第 j 次失效事件发生时结构受冲击作用下的等效质量和冲击中心处的最大位移, K_s^j , C_s^j 为剪切刚度和黏滞阻尼系数.

进一步简化式(28)可得

$$F_j - K_s^j w_{\max}^j - C_s^j \dot{w}_{\max}^j = (M + m_e^j) \ddot{V}_j, \quad (29)$$

其中,

$$\dot{V}_j = \frac{|V_j - V_{j-1}|}{t_j - t_{j-1}}, \quad \dot{w}_{\max}^j = \frac{w_{\max}^j - w_{\max}^{j-1}}{t_j - t_{j-1}},$$

$$C_s^j = 2\zeta_j \sqrt{K_s^j (M + m_s^j)},$$

ζ_j 是失效事件 j 发生后结构的等效阻尼比. V_j , V_{j-1} , $w_{\max}^j$, $w_{\max}^{j-1}$ 以及 t_j 和 t_{j-1} 分别表示第 j 次事件和第 $j-1$ 次事件发生时的冲击速度、冲击中心处最大位移和时间.

该弹簧-质量-阻尼模型的动能 T_c^j 可表示为

$$T_c^j = 2 \int_{R_j}^{L/2} \int_{R_j/R}^{\pi} \frac{\rho_a (\dot{w}_{\max}^j)^2}{\sin(nR_j) \cos\left(\frac{m\pi R_j}{L}\right)} \times \sin(nx) \cos\left(\frac{m\pi\theta}{L}\right) dx d\theta + \frac{1}{2} \pi R_j^2 \rho_a (\dot{w}_{\max}^j)^2, \quad (30)$$

其中, ρ_a 为复合薄壳的面密度。

根据动能定理, 可近似地认为 $T_c^j = m_e^j (\dot{w}_{\max}^j)^2 / 2$ 。于是, m_e^j 可表示成

$$m_e^j = \pi R_j^2 \rho_a + \frac{1}{9} \left(L - 2R_j \right) \left(2\pi - \frac{2R_j}{R} \right) \rho_a. \quad (31)$$

在获得了 m_e^j 后, 根据式(29)可确定失效事件 j 发生的时间 t_j 为

$$t_j = \frac{(M + m_e^j) |V_j - V_{j-1}| + C_s^j (w_{\max}^j - w_{\max}^{j-1})}{F_j - K_s^j w_{\max}^j} + t_{j-1}. \quad (32)$$

通过求解式(29)、(31)和(32), 就可获得复合薄壳的冲击接触力, 并根据 $w_{\max}$ 进一步获得载荷-位移曲线, 其详细分析流程如图2所示。

4 模型验证

采用Abaqus软件进行模型验证, 以TC300碳纤维/E21环氧树脂圆柱壳为对象, 对其进行两端约束, 约束后 $L=200$ mm, $h=2.64$ mm, $R=100$ mm。另外, 冲击器质量为 $M=1$ kg, 其顶部被设计成了半球 ($r_{\max}=8.0$ mm), 壳体采用4节点壳单元模拟, 网格参数选择为0.1, 半球型冲击器与复材圆柱壳的上下表面均建立“surface-to-surface”接触类型, 使用罚函数接触方式, 摩擦系数设

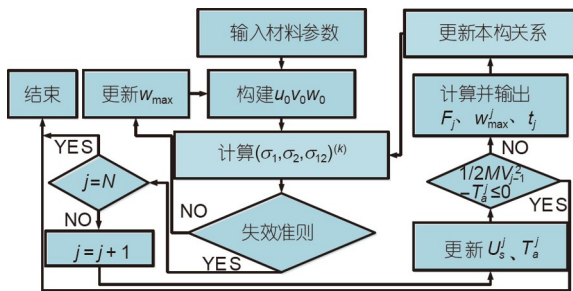


图2 (网络版彩图)低速冲击下复合材料圆柱壳冲击特性的分析流程图

Figure 2 (Color online) Analysis flow chart for low-velocity impact characteristics of composite cylindrical shells.

置为0.2, 并选用Hashin失效准则。图3给出了所建立的有限元模型, 分别考虑了两种铺层构型, 包括正交铺层构型A: $[0/90]_5$ 和对称铺层构型B: $[0/30/60/90/0]_5$, 密度为 1780 kg/m³, 泊松比 $\mu_1=0.32$, 其他部分材料参数取值: $E_1=136$ GPa, $E_2=7.92$ GPa, $G_{12}=3.39$ GPa, $X_T=2.21$ GPa, $Y_T=0.05$ GPa, $S=0.25$ GPa, $X_C=1$ GPa, $Y_C=0.25$ GPa。

以冲击速度 14.4 m/s 为例, 图4给出了本模型和Abaqus软件建立的有限元模型计算获得的不同铺层

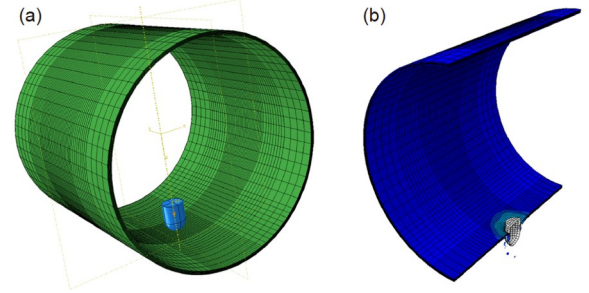


图3 (网络版彩图)基于Abaqus软件建立的复合材料圆柱壳在低速冲击下的有限元模型。(a) 结构模型; (b) 冲击后结构破坏截面

Figure 3 (Color online) A finite element model of composite cylindrical shells subjected to low-velocity impact established by the Abaqus software. (a) Structural model; (b) structural failure section after impact.

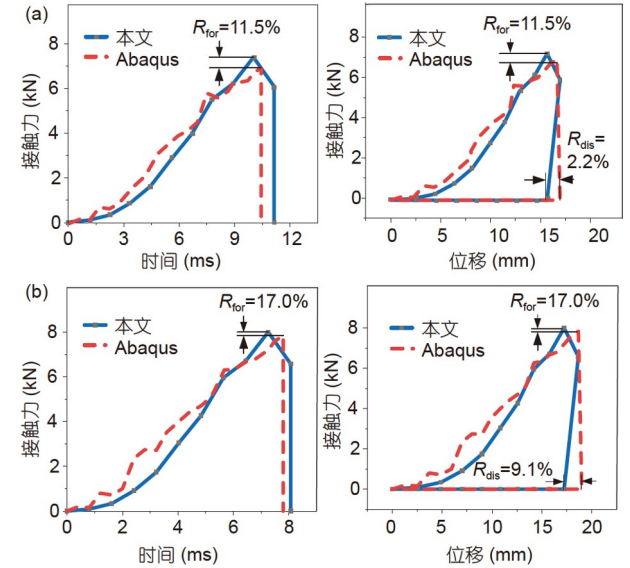


图4 (网络版彩图)本模型和Abaqus有限元模型计算的不同铺层构型下复材圆柱壳的冲击接触力和载荷-位移曲线。(a) 构型A; (b) 构型B

Figure 4 (Color online) Impact contact force and load-displacement curves of a composite cylindrical shell calculated by the proposed model and the Abaqus finite element model with different laminate configurations. (a) Configuration A; (b) configuration B.

构型下复材圆柱壳的冲击接触力和载荷-位移曲线. 对两种方法获得的数据进行分析可知, 利用该模型预测的结构在低速冲击下的相关冲击响应结果与有限元仿真结果的变化趋势有着较好的一致性. 两类曲线上的最大冲击接触力和位移响应的计算偏差 R_{for} 和 R_{dis} 分别不超过11.5%和9.1%, 吻合较好.

为了进一步评估模型的预测精度, 以构型A为例, 分别选取冲击速度为5.3, 7.6和9.8 m/s, 表1对比了本模型和Abaqus有限元模型计算获得的不同冲击速度下的最大冲击接触力 $F_{\text{max}}^{\text{an}}$ 和 $F_{\text{max}}^{\text{fe}}$ 以及最大冲击位移响应 $w_{\text{max}}^{\text{an}}$ 和 $w_{\text{max}}^{\text{fe}}$. 对其分析可知, 结构的最大冲击接触力和位移响应的计算偏差 R_{for} 和 R_{dis} , 分别不超过9.2%和10.5%, 进而验证了该模型及其计算结果的有效性. 此外, 为了验证解析法相对于有限元法的优势, 表2比较了两类方法计算时所占的内存、CPU使用率和时间(备注: 在相同的计算机配置上进行比较, 处理器为Intel Core i5-8400, 主频为2.80 GHz, 6核, 内存为16 G). 对其分析可知, 解析法在影响计算效率的三个关键指标上, 都明显优于有限元法. 综上, 在分别对计算精度和计算效率问题进行比较后, 可以证明该解析模型能够较为准确、高效地预测复材圆柱壳的低速冲击特性.

需要说明的, 由于在计算中忽略了应变率效应, 因此该模型不适用于高速冲击场合, 且由于没有考虑冲击体的回弹效应, 所以冲击接触力的时程曲线在达到了峰值后呈现直线式下降趋势. 但通常冲击问题重点关心结构的最大冲击接触力, 所以这并不影响模型求解的正确性. 另外, 在表1中, 计算偏差产生的原因可能是在建模中忽略了纤维失效在冲击过程中不断累积的损伤问题, 且本模型应用的Hoffman应力失效准则与有限元采用的失效准则也略有不同.

表 1 本模型和有限元模型计算的不同低速冲击下复材圆柱壳的冲击接触力和位移峰值对比

Table 1 Comparison of the impact contact force and displacement peak values of composite cylindrical shells under different low-velocity impacts calculated by this model and the finite element model

速度 (m/s)	$F_{\text{max}}^{\text{an}}$ (kN)	$F_{\text{max}}^{\text{fe}}$ (kN)	R_{for} (%)	$w_{\text{max}}^{\text{an}}$ (mm)	$w_{\text{max}}^{\text{fe}}$ (mm)	R_{dis} (%)
5.3	2.3	2.1	8.6	4.2	4.5	7.1
7.6	4.2	3.9	7.1	7.7	7.2	6.4
9.8	6.5	5.9	9.2	9.5	8.5	10.5

表 2 本模型和有限元模型计算时所占的内存、CPU使用率和计算时间的比较

Table 2 Comparison of memory, CPU usage and calculation time occupied obtained by this model and the finite element model

类别	内存 (MB)	CPU使用率 (%)	计算时间 (min)
解析法	1257	26.5	3
有限元	2530	82.9	30

5 结论

本文建立了低速冲击激励下纤维增强复合材料圆柱壳冲击特性的解析模型, 并提出了一套可行的分析流程来预测结构的冲击接触力和载荷-位移曲线. 分别在不同的铺层构型和冲击速度下, 采用Abaqus软件对模型进行了验证研究. 验证结果表明, 两种方法获得的最大冲击接触力和冲击位移响应的偏差分别不超过11.5%和10.5%, 处于工程应用可接受的范围内. 本文所建立的解析模型及相关求解方法, 可为复杂圆柱壳结构的动态冲击问题研究提供一种新模型和新手段.

参考文献

- Li H, Sun W, Xu Z, et al. Methods for Vibration Testing and Analysis of Fiber-reinforced Composite (in Chinese). Beijing: China Machine Press, 2019. 78–79 [李晖, 孙伟, 许卓, 等. 纤维增强复合薄板振动测试与分析方法. 北京: 机械工业出版社, 2019. 78–79]
- Li H, Wang X, Hu X, et al. Vibration and damping study of multifunctional grille composite sandwich plates with an IMAS design approach. *Compos Part B-Eng*, 2021, 223: 109078
- Li H, Lv H, Gu J, et al. Nonlinear vibration characteristics of fibre reinforced composite cylindrical shells in thermal environment. *Mech Syst Signal Pr*, 2021, 156: 107665
- Li H, Lv H, Sun H, et al. Nonlinear vibrations of fiber-reinforced composite cylindrical shells with bolt loosening boundary conditions. *J Sound Vib*, 2021, 496: 115935

- 5 Zhu S, Chai G B. Low-velocity impact response of fibre-metal laminates—Experimental and finite element analysis. [Compos Sci Tech](#), 2012, 72: 1793–1802
- 6 Molyneaux T C K, Li L Y, Firth N. Impact responses of circular cylindrical shells under explosive loading. [Adv Eng Software](#), 1993, 18: 7–13
- 7 Vaziri R, Quan X, Olson M D. Impact analysis of laminated composite plates and shells by super finite elements. [Int J Impact Eng](#), 1996, 18: 765–782
- 8 Krishnamurthy K S, Mahajan P, Mittal R K. A parametric study of the impact response and damage of laminated cylindrical composite shells. [Compos Sci Tech](#), 2001, 61: 1655–1669
- 9 Krishnamurthy K S, Mahajan P, Mittal R K. Impact response and damage in laminated composite cylindrical shells. [Compos Struct](#), 2003, 59: 15–36
- 10 Fan F, Wang D Z, Zhi X D, et al. Performance for kiewitt8 single-layer reticulated domes subjected to impact load (in Chinese). [Eng Mech](#), 2009, 26: 75–81 [范峰, 王多智, 支旭东, 等. K8型单层球面网壳抗冲击荷载性能研究. [工程力学](#), 2009, 26: 75–81]
- 11 Kim E H, Lee I, Hwang T K. Low-velocity impact and residual burst-pressure analysis of cylindrical composite pressure vessels. [AIAA J](#), 2012, 50: 2180–2193
- 12 Choi I H. Geometrically nonlinear transient analysis of composite laminated plate and shells subjected to low-velocity impact. [Compos Struct](#), 2016, 142: 7–14
- 13 Choi I H. Low-velocity impact response analysis of composite pressure vessel considering stiffness change due to cylinder stress. [Compos Struct](#), 2017, 160: 491–502
- 14 Choi I H. Finite element analysis of low-velocity impact response of convex and concave composite laminated shells. [Compos Struct](#), 2018, 186: 210–220
- 15 Khaire N, Tiwari G. Ballistic response of hemispherical sandwich shell structure against ogive nosed projectile. [Thin-Walled Struct](#), 2020, 154: 106869
- 16 Yang J S, Zhang W M, Yang F, et al. Low velocity impact behavior of carbon fibre composite curved corrugated sandwich shells. [Compos Struct](#), 2020, 238: 112027
- 17 Xie Z M, Wan Z M, Du X W. Simplified analysis of composite cylindrical shells subjected to low velocity impact (in Chinese). [Acta Mater Compos Sin](#), 2000, 17: 87–91 [谢志民, 万志敏, 杜星文. 低速冲击下复合材料圆柱壳的简化分析. [复合材料学报](#), 2000, 17: 87–91]
- 18 Zhao G P, Cho C D. Damage initiation and propagation in composite shells subjected to impact. [Compos Struct](#), 2007, 78: 91–100
- 19 Jing L, Wang Z, Zhao L. An approximate theoretical analysis for clamped cylindrical sandwich shells with metallic foam cores subjected to impulsive loading. [Compos Part B-Eng](#), 2014, 60: 150–157
- 20 Rafiee R, Ghorbanhosseini A, Rezaee S. Theoretical and numerical analyses of composite cylinders subjected to the low velocity impact. [Composite Struct](#), 2019, 226: 111230
- 21 Li Z L, Li H, Wang D S, et al. A dynamic response prediction model of fiber-metal hybrid laminated plates embedded with viscoelastic damping core under low-velocity impact excitation (in Chinese). [Chin J Theor Appl Mech](#), 2020, 52: 1690–1699 [李则霖, 李晖, 王东升, 等. 低速冲击激励下嵌入黏弹性阻尼芯层的纤维金属混杂层合板动态响应预测模型. [力学学报](#), 2020, 52: 1690–1699]
- 22 Li H, Xue P, Guan Z, et al. A new nonlinear vibration model of fiber-reinforced composite thin plate with amplitude-dependent property. [Nonlinear Dyn](#), 2018, 94: 2219–2241
- 23 Li H, Xue P, Zhang T, et al. Nonlinear vibration study of fiber-reinforced composite thin plate with strain-dependent property based on strain energy density function method. [Mech Adv Mater Struct](#), 2020, 27: 761–773
- 24 Hayes R L, Ho G, Ortiz M, et al. Prediction of dislocation nucleation during nanoindentation of Al_3Mg by the orbital-free density functional theory local quasicontinuum method. [Philos Mag](#), 2006, 86: 2343–2358
- 25 Zhang S Y, Tsai L W. Extending Tsai-Hill and norris criteria to predict cracking direction in orthotropic materials. [Int J Fract](#), 1989, 40: R101–R104
- 26 Dean G, Crocker L, Read B, et al. Prediction of deformation and failure of rubber-toughened adhesive joints. [Int J Adhes Adhes](#), 2004, 24: 295–306
- 27 Lin C, Fatt M S H. Perforation of composite plates and sandwich panels under quasi-static and projectile loading. [J Compos Mater](#), 2006, 40: 1801–1840
- 28 Jiang X. Analysis of bearing capacity of cylindrical pressure shell under impact (in Chinese). Dissertation for Master's Degree. Zhenjiang:

Jiangsu University of Science and Technology, 2000 [江翔. 钛合金圆柱耐压壳冲击作用下的承载能力分析. 硕士学位论文. 镇江: 江苏科技大学, 2020]

- 29 Morinière F D, Alderliesten R C, Sadighi M, et al. An integrated study on the low-velocity impact response of the GLARE fibre-metal laminate. *Compos Struct*, 2013, 100: 89–103
- 30 Wu Q G, Wen H M, Qin Y, et al. Perforation of FRP laminates under impact by flat-nosed projectiles. *Compos Part B-Eng*, 2012, 43: 221–227

Study on dynamic modeling of composite thin cylindrical shells subjected to low-velocity impact based on an analytical method

LI PengChao¹, LI Hui^{1,2,3}, XIAO ZhengYang¹, ZHANG HaiYang², WANG XiangPing², HAN QingKai¹, ZHOU Jin^{3,4} & GUAN ZhongWei³

¹ School of Mechanical Engineering & Automation, Northeastern University, Shenyang 110819, China;

² AECC Shenyang Engine Research Institute, Shenyang 110015, China;

³ School of Engineering, University of Liverpool, Liverpool L69 3GQ, UK;

⁴ School of Mechanical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710054, China

Aiming at the problems of traditional finite element modeling with many black box operations, high computational costs, and no independent intellectual property rights, this paper establishes a fiber-reinforced composite under low-speed impact excitation based on the first-order shear deformation theory, the Von Kamen large deformation theory and the law of conservation of energy. Analytical model of impact characteristics of cylindrical shells under the fixed-supported boundary at both ends. By considering the impact delamination damage and the Hoffman failure criterion, the expression of impact contact force when each failure event occurs is deduced. Therefore, the impact contact force and load-displacement curves are successfully solved, with a feasible analysis process of low-velocity impact property being summarized. Finally, the proposed model are validated against the Abaqus finite element model with different laminate configuration and impact velocities being considered. It can provide a new idea and approach for predicting and evaluating the impact dynamics of other complex cylindrical shells with anisotropic characteristics.

low-velocity impact, analytical model, cylindrical shell, impact property, performance prediction

doi: [10.1360/SST-2021-0593](https://doi.org/10.1360/SST-2021-0593)